



序列信号单元的相关函数

序列元素（码元）：

序列信号单元是由符号按一定的顺序排列构成的，组成序列信号单元的符号称为**序列元素（码元）**。

可以属于 **$\{0, 1\}$** ，如：

$$\{x_i\} = \{0101001100\};$$

或可以属于 **$\{+1, -1\}$** ，如：

$$\{x_j\} = \{+1+1+1-1+1-1-1\}。$$

序列长度：信号单元中所包含的**码元个数**，用 L 表示。

如 $\{x_i\}$ 的长度为 $L=10$ ，而 $\{x_j\}$ 的长度 $L=7$ 。

周期序列单元：由一段序列按次序重复循环出现，构成一个无限长的序列，称为周期序列，其**周期为重复循环的序列的长度**。

$$\{x_j\} = \{\dots +1+1+1-1+1-1-1 \text{ } +1+1+1-1+1-1-1 \dots\}$$

(周期为7)

非周期序列信号单元：由一段序列构成，序列单元以外（即信号单元的前后）各位上都空无所有。

$$\{x_j\} = \{\dots 000 +1+1+1-1+1-1-1 \text{ } 000\dots\}。$$

(长度为7)

序列信号单元的相关函数

对**元素属于** $\{+1, -1\}$ 、长度为 L 的**非周期序列**

自相关函数定义为:

$$\beta_{ii}(l) = \sum_{k=1}^{L-l} x_{ik} \cdot x_{ik+l}$$

$$\{x_j\} = \{\dots 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \dots\}$$

$$\{x_{j+2}\} = \{\dots 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0 \dots\}$$

式中, l 为相对移位的码元个数, 且 $l < L$;
 x_{ik} 为序列 $\{x_i\}$ 中第 k 个码元。

互相关函数定义为:

$$\beta_{ij}(l) = \sum_{k=1}^{L-l} x_{ik} \cdot x_{jk+l}$$

从以上运算过程可以总结:

- 1、两个序列对应位上元素相乘;
- 2、对各对应位的积求和;
- 3、非周期序列运算仅涉及到 $(L-l)$ 项, 如果 $l=0$, 则涉及到 L 项乘积求和。

对**元素属于** $\{+1, -1\}$ 、周期为 L 的**周期序列**

自相关函数定义为:

$$\beta_{ii}(l) = \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{ik+l}$$

$\{x_j\} = \{\dots +1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 \dots\}$

$\{x_{j+2}\} = \{\dots +1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 +1 +1 \dots\}$

自相关函数的归一化值定义为:

$$\rho_{ii}(l) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{ik+l}$$

它是无量纲的，只反映相关函数的相对值。在 $l=0$ 取最大值，即

$$\rho_{ii}(0) = 1$$

考虑到在多种发送状态时，系统一般工作在**同步状态**，即 $l = 0$ ，这时序列 $\{x_i\}$ 、 $\{x_j\}$ 的**互相关值**为：

$$\beta_{ij}(0) = \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{jk}$$

归一化值的互相关系数为：

$$\rho_{ij}(0) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{jk}$$

对**元素属于** $(0, 1)$ 二元域序列，计算序列相关函数的方法：

方法一

把 $(0, 1)$ 元素变换为 $(+1, -1)$ 元素，然后再按元素属于 $(+1, -1)$ 的序列信号的相关函数的计算方法进行计算。

方法二

直接在 $(0, 1)$ 域上来计算相关函数。

方法一

定义 $y_{jk} = e^{j\pi x_{ik}}$, 则有

$$x_{ik} = 0 \rightarrow y_{jk} = +1$$

$$x_{ik} = 1 \rightarrow y_{jk} = -1$$

方法二

在 $(0, 1)$ 域上直接计算相关值。

$$(\beta_{ii}(l) = \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{ik+l})$$

对应于 $(+1, -1)$ 域上相关函数的计算, 在 $(0, 1)$ 域内可以把 $(+1, -1)$ 域中的**乘号**变为**模2(mod2)加号**, 将**求和号**变为对应元素的**同号的个数(A)减去异号的个数(D)**。

序列信号单元的相关函数

$$(\beta_{ii}(l) = \sum_{k=1}^L x_{ik} \cdot x_{ik+l})$$

$$\begin{aligned} (+1 &\rightarrow 0 \\ -1 &\rightarrow 1) \end{aligned}$$

(+1, -1) 域

(0, 1) 域

$$(+1) \quad (+1) = (+1)$$

$$(+1) \quad (-1) = (-1)$$

$$(-1) \quad (-1) = (+1)$$

$$(-1) \quad (+1) = (-1)$$



$$0 \oplus 0 = 0$$

$$0 \oplus 1 = 1$$

$$1 \oplus 1 = 0$$

$$1 \oplus 0 = 1$$

乘法

模2加

把 **(+1, -1) 域** 中的 **乘变** **(0, 1) 域** 内的 **模2加**; 将 **求和号** 变为对应元素的 **同号的个数** (A, 0 的个数) 减去 **异号的个数** (D, 1 的个数)。

序列信号单元的相关函数



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

设在两序列中求相关时，对应元素相同的个数为 A ，不同的个数为 D ，则序列的**自相关函数**和**互相关函数**分别为

A: 0的个数

D: 1的个数

自相关函数

$$\beta_{ii}(l) = A - D$$

互相关函数

$$\beta_{ij}(l) = A - D$$

自相关系数

$$\rho_{ii}(l) = \frac{A - D}{A + D}$$

互相关系数

$$\rho_{ij}(l) = \frac{A - D}{A + D}$$

序列信号单元的相关函数

例4.2 设两个非周期序列分别为 $\{x_i\} = \{1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\}$, $\{x_j\} = \{1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\}$, 试计算同步状态时它们的互相关值。

解: $\beta_{ij}(l) = A - D$

$$\{x_i\} \quad 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \quad L=15$$

$$\{x_j\} \quad \oplus \quad 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \quad L=15$$

模2加结果: $0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1$

$$A=7, D=8$$

互自相关函数

$$\beta_{ij}(0) = A - D = 7 - 8 = -1$$

互相关系数

$$\rho_{ij}(0) = \frac{A - D}{A + D} = \frac{-1}{7 + 8} = -\frac{1}{15}$$