计算机图形学渲染笔记1 Plus - 蒙特卡罗采样Beckmann分布与GGX分布

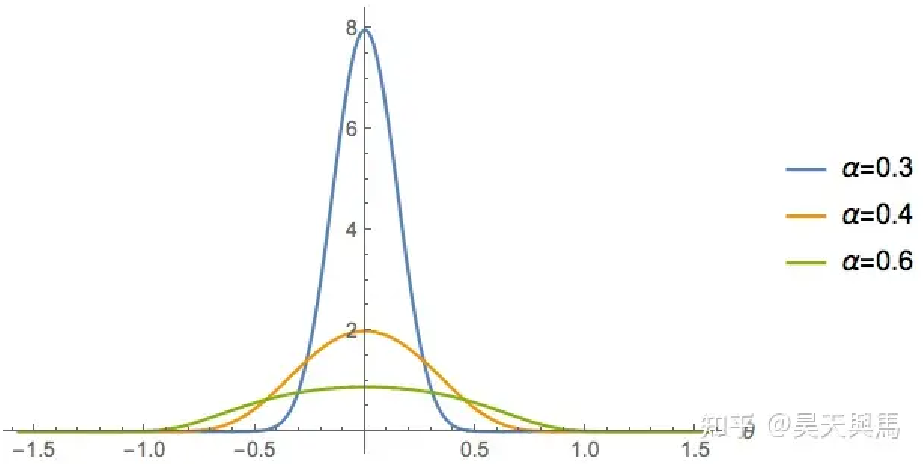
昊天舆馬
爱思考的同学

本章内容涉及

Bruce Walter, Stephen R. Marschner, Hongsong Li, and Kenneth E. Torrance. 2007. Microfacet models for refraction through rough surfaces. In Proceedings of the 18th Eurographics conference on Rendering Techniques (EGSR'07). Eurographics Association, Goslar, DEU, 195–206.

在微表面microfacet采样过程中，我们会需要用到Beckmann分布和GGX分布对微表面的法线情况进行更加准确的物理模拟。关于微表面相关理论，我们会在后续内容涉及，这里我们会简述对这两个函数的采样。

Beckmann Distribution



不同alpha值下的Beckmann Distribution

Beckmann Distribution允许我们使用额外的参数调整其分布情况，并有利于微表面的物理模拟，这里我们已知这种分布的概率密度函数PDF为

$$D(\theta,\phi)=\frac{1}{2\pi}\frac{2e^{\frac{-tan^2\theta}{\alpha^2}}}{\alpha^2cos^3\theta}$$

我们需要首先计算它的累积分布函数CDF，计算过程如下

令 $x=cos\theta$，那么 $p(x)=\frac{1}{2\pi}\frac{2e^{\frac{(x-1)^2/x^2}{\alpha^2}}}{\alpha^2x^3}$

所以经过如下推导

$$let\ f(x)=\frac{(x-1)^2}{\alpha^2x^2},\ f'(x)=\frac{2}{\alpha^2x^3}$$

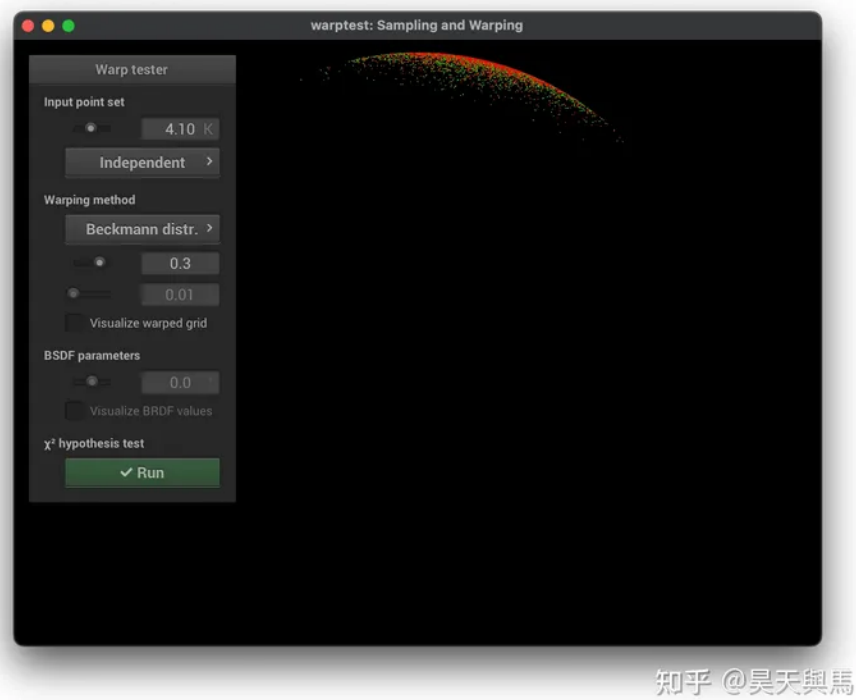
$$P(x)=\frac{1}{2\pi}(e^{f(x)}+C)$$

$$P^{-1}(x)=\sqrt{\frac{1}{1-\alpha^2ln(x-C)}}$$

$$\theta=P^{-1}(\theta)=acos(\sqrt{\frac{1}{1-\alpha^2ln(\xi_1-C)}})$$

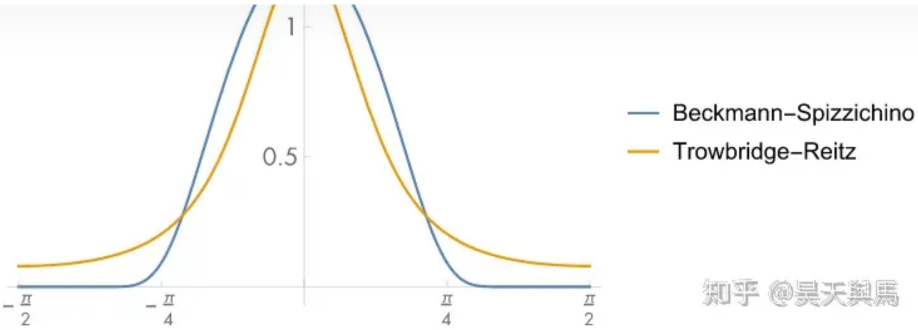
我们可以建立随机变量 ξ 与 θ 的关系，考虑到立体角的两个参数 θ 与 ϕ 相互独立，我们已经可以对任意一个采样半球体上的点 $(x,y,z)=(sin\theta cos\phi, sin\theta sin\phi, cos\theta)$ 进行采样了，采样代码如下

```
Vector3f squareToBeckmann(const Point2f &sample, float alpha) {
    float logSample = log(sample.array()[1]);
    if (std::isinf(logSample)) logSample = 0;
    float tan2Theta = -alpha*alpha*logSample;
    float phi = 2*M_PI*sample.array()[0];
    float cosTheta = 1/sqrt(1+tan2Theta);
    float sinTheta = sqrt(std::max(0.f, 1-cosTheta*cosTheta));
    // float theta = acos(sqrt(1/(1 - alpha*alpha* log(sample.array()[1]))));
    float x = sinTheta * cos(phi);
    float y = sinTheta * sin(phi);
    float z = cosTheta;
    return Vector3f(x, y, z);
}
```



Beckmann Distribution 采样 此时 alpha=0.3

GGX (TrowbridgeReitz Distribution)



Beckmann与GGX比较

与 Beckmann 模型相比，Trowbridge(GGX)的尾部更高——对于远离表面法线的方向，它下降到零的速度更慢。此特性与许多现实世界表面的特性非常匹配，在本文开头的论文中同样也提供了这两种分布之间的比较。

该函数分布为

$$D(\omega_h) = \frac{1}{\pi\alpha_x\alpha_y\theta_h(1+tan^2\theta(cos^2\phi_h/\alpha_x^2+sin^2\phi_h/\alpha_y^2))^2}$$

同上所述，我们可以推导出随机变量随机变量 ξ 与 θ 的关系，并对它进行采样，代码如下

```
Vector3f squareToTrowbridgeReitz(const Point2f &sample, float alpha) {
    float phi = (2*M_PI) * sample.array()[1];
    float tanTheta2 = alpha*alpha*sample.array()[0] / (1.f-sample.array()[0]);
    float cosTheta = 1/sqrt(1+tanTheta2);
    float sinTheta = sqrt(std::max(0.f, 1.f - cosTheta*cosTheta));
    float x = sinTheta * cos(phi);
    float y = sinTheta * sin(phi);
    float z = cosTheta;
    return Vector3f(x, y, z);
}
```

编辑于 2023-02-13 12:07・IP 属地美国

计算机科学 计算机图形学 渲染

已赞同 3 ▼ 添加评论 分享 喜欢 收藏 申请转载 ···

发布一条带图评论吧

还没有评论，发表第一个评论吧

文章被以下专栏收录