Εργασία 1

Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

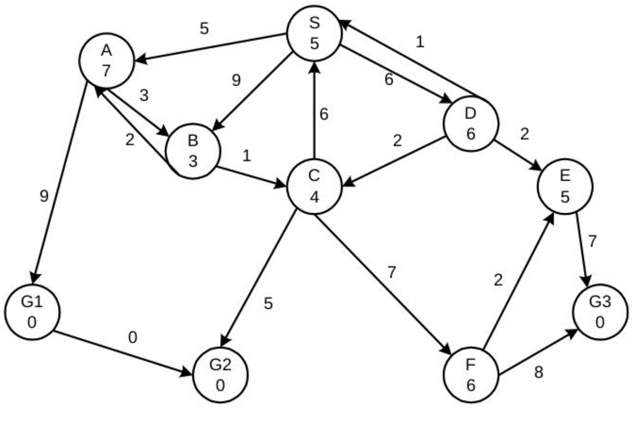
<u>Πρόβλημα 2ο</u>

Έστω το πρόβλημα αναζήτησης Π, που επιλύεται βάσει του αλγορίθμου IDS – Iterative deepening search – και έστω το δένδρο αναζήτησης για τον Π, πεπερασμένο, με (ολικό) βάθος d, παράγοντα διακλάδοσης b, και ο κόμβος με το μικρότερο βάθος που είναι στόχος βρίσκεται σε βάθος g ≤ d.
Ο μικρότερος αριθμός κόμβων που δημιουργείται από τον αλγόριθμο θα είναι O(g), στην ιδανική περίπτωση που ο κόμβος-στόχος βρίσκεται στο αριστερότερο παιδί του δένδρου (σε βάθος g), οπότε έχουμε ότι παράγονται $\sum_{i=0}^{g-1} b^i = \frac{b^g - 1}{b - 1}$ κόμβοι μέχρι το προηγούμενο επίπεδο και άλλος 1 (ο κόμβος στόχος) στο επίπεδο g, οπότε έχουμε $\sum_{i=0}^{g-1} b^i = \frac{b^g - 1}{b - 1}$ +1 κόμβους.

Ο μεγαλύτερος αριθμός κόμβων που δημιουργείται από τον αλγόριθμο – στην χειρότερη περίπτωση που ο κόμβος στόχος είναι το δεξιότερο παιδί – είναι N(IDS) = $(b)d + (d – 1)b^2 + (d – 2)b^3 + \ldots + (2)b^{d-1} + (1)b^d = O(b^d)$.

<u>Πρόβλημα 3ο</u>

Έχουμε τον δοθέντα χώρο αναζήτησης:



1. Για την αναζήτηση πρώτα σε πλάτος
α) ο κόμβος στόχου στον οποίον θα φτάσει πρώτο ο αλγόριθμος είναι ο **G_1**
β) η αλληλουχία με την οποία αφαιρούνται οι κόμβοι από το σύνορο είναι η εξής: *S*, A.

2. Για την αναζήτηση πρώτα σε βάθος
α) ο κόμβος στόχου στον οποίον θα φτάσει πρώτο ο αλγόριθμος είναι ο **G_1**

β) η αλληλουχία με την οποία αφαιρούνται οι κόμβοι από το σύνορο είναι η εξής: *S*.

3. Για την αναζήτηση πρώτα σε βάθος με επαναληπτική εκβάθυνση
α) ο κόμβος στόχου στον οποίον θα φτάσει πρώτο ο αλγόριθμος είναι ο $\mathbf{G_1}$
β) η αλληλουχία με την οποία αφαιρούνται οι κόμβοι από το σύνορο είναι η εξής: *S*, A

4. Για την άπληστη αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο
α) ο κόμβος στόχου στον οποίον θα φτάσει πρώτο ο αλγόριθμος είναι ο $\mathbf{G_2}$
β) η αλληλουχία με την οποία αφαιρούνται οι κόμβοι από το σύνορο είναι η εξής: *S*, A, B, C

5. Για την αναζήτηση A*
α) ο κόμβος στόχου στον οποίον θα φτάσει πρώτο ο αλγόριθμος είναι ο $\mathbf{G_2}$
β) η αλληλουχία με την οποία αφαιρούνται οι κόμβοι από το σύνορο είναι η εξής: *S*, A, B, C

Πρόβλημα 4ο (Σφακιανές Πίτες)

Επεξήγηση προβλήματος: Πρόκειται για πρόβλημα – παραλλαγή των πύργων του Hanoi. Εδώ έχουμε 1 στήλη πιτών, οι ανταλλαγές στις θέσεις γίνονται επιτόπου, και μπορεί να γίνει ανταλλαγή πολλαπλών πιτών, δηλαδή μπορούμε π.χ. για 3 πίτες, με αλληλουχία $s_1 = \{3,2,1\}$ και επιθυμητή κατάσταση g = {1,2,3} να βρεθούν στην goal state g με μία κίνηση (ο Σήφης πιάνει με την τσιμπίδα και τις 3 πίτες μαζί και τις αναποδογυρίζει). Για χάριν ευκολίας, θεωρούμε ότι ο Σήφης είναι τόσο δεινός μάγειρας, που μπορεί να αναποδογυρίσει και ενδιάμεσες πίτες, δηλαδή από την κατάσταση {1,3,2,4} μπορεί με μία κίνηση να βρεθεί στην κατάσταση {1,2,3,4}, χωρίς να κουνήσει την 1η πίτα. (Ειδάλλως θα αντάλλασαν αέναα οι πίτες 2 και 1 θέση με την 3η πίτα να μένει στη θέση 2)

Σημείωση: Αριστερά θεωρείται η 1η θέση – πάνω πάνω και δεξιά η τελευταία θέση – κάτω κάτω.

Βήμα Ι: Για n = 1, 2, 3, 4

Για n = 1, f(n) = 0 (η μία πίτα είναι ήδη στη θέση της)
Για n = 2, f(n) = 0 (αν οι δύο πίτες είναι στη θέση τους ήδη) ή 1 (αν οι δύο πίτες είναι ανάποδα)
Για n = 3, f(n) = 0 ή 1 ή 2
Με χώρο καταστάσεων $K_3 = \{\{1,2,3\}, \{1,3,2\}, \{2,1,3\}, \{2,3,1\}, \{3,1,2\}, \{3,2,1\}\}$ και χώρο κινήσεων (αντίστοιχα) $K_3' = \{0,1,1,2,2,1\}$
Για n = 4, f(n) = 0 ή 1 ή 2 ή 3
Με χώρο καταστάσεων K_4 = {
{1,2,3,4}, {2,1,3,4}, {2,3,1,4}, {2,3,4,1}
{1,2,4,3}, {2,1,4,3}, {2,4,1,3}, {2,4,3,1}
{1,3,2,4}, {3,1,2,4}, {3,2,1,4}, {3,2,4,1}
{1,3,4,2}, {3,1,4,2}, {3,4,1,2}, {3,4,2,1}
{1,4,2,3}, {4,1,2,3}, {4,2,1,3}, {4,2,3,1}
{1,4,3,2}, {4,1,3,2}, {4,3,1,2}, {4,3,2,1} }
Με χώρο κινήσεων αντίστοιχα: $K_4' = \{0, 1,1,2,2,1,1,2,2,3,3,3,2,3,1,3,2,3,3,2,2,3,2,1\}$

Γενικά παρατηρώ ότι f(n) < n σε κάθε περίπτωση.
Ειδικότερα, f(n) = 2n – 3 το πολύ.
Μία προσέγγιση είναι η εξής: $f(n) \leq 2 + f(n-1)$, $n \geq 3$

<u>Βήμα ΙΙ: Για n > 4</u>
Αποδεικνύουμε ότι $f(n) \geq n$.

<u>Βήμα ΙΙΙ: Για n ≥ 1</u>
Αποδεικνύουμε ότι $f(n) \leq 2n$. Πράγματι, $f(n) \leq 2 + f(n-1)$, $n \geq 3 \Rightarrow f(n) \leq 2n$, $n \geq 3$
Για $n = 2$, $f(n) \leq 1 < 2 * 2 = 4$
Για $n = 1$, $f(n) = 0 < 2 * 1 = 2$, *ο.ε.δ.*

<u>Βήμα IV: Πρόβλημα και χώρος αναζήτησης</u>
Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής: έχουμε n πίτες ποικίλων μεγεθών, με τη μικρότερη να αντιστοιχεί στον αριθμό 1 και την μεγαλύτερη στο n. Οι στοιβαγμένες πίτες φαίνονται ως εξής: $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ με p_1 την ανώτερη και p_n την κατώτατη.
Ορίζω ως P_m το max(f(n)), για στοίβα με m το πλήθος πίτες.

<u>Πρόβλημα 5ο</u>

Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:
Έχουμε το πλέγμα n*n, άρα τις θέσεις {x,y}, K agents, K ευρώ και την συνάρτηση κόστους

$$c(i) = \begin{cases} 1 & \text{αν ο i agent κινείται σε λευκό κουτάκι} \\ & \text{ή} \\ 2 & \text{αν ο i agent κινείται σε καφέ κουτάκι} \end{cases}$$

Με περιορισμό ότι $\{x_j, y_j\} \neq \{x_k, y_k\}$, με j, k agents.
Οι agents δεν μπορούν να μεταβούν σε μαύρο κουτί με συντεταγμένες $\{x_b, y_b\}$
Οι agents κινούνται {Π,Κ,Δ,Α} = {πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά}.

Το μέγεθος του χώρου αναζήτησης είναι $O(n^2)$, ο μέγιστος παράγοντας διακλάδοσης είναι 4*K (από κάποια θέση ο agent μπορεί να πάει το πολύ σε 4 άλλες – δεν επιτρέπεται διαγώνια μετακίνηση, και K οι agents συνολικά). Η λύση του προβλήματος βρίσκεται σε βάθος $O(K^* n^2)$.