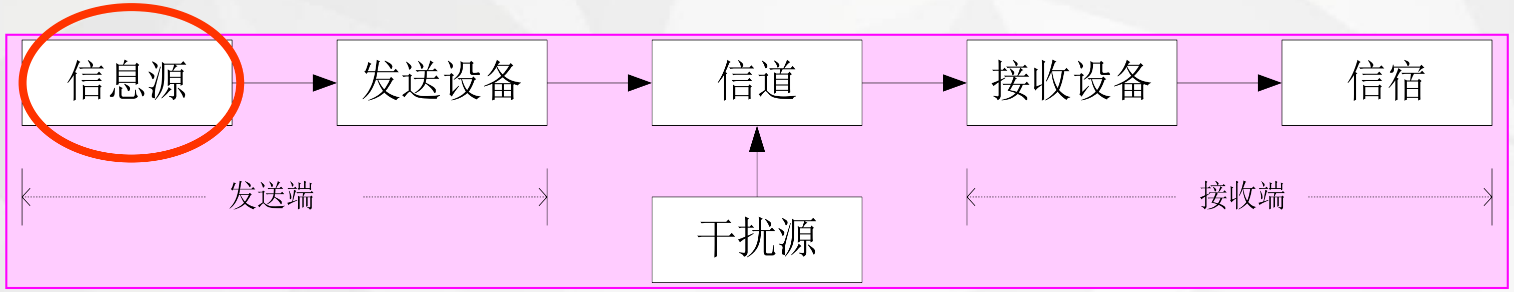
第二章　确定信号分析

本章内容在通信系统模型中的位置



通信系统一般模型

本章安排

- 信号的正交展开及频谱分析
- 能量信号与功率信号
- 相关函数和功率谱密度函数
- 窄带系统及窄带信号分析
- 信号带宽
- 复数信号与时域希尔伯特（Hilbert）变换

1、信号的正交展开
2、信号的频谱分析

信号的正交展开

信号的正交展开

正交展开：若$x(t)$ 在区间（t_0, t_0+T）内是分段连续的，则可以用该区间内的正交函数系（集）｛$u_k(t)$｝=｛$u_0(t)$，$u_1(t)$，…｝中的各分量来表示该信号。

即 $$x(t)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k u_k(t)$$

正交函数系：指｛$u_k(t)$｝在区间（t_0, t_0+T）内满足下式

$$\int_{t_0}^{t_0+T}u_k(t)u_l(t)dt=\begin{cases}C\neq 0 & ,\text{当 } k=l\\ 0 & ,\text{当 } k\neq l\end{cases}$$

上式中，当 C =1时，称 $\{u_k(t)\}$ 为标准正交函数系。

系数 a_k 的求解

由下式两边乘 $u_l(t)$ 后求积分

$$\boxed{x(t)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k u_k(t)}$$

可得下式:

$$\boxed{\int_{t_0}^{t_0+T}x(t)u_l(t)dt=\int_{t_0}^{t_0+T}\sum_{k=0}^{\infty}a_k u_k(t)u_l(t)dt=\begin{cases}a_k C\,, & \text{当}\ k=l\\ 0\,, & \text{当}\ k\neq l\end{cases}}$$

$$\boxed{\therefore\ a_k=\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_0+T}x(t)u_k(t)dt}$$

信号的正交展开

对标准正交函数系

$$a_k = \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)u_k(t)dt$$

$x(t)$展开式中，若取有限项，则会带来误差 Q，且恒有 $Q \geq 0$。

$$\hat{x}_N(t) = \sum_{k=0}^{N} a_k u_k(t)$$

$$Q = \int_{t_0}^{t_0+T} [x(t) - \hat{x}_N(t)]^2 dt$$

信号的正交展开

$$Q=\int_{t_0}^{t_0+T}[x(t)-\sum_{k=0}^{N}a_k u_k(t)]^2 dt$$

$$=\int_{t_0}^{t_0+T}x^2(t)dt-2\sum_{k=0}^{N}a_k^2+\sum_{k=0}^{N}a_k^2$$

$$=\int_{t_0}^{t_0+T}x^2(t)dt-\sum_{k=0}^{N}a_k^2 \ \geq\ 0$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T}x^2(t)dt\geq\sum_{k=0}^{N}a_k^2$$

---贝塞尔不等式

贝塞尔不等式说明任何函数正交展开式中的系数的平方和总是收敛的。

信号的正交展开

显然，N 增大时， $\sum_{k=0}^{N} a_k^2$ 是单调增大的。

若当N足够大时，可使下式成立

$$\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt = \sum_{k=0}^{\infty} a_k^2$$ ---Rayleigh-Parseval定理

此时，称 $\{u_k(t)\}$ 为完备正交函数系。

完备的含义: 指用 $\{u_k(t)\}$ 来展开 $x(t)$时，不需要用不属于 $\{u_k(t)\}$ 的函数来补充参加 $x(t)$的精确展开， 其本身是完备的。

完备正交函数系类型：三角函数系、复指数函数系、**Walsh**函数系

谢谢