



# 相关函数和功率谱密度函数



- 1、能量信号的相关函数
- 2、能量信号的相关定理
- 3、功率信号的相关函数与功率谱



西安交通大学  
XIAN JIAOTONG UNIVERSITY

# 能量信号的相关函数

# 能量信号的相关函数

## 相关的含义

描述两个波形（或一个波形）在间隔一定时间上的相似性，常用相关函数来描述。

## 能量信号的相关函数

设信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  为能量信号，定义下式为它们的互相关函数。

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \cdot x_2(t + \tau) dt$$

当  $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$  时，则定义下式为  $x(t)$  的自相关函数。

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t + \tau) dt$$

## 相关函数积分与卷积积分的区别（一）

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \cdot x_2(t + \tau) dt$$

$$x_1(\tau) * x_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \cdot x_2(\tau - t) dt$$

(1) 卷积积分是无序的，相关积分是有序的。

$$x_1(\tau) * x_2(\tau) = x_2(\tau) * x_1(\tau)$$

$$R_{12}(\tau) = R_{21}(-\tau)$$

(2) 对同一时间位移值，卷积积分和相关积分中位移函数的移动方向是相反的。

## 相关函数积分与卷积积分的区别（二）

(3) 卷积是求解信号通过线性系统输出的方法，相关是信号检测和提取的方法。

(4) 若系统的冲激响应 $h(t) = x(-t)$ ，则系统的输出为

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(-\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \\ &= R(-t) = R(t) \end{aligned}$$

即：冲激响应为输入信号**镜像函数**的线性系统输出为输入信号的**自相关函数**。

## 自相关函数的性质

(1) 自相关函数是偶函数，即

$$R(\tau) = R(-\tau)$$

$$(2) \quad E = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t + \tau) dt \Big|_{\tau=0}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$$

(3)  $\tau = 0$ 时，自相关函数值最大，即

$$R(0) \geq |R(\tau)|$$