机器学习中的基本线性代数

线性代数的数学对象

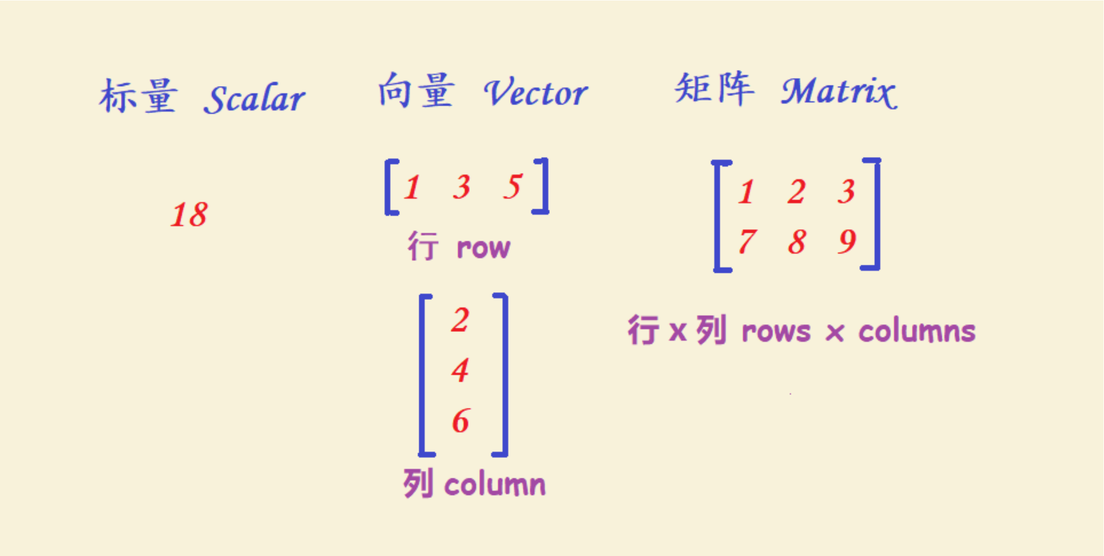
数学对象

标量

标量只是一个单一的数字

向量

向量是一个有序的数字数组
可以在一行或一列中



矩阵

矩阵是一个有序的二维数组，它有两个索引。第一个指向该行，第二个指向该列

向量也是一个矩阵，但只有一行或一列

线性代数基本计算规则

1 矩阵标量运算

如果矩阵乘，除，或者加、减一个标量，即：对矩阵的每一个元素进行数学运算

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} * 2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \end{bmatrix} * n = \begin{bmatrix} a11*n & a12*n & a13*n \\ a21*n & a22*n & a23*n \end{bmatrix}$$

线性代数基本计算规则

2 矩阵-矩阵加法和减法

矩阵-矩阵加法和减法要求是矩阵具有相同的尺寸，并且结果将是具有相同尺寸的矩阵。只需在第一个矩阵中添加或减去第二个矩阵的每个值及其对应的值

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b11 & b12 \\ b21 & b22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11+b11 & a12+b12 \\ a21+b21 & a22+b22 \end{bmatrix}$$

线性代数基本计算规则

3 矩阵-矩阵点乘（点积）

矩阵-矩阵点乘要求是矩阵具有相同的尺寸，矩阵各个对应元素相乘

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} b11 & b12 \\ b21 & b22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11 \bullet b11 & a12 \bullet b12 \\ a21 \bullet b21 & a22 \bullet b22 \end{bmatrix}$$

线性代数基本计算规则

4 矩阵矩阵相乘（叉乘）

如果第一个矩阵列的数量与第二个矩阵行数要相等，才能将矩阵相乘
结果矩阵具有与第一个矩阵相同的行数和与第二个矩阵相同的列数

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b11 & b12 \\ b21 & b22 \\ b31 & b33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11*b11+a12*b21+a13*b31 & a11*b12+a12*b22+a13*b33 \\ a21*b11+a22*b21+a12*b31 & a21*b12+a22*b22+a23*b33 \end{bmatrix}$$

A	B	A*B=C
(2，3)	(3，2)	(2，2)
m * n	n * k	m * k

线性代数基本计算规则

5 矩阵-向量乘法

看作**矩阵-矩阵叉乘**的**特列**

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b11 \\ b21 \\ b31 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11*b11+a12*b21+a13*b31 \\ a21*b11+a22*b21+a12*b31 \end{bmatrix}$$

A	B	A*B=C
(2, 3)	(3, 1)	(2, 1)
m * n	n * 1	m * 1

线性代数基本计算规则

6 向量-向量乘法（列向量-行向量）

看作矩阵-矩阵叉乘的特列

$$\begin{bmatrix} b11 \\ b21 \\ b31 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a11 & a12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b11*a11 & b11*a12 \\ b21*a11 & b21*a12 \\ b31*a11 & b31*a12 \end{bmatrix}$$

B	A	B*A=C
(3, 1)	(1, 2)	(3, 2)
n * 1	1 * m	n * m

线性代数基本计算规则

7 向量-向量乘法（行向量-列向量）

看作矩阵-矩阵叉乘的特列中的特例

$$\begin{bmatrix} a11 & a12 & a13 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b11 \\ b21 \\ b31 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11*b11+a12*b21+a13*b31 \end{bmatrix}$$

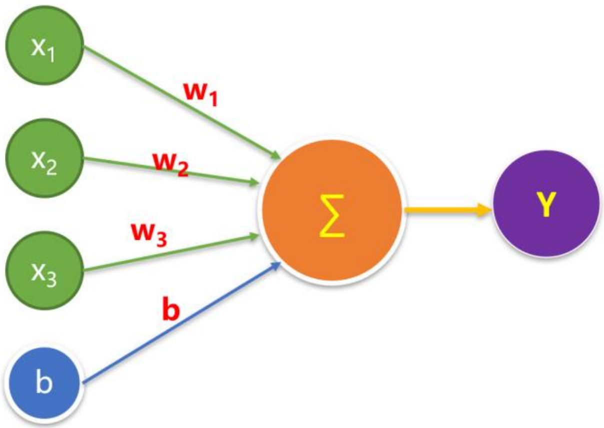
A	B	A*B=C
(1, 3)	(3, 1)	(1, 1)
1 * n	n * 1	1 * 1

多变量线性方程的矩阵运算表示

$Y = x_1 \times w_1 + x_2 \times w_2 + \ldots + x_n \times w_n + b$

$$Y = \sum_{k=0}^{n} x_k * w_k + b$$

$$[x_1 \quad x_2 \quad x_3] * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + b = [x_1 * w_1 + x_2 * w_2 + x_3 * w_3] + b$$



线性代数基本计算规则

8 矩阵转置

第一列变成转置矩阵的第一行，第二列变成了矩阵转置的第二行
一个m * n矩阵被转换成一个n * m矩阵

a的a_{ij}元素等于转置矩阵a^T的a_{ji}元素

转置矩阵像沿着45度轴线的矩阵镜像