

## 2. 向量

### 可扩充向量 分摊

...在他的心理上，他总以为北平是天底下最可靠的大城，不管有什么灾难，到三个月必定灾消难满，而后诸事大吉。北平的灾难恰似一个人免不了有些头疼脑热，过几天自然会好了的。

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

## 容量递增策略

❖ `T* oldElem = _elem; _elem = new T[ _capacity += INCREMENT ];` //追加固定增量

❖ 最坏情况：在初始容量 $\theta$ 的空向量中，连续插入 $n = m * I \gg 2$ 个元素...

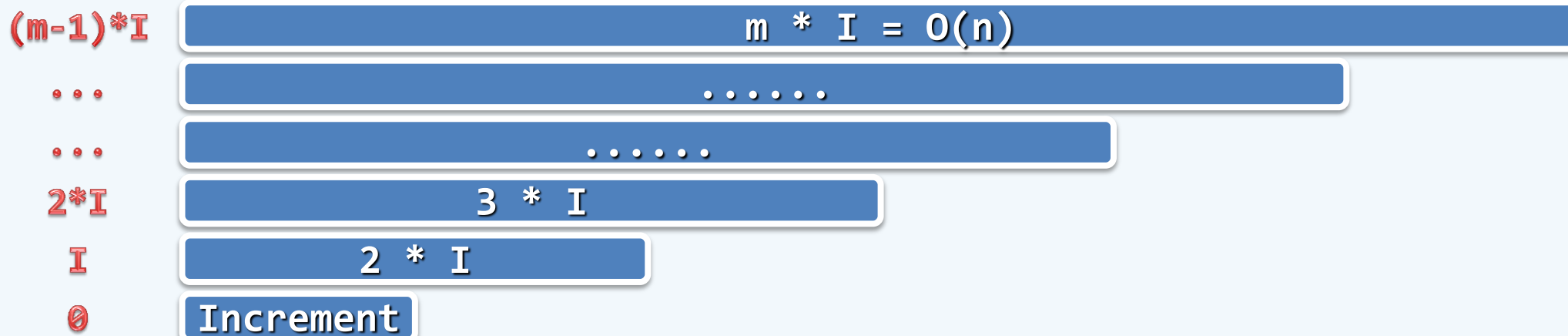
❖ 于是，在第1、 $I + 1$ 、 $2I + 1$ 、 $3I + 1$ 、...次插入时，都需扩容

❖ 即便不计申请空间操作，各次扩容过程中复制原向量的时间成本依次为

$\theta, I, 2I, \dots, (m-1)*I$

//算术级数

总体耗时 =  $I * (m-1) * m/2 = O(n^2)$ ，每次扩容的分摊成本为 $O(n)$



## 容量加倍策略

❖ `T* oldElem = _elem; _elem = new T[ _capacity <<= 1 ];` //容量加倍

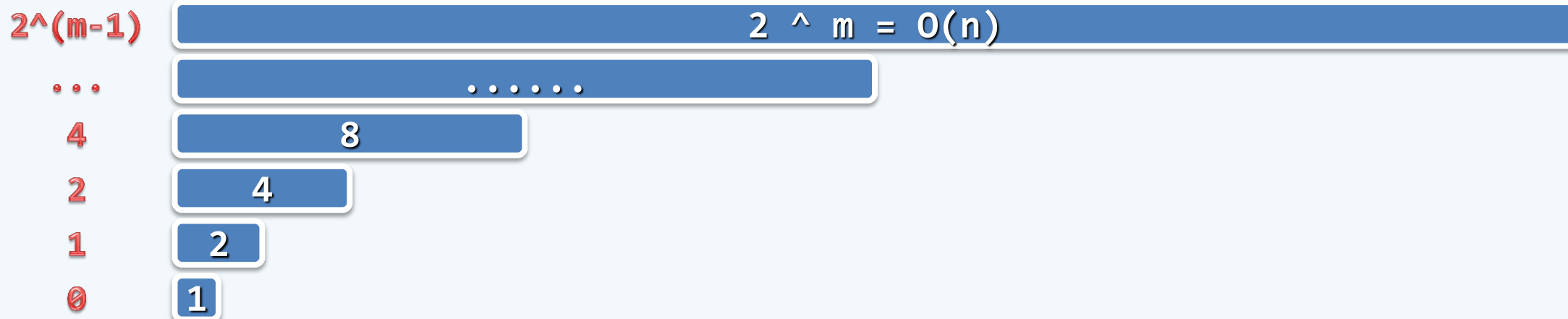
❖ 最坏情况：在初始容量1的满向量中，连续插入  $n = 2^m \gg 2$  个元素...

❖ 于是，在第1、2、4、8、16、...次插入时都需扩容

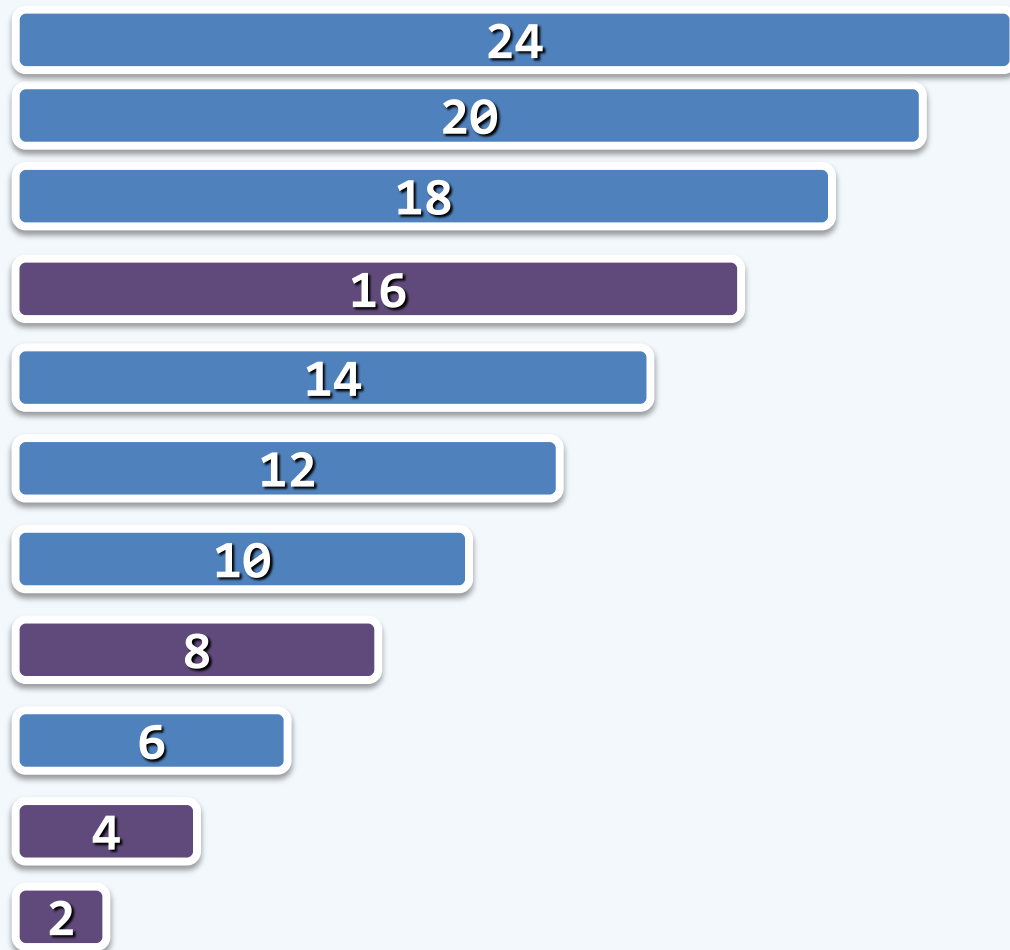
❖ 各次扩容过程中复制原向量的时间成本依次为

1, 2, 4, 8, ...,  $2^m = n$  //几何级数

总体耗时 =  $O(n)$ ，每次扩容的分摊成本为  $O(1)$



## 对比



	递增策略	倍增策略
累计增容时间	$O(n^2)$	$O(n)$
分摊增容时间	$O(n)$	$O(1)$
装填因子	$\approx 100\%$	$> 50\%$

## 平均分析 vs. 分摊分析

### ❖ 平均复杂度 或 期望复杂度 (average/expected complexity)

根据数据结构各种操作出现概率的分布，将对应的成本加权平均

各种可能的操作，作为独立事件分别考查

割裂了操作之间的相关性和连贯性

往往不能准确地评判数据结构和算法的真实性能

### ❖ 分摊复杂度 (amortized complexity)

对数据结构连续地实施足够多次操作，所需总体成本分摊至单次操作

从实际可行的角度，对一系列操作做整体的考量

更加忠实地刻画了可能出现的操作序列

更为精准地评判数据结构和算法的真实性能

### ❖ 后面将看到更多、更复杂的例子