# 1.绪论

## 渐进分析

## 大$O$记号

Mathematics is more in need
of good notations than
of new theorems.
- A. Turing

邓俊辉

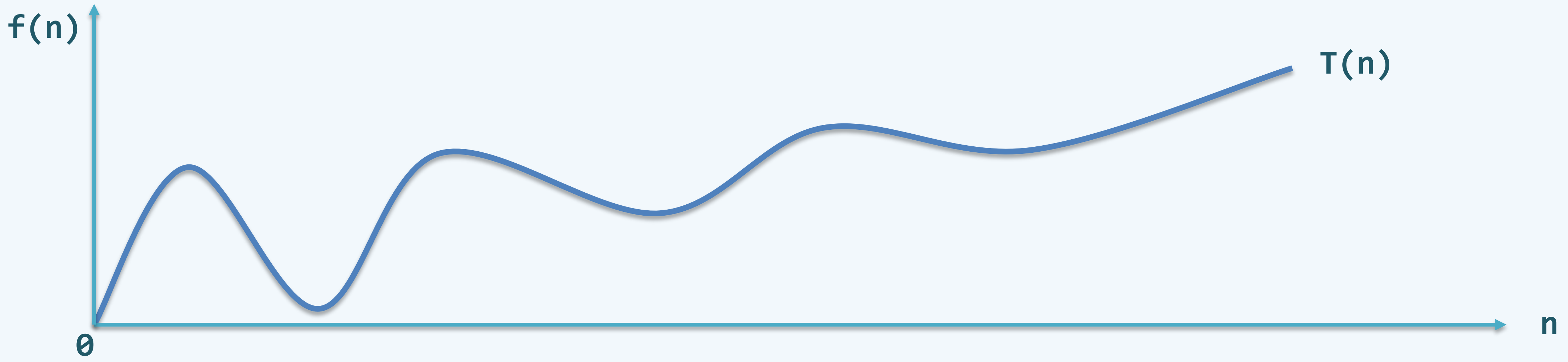
deng@tsinghua.edu.cn

# 渐进分析

❖ 回到原先的问题：随着问题规模的增长，计算成本如何增长？

注意：这里更关心 $\boxed{\text{足够大}}$ 的问题，注重考察成本的增长趋势

❖ 在问题规模足够大后，计算成本如何增长？



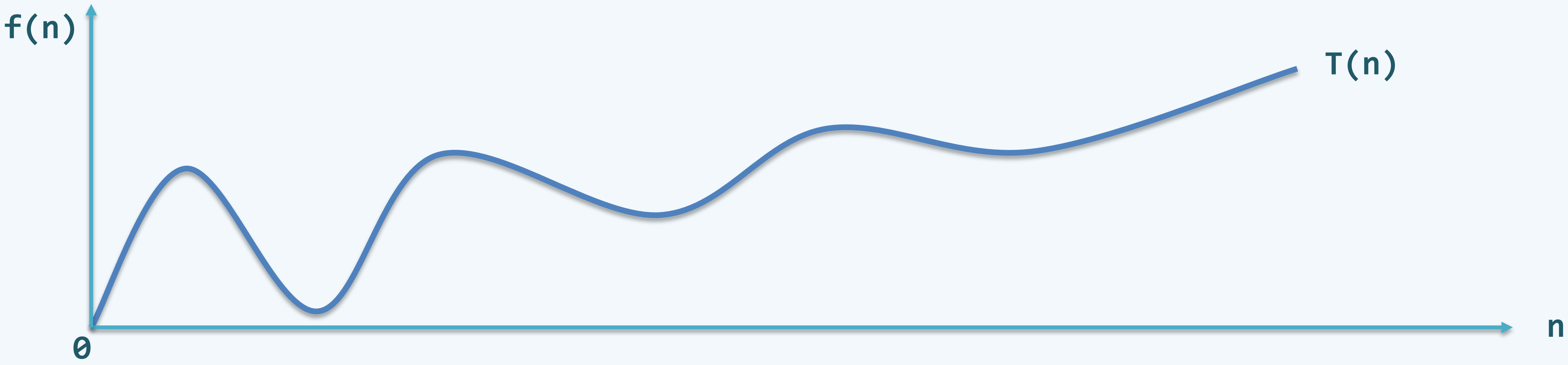
# 渐进分析

❖ 【Asymptotic analysis】

当 $\boxed{n >> 2}$ 后，对于规模为n输入，算法

需执行的基本操作次数：T(n) = ?

需占用的存储单元数：S(n) = ?　　//通常可不考虑，为什么？

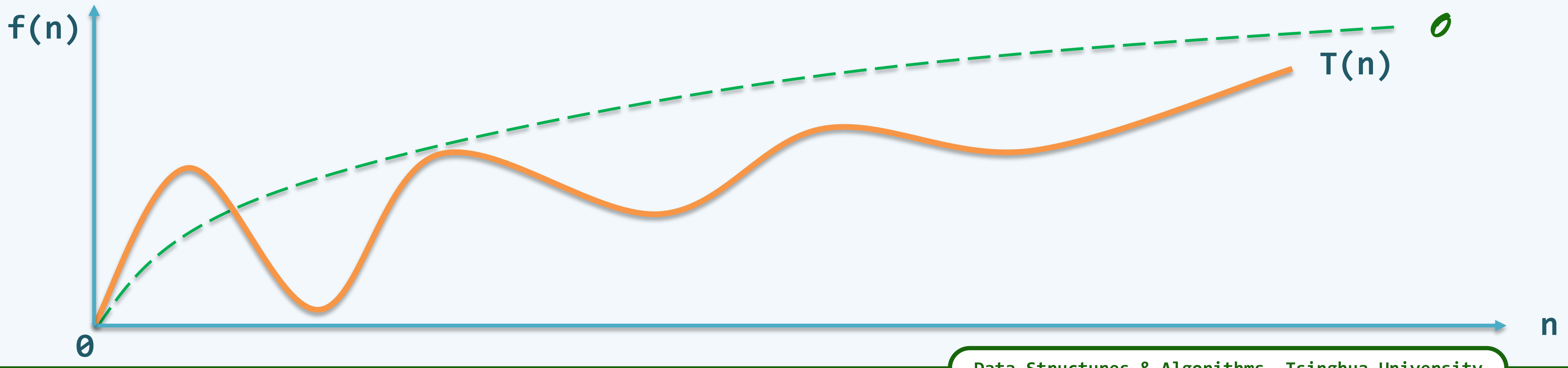


# 大O记号

❖ **big-$\mathcal{O}$ notation** //Paul Bachmann, 1894

$$T(n) = \mathcal{O}(f(n)) \quad iff \quad \exists\, c > 0 \quad s.t. \quad T(n) < c \cdot f(n) \quad \forall\, n \gg 2$$

$$Ex: \sqrt{5n \cdot [3n \cdot (n+2) + 4] + 6} < \sqrt{5n \cdot [\boxed{6n^2} + 4] + 6} < \sqrt{\boxed{35n^3} + 6} < 6 \cdot n^{1.5} = \mathcal{O}(n^{1.5})$$

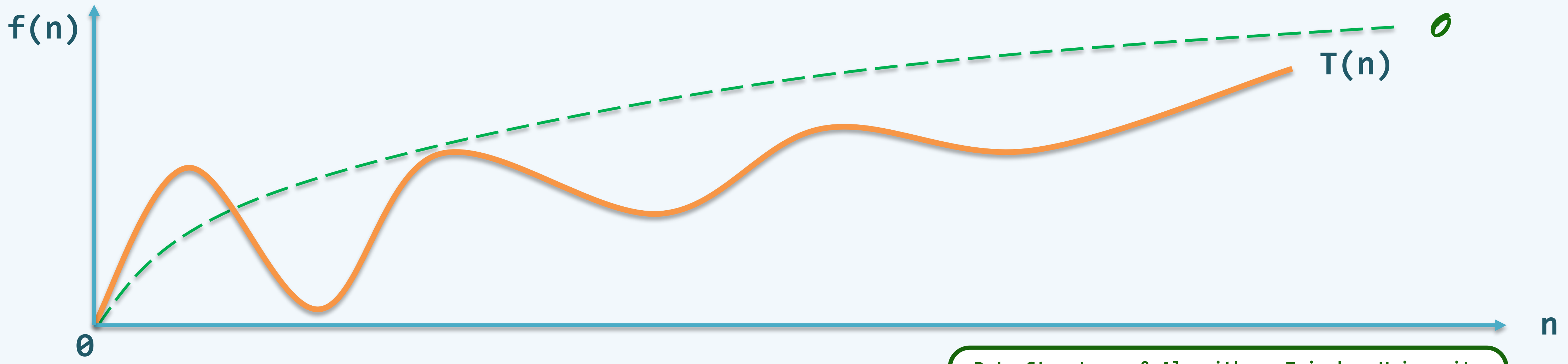


# 大O记号

- 与T(n)相比，f(n)在形式上更为简洁，但依然反映前者的增长趋势

常系数可忽略： $\mathcal{O}(f(n)) = O(c \cdot f(n))$

低次项可忽略： $\mathcal{O}(n^a + n^b) = \mathcal{O}(n^a),\ a \geq b > 0$



# 其它记号

$$T(n) = \Omega(f(n)) \qquad iff \qquad \exists\, c > 0 \quad s.t. \quad T(n) > c \cdot f(n) \quad \forall\, n \gg 2$$

$$T(n) = \Theta(f(n)) \qquad iff \qquad \exists\, c_1 > c_2 > 0 \quad s.t. \quad c_1 \cdot f(n) > T(n) > c_2 \cdot f(n) \quad \forall\, n \gg 2$$