

Optimization Project Report

Panagiotis Koutris

10671

Contents

1	Μαθηματική Διατύπωση του Προβλήματος	2
1.1	Περιγραφή του Προβλήματος	2
1.2	Συνάρτηση Στόχου	2
1.3	Περιορισμοί του Προβλήματος	2
1.3.1	Περιορισμοί Διατήρησης Ροής	2
1.3.2	Περιορισμοί Εισόδου και Εξόδου	3
1.3.3	Περιορισμοί Χωρητικότητας	3
1.3.4	Τιμές Παραμέτρων	3
1.4	Ιδιότητες του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	3
2	Θέμα 2	4
3	Θέμα 3	5
3.1	Σημείωση	5

1 Μαθηματική Διατύπωση του Προβλήματος

1.1 Περιγραφή του Προβλήματος

Το οδικό δίκτυο αποτελείται από 9 κόμβους (διασταυρώσεις) και 17 δρόμους (ακμές) με συγκεκριμένες χωρητικότητες. Στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ταξιδιού στο δίκτυο, διατηρώντας τη ροή της κυκλοφορίας εντός των επιτρεπτών ορίων.

1.2 Συνάρτηση Στόχου

Ο χρόνος κίνησης $T_i(x_i)$ για κάθε οδικό τμήμα i δίνεται από τη σχέση:

$$T_i(x_i) = t_i + \frac{a_i x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \quad (1)$$

όπου:

- t_i είναι ο βασικός χρόνος διαδρομής σε χαμηλή κυκλοφορία,
- a_i είναι ο συντελεστής συμφόρησης,
- x_i είναι η ροή κυκλοφορίας (οχήματα/λεπτό),
- c_i είναι η μέγιστη χωρητικότητα (οχήματα/λεπτό).

Ο συνολικός χρόνος μετακίνησης στο δίκτυο που θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε δίνεται από:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{17} x_i T_i(x_i) = \sum_{i=1}^{17} x_i \left(t_i + \frac{a_i x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}} \right) \quad (2)$$

1.3 Περιορισμοί του Προβλήματος

Το πρόβλημα υπόκειται στους παρακάτω περιορισμούς:

1.3.1 Περιορισμοί Διατήρησης Ροής

Για κάθε ενδιάμεσο κόμβο j , η συνολική εισερχόμενη ροή πρέπει να ισούται με τη συνολική εξερχόμενη:

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_j} x_i - \sum_{i \in \mathcal{O}_j} x_i = 0, \quad \forall j = 2, \dots, 8 \quad (3)$$

όπου:

- \mathcal{I}_j είναι το σύνολο των δρόμων που εισέρχονται στον κόμβο j .
- \mathcal{O}_j είναι το σύνολο των δρόμων που εξέρχονται από τον κόμβο j .

1.3.2 Περιορισμοί Εισόδου και Εξόδου

Ο συνολικός αριθμός των εισερχόμενων οχημάτων στο δίκτυο πρέπει να είναι ίσος με V , και αντίστοιχα, ο συνολικός αριθμός των εξερχόμενων οχημάτων πρέπει επίσης να είναι ίσος με V :

$$\sum_{i \in \mathcal{E}_{\text{in}}} x_i = V, \quad \sum_{i \in \mathcal{E}_{\text{out}}} x_i = V \quad (4)$$

1.3.3 Περιορισμοί Χωρητικότητας

Η ροή σε κάθε δρόμο πρέπει να είναι μη αρνητική και να μην υπερβαίνει τη χωρητικότητα:

$$0 \leq x_i \leq c_i, \quad \forall i = 1, \dots, 17 \quad (5)$$

1.3.4 Τιμές Παραμέτρων

Οι τιμές των παραμέτρων είναι:

$$a_i = \begin{cases} 1.25, & i = 1, \dots, 5 \\ 1.50, & i = 6, \dots, 10 \\ 1.00, & i = 11, \dots, 17 \end{cases} \quad (6)$$

Επιπλέον, οι τιμές των c_i δίνονται από το διάγραμμα του δικτύου.

1.4 Ιδιότητες του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Ο γενετικός αλγόριθμος αποτελεί κατάλληλη μέθοδο επίλυσης, διότι το πρόβλημα δεν είναι γραμμικό και οι κλασικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, όπως το gradient descent, μπορεί να κολλήσουν σε τοπικά ελάχιστα. Επιπλέον, δεν απαιτείται υπολογισμός παραγώγων, κάτι που τον καθιστά ιδανικό για σύνθετες συναρτήσεις όπως αυτή που εξετάζουμε. Συνολικά, οι γενετικοί αλγόριθμοι προσφέρουν μεγαλύτερη ευελιξία στην αναζήτηση καλών λύσεων σε πολύπλοκα περιβάλλοντα.

2 Θέμα 2

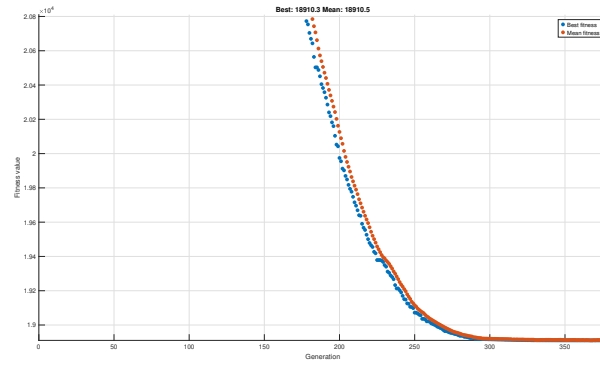


Figure 1: GA Convergence for $V = 100$.

```
Optimal Traffic Flow x_i:
Columns 1 through 10

    30.8085    15.9986    23.5735    29.6194    18.3770    12.4315    10.5400     5.4585    13.8417    15.7778

Columns 11 through 17

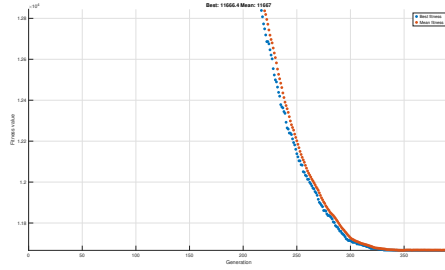
    11.1015    20.3044    11.4677     8.0983    26.3409    26.4753    26.8793

Minimum Total Travel Time: 18911.438 min
```

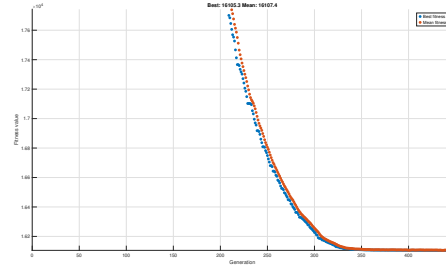
Figure 2: Display final results.

3 Θέμα 3

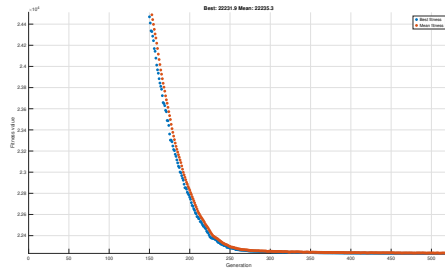
Επιλέξαμε ενδεικτικά 4 τιμές του V : 85, 95, 105, 115



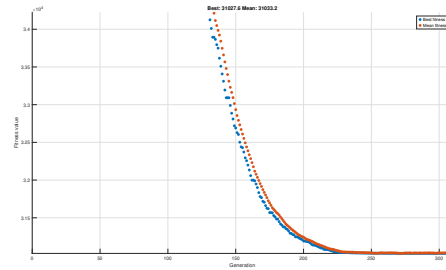
(a) GA Convergence for $V = 85$



(b) GA Convergence for $V = 95$



(c) GA Convergence for $V = 105$



(d) GA Convergence for $V = 115$

Figure 3: Genetic Algorithm performance for different values of V .

3.1 Σημείωση

Παρατηρούμε ότι αύξηση του V συνεπάγεται και αύξηση του ολικού χρόνου.

```

Optimization Completed!
Final Results:
Columns 1 through 10

25.6900  14.2610  20.6963  24.3527  15.3917  10.2983  9.4704  4.7906  10.8882  13.4645
29.1039  15.4307  22.6093  27.8560  17.4294  11.6745  10.3176  5.1132  12.8194  15.0366
32.5611  16.5334  24.4705  31.4351  19.4092  13.1518  10.9403  5.5931  14.8779  16.5573
36.2569  17.5382  26.2988  34.9061  21.5862  14.6707  11.7376  5.8006  16.8863  18.0198

Columns 11 through 17

9.1687  18.2803  8.9261  6.2870  22.4078  21.6788  22.6332
10.4880  19.6830  10.3710  7.2593  25.1038  24.6886  25.5246
11.7444  20.9056  12.2914  8.7185  27.6650  28.1277  28.3016
13.0958  22.1422  13.7476  9.9153  30.2406  31.5015  31.1157

Minimum Travel Time Values: 11666.6359      16105.0998      22232.527      31028.8272
Number of Generations: 436  396  361  356

```

Figure 4: Display final results.