逻辑与推理

吴飞

浙江大学计算机学院

提纲

1、 命题逻辑

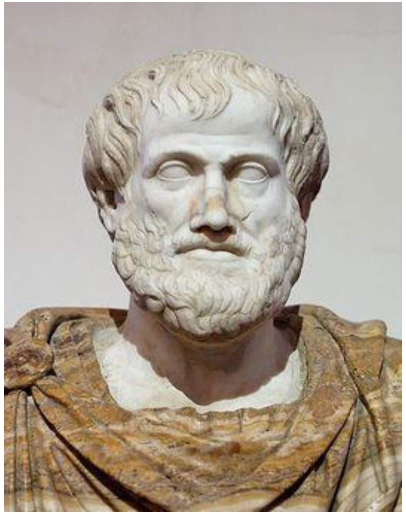
2、 谓词逻辑

3、 知识图谱推理

4、因果推理

逻辑与推理是人工智能的核心问题

- 逻辑是探索、阐述和确立有效推理原则的学科，提出了演绎推理中“三段论”方法的古希腊学者亚里士多德被誉为“逻辑学之父”。一般而言，逻辑是用数学方法来研究关于推理和证明等问题的研究。



亚里士多德（Aristotle公元前384-前322，古代先哲、古希腊人）

逻辑与推理是人工智能的核心问题

- 墨翟（尊称为墨子）被认为是东方逻辑学的奠基人。墨子提出了名、辞、说三种基本思维形式和由故、理、类三物构成的逻辑推理。

- 墨子也提出了一些几何思想，如“平，同高也（两平行线或两平行平面间距离处处相等）”、“ 圆，一中同长也”。

墨子（生卒年不详，名翟（d í），东周春秋末期战国初期宋国人）

逻辑与推理是人工智能的核心问题

- 人类思维活动一个重要功能是逻辑推理，即通过演绎和归纳等手段对现有观测现象进行分析，得出判断。在人工智能发展初期，脱胎于逻辑推理的符号主义人工智能(symbolic AI)是人工智能研究的一种主流学派。
- 在符号主义人工智能中，所有概念均可通过人类可理解的“符号”及符号之间的关系来表示。例如：如果使用符号A来表示对象概念、IsCar（）来表示某个对象是否为“汽车”，那么IsCar(A)表示“A是一辆轿车”这样的概念。注意IsCar(A)由对象A和IsCar（）两部分所构成。如果A是轿车，则IsCar(A)为正确描述、否则为错误描述。
- 符号主义人工智能方法基于如下假设：可通过逻辑方法来对符号及其关系进行计算，实现逻辑推理，辨析符号所描述内容是否正确。

逻辑与推理是基于知识的操作

- 人脑对知识的加工与处理与记忆息息相关。记忆就是对信息的保存和再现能力。

工作记忆
(直觉、顿悟、因果等推理)
持续时间：< 30 sec

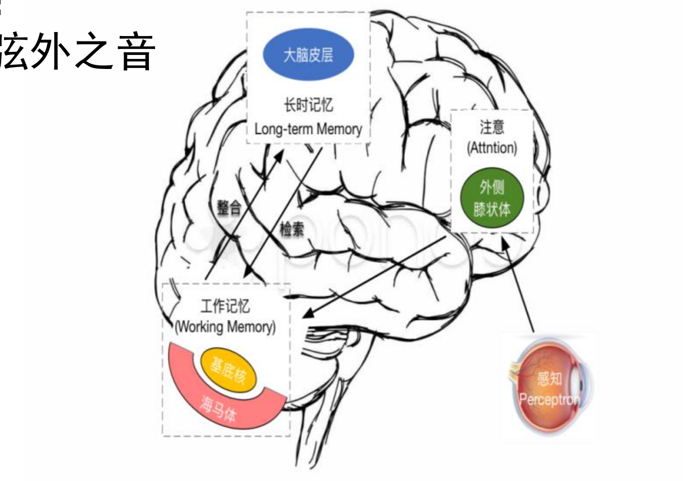
注意力

交互

瞬时记忆
(多通道感知)
持续时间：< 5 sec

长期记忆
(先验、知识等)
持续时间：
1 sec--lifelong

推理：
画外之意、弦外之音



命题逻辑 (Propositional Logic)

- 命题逻辑(proposition logic)是应用一套形式化规则对以符号表示的描述性陈述进行推理的系统。
- 在命题逻辑中，一个或真或假的描述性陈述被称为原子命题，对原子命题的内部结构不做任何解析。
- 若干原子命题可通过逻辑运算符来构成复合命题。

命题逻辑

下面给出了五个陈述

p: 北京是中国的首都

q : 13能被6整除

r： x<8

s: 存在最大的素数

t: $m^2 \geq 0$

- 任何一个命题或为真、或为假。
- p和t是真命题，q和s是假命题。
- r的真假依赖于x的取值，无法判断r的真假，因此r 不是命题。

命题逻辑

- 可通过命题联结词(connectives）对已有命题进行组合，得到新命题。这些通过命题联结词得到的命题被称为复合命题(compound proposition）。假设存在命题p和q，下面介绍五种主要的命题联结词：

命题连接符号	表示形式	意义
与(and)	$p \wedge q$	命题合取(conjunction)，即“p 且 q”
或(or)	$p \vee q$	命题析取(disjunction)，即“ p或 q ”
非（not）	$\neg p$	命题否定(negation)，即“非p”
条件(conditional)	$p \rightarrow q$	命题蕴含(implication)，即“如果 p 则 q”
双向条件(bi-conditional)	$p \leftrightarrow q$	命题双向蕴含(bi-implication)，即“p 当且仅当 q”

命题逻辑

- 通过真值表来计算复合命题的真假。

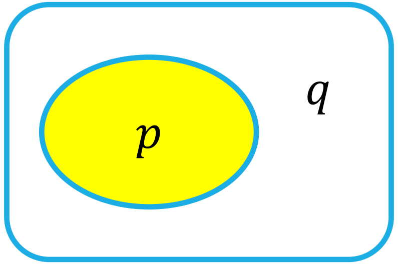
p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
False	False	True	False	False	True	True
False	True	True	False	True	True	False
True	False	False	False	True	False	False
True	True	False	True	True	True	True

命题逻辑

“条件”命题联结词中前提为假时命题真假取值

“如果p那么$q(p \longrightarrow q)$”定义的是一种蕴涵关系（即充分条件），也就是命题q 包含着命题p （ p是q的子集）

p不成立相当于p是一个空集，空集可被其他所有集合所包含，因此当p不成立时，“如果p那么q”永远为真。



命题逻辑

逻辑等价： 给定命题p和命题q，如果p和q在所有情况下都具有同样真假结果，那么p和q在逻辑上等价，一般用$\equiv$来表示，即$p \equiv q$。

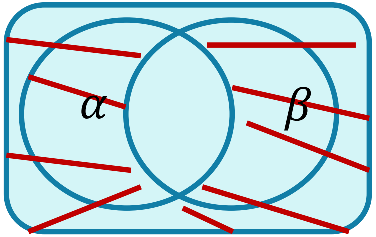
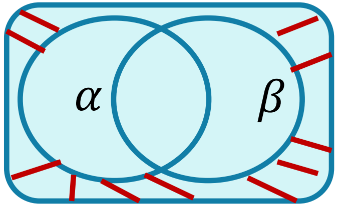
逻辑等价为命题进行形式转换带来了可能，基于这些转换不再需要逐一列出p和q的真值表来判断两者是否在逻辑上等价，而是可直接根据已有逻辑等价公式来判断p和q在逻辑上是否等价。

命题逻辑

逻辑等价的例子

$\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$ ($\wedge$的交互律)	$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv \neg\alpha \vee \beta$ **(蕴涵消除)**
$\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$ ($\vee$的交互律)	$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv (\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$(双向消除)
$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$ ($\wedge$的结合律)	$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ (De Morgan)
$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$ ($\vee$的结合律)	$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ (De Morgan)
$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ (双重否定)	$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ ($\wedge$ 对 $\vee$的分配律)
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv \neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$(逆否命题)	$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$ ($\vee$ 对 $\wedge$的分配律)

命题逻辑：若干逻辑等价命题的解释

$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv \neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$(逆否命题)	秋天天气变凉⇒大雁南飞越冬≡大雁没有南飞越冬⇒秋天天气没有变凉 $x \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \equiv x^2 < 0 \Rightarrow x < 0$
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv \neg\alpha \vee \beta$ (蕴涵消除)	α为假、则命题恒为真；α为真、则β须为真
$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ (De Morgan)	
$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ (De Morgan)	

命题逻辑中的推理规则

假言推理 (Modus Ponens)	$\dfrac{\alpha \Rightarrow \beta,\ \ \alpha}{\beta}$
与消解 (And-Elimination)	$\dfrac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_n}{\alpha_i (1 \leq i \leq n)}$
与导入 (And-Introduction)	$\dfrac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_n}$

命题逻辑中的推理规则

双重否定 (Double-Negation Elimination)	$\dfrac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$
单项消解或单项归结 (Unit Resolution)	$\dfrac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha}$
消解或归结 (Resolution)	$\dfrac{\alpha \vee \beta, \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}, \dfrac{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \cdots \vee \alpha_m, \neg\beta}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \cdots \vee \alpha_{k-1} \vee \alpha_{k+1} \vee \cdots \vee \alpha_m} (\neg\alpha_k = \neg\beta)$

应用归结法进行证明 (1)

1	$\alpha \vee \beta$
2	$\alpha \Rightarrow \gamma$
3	$\beta \Rightarrow \gamma$

已知如上命题成立，
请证明命题γ是成立的

1	$\alpha \vee \beta$	已知
2	$\neg\alpha \vee \gamma$	2进行蕴涵消除
3	$\neg\beta \vee \gamma$	3进行蕴涵消除
4	$\neg\gamma$	假设命题γ不成立
5	$\beta \vee \gamma$	1和2进行归结
6	$\neg\alpha$	2和4进行归结
7	$\neg\beta$	3和4进行归结
8	γ	5和7进行归结
9	假设不成立，命题γ成立	

应用归结法进行证明 (2)

1	$\alpha \vee \beta$
2	$\neg\alpha \vee \beta$
3	$\alpha \vee \neg\beta$
4	$\neg\alpha \vee \neg\beta$

证明如上命题集是不可满足的

1	$\alpha \vee \beta$	已知
2	$\neg\alpha \vee \beta$	已知
3	$\alpha \vee \neg\beta$	已知
4	$\neg\alpha \vee \neg\beta$	已知
5	β	1和2进行归结
6	$\neg\beta$	3和4进行归结
因此，从该命题集中同时推出命题β和命题$\neg\beta$，因此原命题集是不可满足的		

应用归结法进行证明 (3)

1	$\alpha \vee \gamma$
2	$\neg\beta \vee \gamma$
3	$\neg\gamma \vee \alpha$
4	$\neg\alpha \vee \beta$
5	$\neg\alpha \vee \neg\gamma$

证明如上命题集是不可满足的

1	$\alpha \vee \gamma$	已知
2	$\neg\beta \vee \gamma$	已知
3	$\neg\gamma \vee \alpha$	已知
4	$\neg\alpha \vee \beta$	已知
5	$\neg\alpha \vee \neg\gamma$	已知
6	α	1和3进行归结
7	β	4和6进行归结
8	γ	2和7进行归结
9	$\neg\alpha$	5和8进行归结
从该命题集合中可同时推出α和$\neg\alpha$两个命题，因此原命题集合是不可满足的		

命题范式

- 有限个简单合取式构成的析取式称为析取范式
- 由有限个简单析取式构成的合取式称为合取范式
- 析取范式与合取范式统称为范式 (normal form)

◆ 假设$\alpha_i(i=1,2,\dots,k)$为简单的合取式，则$\alpha=\alpha_1\vee\alpha_2\vee\cdots\vee\alpha_k$为析取范式

例如：$(\neg\alpha_1\wedge\alpha_2)\vee\alpha_3$, $\neg\alpha_1\vee\alpha_3\vee\alpha_2$ 等

◆ 假设$\alpha_i(i=1,2,\dots,k)$为简单的析取式，则$\alpha=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k$为合取范式

例如：$(\alpha_1\vee\alpha_2)\wedge\neg\alpha_3$, $\neg\alpha_1\wedge\alpha_3\wedge(\neg\alpha_2\vee\alpha_4)$等

命题范式

- 一个析取范式是不成立的，当且仅当它的每个简单合取式都不成立。
- 一个合取范式是成立的，当且仅当它的每个简单析取式都是成立的。

◆ 任一命题公式都存在着与之等值的析取范式与合取范式(注意：命题公式的析取范式与合取范式都不是唯一的)

问题：求$\neg(\alpha \rightarrow \beta) \vee \neg\gamma$的析取范式与合取范式

$$
\begin{aligned}
& \neg(\alpha \rightarrow \beta) \vee \neg\gamma \\
\Leftrightarrow\ & \neg(\neg\alpha \vee \beta) \vee \neg\gamma \\
\Leftrightarrow\ & (\alpha \wedge \neg\beta) \vee \neg\gamma \text{ (析取范式)} \\
\Leftrightarrow\ & (\alpha \vee \neg\gamma) \wedge (\neg\beta \vee \neg\gamma) \text{ (合取范式)}
\end{aligned}
$$

提纲

1、 命题逻辑

2、 谓词逻辑

3、 知识图谱推理

4、因果推理

从命题逻辑到谓词逻辑

- 命题逻辑的局限性：在命题逻辑中，每个陈述句是最基本的单位(即原子命题)，无法对原子命题进行分解。因此在命题逻辑中，不能表达局部与整体、一般与个别的关系。

- 例如，对于苏格拉底论断，虽知其正确的，但无法通过命题逻辑来进行推理判断：
- α：*所有的人总是要死的*
- β：*苏格拉底是人*
- γ：*所以苏格拉底是要死的*

$\alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$ （不是命题逻辑的有效推理）

无法在命题逻辑基础上完成这样的推导

从命题逻辑到谓词逻辑

- *α：大象是哺乳动物*
- *β：大象是一种最大的哺乳动物*

个体的性质（**是**）、
个体和个体之间的关系（**最大**）

- 解决思路：
  - 不同原子命题蕴含个体、群体和关系等内在丰富语义，命题逻辑无法表现内在丰富语义。因此，需要分析原子命题，分离其主语（个体或群体）和谓语（关系）

需要引入更加强大的逻辑表示方法，这就是谓词逻辑

谓词逻辑

- 在谓词逻辑中，将原子命题进一步细化，分解出个体、谓词和量词，来表达个体与总体的内在联系和数量关系，这就是谓词逻辑研究内容。

- 谓词逻辑中三个核心概念：
  - 个体、谓词（predicate）和量词（quantifier）

谓词逻辑：谓词与个体

- $P(x)$ 表示：$x < x^2$
- P是谓词， x是个体词，x被称为变量。x的具体取值叫个体常项。比如，$P(0.1)$ 和$P(0.02)$使得谓词为假。个体的取值范围为个体域。
- 一般用大写字母P, Q, R等来表示谓词。上述$P(x)$描述了是否存在一个数，这个数小于自身平方这种关系。
- 谓词中可以有若干个个体变量，如$\mathrm{father}(x, y)$ 表示x是y父亲。
- $P(x)$是一元谓词（包含一个个体）， $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ 被称为n元谓词（包含若干个体） 。

谓词逻辑：量词

- 全称量词(universal quantifier, $\forall$)
  - 全称量词用符号$\forall$表示，表示一切的、凡是的、所有的、每一个等。$\forall x$表示定义域中的所有个体， $\forall xP(x)$表示定义域中的所有个体具有性质P
- 存在量词(existential quantifier, $\exists$)
  - 存在量词用符号$\exists$表示，表示存在、有一个、某些等。 $\exists x$表示定义域中存在一个或若干个个体，$\exists xP(x)$表示定义域中存在一个个体或若干个体具有性质P
- 全称量词和存在量词统称为量词。

谓词逻辑：量词

- 全称量词
  - 谓词$P(x)$：x能够制造工具。$\forall x P(x)$表示定义域中的所有个体能够制造工具。$P(小王)$表示小王能够制造工具。

- 存在量词
  - 谓词$P(x)$：x能够制造工具。 $\exists x P(x)$表示定义域中的存在某个/某些个体能够制造工具。$P(小王)$表示小王能够制造工具（该命题或者为真、或者为假）。

谓词逻辑：量词

- 全称量词与存在量词之间的组合
  - $\forall x \neg P(x) \equiv \neg \exists x P(x)$
  - $\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$
  - $\forall x P(x) \equiv \neg \exists x \neg P(x)$
  - $\exists x P(x) \equiv \neg \forall x \neg P(x)$

谓词逻辑：函数与谓词的区别

- 函词中个体变元用个体常量（来自定义域）代入后结果仍是个体（值域），如定义函数$f(x)=x+10$，则$f(2)=12$
- 谓词中个体变元用个体常量带入后就变成了命题，如$car(x)$ (x是车)这个谓词中x用吉普车代替，则car(吉普车)是命题。
- 函数是从定义域到值域的映射；谓词是从定义域到$\{True, False\}$ 的映射

谓词逻辑：谓词演算的合式公式

- 命题常项、命题变项、原子谓词（不存在任何量词与联结词）是合式公式。
- 如果A和B是合式公式，那么$\neg A$、 $A \wedge B$、 $A \vee B$、 $A \rightarrow B$ 、$A \leftrightarrow B$ 都是合式公式
- 如果A是合式公式， x是个体变元，则$\exists x A(x)$ 和$\forall x A(x)$也是合式公式
- 有限次地使用上述规则求得公式是合式公式

若干谓词逻辑的推理规则

- 全称量词消去(Universal Instantiation, UI): $(\forall x)A(x) \rightarrow A(y)$
- 全称量词引入(Universal Generalization, UG): $A(y) \rightarrow (\forall x)A(x)$
- 存在量词消去(Existential Instantiation, EI): $(\exists x)A(x) \rightarrow A(c)$
- 存在量词引入(Existential Generalization, EG): $A(\mathrm{c}) \rightarrow (\exists x)A(x)$

谓词逻辑的推理例子

已知：

- $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
- $(\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x))$

试证明：$(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$

证明过程：

- $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
- $P(x) \rightarrow Q(x)$（消去全称量词）
- $(\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x))$
- $Q(x) \rightarrow R(x)$（消去全称量词）
- $P(x) \rightarrow R(x)$
- $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$（引入$x$）

谓词逻辑的推理例子

已知：

- $(\forall x)(F(x) \rightarrow (G(x) \wedge H(x)))$
- $(\exists x)(F(x) \wedge P(x))$

试证明：$(\exists x)\ (P(x) \wedge H(x))$

证明过程：

1. $(\forall x)(F(x) \rightarrow (G(x) \wedge H(x)))$ (已知)
2. $(\exists x)(F(x) \wedge P(x))$ (已知)
3. $F(a) \wedge P(a)$ (2的EI)
4. $F(a) \rightarrow (G(a) \wedge H(a))$ (1的UI)
5. $F(a)$ (由3知)
6. $G(a) \wedge H(a)$ (4和5的假言推理)
7. $P(a)$ (由3知)
8. $H(a)$ (由6知)
9. $P(a) \wedge H(a)$(7和8的合取)
10. $(\exists x)\ (P(x) \wedge H(x))$ (9的EG)

自然语言的形式化

每一个奇数均存在一个大于它的奇数：

- odd(x): x是奇数
- Great(x, y): x 大于y
- $(\forall x)\left(odd(x) \rightarrow (\exists y)\big(odd(y) \wedge Great(y,x)\big)\right)$

自然语言的形式化

前提： 1) 每驾飞机或者停在地面或者飞在天空；2) 并非每驾飞机都飞在天空

结论： 有些飞机停在地面

形式化： plane(x): x是飞机；in_ground(x): x停在地面；on_fly(x): x飞在天空

已知：$(\forall x)(plane(x) \rightarrow in\_ground(x) \vee \mathrm{on\_fly}(x))$，$(\neg\forall x)(plane(x) \rightarrow on\_fly(x))$

请证明：$(\exists x)(plane(x) \wedge in\_ground(x))$

证明：

1. $(\neg\forall x)(plane(x) \rightarrow on\_fly(x))$ (已知)
2. $(\exists x)\neg(plane(x) \rightarrow on\_fly(x))$
3. $(\exists x)\neg(\neg plane(x) \vee on\_fly(x))$
4. $(\exists x)(plane(x) \wedge \neg on\_fly(x))$

1. $(\neg\forall x)(plane(x) \rightarrow on\_fly(x))$
2. $(\exists x)\neg(plane(x) \rightarrow on\_fly(x))$
3. $(\exists x)\neg(\neg plane(x) \vee on\_fly(x))$
4. $(\exists x)(plane(x) \wedge \neg on\_fly(x))$
5. $plane(a) \wedge \neg on\_fly(a)$
6. $plane(a)$
7. $\neg on\_fly(a)$
8. $(\forall x)(plane(x) \rightarrow in\_ground(x) \vee \mathrm{on\_fly}(x))$
9. $plane(a) \rightarrow in\_ground(a) \vee \mathrm{on\_fly}(a)$
10. $in\_ground(a) \vee \mathrm{on\_fly}(a)$
11. $in\_ground(a)$
12. $plane(a) \wedge in\_ground(a)$
13. $(\exists x)(plane(x) \wedge in\_ground(x))$

专家系统的构成

答案输出

问题逻辑化（机器可理解）

推理机（专家系统）

对某个领域的自然语言、文本语句等信息进行逻辑化

服务

知识

数据

提纲

1、 命题逻辑

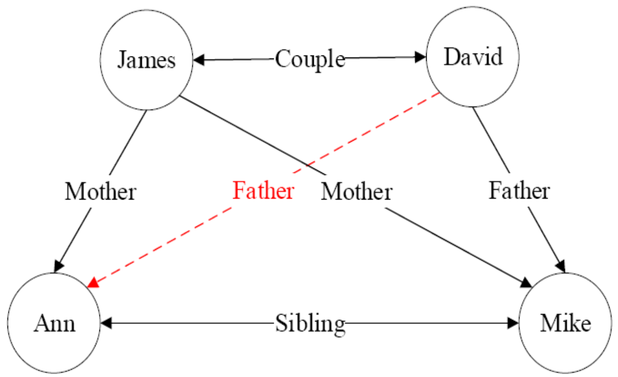
2、 谓词逻辑

3、 知识图谱推理

4、因果推理

知识图谱：基本概念

- 知识图谱可视为包含多种关系的图。在图中，每个节点是一个实体（如人名、地名、事件和活动等），任意两个节点之间的边表示这两个节点之间存在的关系。
- 一般而言，可将知识图谱中任意两个相连节点及其连接边表示成一个三元组（*triplet*），即(left_*node*, *relation*, *right_node*)，例：(David, *Father*, *Mike*)。



知识图谱：知识工程

The art of artificial intelligence—Themes and case studies of knowledge engineering

by EDWARD A. FEIGENBAUM
Stanford University
Stanford, California

INTRODUCTION—AN EXAMPLE

This paper will examine emerging themes of knowledge engineering, illustrate them with case studies drawn from the work of the Stanford Heuristic Programming Project, and discuss general issues of knowledge engineering art and practice.

Let me begin with an example new to our workbench: a system called PUFF, the early fruit of a collaboration between our project and a group at the Pacific Medical Center (PMC) in San Francisco.*

A physician refers a patient to PMC's pulmonary function testing lab for diagnosis of possible pulmonary function disorder. For one of the tests, the patient inhales and exhales a few times in a tube connected to an instrument/computer combination. The instrument acquires data on flow rates and volumes, the so-called flow-volume loop of the patient's lungs and airways. The computer measures certain parameters of the curve and presents them to the diagnostician (physician or PUFF) for interpretation. The diagnosis is made along these lines: normal or diseased; restricted lung disease or obstructive airways disease or a combination of both; the severity; the likely disease type(s) (e.g., emphysema, bronchitis, etc.); and other factors important for diagnosis.

PUFF is given not only the measured data but also certain items of information from the patient record, e.g., sex, age, number of pack-years of cigarette smoking. The task of the PUFF system is to infer a diagnosis and print it out in English in the normal medical summary form of the interpretation expected by the referring physician.

Everything PUFF knows about pulmonary function diagnosis is contained in (currently) 55 rules of the IF. . . THEN. . . form. No textbook of medicine currently records these rules. They constitute the partly-public, partly-private knowledge of an expert pulmonary physiologist at PMC, and were extracted and polished by project engineers working intensively with the expert over a period of time. Here is an example of a PUFF rule (the unexplained acronyms refer to various data measurements):

* Dr. J. Osborn, Dr. R. Fallat, John Kunz, Diane McClung.

RULE 31

IF:
1) The severity of obstructive airways disease of the patient is greater than or equal to mild, and
2) The degree of diffusion defect of the patient is greater than or equal to mild, and
3) The tlc (body box) observed/predicted of the patient is greater than or equal to 110 and
4) The observed-predicted difference in rv/tlc of the patient is greater than or equal to 10

THEN:
1) There is strongly suggestive evidence (.9) that the subtype of obstructive airways disease is emphysema, and
2) It is definite (1.0) that "OAD, Diffusion Defect, elevated TLC, and elevated RV together indicate emphysema." is one of the findings.

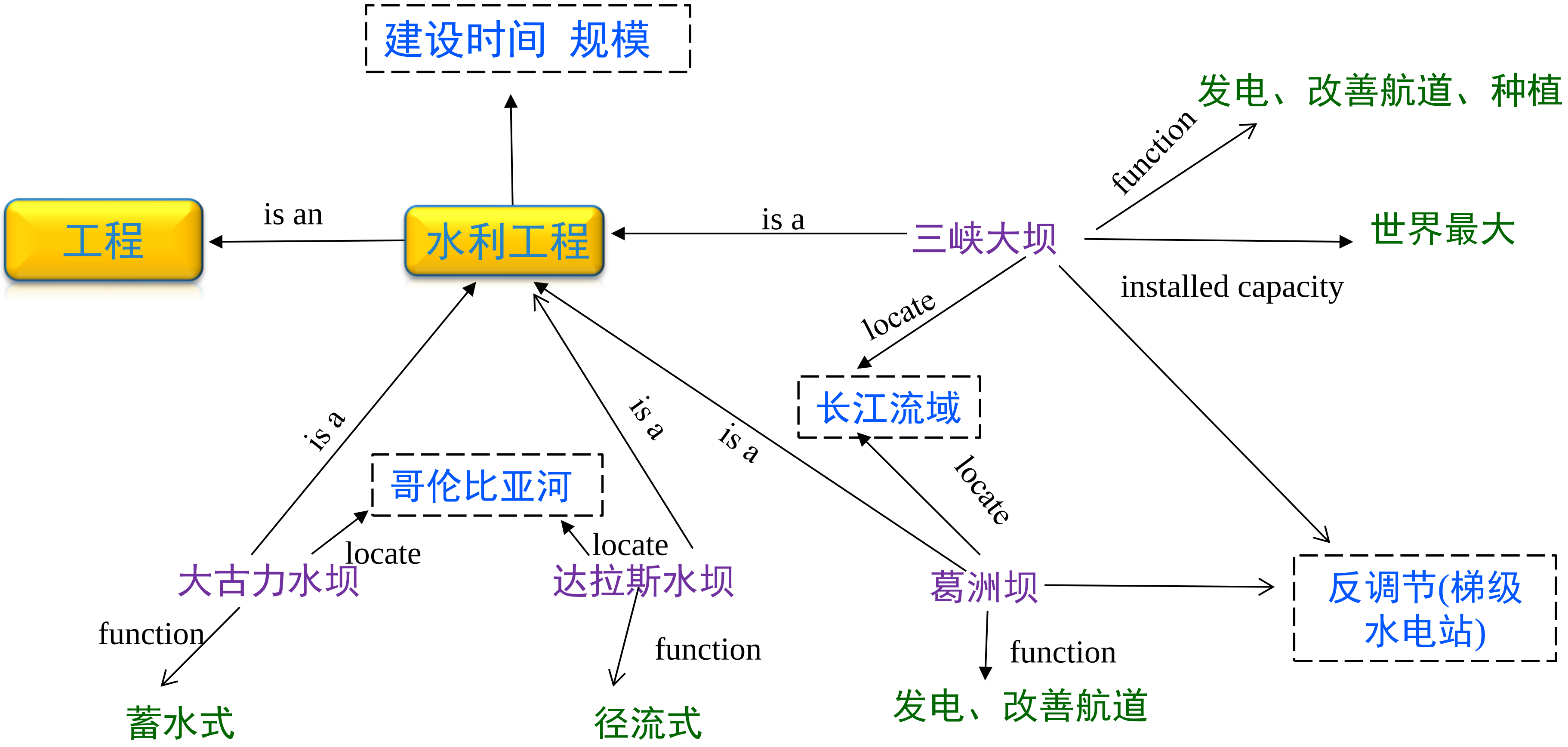
One hundred cases, carefully chosen to span the variety of disease states with sufficient exemplary information for each, were used to extract the 55 rules. As the knowledge emerged, it was represented in rule form, added to the system and tested by running additional cases. The expert was sometimes surprised, sometimes frustrated, by the occasional gaps and inconsistencies in the knowledge, and the incorrect diagnoses that were logical consequences of the existing rule set. The interplay between knowledge engineer and expert gradually expanded the set of rules to remove most of these problems.

As cumulation of techniques in the art demands and allows, a new tool was not invented when an old one would do. The knowledge engineers pulled out of their toolkit a version of the MYCIN system (to be discussed later), with the rules about infectious diseases removed, and used it as the inference engine for the PUFF diagnoses. Thus PUFF, like MYCIN, is a relatively simple backward-chaining infer-

- In 1977, Edward Albert Feigenbaum proposed the idea of **Knowledge Engineering.**
- develops knowledge-based systems. Such systems are computer programs that contain large amounts of knowledge, rules and reasoning mechanisms to provide solutions to real-world problems. A major form of knowledge-based system is an expert system, one designed to emulate the reasoning processes of an expert practitioner
- Edward Albert Feigenbaum and Raj Reddy were awarded Turing Award in 1994.

Feigenbaum, E. A., The Art of Artificial Intelligence: Themes and Case Studies of Knowledge Engineering, *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence(IJCAI),1997*

知识图谱的构成：以水利工程为例



知识图谱的构成：以水利工程为例

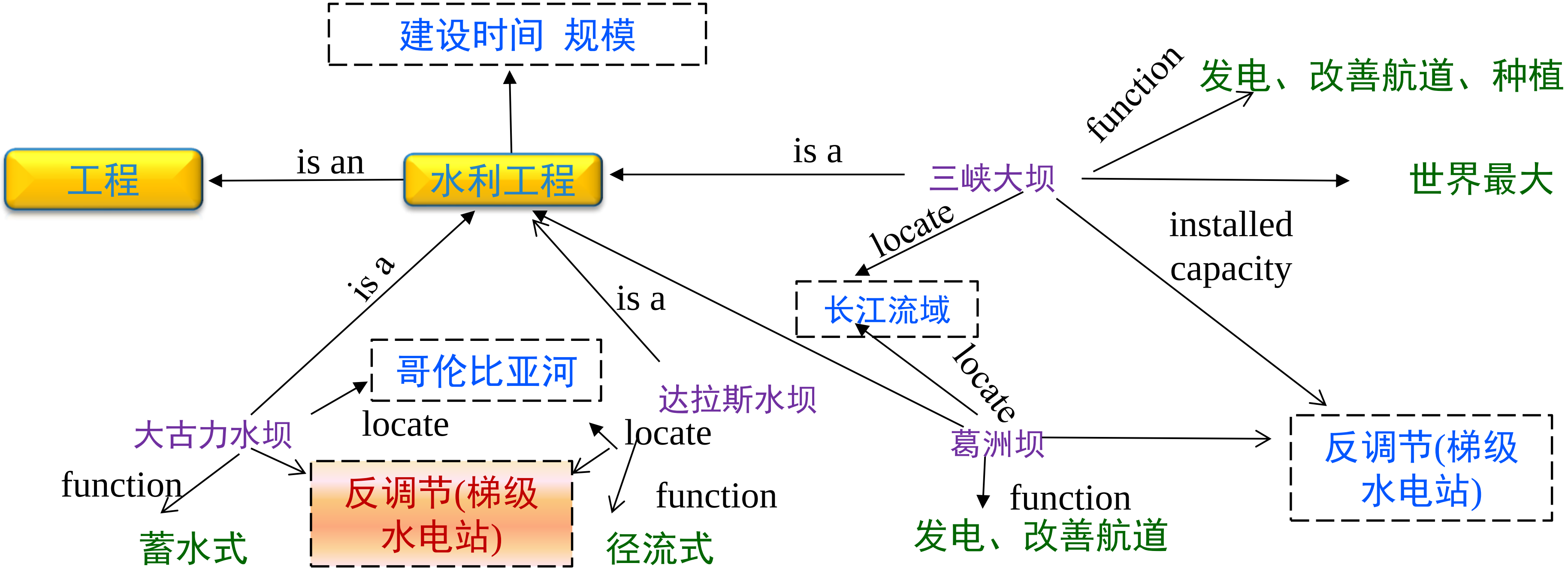
- 概念之间层次化关系(ontology)：
  - 如：工程 → 水利工程
    - 与Wordnet等早期本体知识构建不同，现有方法多在传统分类法(Taxonomy)中结合大众分类(Folksonomy)和机器学习来构建语义网络分类体系。
- 概念对应的例子或实体(*instance/entity*)
  - 如三峡大坝和葛洲坝等属于水利工程这一概念。
    - 一般通过分类识别等手段实现。

知识图谱的构成：以水利工程为例

- 概念或实体的属性：
  - 属性是对概念或实体内涵的描述，如水利工程具有建设时间和规模等属性、三峡大坝具有发电功能等属性。
- 概念或实体之间的关系：
  - 如三峡大坝和葛洲坝之间具有“梯级调节”关系。
- 概念或实体的属性描述和关系表达一般通过三元组来表示：
  - *(entity, relation, entity)或(subject, predicate, object)*
- 学习概念或实体属性描述及其关联关系是丰富知识图谱的关键！

知识图谱的构成：以水利工程为例

- 知识图谱推理 (inference)：
  - 通过机器学习等方法对知识图谱所蕴含关系进行挖掘。

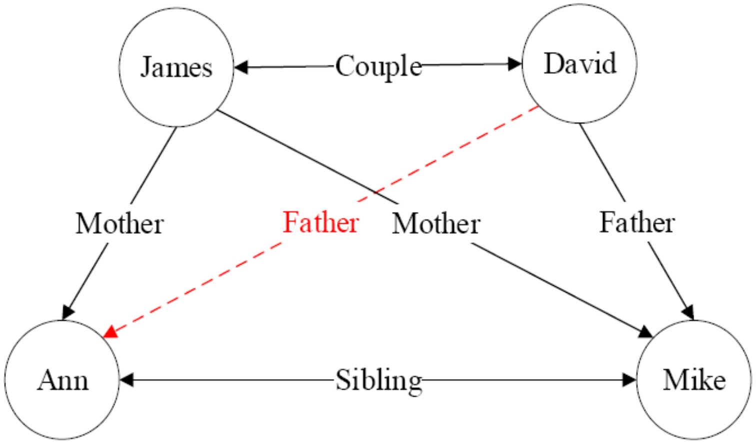


知识图谱的构成

- 概念：层次化组织
- 实体：概念的示例化描述
- 属性：对概念或实体的描述信息
- 关系：概念或实体之间的关联
- 推理规则：可产生语义网络中上述新的元素

在实际中，知识图谱一般可通过标注多关系图（*labeled multi-relational graph*）来表示。

知识图谱推理

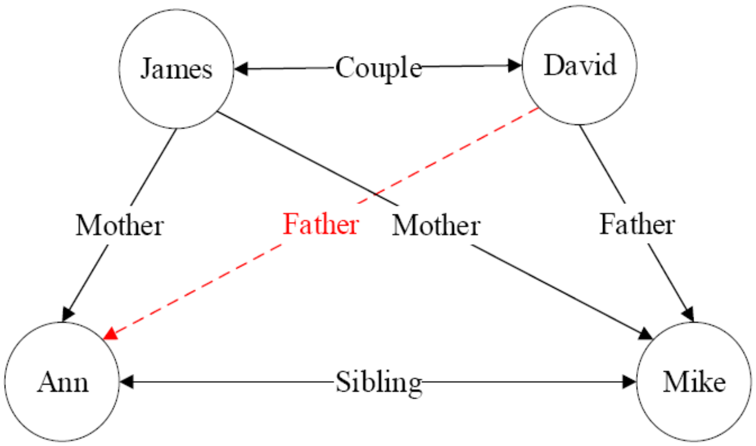


一个简单的家庭关系知识图谱

知识图谱中存在连线的两个实体可表达为形如<left_node, relation, right_node >的三元组形式，这种三元组也可以表示为一阶逻辑(first order logic, FOL)的形式，从而为基于知识图谱的推理创造了条件。

例如从<奥巴马，出生地，夏威夷>和<夏威夷，属于，美国>两个三元组，可推理得到<奥巴马，国籍，美国>。

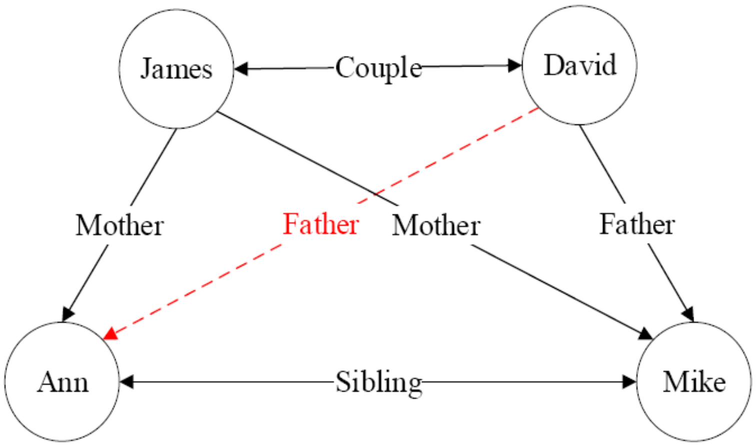
知识图谱推理



一个简单的家庭关系知识图谱

- 可利用一阶谓词来表达刻画知识图谱中节点之间存在的关系，如图中形如<James,$Couple$,David>的关系可用一阶逻辑的形式来描述，即$Couple$(James, David)。
- $Couple(x,y)$是一阶谓词，$Couple$是图中实体之间具有的关系，x和y是谓词变量
- 从图中已有关系可推知David和Ann具有父女关系，但这一关系在图中初始图(无红线)中并不存在，是需要推理的目标。

知识图谱推理



一个简单的家庭关系知识图谱

- 问题：如何从知识图谱中推理得到

$$\underline{father(David, Ann)}$$

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow Father(x,y)\big)$$

如果能够学习得到这条规则，该有多好？
（从具体例子中学习，这是归纳推理的范畴）

知识图谱推理：归纳学习

归纳逻辑程序设计 (inductive logic programming，ILP)算法

归纳逻辑程序设计（ILP）是机器学习和逻辑程序设计交叉领域的研究内容。

ILP使用一阶谓词逻辑进行知识表示，通过修改和扩充逻辑表达式对现有知识归纳，完成推理任务。

作为ILP的代表性方法，FOIL（First Order Inductive Learner）通过**序贯覆盖**实现规则推理。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

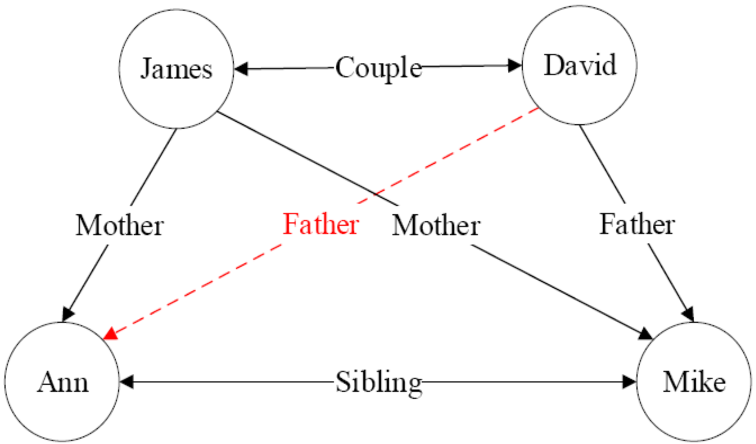
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(\underline{Mother(z,y) \wedge Couple(x,z)} \rightarrow \underline{Father(x,y)}\big)$$

前提约束谓词
（学习得到）

目标谓词
（已知）

推理手段：*positive examples* + *negative examples* + *background knowledge examples* $\Longrightarrow$ **hypothesis**

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)



一个简单的家庭关系知识图谱

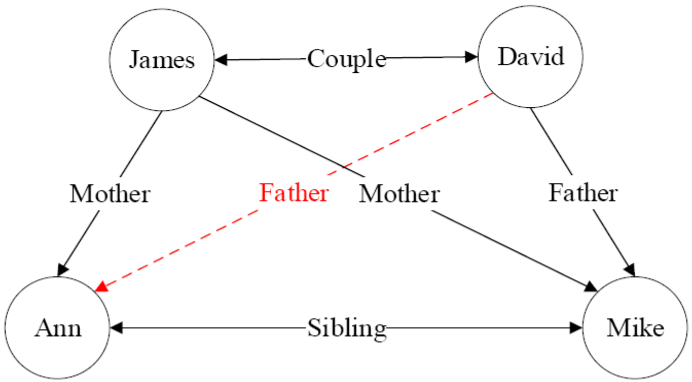
- **目标谓词：** $Father(x, y)$

  目标谓词只有一个正例$Father$(David, Mike)。

  反例在知识图谱中一般不会显式给出，但可从知识图谱中构造出来。如从知识图谱中已经知道$Couple$(David, James)成立，则$Father$(David, James)可作为目标谓词P的一个反例，记为$\neg Father$ (David, James)。

- 只能在已知两个实体的关系且确定其关系与目标谓词相悖时，才能将这两个实体用于构建目标谓词的反例，而不能在不知两个实体是否满足目标谓词前提下将它们来构造目标谓词的反例。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)



一个简单的家庭关系知识图谱

- **目标谓词：** $Father(x, y)$
- 背景知识：知识图谱中目标谓词以外的其他谓词实例化结果，如$Sibling$(Ann, Mike)

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\Big(\underbrace{Mother(z,y) \wedge Couple(x,z)}_{\text{前提约束谓词（学习得到）}} \rightarrow \underbrace{\boxed{Father(x,y)}}_{\text{目标谓词（已知）}}\Big)$$

推理思路：从一般到特殊，逐步给目标谓词添加前提约束谓词，直到所构成的推理规则不覆盖任何反例。

从一般到特殊：对目标谓词或前提约束谓词中的变量赋予具体值，如将$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow Father(x,y)\big)$这一推理规则所包含的目标谓词$Father(x,y)$中$x$和$y$分别赋值为David和Ann，进而进行推理。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow \boxed{Father(x,y)}\big)$$

前提约束谓词
（学习得到）

目标谓词
（已知）

哪些谓词好呢？可以作为目标谓词的前提约束谓词？

FOIL中信息增益值
(information gain)

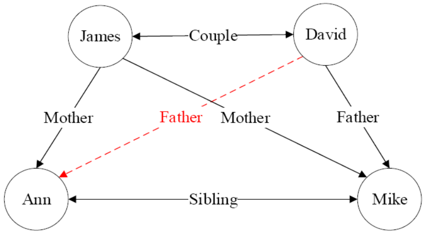
FOIL信息增益值计算方法如下：

$$FOIL\_Gain = \widehat{m_+} \cdot \left(\log_2 \frac{\widehat{m_+}}{\widehat{m_+} + \widehat{m_-}} - \log_2 \frac{m_+}{m_+ + m_-}\right)$$

其中，$\widehat{m_+}$和$\widehat{m_-}$是增加前提约束谓词后所得新推理规则覆盖的正例和反例的数量，m_+和m_-是原推理规则所覆盖的正例和反例数量。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow \boxed{Father(x,y)}\big)$$



前提约束谓词
（学习得到）

目标谓词
（已知）

- $Mother(\cdot,\cdot)$
- $Sibling(\cdot,\cdot)$
- $Couple(\cdot,\cdot)$

依次将谓词加入到推理规则中作为前提约束谓词，

并计算所得到新推理规则的FOIL增益值。

基于计算所得FOIL增益值来选择最佳前提约束谓词。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow \boxed{Father(x,y)}\big)$$

前提约束谓词
（学习得到）

目标谓词
（已知）

背景知识 样例集合	Sibling(Ann, Mike) Couple(David, James) Mother(James, Ann) Mother(James, Mike)	目标谓词 训练样例 集合	Father(David, Mike) ¬Father(David, James) ¬Father(James, Ann) ¬Father(James, Mike) ¬Father(Ann, Mike)

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

给定目标谓词，此时推理规则只有目标谓词，因此推理规则所覆盖的正例和反例的样本数分别是训练样本中正例和反例的数量，即1和4，因此，$m_+ = 1$，$m_- = 4$。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

将$Mother(x,y)$作为前提约束谓词加入，可得到推理规则 $Mother(x,y) \rightarrow Father(x,y)$

在背景知识中，$Mother(x,y)$有两个实例

- $Mother$(James, Ann)
- $Mother$(James, Mike)

对于$Mother$(James, Ann)这一实例，x = James，y = Ann，将x和y代入$Father(x,y)$得到$Father$(James, Ann)，可知在训练样本中$Father$(James, Ann)是一个反例

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} =0$	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

将$Mother(x,y)$作为前提约束谓词加入，可得到推理规则
$Mother(x,y) \rightarrow Father(x,y)$

在背景知识中，$Mother(x,y)$有两个实例
$Mother$(James, Ann)
$Mother$(James, Mike)

对于$Mother$(James, Mike)这一实例， x= James， y = Mike，将x和y代入$Father(x,y)$得到$Father$(James, Mike)，可知在训练样本中$Father$(James, Mike)是一个反例

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} =0$	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

$Mother(x,y) \rightarrow Father(x,y)$

覆盖正例和反例数量分别为0和2，即$\widehat{m_+} = 0$，$\widehat{m_-} = 2$

由于$\widehat{m_+} = 0$，代入$FOIL_Gain$公式时会出现负无穷的情况，此时$FOIL_Gain$ 记为NA（Not Available）

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-}$ =0	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

如果将$Couple(x,z)$作为前提约束谓词加入，可得到如下推理规则 $Couple(x,z) \rightarrow Father(x,y)$

在背景知识中，$Couple(x,z)$只有一个实例$Couple$(David, James)，即 x=David，z= James，将其代入$Father(x,y)$得到$Father$(David, y)。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
目标谓词	前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \leftarrow$	空集	$m_+ = 1$	$m_- = 4$	$FOIL\_Gain$
$Father(x,y) \leftarrow$	$Mother(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Mother(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Mother(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 3$	0.32
	$Sibling(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(x,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$Sibling(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Sibling(z,y)$	$\widehat{m_+} = 1$	$\widehat{m_-} = 2$	0.74
	$Couple(x,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA
	$\boldsymbol{Couple(x,z)}$	$\boldsymbol{\widehat{m_+} = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m_-} = 1}$	1.32
	$Couple(y,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} =0$	NA
	$Couple(y,z)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 0$	NA
	$Couple(z,x)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 2$	NA
	$Couple(z,y)$	$\widehat{m_+} = 0$	$\widehat{m_-} = 1$	NA

在训练样本中存在正例$Father$(David, Mike)以及反例$\neg Father$(David, James)，即$Couple(x,z) \rightarrow Father(x,y)$覆盖正例和反例数量分别为1和1。信息增益值为：

$$\widehat{m_+} \cdot \left(\log_2 \frac{\widehat{m_+}}{\widehat{m_+} + \widehat{m_-}} - \log_2 \frac{m_+}{m_+ + m_-}\right)$$

$$= 1 \cdot \left(\log_2 \frac{1}{1+1} - \log_2 \frac{1}{1+4}\right)$$

$$= 1.32$$

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

Back-ground knowledge	Sibling(Ann, Mike) Couple(David, James) Mother(James, Ann) Mother(James, Mike)
Positive and negative samples	Father(David, Mike) ¬Father(David, James) ~~¬Father(James, Ann)~~ ~~¬Father(James, Mike)~~ ~~¬Father(Ann, Mike)~~

- $Couple(x, z)$ 加入后信息增益最大
- 将 $Couple(x, z)$ 加入推理规则，得到 $Couple(x, z) \rightarrow Father(x, y)$新推理规则
- 将训练样例中与该推理规则不符的样例去掉。这里不符指当$Couple(x, z)$中x取值为David时，与$Father$(David,)或¬$Father$(David,)无法匹配的实例。
- 训练样本集中只有正例$Father$(David, Mike)和负例¬$Father$(David, James)两个实例

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
现有规则	拟加入前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \longleftarrow Couple(x,z)$		$m_+ = 1$	$m_- = 1$	1.32
$Father(x,y) \longleftarrow Couple(x,z)$	$\wedge\, Mother(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, \boldsymbol{Mother(z,y)}$	$\boldsymbol{\widehat{m}_+ = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m}_- = 0}$	**1**
	$\wedge\, Sibling(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(z,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 1$	NA
	$\wedge\, Couple(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 1$	$\widehat{m}_- = 1$	0
	$\wedge\, Couple(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(z,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA

- $Mother(z,y)$加入信息增益最大
- 将$Mother(z,y)$加入，得到新推理规则

  $\boldsymbol{Mother(z,y) \wedge Couple(x,z)}$

  $\boldsymbol{\rightarrow Father(x,y)}$
- 当x=David、y=Mike、z =James时，该推理规则覆盖训练样本集合中正例$Father$(David, Mike)且不覆盖任意反例，因此算法学习结束。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

推理规则		推理规则涵盖的正例和反例数		FOIL信息增益值
现有规则	拟加入前提约束谓词	正例	反例	信息增益值
$Father(x,y) \longleftarrow Couple(x,z)$		$m_+ = 1$	$m_- = 1$	1.32
$Father(x,y) \longleftarrow Couple(x,z)$	$\wedge\, Mother(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Mother(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\boldsymbol{\wedge\, Mother(z,y)}$	$\boldsymbol{\widehat{m}_+ = 1}$	$\boldsymbol{\widehat{m}_- = 0}$	**1**
	$\wedge\, Sibling(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Sibling(z,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(x,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 1$	NA
	$\wedge\, Couple(x,z)$	$\widehat{m}_+ = 1$	$\widehat{m}_- = 1$	0
	$\wedge\, Couple(y,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- =0$	NA
	$\wedge\, Couple(y,z)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(z,x)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA
	$\wedge\, Couple(z,y)$	$\widehat{m}_+ = 0$	$\widehat{m}_- = 0$	NA

$$\boldsymbol{Mother(z,y) \wedge Couple(x,z)}$$
$$\boldsymbol{\rightarrow Father(x,y)}$$

已知：

$Mother$(James, Ann)

$Couple$(David,James)

于是：$Father$(David, Ann)

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)\big(Mother(z,y) \wedge Couple(x,z) \rightarrow Father(x,y)\big)$$

前提约束谓词
（学习得到）

目标谓词
（已知）

推理手段： *positive* ***examples*** + *negative* ***examples*** + *background knowledge* ***examples*** $\Longrightarrow$ **hypothesis**

背景知识 样例 集合	Sibling(Ann, Mike) Couple(David, James) Mother(James, Ann) Mother(James, Mike)	目标谓词 训练样例 集合	Father(David, Mike) ¬Father(David, James) ¬Father(James, Ann) ¬Father(James, Mike) ¬Father(Ann, Mike)

给定目标谓词，FOIL算法从实例（正例、反例、背景样例）出发，不断测试所得到推理规则是否还包含反例，一旦不包含负例，则学习结束，展示了“**归纳学习**”能力。

知识图谱推理：FOIL (First Order Inductive Learner)

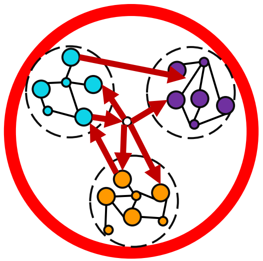
FOIL（First Order Inductive Learner）算法

FOIL算法	
输入：	目标谓词P，P的训练样例（正例集合E^+和反例集合E^-），其他背景知识
输出：	推导得到目标谓词P的推理规则
1	将目标谓词作为所学习推理规则的结论
2	将其他谓词逐一作为前提约束谓词加入推理规则，计算所得到推理规则的FOIL信息增益值，选取最优前提约束谓词以生成新推理规则，并将训练样例集合中与该推理规则不符的样例去掉
3	重复2过程，直到所得到的推理规则不覆盖任意反例

知识图谱推理

推理机

- 概念
- 实体
- 属性
- 关系



知识图谱的扩充