

5. 二叉树

有根有序树 = 二叉树

宝玉终是不安本分之人，竟一味的随心所欲，因此又发了癖性，又特向秦钟悄说道：“咱们两个人一样的年纪，况又是同窗，以后不必论叔侄，只论弟兄朋友就是了。”

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

二叉树

❖ 节点度数不超过2的树

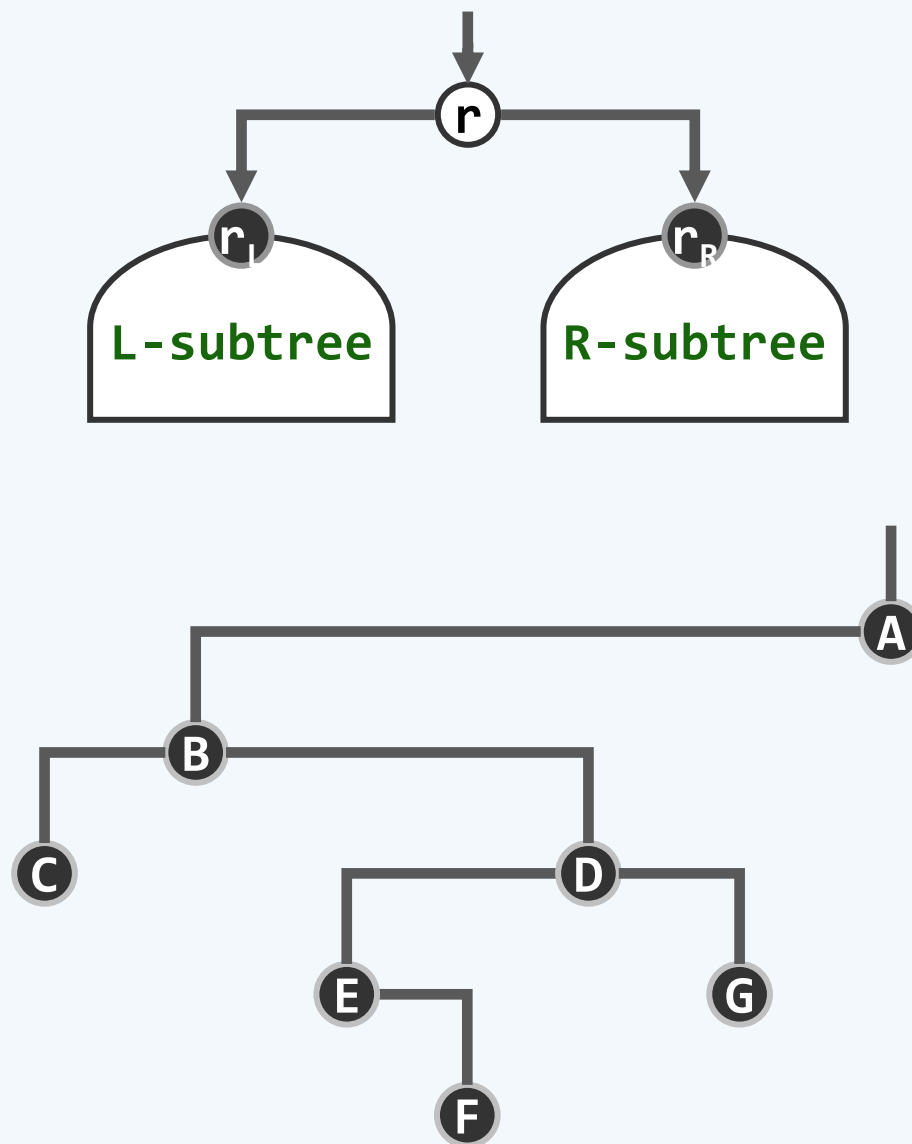
称作二叉树 (binary tree)

❖ 同一节点的孩子和子树，均以左、右区分

lc() ~ lSubtree()

rc() ~ rSubtree()

隐含有序



基数

❖ 深度为 k 的节点，至多 2^k 个

❖ 含 n 个节点、高度为 h 的二叉树中

$$h < n < 2^{h+1}$$

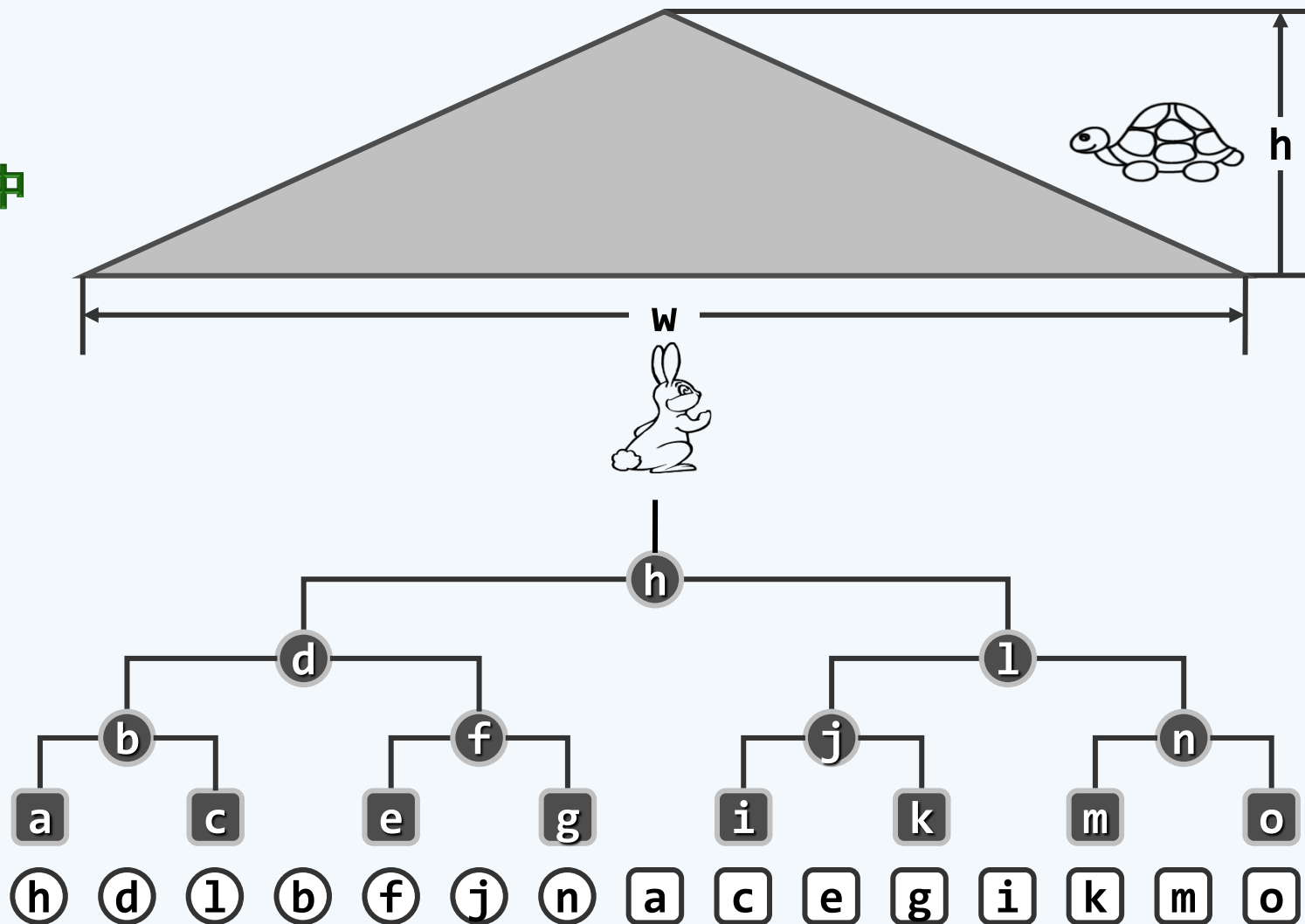
1) $n = h + 1$ 时

退化为一条单链

2) $n = 2^{h+1} - 1$ 时

即所谓**满二叉树**

(full binary tree)



基数

❖ 设度数为0、1和2的节点，各有 n_0 、 n_1 和 n_2 个

❖ 边数 $e = n - 1 = n_1 + 2n_2$

1/2度节点各对应于1/2条入边

❖ 叶节点数 $n_0 = n_2 + 1$

n_1 与 n_0 无关

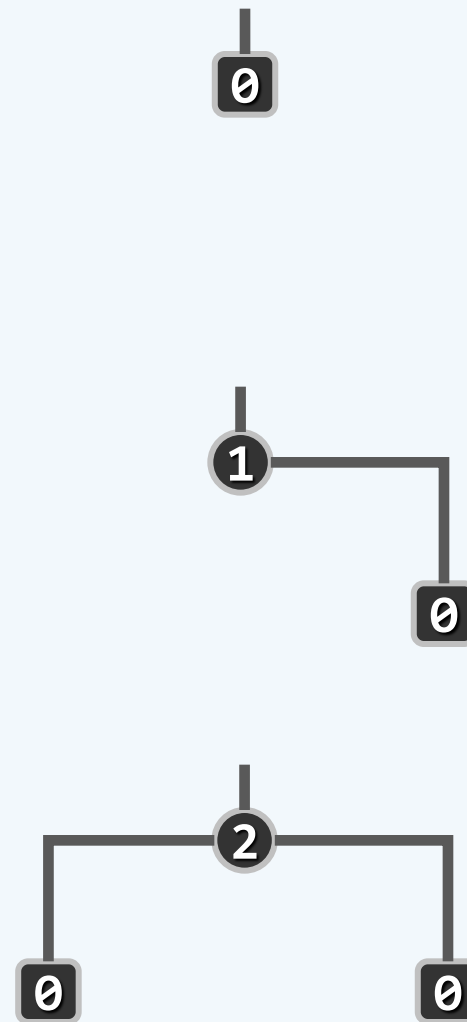
$h = 0$ 时, $1 = 0 + 1$; 此后, n_0 与随 n_2 同步递增

❖ 节点数 $n = n_0 + n_1 + n_2 = 1 + n_1 + 2n_2$

❖ 特别地, 当 $n_1 = 0$ 时, 有

$e = 2n_2$ 和 $n_0 = n_2 + 1 = (n + 1)/2$

此时, 节点度数均为偶数, 不含单分支节点...



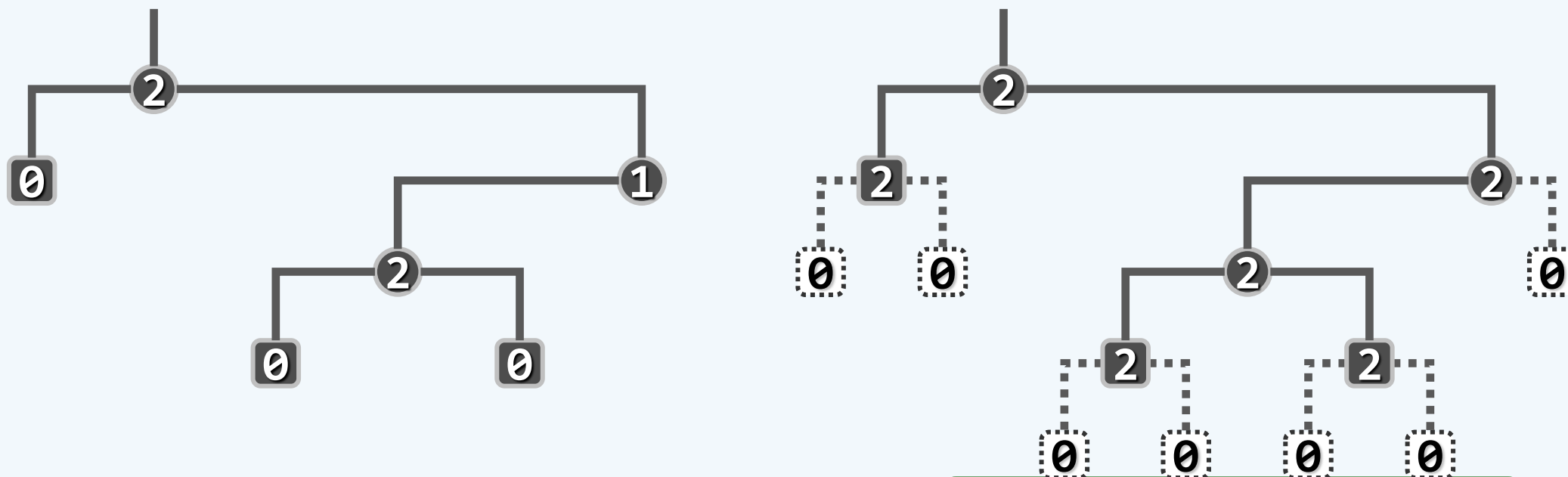
真二叉树

❖ 通过引入 $n_1 + 2n_0$ 个外部节点，可使原有节点度数统一为2

如此，即可将任一二叉树转化为真二叉树（proper binary tree）

❖ 验证：如此转换之后，全树自身的复杂度并未实质增加

❖ 对于红黑树之类的结构，真二叉树可以简化描述、理解、实现和分析



描述多叉树

❖ 二叉树是多叉树的特例，但在有根且有序时，其描述能力却足以覆盖后者

❖ 多叉树均可转化并表示为二叉树——回忆长子-兄弟表示法...

❖ 长子 ~ 左孩子 `firstChild() ~ lc()`
兄弟 ~ 右孩子 `nextSibling() ~ rc()`

