

## 3. 列表

### 循环节

邓俊辉

[deng@tsinghua.edu.cn](mailto:deng@tsinghua.edu.cn)

## Cycle

❖ 任何一个序列 $A[0, n)$ ，都可以分解为若干个循环节

//设元素之间可定义次序

❖ 任何一个序列 $A[0, n)$ ，都对应于一个有序序列 $S[0, n)$

//经排序之后

❖ 元素 $A[k]$ 在 $S[]$ 中对应的秩，记作 $r(A[k]) = r(k)$

❖ 元素 $A[k]$ 所属的循环节是：

$$A[k], A[r(k)], A[r(r(k))], A[r(r(r(k)))], \dots, A[r(\dots(r(k))\dots)] = A[k]$$

❖ 每个循环节，长度均不超过 $n$

❖ 循环节之间，没有重复元素

## 实例

❖ rank: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

A[]: j n p m a i g o d c h b k l f e

S[]: a b c d e f g h i j k l m n o p

r[]: 9 13 4 12 0 8 6 14 3 2 7 1 10 11 5 4

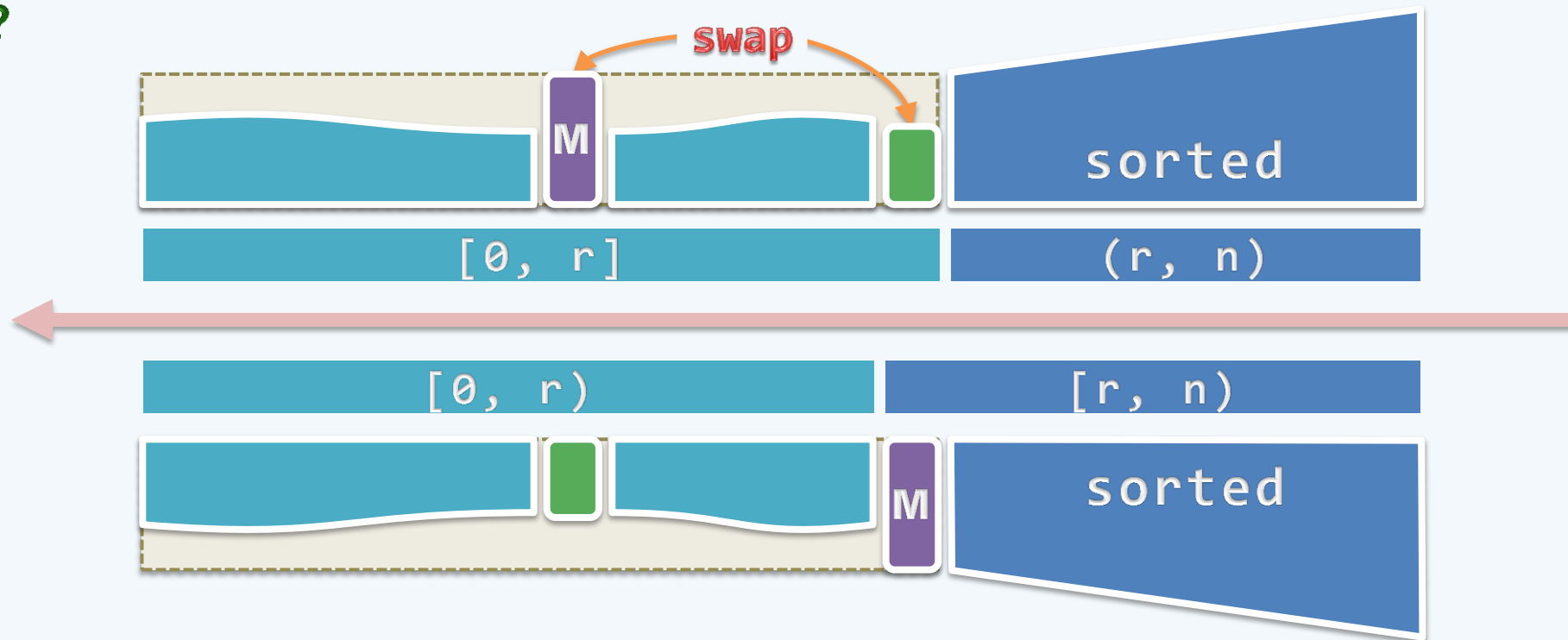
j	.	p	.	a	.	.	.	.	c	.	.	.	.	.	e
.	n	.	.	.	.	.	.	.	.	.	b	.	l	.	.
.	.	.	m	.	i	.	o	d	.	h	.	k	.	f	.
.	.	.	.	.	.	g	.	.	.	.	.	.	.	.	.

## 单调性

❖ 每迭代一步， $M$ 所属循环节的长度都恰好减少一个单位

//直到长度为1

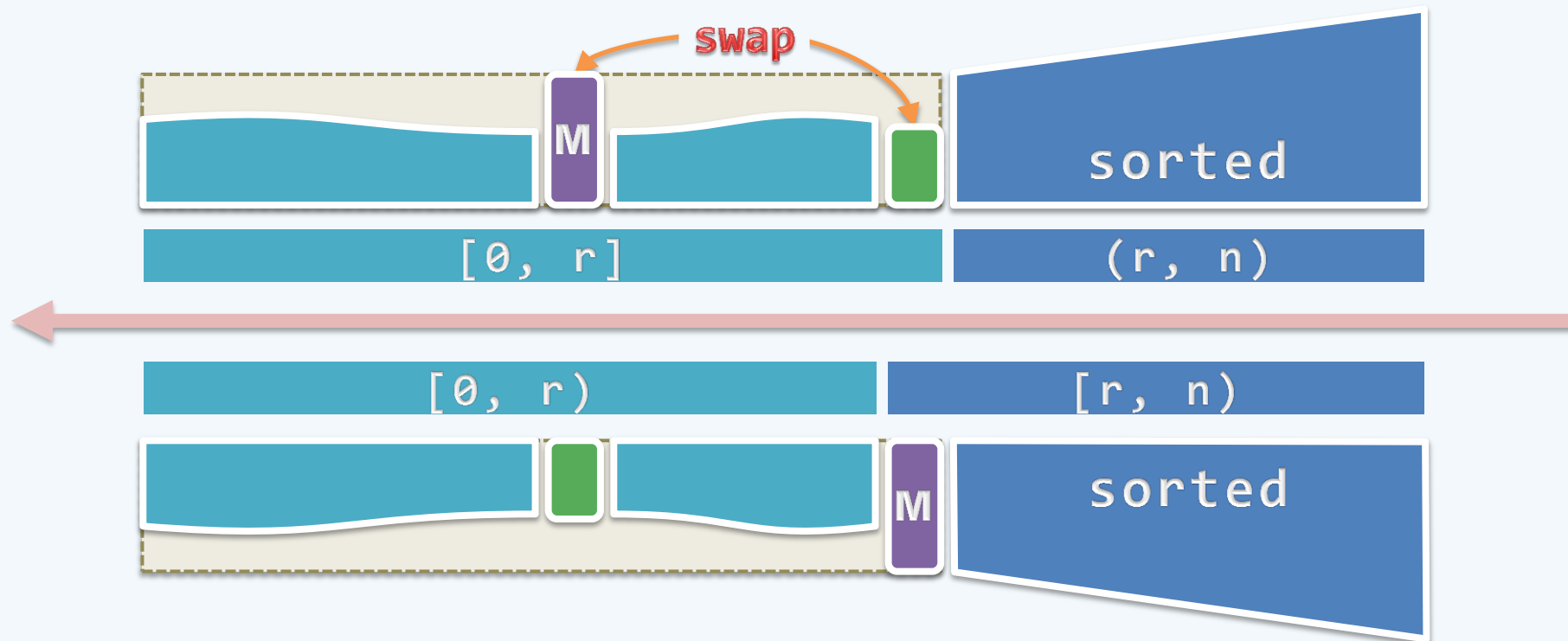
为什么？



❖ 观察： $r[M] = r$

## M与A[r]交换之后

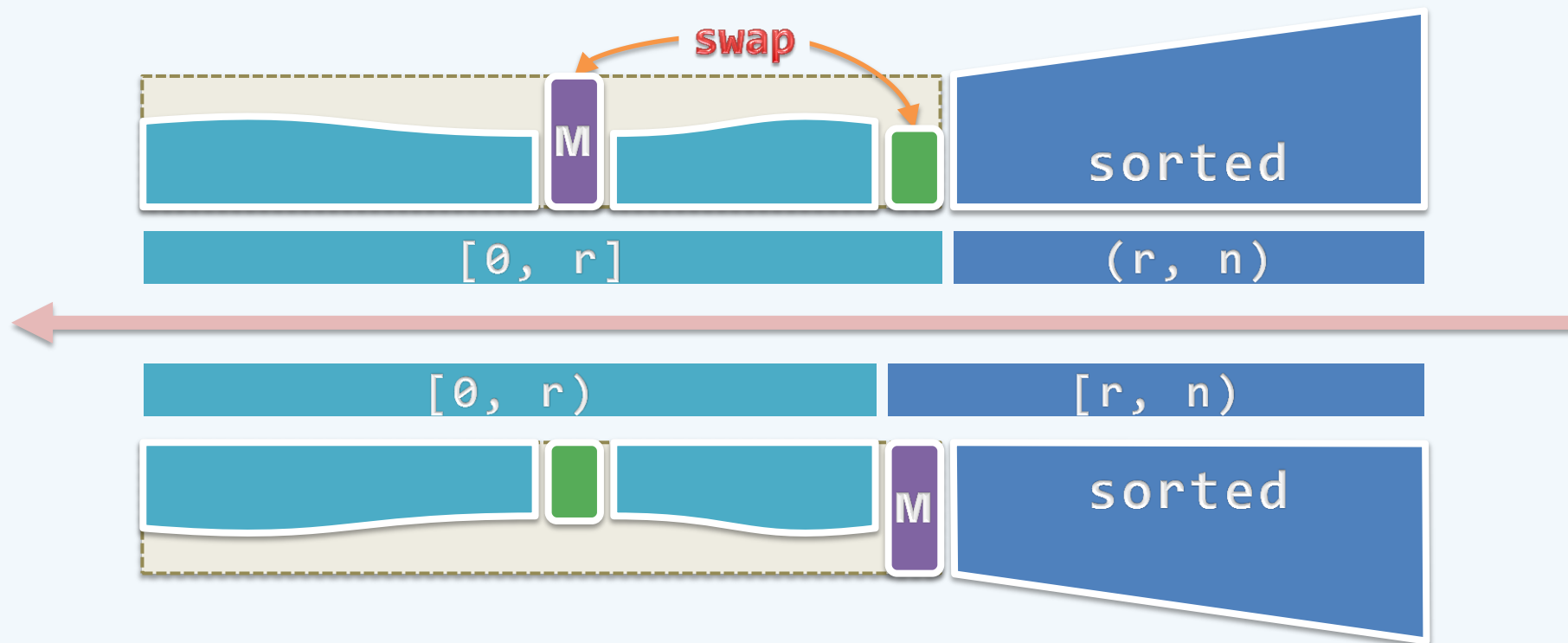
❖ M脱离原属的循环节，自成为一个长度为1的循环节



❖ 其余循环节保持不变

## 无效的交流

❖  $M$  已经就位，无需交换 —— 这种情况会出现几次？



❖ 有多少个循环节，就出现几次 —— 最大值为  $n$ ，期望值为  $\Theta(\log n)$