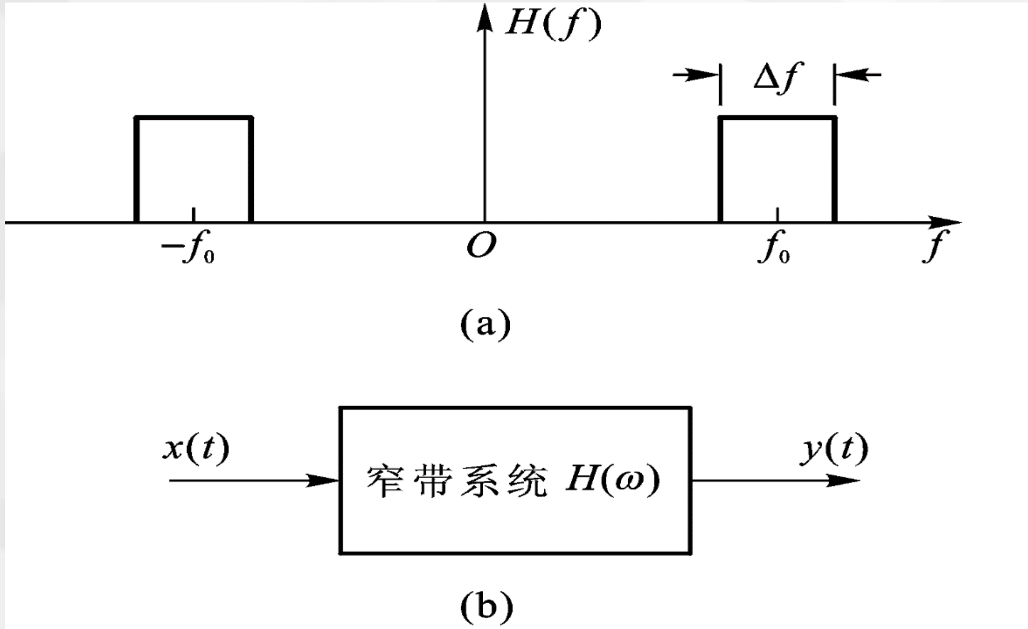
窄带系统及窄带信号分析

1、一般方法---傅里叶反变换法

2、解析法---等效低通网络函数法

窄带系统及窄带信号分析

窄带系统：带宽远小于中心频率的系统，
即，满足 $\Delta f \ll f_0$



2-7

窄带信号：带宽远小于中心频率的信号，
即，满足 $\Delta f \ll f_0$

窄带系统及窄带信号分析

窄带系统的输出为：

$\boxed{y(t)=x(t)*h(t)}$ ---时域方法

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) H(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega
\end{aligned}
$$

---频域方法

窄带系统输出信号的频谱密度函数具有窄带性质，故输出信号为**窄带信号**。

窄带系统及窄带信号分析

因此，若将 $Y(\omega)$ 等效为一个新的窄带系统的传输函数$H(\omega)$的话，那么求解 $y(t)$就变为已知 $H(\omega)$，求 $h(t)$ 的问题了。

传输函数 $H(\omega)$ → $h(t)$ 冲激响应

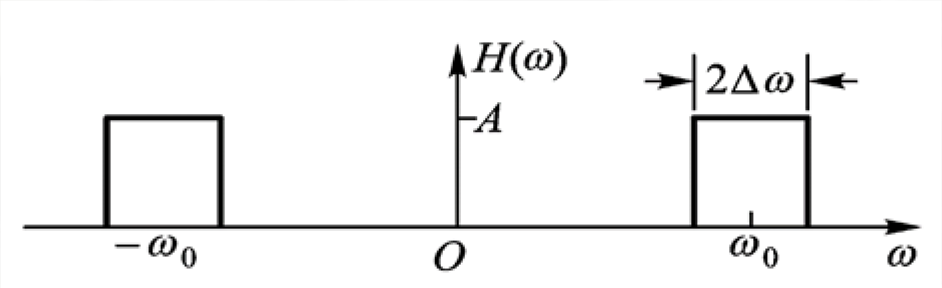
方法1：一般方法---傅里叶反变换法

方法2：解析法---等效低通网络函数法

一般方法---傅里叶反变换法

例2.5 已知窄带系统的传输函数如图所示，

试求系统的冲激响应。



解：

$$H(\omega)=\begin{cases} A & \omega_0-\Delta\omega\le|\omega|\le\omega_0+\Delta\omega \\ 0 & 其他\omega \end{cases}$$

$$h(t)=\mathfrak{F}^{-1}\left[H(\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega}Ae^{j\omega t}d\omega=\frac{2A\Delta\omega}{\pi}Sa(\Delta\omega t)\cos\omega_0 t$$

解析法---等效低通网络函数法

解析法分析过程（一）：

$$H(\omega) \longrightarrow H(2\pi f) \longrightarrow H(f)$$

$$h(t) = \Im^{-1}[H(2\pi f)] = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{j2\pi f t}df$$
$$= \int_{0}^{\infty} H(f)e^{j2\pi f t}df + \int_{-\infty}^{0} H(f)e^{j2\pi f t}df$$

上式第二部分中令：f=-λ

$$h(t) = \int_{0}^{\infty} H(f)e^{j2\pi f t}df + \int_{0}^{\infty} H(-\lambda)e^{-j2\pi\lambda t}d\lambda$$

$$H(-f) = H^{*}(f)$$

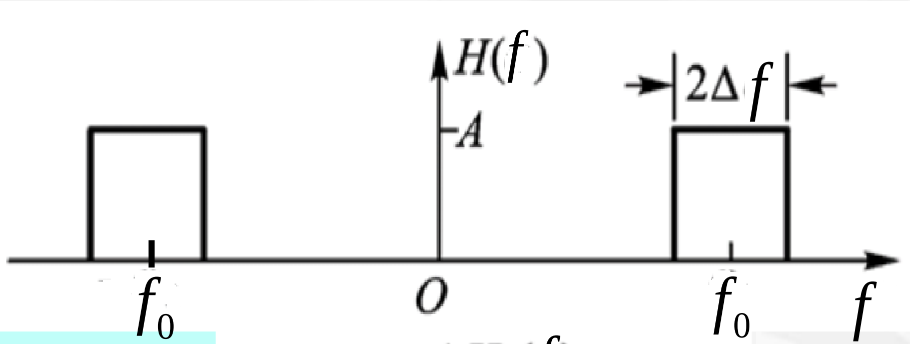
窄带系统及窄带信号分析

解析法分析过程（二）：

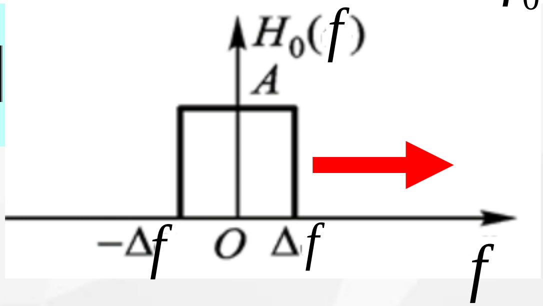
$$h(t)=\int_0^{\infty} H(f)e^{j\pi f\,t}df +$$

$$=\int_0^{\infty} H(f)e^{j\pi f\,t}df +$$

$$=2\,\mathrm{Re}[\int_0^{\infty} H(f)e^{j2\pi f\,t}df]$$



$$H(f)\big|_{f>0}=H_0(f-f_0)$$



由于是窄带系统，故

$$H_0(f-f_0)=0\,,\qquad f<0$$

其中，$H_0(f)$为等效低通网络。

窄带系统及窄带信号分析

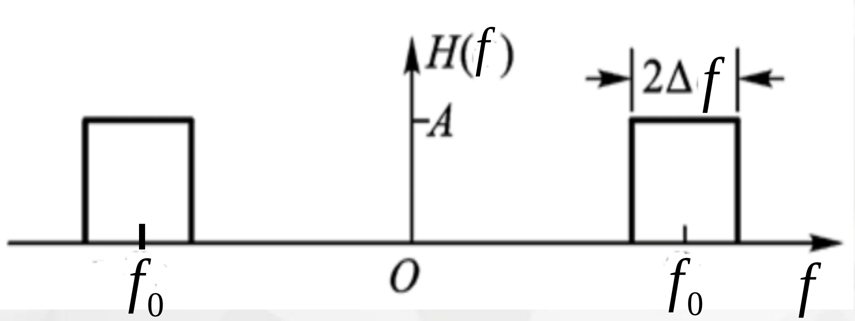
解析法分析过程（三）：

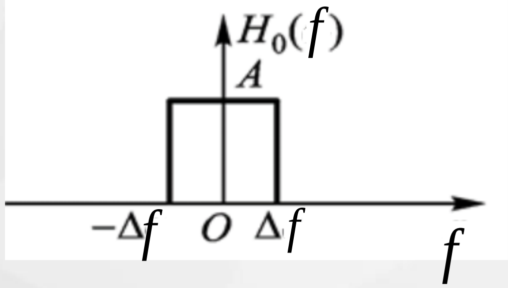
$$h(t) = 2\,\mathrm{Re}[\int_{-\infty}^{\infty} H_0(f - f_0) e^{j2\pi f' t} df'] \quad (令 f' = f - f_0)$$

$$= 2\,\mathrm{Re}[\int_{-\infty}^{\infty} H_0(f) e^{j2\pi f' t} df' \cdot e^{j2\pi f_0 t}]$$

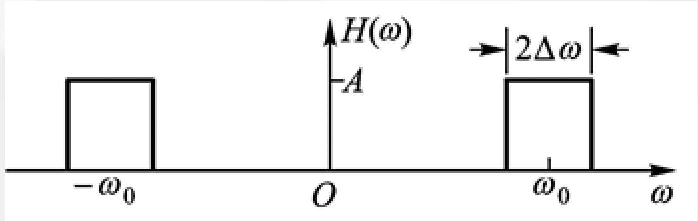
令 $$h_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_0(f) e^{j2\pi f' t} df'$$

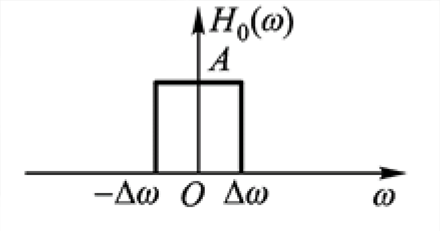
故 $$h(t) = 2h_0(t) \cdot \cos\omega_0 t$$





例2.6 试用解析法，求解如图所示的窄带系统的冲激响应。





解：

$$H_0(\omega)=\begin{cases} A \ , & -\Delta\omega \le \omega \le \Delta\omega \\ 0 \ , & \text{其他}\omega \end{cases}$$

$$h_0(t)=\mathfrak{I}^{-1}[H_0(\omega)]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H_0(\omega)\,e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\Delta\omega}^{\Delta\omega}A\,e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{A\Delta\omega}{\pi}Sa(\Delta\omega t)$$

故有：

$$h(t)=\frac{2A\Delta\omega}{\pi}Sa(\Delta\omega t)\cdot\cos\omega_0 t$$

与例2.5结果相同。