信号与系统性质表格

连续时间傅里叶级数性质

性质	周期信号	傅里叶级数系数
	$\left.\begin{matrix}\mathrm{x(t)}\\ \mathrm{y(t)}\end{matrix}\right\}$ 周期为T，基本频率$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$	a_k b_k
线性	$Ax(t)+By(t)$	Aa_k+Bb_k
时移	$x(t-t_0)$	$a_k e^{jk\omega_0 t_0}=a_k e^{-jk(\frac{2\pi}{T})t_0}$
频移	$e^{jM\omega_0 t}x(t)=e^{jM(\frac{2\pi}{T})t}x(t)$	a_{k-M}
共轭	$x^*(t)$	a^*_{-k}
时间反转	$x(-t)$	a_{-k}
时间尺度变换	$x(\alpha t)$，$\alpha>0$（周期为$\frac{T}{\alpha}$）	a_k
周期卷积	$\int_T x(\tau)y(t-\tau)\mathrm{d}\tau$	Ta_kb_k
相乘	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty}a_lb_{k-l}$
微分	$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k=jk\frac{2\pi}{T}a_k$
积分	$\int_{-\infty}^{t}x(t)\mathrm{d}t$（仅当$a_0=0$才为有限值且为周期的）	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k=\left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
实信号的共轭对称性	$x(t)$为实信号	$\begin{cases}a_k=a^*_{-k}\\ Re\{a_k\}=Re\{a_{-k}\}\\ Im\{a_k\}=-Im\{a_{-k}\}\\ \vert a_k\vert=\vert a_{-k}\vert\\ \sphericalangle a_k=-\sphericalangle a_{-k}\end{cases}$
实偶信号	$x(t)$为实偶信号	a_k为实偶信号
实奇信号	$x(t)$为实奇信号	a_k为纯虚奇函数
实信号的奇偶分解	$\begin{cases}x_e(t)=Ev\{x(t)\}，[x(t)\text{为实信号}]\\ x_o(t)=Od\{x(t)\}，[x(t)\text{为实信号}]\end{cases}$	$Re\{a_k\}$ $jIm\{a_k\}$
	周期信号的帕斯瓦尔定理 $\frac{1}{T}\int_T\vert x(t)\vert^2\mathrm{d}t=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\vert a_k\vert^2$	

离散时间傅里叶级数性质

性质	周期信号	傅里叶级数系数
	$\left.\begin{matrix}\mathrm{x[n]}\\ \mathrm{y[n]}\end{matrix}\right\}$周期为$T$，基本频率$\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$	$\left.\begin{matrix}a_k\\ b_k\end{matrix}\right\}$周期的，周期为$N$
线性	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
时移	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(\frac{2\pi}{N})n_0}$
频移	$e^{jM(\frac{2\pi}{N})n}x[n]$	a_{k-M}
共轭	$x^*[n]$	a^*_{-k}
时间反转	$x([-n]$	a_{-k}
时间尺度变换	$x_{(m)}[n] = \begin{cases} x[n/m]，若\ \mathrm{n}是\ \mathrm{m}的倍数 \\ 0，若\ \mathrm{n}不是\ \mathrm{m}的倍数 \end{cases}$	$\frac{1}{m}a_k$（看成周期的，周期为mN）
周期卷积	$\sum_{r=\langle N\rangle} x[r]y[n-r]$	Na_kb_k
相乘	$x[n]y[n]$	$\sum_{l=\langle N\rangle} a_l b_{k-l}$
一阶差分	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{jk(2\pi/N)})a_k$
求和	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$（仅当$a_0 = 0$才为有限值且为周期的）	$\left(\frac{1}{1-e^{jk(2\pi/N)}}\right)a_k$
实信号的共轭对称性	$x[n]$为实信号	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ Re\{a_k\} = Re\{a_{-k}\} \\ Im\{a_k\} = -Im\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k \rvert = \lvert a_{-k} \rvert \\ \sphericalangle a_k = -\sphericalangle a_{-k} \end{cases}$
实偶信号	$x[n]$为实偶信号	a_k为实偶信号
实奇信号	$x[n]$为实奇信号	a_k为纯虚奇函数
实信号的奇偶分解	$\begin{cases} x_e[n] = Ev\{x[n]\}，[x[n]为实信号] \\ x_o[n] = Od\{x[n]\}，[x[n]为实信号] \end{cases}$	$Re\{a_k\}$ $jIm\{a_k\}$
	周期信号的帕斯瓦尔定理 $\frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} \lvert x[n]\rvert^2 \mathrm{d}t = \sum_{n=\langle N\rangle} \lvert a_k\rvert^2$	