



# 随机过程的统计描述

- 1、随机过程的分布函数和概率密度函数
- 2、随机过程的数字特征



# 随机过程的分布函数和概率密度函数



对随机变量  $\xi$

a. 概率分布函数  $F(x)$

$$F(x) = P\{\xi \leq x\}$$

$F(x)$  的性质:

(1)  $F(x)$  为不减函数

(2)  $0 \leq F(x) \leq 1$

b. 概率密度函数  $f(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$f(x)$ 的性质:

(1)  $f(x)$ 为非负函数;

(2)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ;

(3)  $x_2 > x_1$  时,  $F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$ ;

(4) 若  $f(x)$ 在  $x$ 处连续, 则  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ 。

正态随机变量  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$

标准正态随机变量  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$

对随机过程  $X(t)$

## 1. 一维概率分布函数

$t = t_1$  时,  $X(t_1)$  为随机变量。

$$F_1(x_1, t_1) = P\{X(t_1) \leq x_1\}$$

## 2. 一维概率密度函数

如果  $\frac{\partial F_1(x_1, t_1)}{\partial x_1} = f_1(x_1, t_1)$  存在, 则称  $f_1(x_1, t_1)$

为随机过程的一维概率密度函数。

一维概率分布函数及一维概率密度函数描述了随机过程在固定时刻上的统计特性。



## 3. 二维概率分布函数

$$F_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = P\{X(t_1) \leq x_1; X(t_2) \leq x_2\}$$

## 4. 二维概率密度函数

如果  $\frac{\partial F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2} = f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$  存在, 则

$f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$  为随机过程的二维概率密度函数。

二维概率分布函数及二维概率密度函数描述了随机过程在任意两个时刻上的统计特性。



## 5. n 维概率分布函数

$$\begin{aligned} F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = P\{X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n\} \end{aligned}$$

## 6. n维概率密度函数

如果 
$$\frac{\partial F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \cdots \partial x_n} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$$

存在, 则称  $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$  为随机过程的 n 维概率密度函数。