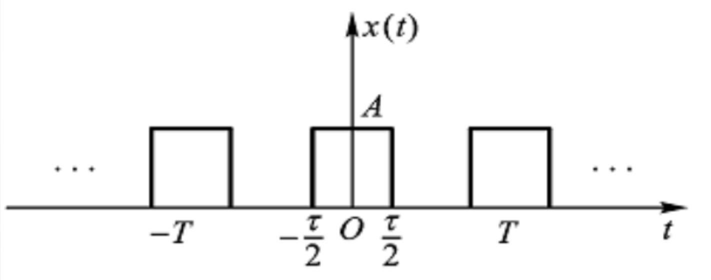
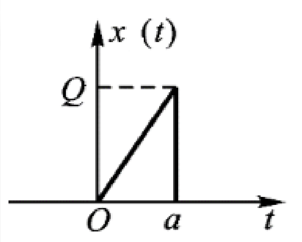
能量信号和功率信号

确定信号分类

周期信号



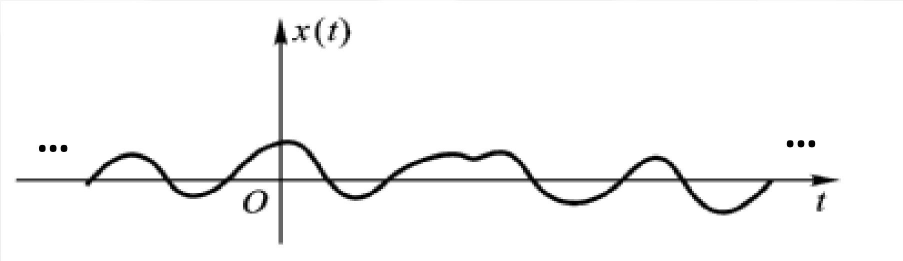
非周期信号



确定信号分类

能量信号

功率信号

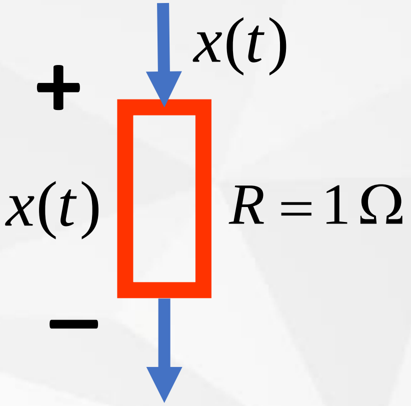


能量信号及能量谱密度函数

能量信号及能量谱密度函数

能量信号

设 $x(t)$ 为单位电阻上的电压或电流，则电阻上消耗的功率为



$$P = u \times i = x^2(t)$$

在 dt 时间内消耗的能量为 $dE = x^2(t)dt$,
信号总能量为：

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$$

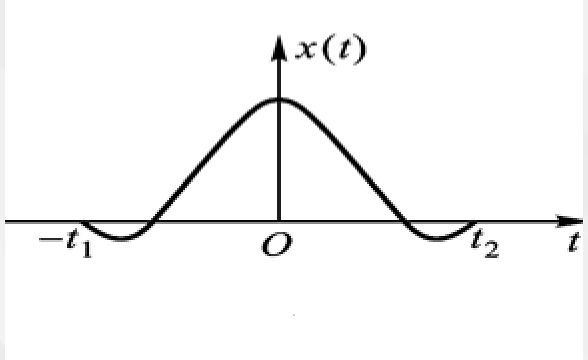
若满足 $\boxed{E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \ < \infty}$

则称 $x(t)$ 为能量信号。

能量信号及能量谱密度函数

能量信号的平均功率为零，即$P=\lim_{T\to\infty}\frac{E}{T}=0$

一般在时域内有始有终的非周期信号为能量信号，如下图所示。



对能量信号，可用其频谱密度函数及能量谱密度函数来描述。

频谱密度函数 $X(\omega)=\Im\left[x(t)\right]=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\,e^{-j\omega t}dt$

能量信号及能量谱密度函数

能量谱密度函数

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}x^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega dt$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)\cdot\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j(-\omega t)}dtd\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)X(-\omega)d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|X(\omega)\right|^2 d\omega$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left|X(\omega)\right|^2 d\omega=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}G(\omega)d\omega$$

称 $G(\omega)=\left|X(\omega)\right|^2$ 为能量信号 $x(t$ 的能量谱密度函数。

能量信号及能量谱密度函数

上式重新写为:

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}x^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|X(\omega)|^2\,d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G(\omega)d\omega$$

---能量信号的帕斯瓦尔（**Parseval**）定理

$$E=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G(\omega)d\omega=2\int_{0}^{\infty}G(f)df$$

能量谱密度函数表示了单位频带上的信号能量，表明了信号的能量沿频率轴的分布情况。