Σιάμπου Μαρία - Δέσποινα
1115201600151

Εργασία 4

Ερώτημα 1ο

Αρχικά ορίζουμε ο πεδίο της Ι, που περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας δηλαδή :

- | I | = {TheMouse,TheGruffalo}.

Για τα σύμβολα σταθερών, η Ι κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις :

- LittleMouse $^{\mathbf{I}}$ = TheMouse , Gruffalo $^{\mathbf{I}}$ = TheGruffalo

Η Ι αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Animal, τις ακόλουθες μοναδιαίες σχέσεις :

- {<TheMouse>} και {<TheGruffalo>}

Η Ι αντιστοιχίζει στο δυαδικό σύμβολο κατηγορήματος Follows, τις ακόλουθη δυαδική σχέση :

- {<TheMouse> , <TheGruffalo>}

Για τον τύπο φ1, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

- $|=_{\mathbf{I}}$ Animal(LittleMouse)[s] ανν <$\bar{s}$(LittleMouse)> ϵ Animal $^{\mathbf{I}}$

Όμως :

- $\bar{s}$(LittleMouse) = LittleMouse $^{\mathbf{I}}$ = TheMouse
- Animal $^{\mathbf{I}}$ = TheMouse

Άρα το παραπάνω ισχύει και συνεπώς ο φ1 ικανοποιείται από την Ι.

Ομοίως για τον τύπο φ2, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

- $|=_{\mathbf{I}}$ Animal(Gruffalo)[s] ανν <$\bar{s}$(Gruffalo)> ϵ Animal $^{\mathbf{I}}$

Όμως :

- $\bar{s}$(Gruffalo) = Gruffalo $^{\mathbf{I}}$ = TheGruffalo
- Animal $^{\mathbf{I}}$ = TheGruffalo

Άρα το παραπάνω ισχύει και συνεπώς ο φ2 ικανοποιείται από την Ι.

Για τον τύπο φ3, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

- $\models_{I}$ (∃x)(∃y)(Animal(x) ∧ Animal(y) ∧ Follows(x,y)) ανν υπάρχει dx, dy ϵ | I | $\models_{I}$ (∃x)(∃y)(Animal(x) ∧ Animal(y) ∧ Follows(x,y)) [s (x∨dx , y ∨dy)] ,

το οποίο ισχύει αν υπάρχουν x και y που ικανοποιούν την πρόταση. Τα προηγούμενα ισχύουν όπως και το Follows(x,y), αφού υπάρχουν x και y που να το ικανοποιούν. Συνεπώς ο φ3 ικανοποιείται από την I.

Για τον τύπο φ4, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

- $\models_{I}$ (∀x)(∀y)(Animal(x) ∧ Animal(y) => Follows(x,y)) ανν για κάθε dx, dy ϵ | I | $\models_{I}$ (∀x)(∀y)(Animal(x) ∧ Animal(y) => Follows(x,y)) [s (x|dx , y |dy)].

Για το πεδίο I έχουμε τις εξής δυνατές περιπτώσεις σχετικά με την ανάθεση τιμών στις μεταβλητές x και y :

- x = TheMouse και y = TheGarffalo
- x = TheMouse και y = TheMouse
- x = TheGarffalo και y = TheGarffalo
- x = TheGarffalo και y = TheMouse

Παρατηρούμε πως το Follows(x,y) είναι αληθές μόνο στην 3η περίπτωση, αφού στην εικόνα φαίνεται αυστηρά πως το TheGarffalo ακολουθεί το TheMouse και όχι το αντίστροφο, συνεπώς ο φ4 δεν ικανοποιείται από την I.

Ερώτημα 2

- mgu = {u / F(v) , x / G(F(v))}
- mgu = {x_1 / G(H(A,B) , H(A,B)) , x_2 / H(A,B) , x_3 / H(A,B) , x_5 / B , x_4 / B }
- mgu = {x_{i+1} / F(F... $_{(i)}$ (x_0), F... $_{(i)}$ (x_0)) , y_{i+1} / F(F... $_{(i)}$ (x_0), F... $_{(i)}$ (x_0))}

Ερώτημα 3α

- Member (Kostakis,DNT) ∧ Member (Giorgakis,DNT) ∧ Member (Doroula,DNT)
- (∀ x)((Member (x,DNT) ∧ ¬Right (x)) => Liberal (x))
- (∀ x)((Right (x) => ¬Likes (x,Socialism))
- (∀ x)(¬Likes (x,Capitalism) => ¬Liberal (x))
- (∀ x)((Likes (Giorgakis,x) => ¬Likes (Kostakis,x)) ∧ ((¬Likes (Giorgakis,x) => Likes (Kostakis,x)))
- Likes (Giorgakis,Socialism) ∧ Likes (Giorgakis,Capitalism)

Ερώτημα 3β

Μετατροπή σε CFN (Απαλοιφή Συνεπαγωγών && Μετακίνηση Άρνησης Προς τα μέσα)

i. Member (Kostakis,DNT) ∧ Member (Giorgakis,DNT) ∧ Member (Doroula,DNT)
ii. (∀ x)(¬Member (x,DNT) ∨ Right (x) ∨ Liberal (x))
iii. (∀ x)((¬Right (x) ∨ ¬Likes (x,Socialism))

iv. $(\forall x)(Likes(x, Capitalism) \lor \neg Liberal(x))$
v. $(\forall x)(\neg Likes(Giorgakis, x) \lor \neg Likes(Kostakis, x)) \land (Likes(Giorgakis, x) \lor Likes(Kostakis, x))$
vi. $Likes(Giorgakis, Socialism) \land Likes(Giorgakis, Capitalism)$

Μετατροπή σε CFN (Προτυποποίηση Μεταβλητών)

i. $Member(Kostakis, DNT) \land Member(Giorgakis, DNT) \land Member(Doroula, DNT)$
ii. $(\forall x_1)(\neg Member(x_1, DNT) \lor Right(x_1) \lor Liberal(x_1))$
iii. $(\forall x_2)((\neg Right(x_2) \lor \neg Likes(x_2, Socialism))$
iv. $(\forall x_3)(Likes(x_3, Capitalism) \lor \neg Liberal(x_3))$
v. $(\forall x_4)(\neg Likes(Giorgakis, x_4) \lor \neg Likes(Kostakis, x_4)) \land (Likes(Giorgakis, x_4) \lor Likes(Kostakis, x_4))$
vi. $Likes(Giorgakis, Socialism) \land Likes(Giorgakis, Capitalism)$

Μετατροπή σε CFN (Αφαίρεση καθολικών ποσοδεικτών)

i. $Member(Kostakis, DNT) \land Member(Giorgakis, DNT) \land Member(Doroula, DNT)$
ii. $(\neg Member(x_1, DNT) \lor Right(x_1) \lor Liberal(x_1))$
iii. $(\neg Right(x_2) \lor \neg Likes(x_2, Socialism))$
iv. $(Likes(x_3, Capitalism) \lor \neg Liberal(x_3))$
v. $(\neg Likes(Giorgakis, x_4) \lor \neg Likes(Kostakis, x_4)) \land (Likes(Giorgakis, x_4) \lor Likes(Kostakis, x_4))$
vi. $Likes(Giorgakis, Socialism) \land Likes(Giorgakis, Capitalism)$

Μετατροπή σε CFN (Κατανομή $\lor$ ως προς $\land$)

i. $Member(Kostakis, DNT)$, $Member(Giorgakis, DNT)$, $Member(Doroula, DNT)$
ii. $\neg Member(x_1, DNT) \lor Right(x_1) \lor Liberal(x_1)$
iii. $\neg Right(x_2) \lor \neg Likes(x_2, Socialism)$
iv. $Likes(x_3, Capitalism) \lor \neg Liberal(x_3)$
v. $\neg Likes(Giorgakis, x_4) \lor \neg Likes(Kostakis, x_4)$, $Likes(Giorgakis, x_4) \lor Likes(Kostakis, x_4)$
vi. $Likes(Giorgakis, Socialism)$, $Likes(Giorgakis, Capitalism)$

Για το vi) έχουμε:

- $\varphi = Member(x, DNT) \land Liberal(x) \land \neg Right(x)$

Η άρνηση της πρότασης που θέλουμε να αποδείξουμε είναι η εξής:

- ¬φ = ¬(Member (x,DNT) ∧ Liberal (x) ∧ ¬Right (x)) =>
  ¬Member (x,DNT) ∨ ¬Liberal (x) ∨ Right (x)

¬Member (x,DNT) ∨ ¬Liberal (x) ∨ Right (x)

¬Member (x,DNT) ∨ Right (x) ∨ Liberal (x)

Member (x,DNT) ∨ Right (x)

¬Right (x) ∨ ¬Likes (x,Socialism)

¬Member (x,DNT) ∨ ¬Likes (x,Socialism)

Member (Giorgakis,DNT) ∨ Likes (Giorgakis,Socialism)

Ø

Ερώτημα 3γ:

Θα χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω σύνολο προτάσεων:

i. Member (Giorgakis,DNT)
ii. Likes (Giorgakis,Socialism)
iii. ¬Member (x_1,DNT) ∨ Right (x_1) ∨ Liberal (x_1)
iv. ¬Right (x_2) ∨ ¬Likes (x_2,Socialism)
v. Ans(z) ∨ ¬Member (z,DNT) ∨ ¬Liberal (z) ∨ Right (z)

από (i) και (iii) με MGU {x_1 / Giorgakis} , έχουμε :

- Right (Giorgakis) ∨ Liberal (Giorgakis)

από (ii) και (iv) με MGU {x_2 / Giorgakis} , έχουμε :

- ¬Right (Giorgakis) *(1)*

από τα 2 προηγούμενα έχουμε, έχουμε :

- Liberal (Giorgakis) *(2)*

από (1) , (2) , (i) , (v) με MGU {z / Giorgakis} έχουμε :

- Ans (Giorgakis)

άρα το μέλος του ΔΝΤ που έχει την ιδιότητα που παριστάνει η φ είναι ο Γιωργάκης.

Ερώτημα 4α:

A) $(\forall x)(\forall s)(\forall t)\ (In(x, s) \wedge In(x, t) \Leftrightarrow In(x, Intersection(s, t)))$

- $(\forall x)(\forall s)(\forall t)\ In(x, s) \wedge In(x, t) \Rightarrow In(x, Intersection(s, t)) \wedge In(x, Intersection(s, t)) \Rightarrow In(x, s) \wedge In(x, t)$
- $(\forall x)(\forall s)(\forall t)\ \neg(In(x, s) \wedge In(x, t)) \vee In(x, Intersection(s, t)) \wedge \neg(In(x, Intersection(s, t))) \vee (In(x, s) \wedge In(x, t))$
- $(\forall x)(\forall s)(\forall t)\ (\neg In(x, s) \vee \neg In(x, t) \vee In(x, Intersection(s, t))) \wedge (\neg In(x, Intersection(s, t)) \vee (In(x, s) \wedge In(x, t))))$
- $(\forall x)(\forall s)(\forall t)\ (\neg In(x_1, s_1) \vee \neg In(x_1, t_1) \vee In(x_1, Intersection(s_1,t_1))) \wedge (\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee (In(x_1,s_1) \wedge In(x_1, t_1))))$
- $(\neg In(x_1, s_1) \vee \neg In(x_1, t_1) \vee In(x_1, Intersection(s_1,t_1))) \wedge (\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee (In(x_1, s_1) \wedge In(x_1, t_1))))$
- $(\neg In(x_1,s_1) \vee \neg In(x_1,t_1) \vee In(x_1, Intersection(s_1,t_1))) \wedge (\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee In(x_1, s_1)) \wedge (\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee In(x_1,t_1))$
- $\neg In(x_1,s_1) \vee \neg In(x_1,t_1) \vee In(x_1, Intersection(s_1,t_1))$, $\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee In(x_1, s_1)$, $\neg In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) \vee In(x_1,t_1)$

A) $(\forall s)(\forall t)((\forall x)\ (In(x,s) \Rightarrow In(x,t)) \Rightarrow SubsetOf(s,t))$

- $(\forall s)(\forall t)\ (\neg((\forall x)\ (\neg(In(x, s)) \vee In(x, t))) \vee SubsetOf(s,t))$
- $(\forall s)(\forall t)\ ((\exists x)\ (In(x,s) \wedge \neg In(x,t)) \vee SubsetOf(s,t))$
- $(\forall s)(\forall t)\ ((\exists x)\ (In(x_2,s_2\ ) \wedge \neg In(x_2,t_2)) \vee SubsetOf(s_2\ ,t_2))$
- $(\forall s)(\forall t)\ (In(F(s_2,t_2),s_2) \wedge \neg In(F(s_2,t_2), t_2)) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$
- $(In(F(s_2,t_2),s_2) \wedge \neg In(F(s_2,t_2), t_2)) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$
- $(In(F(s_2,t_2),s_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2)) \wedge (\neg In(F(s_2,t_2), t_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2))$
- $In(F(s_2,t_2),s_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$, $\neg In(F(s_2,t_2), t_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$

C) $(\forall s)(\forall t)\ SubsetOf(Intersection(s,t), s)$

- $\neg\ ((\forall s)(\forall t)\ SubsetOf(Intersection(s,t), s))$
- $(\exists s)(\exists t)\ \neg\ SubsetOf(Intersection(s,t), s)$
- $(\exists s)(\exists t)\ \neg\ SubsetOf(Intersection(S,T), S)$
- $\neg\ SubsetOf(Intersection(S,T), S)$

Ερώτημα 4β:

από $\neg\ SubsetOf(Intersection(S,T), S)$ και $\neg\ In(F(s_2,t_2),t_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$ προκύπτει :

- $\neg\ In(F(Intersection(S,T),S), S)$, με mgu $\{s_2\ /\ Intersection(S,T)\ ,\ t_2\ /\ S\}$ *(1)*

από $\neg\ SubsetOf(Intersection(S,T), S)$ και $In(F(s_2,t_2),s_2) \vee SubsetOf(s_2,t_2)$ προκύπτει :

- In(F(Intersection(S,T),S), Intersection(S,T)) , με mgu {s_2 / Intersection(S,T) , t_2 / S} *(2)*

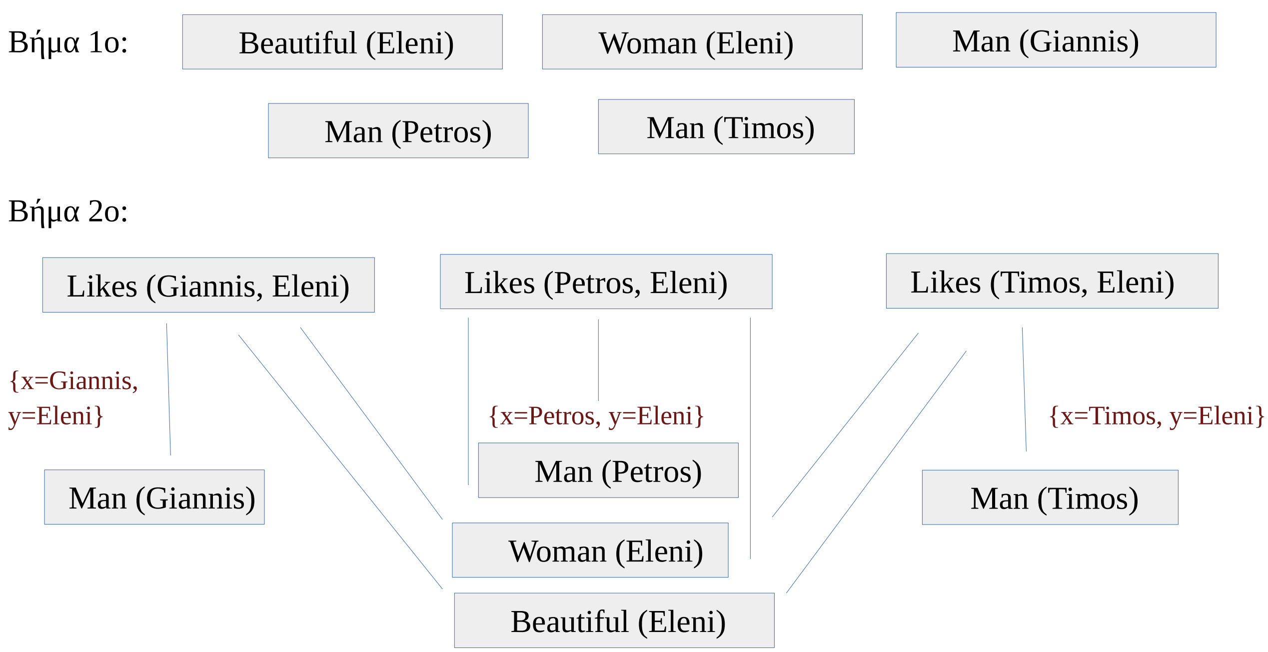
από ¬In(x_1, Intersection(s_1,t_1)) ∨ In(x_1, s_1) και *(2)* προκύπτει :

- In(F(Intersection(S,T),S), S) , με mgu {x_1 / F(Intersection(S,T) , s_1 / S , t_1 / T} *(3)*

από *(3)* και *(1)* : Ø

Ερώτημα 5a: [Έχει υλοποιηθεί σε prolog (αρχείο q5.pl).]

Ακολουθόντας forward chaining προκύπτει:



Ερώτημα 5β:

Ερώτημα 7α :

- Member (Maria) ∧ Member (Giannis) ∧ Member (Giorgos) ∧ Member (Eleni)
- Married (Giannis, Maria)
- Brother (Giorgos, Maria)
- $(\forall x)(\forall y)($ (Member (x) ∧ Married (x,y) => Member (y)) ∨ (Member (y) ∧ Married (y,x) => Member (x)))

Μετατροπή σε CFN (Απαλοιφή Συνεπαγωγών && Μετακίνηση Άρνησης Προς τα μέσα)

- Member (Maria) ∧ Member (Giannis) ∧ Member (Giorgos) ∧ Member (Eleni)
- Married (Giannis, Maria)
- Brother (Giorgos, Maria)
- $(\forall x)(\forall y)$((¬ Member (x) ∨ ¬ Married (x,y) ∨ Member (y)) ∧ (¬ Member (y) ∨ ¬ Married (x,y) ∨ Member (x)))

Μετατροπή σε CFN (Προτυποποίηση Μεταβλητών)

- Member (Maria) ∧ Member (Giannis) ∧ Member (Giorgos) ∧ Member (Eleni)
- Married (Giannis, Maria)
- Brother (Giorgos, Maria)
- $(\forall x_1)(\forall y_1)$((¬ Member ($x_1$) ∨ ¬ Married ($x_1$,$y_1$) ∨ Member ($y_1$)) ∧ (¬ Member ($y_1$) ∨ ¬ Married ($x_1$,$y_1$) ∨ Member ($x_1$)))

Μετατροπή σε CFN (Αφαίρεση καθολικών ποσοδεικτών)

- Member (Maria) ∧ Member (Giannis) ∧ Member (Giorgos) ∧ Member (Eleni)
- Married (Giannis, Maria)
- Brother (Giorgos, Maria)
- (¬ Member (x_1) ∨ ¬ Married (x_1,y_1) ∨ Member (y_1)) ∧ (¬ Member (y_1) ∨ ¬ Married (x_1,y_1) ∨ Member (x_1))

Μετατροπή σε CFN (Κατανομή ∨ ως προς ∧)

- Member (Maria)
- Member (Giannis)
- Member (Giorgos)
- Member (Eleni)
- Married (Giannis, Maria)
- Brother (Giorgos, Eleni)
- ¬ Member (x_1) ∨ ¬ Married (x_1,y_1) ∨ Member (y_1)
- ¬ Member (y_1) ∨ ¬ Married (x_1,y_1) ∨ Member (x_1)

Έχουμε:

- $\varphi = \neg$ Married (Eleni, X)

Η άρνηση της πρότασης που θέλουμε να αποδείξουμε είναι η εξής:

- $\neg\varphi$ = Married (Eleni, X)

Ερώτημα 7β :

Married (Eleni, X)

$\neg$ Member (Eleni) $\vee$ $\neg$ Married (X, Eleni) $\vee$ Member (X)

Member (Eleni)

Member (X)

όπου το X μπορεί να είναι οποιοδήποτε μέλος του club (Maria,Giannis,Giorgos,Eleni) <u>άρα</u> KB $|\neq \varphi$.

Ερώτημα 7γ :

Για να εξασφαλίσουμε το ότι η Ελένη δεν είναι παντρεμένη θα πρέπει να προσθέσουμε τις εξής επιπλέον προτάσεις FOL:

- Woman (Eleni)
- Woman (Maria)
- Man (Giorgos)
- Man (Giannis)
- $(\forall x)(\forall y)$ Brother (x, y) => $\neg$ Married (x,y)
- $(\forall x)(\forall y)(\forall z)$ Married (x,z) => $\neg$ Married (x,y)
- $(\forall x)(\forall y)$ Woman(x) $\vee$ Woman(y) => $\neg$ Married (x,y)
- $(\forall x)(\forall y)$ Man(x) $\vee$ Man(y) => $\neg$ Married (x,y)

Ερώτημα 8 :

- $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$

Έστω $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$ για κάποιο c θα ισχύει $P(c) \wedge Q(c)$. Αν η P(c) είναι αληθής τότε και η $(\exists x)P(x)$ είναι αληθής. Ταυτόχρονα αν η Q(c) είναι αληθής τότε και η $(\exists x)Q(x)$ είναι αληθής. Άρα και η $(\exists x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$ θα είναι αληθής.
Άρα η πρόταση, <u>ισχύει</u>.

- { Συνέχεια στην επόμενη σελίδα }

-
- $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \land Q(x))$

Έστω U = N*. Έστω P(x) = ο x είναι θετικός αριθμός και Q(x) = ο x είναι αρνητικός αριθμός. Η $(\exists x)P(x) \land (\exists x)Q(x)$ δηλώνει πως θετικοί και αρνητικοί αριθμοί, το οποίο είναι αληθές. Η $(\exists x)(P(x) \land Q(x))$ υπάρχει αριθμός ο οποίος είναι και θετικός και αρνητικός, το οποίο είναι ψευδές.
Άρα η πρόταση, δεν ισχύει.