Ονοματεπώνυμο: Παντελεήμων Μαλέκας
A.M: 1115201600268

- Πρόβλημα 2

Ο μικρότερος αριθμός κόμβων που παράγονται ειναι 1 αρα O(1).
Ο μεγαλύτερος αριθμός κόμβων που παράγονται ειναι:

$$b^d + 2b^{d-1} + 3b^{d-2} + \ldots + (d-1)b^2 + db + (d+1)$$

Εξήγηση: Ο μικρότερος αριθμός είναι 1 όταν έχουμε την περίπτωση όπου ο κόμβος στόχος είναι ίδιος με την ρίζα. Σε μια τέτοια περίπτωση λοιπόν, θα παραχθεί μόνο η ρίζα άρα έχουμε μόνο έναν κόμβο.
Στον μεγαλύτερο αριθμό κόμβων παρατηρούμε ότι στον αλγόριθμο πρώτα σε βάθος με επαναληπτική εκβάθυνση, οι κόμβοι στο επίπεδο d παράγονται μια φορα, οι κόμβοι από το επίπεδο d-1 παράγονται δύο φορές, κ.ο.κ. μέχρι την ρίζα η οποία παράγεται d+1 φορες. (d επειδή παράγεται σε κάθε επίπεδο + 1 για την περίπτωση ὀπου παράγεται μόνη εκείνη)
Οπότε στον παραπάνω τύπο b^d είναι οι κόμβοι που παράγονται στο επίπεδο d, $2b^{d-1}$ είναι οι κόμβοι από το επίπεδο d-1 κ.ο.κ. Κάνοντας απλοποιήσεις ο παραπάνω τύπος μπορεί να γραφτεί σε μορφή πολυπλοκότητας ως $O(b^d)$.

- Πρόβλημα 3

[Διευκρίνιση: Εφόσον η εκφώνηση αναφέρει ότι ο αλγόριθμος επιλέγει κόμβους με αλφαβητική σειρά όταν δεν μπορεί να διακρίνει ποιον να επιλέξει, οι κόμβοι εισέρχονται στο fringe έτσι ώστε να βγαίνει πρώτα ο αλφαβητικά μικρότερος. Οπότε στον BFS π.χ. οι κόμβοι μπαίνουν με την σειρά: A,B,D ενώ στον DFS μπαίνουν με την σειρά: D,B,A κ.τ.λ.]

1. Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος

α) Πρώτος κόμβος στόχος: G1

β) Σειρά όπου βγαίνουν οι κόμβοι από το fringe: S, A, B, D

2. Αναζήτηση πρώτα σε βάθος

α) Πρώτος κόμβος στόχος: G1

β) Σειρά όπου βγαίνουν οι κόμβοι από το fringe: S, A

3. Αναζήτηση πρώτα σε βάθος με επαναληπτική εκβάθυνση

α) Πρώτος κόμβος στόχος: G1

β) Σειρά όπου βγαίνουν οι κόμβοι από το fringe: 1η Επανάληψη: S
2η Επανάληψη: S, A, B, D
3η Επανάληψη: S, A

4. Άπληστη αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο

α) Πρώτος κόμβος στόχος: G2

β) Σειρά όπου βγαίνουν οι κόμβοι από το fringe: S, B, C

5. A*

α) Πρώτος κόμβος στόχος: G2

β) Σειρά όπου βγαίνουν οι κόμβοι από το fringe: S, A, B, C

- Πρόβλημα 4

1. Ερώτημα I

Για n=1 έχουμε f(n)=0 (Μία πίτα που είναι ήδη στην θέση της)

Για n=2 έχουμε το πολύ f(n)=1 (0 αν έχουμε 2 πίτες ήδη στην θέση τους και 1 αν είναι ανάποδα)

Για n=3 έχουμε το πολύ f(n)=3 (Θα εξηγηθεί παρακάτω)

Για n=4 έχουμε το πολύ f(n)=5 (Θα εξηγηθεί παρακάτω)

Εξήγηση: Εφόσον το πρόβλημα είναι ανάλογο με τους Πύργους του Hanoi έχουμε την αναδρομική εξίσωση: $f(n) \leq 2 + f(n-1)$ για $n \geq 3$. Παρατηρούμε ότι αν έχουμε n=1 δεν χρειάζεται να κάνουμε κάποια κίνηση, αν έχουμε n=2 θα χρειαστεί το πολύ μια κίνηση και αν έχουμε παραπάνω τότε αναποδογυρίζουμε την πίτα n στην κορυφή και ξανά στο τέλος. Και επαναλαμβάνεται η διαδικασία στις n-1 πάνω πίτες. Η εξίσωση αυτή μπορεί να γραφτεί και ως $f(n) \leq 2n - 3$, για $n \geq 2$.

2. Ερώτημα II

Έστω ότι έχουμε μια αταξινόμητη στοίβα που περιέχει ένα συνεκτικό ζευγάρι από πίτες. Προκειμένου να μην είναι συνεκτικά στην ταξινομημένη στοίβα θα χρειαστεί να τοποθετήσουμε την τσιμπίδα ανάμεσα τους για να χωριστούν. Για παράδειγμα, αν έχουμε μια στοίβα της μορφής [2,4,1,5,3], από την προηγούμενη πρόταση έχουμε ότι θα χρειαστούν τουλάχιστον 5 αναποδογυρισματα για να χωριστεί κάθε συνεκτικό ζευγάρι. Αυτό λοιπόν αποδεικνυεί ότι $f(n) \geq n$ για κάθε ζυγό αριθμό $n \geq 4$. Το ίδιο αξίωμα θα ισχύει και για περιττούς αριθμούς $n \geq 5$ μόνο που θα χρειαστούμε ζευγάρια των τριών.

3. Ερώτημα III

Για να αποδείξουμε ότι $f(n) \leq 2n$, παρατηρούμε ότι εφόσον είδαμε πριν ότι ισχύει $f(n) \leq 2 + f(n-1)$ για $n \geq 3$, θα ισχύει ανάλογα και $f(n) \leq 2n$, για $n \geq 3$. Η ανισότητα ισχύει επίσης για $n=1$ και $n=2$, άρα αποδείξαμε αυτό που θέλαμε.

4. Ερώτημα IV

Έχουμε τις καταστάσεις οι οποίες ορίζονται από κάθε πιθανή διάταξη της στοίβας.
Η ενέργεια που έχουμε για να μεταβούμε από μια κατάσταση σε μια άλλη είναι κάθε πιθανό αναποδογύρισμα. Η συνάρτηση διαδοχής παράγει τις αναδιατάξεις από την τωρινή μας στοίβα. Η αρχική μας κατάσταση ορίζεται από την πρώτη αταξινόμητη στοίβα ενώ η κατάσταση στόχου από την ταξινομημένη στοίβα. Το κόστος μονοπατιού ορίζεται από τον αριθμό των αναδιατάξεων από την αρχική μας κατάσταση μέχρι την κατάσταση στόχου.
Το μέγεθος του χώρου αναζήτησης είναι το σύνολο όλο των πιθανών λύσεων. Οπότε στην περίπτωση μας είναι κάθε πιθανή λύση της $f(n)$.

- Πρόβλημα 5

Ορίζοντας το πρόβλημα αναζήτησης:
Έχουμε ένα πλέγμα $n*n$ οπότε οι καταστάσεις ορίζονται από τις συντεταγμένες x,y από το κάθε κουτάκι.
Επιπλέον έχουμε K πράκτορες και K ευρώ και την συνάρτηση κόστους: $c(x)=\{1,2\}$ όπου έχει αποτέλεσμα 1 για την κίνηση σε λευκό κουτάκι και 2 για το καφέ κουτάκι.
Οι αρχικές καταστάσεις ορίζονται ως $\{s1x,s1y\} \neq \{s2x,s2y\}$, από τις συντεταγμένες των αντίστοιχων πρακτόρων. Οι καταστάσεις στόχου ορίζονται ως $\{k1x,k1y\} \neq \{k2x,k2y\}$, από τις συντεταγμένες των αντίστοιχων ευρώ.
Οι διαθέσιμες ενέργειες του κάθε πράκτορα είναι να κινηθεί ένα τετραγωνάκι οριζόντια ή κάθετα την φορά.

Η συνάρτηση διαδοχής από κάθε κατάσταση μας δίνει το πολύ 4 πιθανές διαδοχικές καταστάσεις, εφόσον οι διαθέσιμες κινήσεις μας είναι: Πάνω, Κάτω, Αριστερά, Δεξιά. Εκτός αν έχουμε τοίχους.
Από περιορισμούς έχουμε ότι δεν μπορούν οι δύο πράκτορες να βρίσκονται στο ίδιο κουτάκι και δεν μπορούν να κινηθούν στα μαύρα κουτάκια.

Το μέγεθος του χώρου αναζήτησης του προβλήματος είναι: O(n*n), όπου n*n είναι οι διαστάσεις του πλέγματος.
Ο μέγιστος παράγοντας διακλάδωσης είναι: 4 για κάθε πράκτορα K, εφόσον οι διαθέσιμες κινήσεις μπορούν να είναι: Πάνω, Κάτω, Αριστερά, Δεξιά, εκτός αν έχουμε τοίχους.
Η βέλτιστη λύση βρίσκεται σε βάθος d, όπου d είναι το βάθος του δέντρου αποφάσεων που δημιουργείται καθώς αναζητούμε την λύση. Καθώς ένας αλγόριθμος όπως ο A* αναζητά τον στόχο δημιουργείται ένα δέντρο αποφάσεων όπου η ρίζα είναι η αρχική κατάσταση και κάθε παιδί είναι μια από τις διαδοχικές καταστάσεις. Η λύση λοιπόν βρίσκεται στο βάθος d από το εν λόγω δέντρο.
Μία πιθανή ευρετική συνάρτηση αν χρησιμοποιούσαμε τον αλγόριθμο A* είναι η απόσταση Manhattan μεταξύ της τωρινής μας κατάστασης και της κατάστασης στόχου. Σε ένα πλέγμα όπου επιτρέπονται μόνο 4 κινήσεις η απόσταση Manhattan είναι η κατάλληλη για να βρούμε το πιο σύντομο μονοπάτι μεταξύ δύο σημείων. Αν επιτρεπόντουσαν παραπάνω κινήσεις όπως το να κινηθούμε διαγώνια, η Ευκλείδεια απόσταση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως ευρετική συνάρτηση.