

1. 绪论

下界

归约

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

不怕不识货，就怕货比货

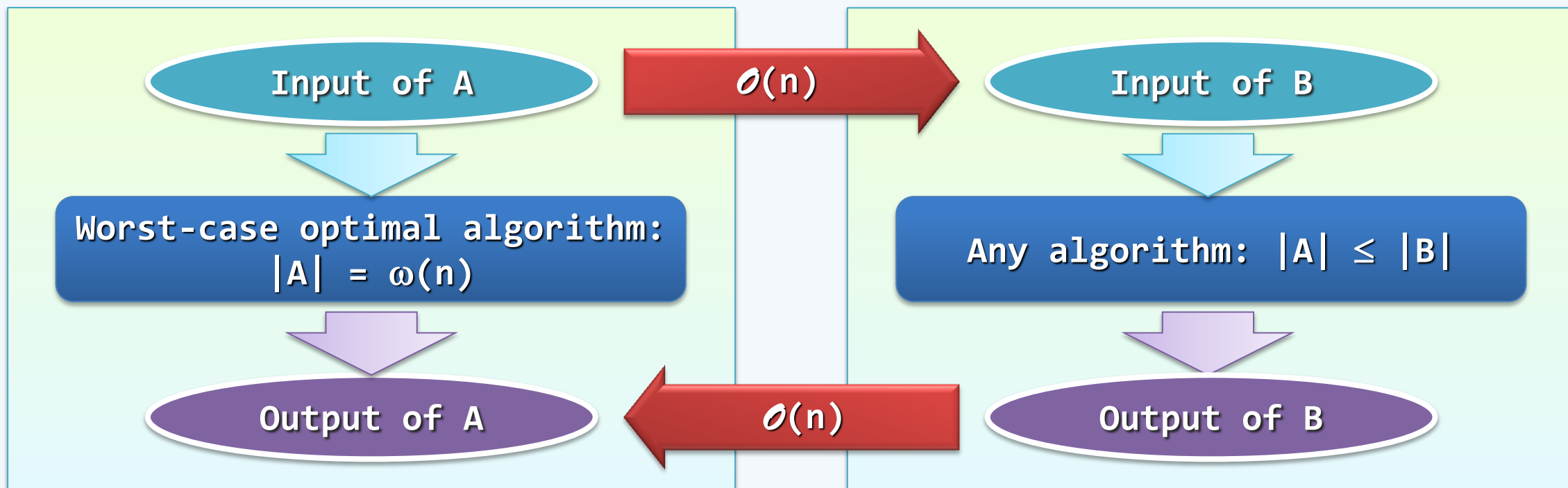
线性归约

❖ 除了 (代数) 判定树, 归约 **reduction** 也是确定下界的有力工具

$O(n \log n)$ linear-time reduction

NP-complete/P polynomial-time reduction

P-SPACE complete polynomial-time many-one reduction



实例

- ❖ 【Red-Blue Matching】平面上任给 n 个红色点和 n 个蓝色点，如何以互不相交的线段配对联接

$\text{Sorting} \leq_N \text{Red-Blue Matching}$

- ❖ 【Element Uniqueness】任意 n 个实数中，是否包含雷同？ //EU的下界为 $\Omega(n \log n)$

$\text{EU} \leq_N \text{Closest Pair}$

- ❖ 【Integer Element Uniqueness】任意 n 个整数中，是否包含雷同？ //下界亦是 $\Omega(n \log n)$

$\text{IEU} \leq_N \text{Segment Intersection Detection}$

- ❖ 【Set Disjointness】任意一对集合A和B，是否存在公共元素？ //下界亦是 $\Omega(n \log n)$

$\text{SD} \leq_N \text{Diameter}$

熵与下界

❖ 热力学第二定律：能量不会自动地从低温物体传向高温物体

❖ Shannon：数据系统S中蕴含的信息量，可由**信息熵**度量

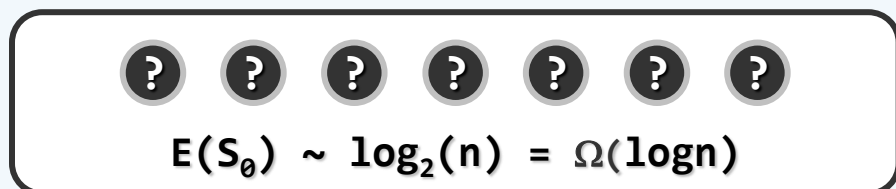
$$\text{Entropy}(S) \sim \log_2 N \quad (N = S \text{ 可能的状态总数})$$

❖ 热系统的**熵**减少，都须付出一定的**能量**

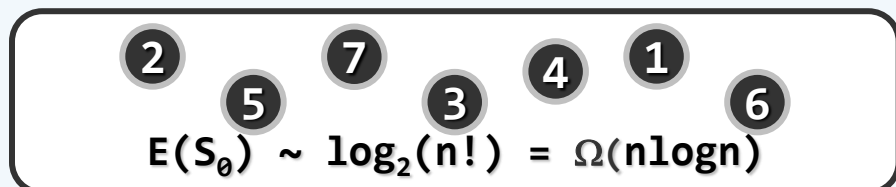
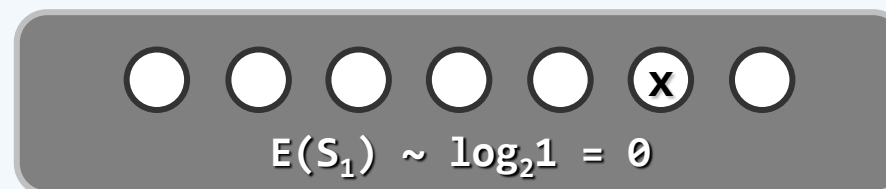
数据系统的**信息熵**减少，也须付出一定的**计算量**



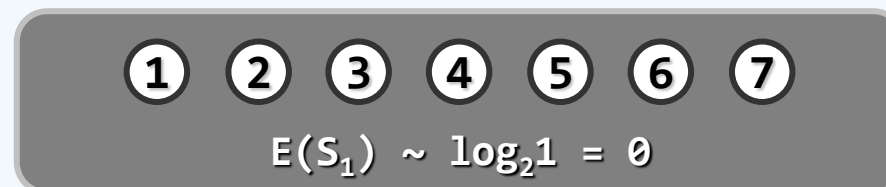
C. E. Shannon
(1916 – 2001)



鉴别



排序



熵与下界

❖ Landauer's principle

信息的减少或丢失，必伴随着熵的增加，并发出相等的热量

就最低功耗而言，AND和OR逻辑门必高于NOT门

❖ “幸福的人都是一样的，不幸福的人却各有各的不幸”

从计算的角度看，幸福的可能状态，要远少于不幸

前者的熵远小于后者，故从后者到前者，需要付出巨大的努力

