

6. 图

邻接表

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

邻接表

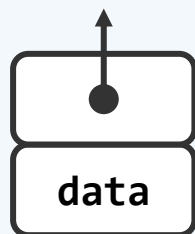
❖ 如何避免关联矩阵的空间浪费？

- 将关联矩阵的各行组织为列表
- 只记录存在的边

❖ 等效于，每一顶点 v 对应于列表

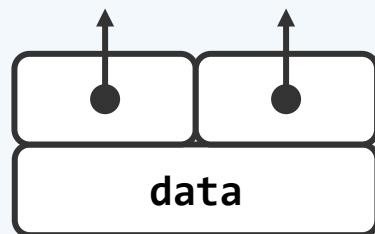
$$L_v = \{ u \mid \langle v, u \rangle \in E \}$$

firstArc



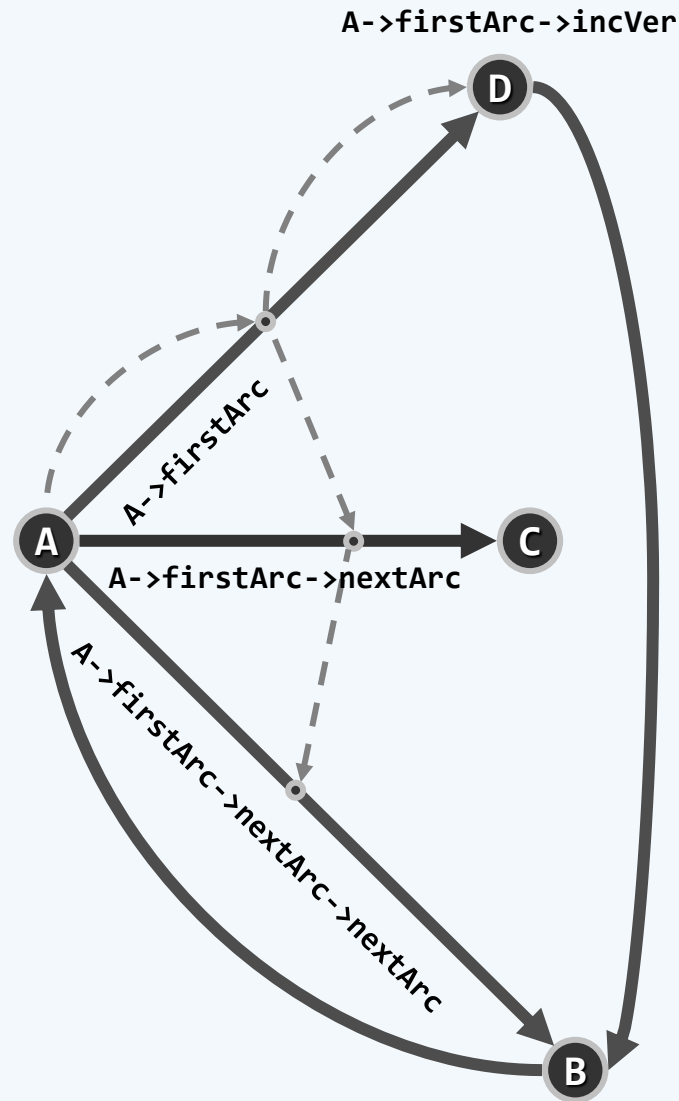
VNode

incVer nextArc



ArcNode

ALGraph



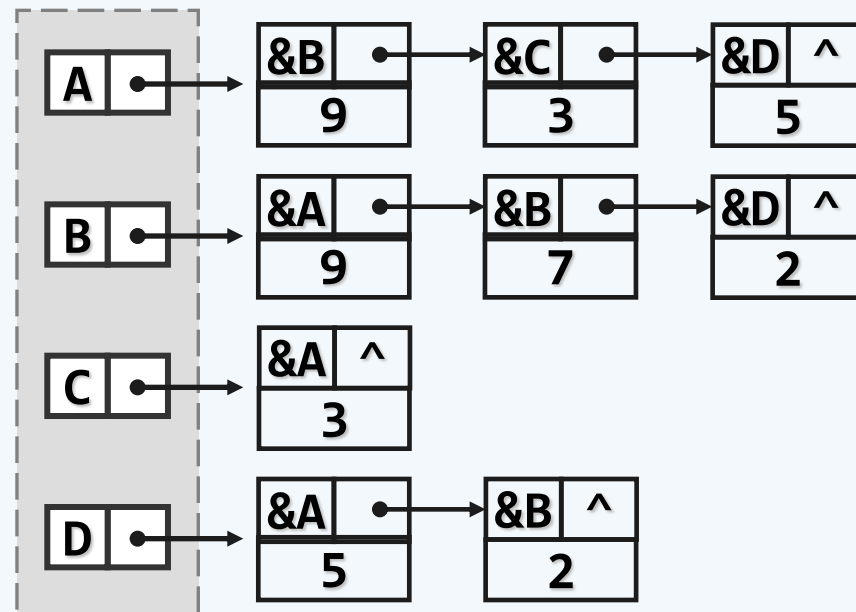
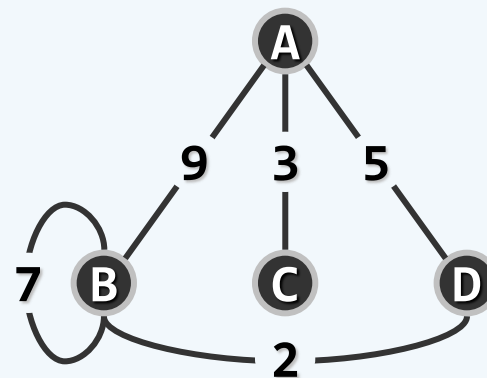
实例

❖ 4个顶点，5条弧

❖ 不必占用 $4 \times 4 = 16$ 个单元

但还是占用了9个单元，另加4个表头

∞	A	B	C	D
A		9	3	5
B	9	7		2
C	3			
D	5	2		



空间复杂度

❖ 有向图 = $O(n + e)$

❖ 无向图 = $O(n + 2 \times e) = O(n + e)$

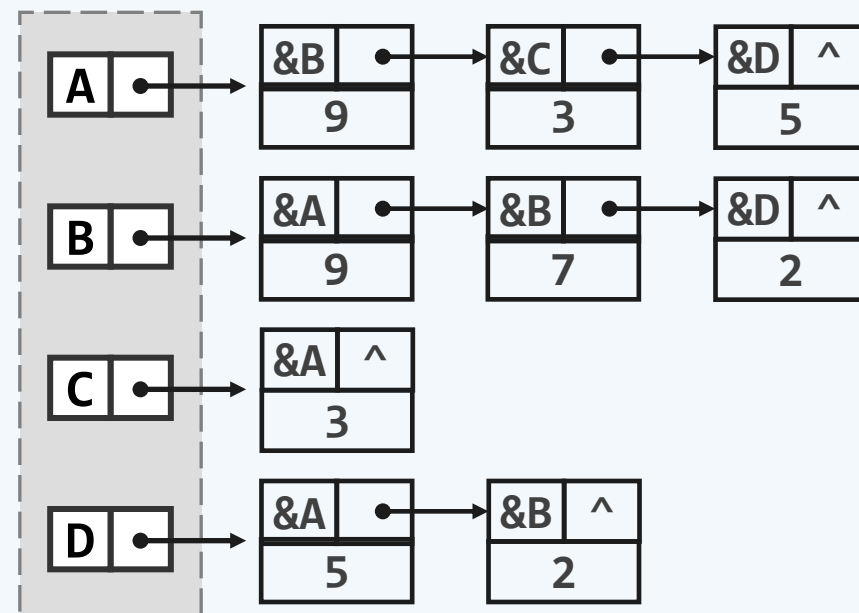
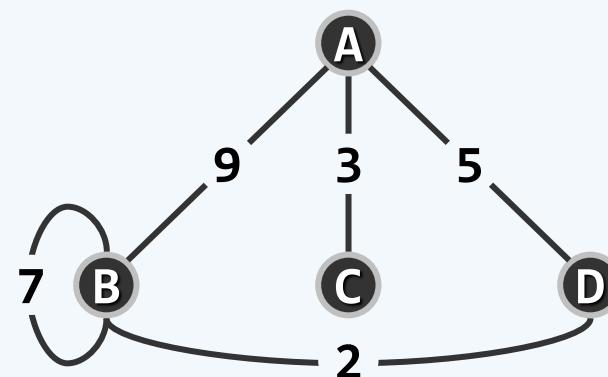
注意：无向弧被重复存储

问题：如何改进？

❖ 适用于稀疏图

❖ 平面图 = $O(n + 3 \times n) = O(n)$

较之邻接矩阵，有极大改进



时间复杂度

- ❖ 建立邻接表（递增式构造）： $O(n + e)$ //如何实现
- ❖ 枚举所有以顶点 v 为尾的弧： $O(1 + \deg(v))$ //遍历 v 的邻接表
- ❖ 枚举（无向图中）顶点 v 的邻居： $O(1 + \deg(v))$ //遍历 v 的邻接表
- ❖ 枚举所有以顶点 v 为头的弧： $O(n + e)$ //遍历所有邻接表
可改进至 $O(1 + \deg(v))$ //建立逆邻接表
为此，空间需增加多少？
- ❖ 计算顶点 v 的出度/入度
增加度数记录域： $O(n)$ 附加空间
增加/删除弧时更新度数： $O(1)$ 时间 //总体 $O(e)$ 时间
每次查询 $O(1)$ 时间！

时间复杂度

❖ 给定顶点 u 和 v ，判断是否 $\langle u, v \rangle \in E$

有向图：搜索 u 的邻接表， $O(\deg(u)) = O(e)$

无向图：搜索 u 或 v 的邻接表， $O(\max(\deg(u), \deg(v))) = O(e)$

“并行”搜索： $O(2 \times \min(\deg(u), \deg(v))) = O(e)$

能够达到邻接矩阵的 $O(1)$ 吗？

❖ 散列！如果装填因子选取得当

//保持兴趣

弧的判定： $\text{expected-}O(1)$ ，与邻接矩阵“相同”

空间： $O(n + e)$ ，与邻接表相同

❖ 为何有时仍使用邻接矩阵？仅仅因为实现简单？不，有更多用处！

如：可处理Euclidean graph和intersection graph之类的

隐式图 (implicitly-represented graphs)

取舍原则

❖ 空间/速度

❖ 顶点类型

- bit
- int
- float
- struct
- class
- ...

❖ 弧类型（方向 / 权值）

❖ 图类型（稀疏 / 稠密）

	邻接矩阵	邻接表
适用场合	经常检测边的存在 经常做边的插入/删除 图的规模固定 稠密图	经常计算顶点的度数 顶点数目不确定 经常做遍历 稀疏图