

能量信号的相关定理

能量信号的相关定理

万安交通大學 XIAN JIAOTONG UNIVERSITY

定理内容:能量信号在时域内互相关,对应频域内为一个信号频谱的共轭与另一信号的频谱相乘。

即:

$$R_{12}(\tau) \longleftrightarrow X_1^*(\omega) \bullet X_2(\omega)$$

证明:
$$\mathfrak{I}[R_{12}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \cdot x_2(t+\tau) dt \right] e^{-j\omega \tau} d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) e^{j\omega t} dt \cdot x_2(t+\tau) e^{-j\omega(t+\tau)} d(t+\tau)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) e^{j\omega t} dt \cdot X_2(\omega) = X_1(-\omega) \cdot X_2(\omega)$$

$$= X_1^*(\omega) \cdot X_2(\omega)$$

能量信号的相关定理



若有
$$x_1(t) = x_2(t) = x(t)$$

则有以下关系:

$$\mathfrak{I}[R(\tau)] = X^*(\omega) \cdot X(\omega) = |X(\omega)|^2 = G(\omega)$$

结论: 能量信号的自相关函数和能量谱密度函数是一对傅里叶变换。