Кузьмин Никита, 317, ММП.

Теоретическое задание 1: матричные вычисления и матричное дифференцирование.

Задание №1:

Докажите тождество Вудбери:

$$(A + UCV)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1},$$

где $A \in \mathbb{R}^{n\times n},\ C \in \mathbb{R}^{m\times m},\ U \in \mathbb{R}^{n\times m},\ V \in \mathbb{R}^{m\times n},\ det(A) \neq 0,\ det(C) \neq 0$

Доказательство:

Домножим правую часть равенства на $(A + UCV)$ и докажем, полученное выражение равно I:

$$\begin{aligned}
&(A + UCV)(A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}) = \\
&= I + UCVA^{-1} - (U + UCVA^{-1}U)(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1} = \\
&= I + UCVA^{-1} - UC(C^{-1} + VA^{-1}U)(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1} = \\
&= I + UCVA^{-1} - UCVA^{-1} = I
\end{aligned} \tag{1}$$

Что и требовалось доказать.

Задание №2:

Упростите каждое из следующих выражений:

1. $||uv^T - A||_F^2 - ||A||_F^2, u \in u \in \mathbb{R}^m, v \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m\times n}$