Τεχνητή Νοημοσύνη

Χειμερινό Εξάμηνο 2017-2018

Εργασία 3η

Πρόβλημα 1

a) (∀x) (Φοιτητής(x)⇒Έξυπνος(x))

b) (∃x) Φοιτητής(x)

c) (∃x) (Φοιτητής(x)^Έξυπνος(x))

d) (∀x)(∃y) (Φοιτητής(x)⇒Φοιτητής(y)^Συμπαθεί(x,y))

e) (∀x)(∃y) (Φοιτητής(x)⇒Φοιτητής(y)^¬(x=y)^Συμπαθεί(x,y))

f) (∀x)(∃y) (Φοιτητής(x)^Φοιτητής(y)^¬(x=y)⇒Συμπαθεί(y,x))

g) Φοιτητής(Γιάννης)

h) Μάθημα(ΤεχνητήΝοημοσύνη)^Παίρνει(Γιάννης,ΤεχνητήΝοημοσύνη)

i) (¬∃x) (Φοιτητής(x)^Συμπαθεί(x,Γιάννης))

j) (∃x) ΈχειΑδερφή(Γιάννης,x)

k) (¬∃x) ΈχειΑδερφή(Γιάννης,x)

l) (∃x) ΈχειΑδερφή(Γιάννης,x)^(¬∃y) (¬(x=y)^ΈχειΑδερφή(Γιάννης,y)))v((¬∃z)ΈχειΑδερφή(Γιάννης,z))

m) (∀x)(∃y) (Φοιτητής(x)^Μάθημα(y)⇒Παίρνει(x,y))

n) (∃x) (Φοιτητής(x)^Μάθημα(ΤεχνητήΝοημοσύνη)^Απέτυχε(χ,ΤεχνητήΝοημοσύνη)^(¬∃y) (¬(x=y)^Φοιτητής(y)^Απέτυχε(y,ΤεχνητήΝοημοσύνη)))

o) (¬∃x) Φοιτητής(x)^Μάθημα(ΤεχνητήΝοημοσύνη)^Απέτυχε(χ,ΤεχνητήΝοημοσύνη)^(∃y) (¬(x=y)^Φοιτητής(y)^Μάθημα(ΒάσειςΔεδομένων)^Απέτυχε(y,ΒάσειςΔεδομένων)))

p) (∀x) (Φοιτητής(x)^Παίρνει(x,ΤεχνητήΝοημοσύνη⇒Παίρνει(x,ΛογικόςΠρογραμματισμός))

q) (¬∃x) (Φοιτητής(x)^Φοιτητής(y)^¬(x=y)^Ξεγελάει(x,y))

r) (∀x)(Δίποδο(x)⇒Ζώο(x)^(∃x,y)
(Πόδι(y)^Πόδι(z)^¬(x=y)^ΈχειΠόδι(x,y)^ΈχειΠόδι(x,z)^(¬∃ω)
(Πόδι(ω)^(¬y=ω)^¬(z=ω)^ΈχειΠόδι(x,ω))))

s) (∀t)Τρίγωνο(t)⇒Πολύγωνο(t)^(∃x,y,z)
(Γωνία(x)^Γωνία(y)^Γωνία(z)^¬(x=y)¬(x=z)¬(z=y)^ΈχειΓωνία(t,x)^ΈχειΓωνία(t,y)^ΈχειΓωνία(t
,z)^(¬∃k) (Γωνία(k)^¬(x=k)¬(y=k)¬(z=k)^ΈχειΓωνία(t,k)^(∃u,v,w)
(ΕυθύγραμμοΤμήμα(u)^(ΕυθύγραμμοΤμήμα(v)^(ΕυθύγραμμοΤμήμα(w)^¬(u=v)¬(v=w)¬(u=
w)^ΈχειΠλευρά(t,u)^ΈχειΠλευρά(t,v)^ΈχειΠλευρά(t,w)^(¬∃l)
(ΕυθύγραμμοΤμήμα(l)^¬(u=l)¬(v=l)¬(l=w)^ΈχειΠλευρά(t,l)

t) (∀x) (ΟρθογώνιοΤρίγωνο(x)⇒Τρίγωνο(x)^(∃y) (Γωνία(y)^Ορθή(y)^ΈχειΓωνία(x,y)^(¬∃z)
(Γωνία(z)^Ορθή(z)^(¬y=z)^ΈχειΓωνία(x,z))))

u) (∀x,y) (Σύντεκνος(x,y)⇒Άνδρας(x)^Άνδρας(y)^(∃z)
(Παιδί(z)^((ΕίναιΠαιδίΤου(z,x)^ΈχειΒαφτίσει(y,z)V(ΕίναιΠαιδίΤου(z,y)^ΈχειΒαφτίσει(x,z)))))

Πρόβλημα 2

Θεωρώ ότι οι προτάσεις συμπεριλαμβάνουν τις σταθερές Mitsos και Maria όπως ακολούθως:
ϕ_1: Pig(Mitsos)
ϕ_2: Woman(Maria)
ϕ_3: (∃x)(∃y)(Pig(x)^Woman(y)^¬(x=y)^Rides(y,x)

α) Ορίζω το πεδίο |I| = {mitsos,maria}
Η I κάνεις τις εξής αντιστοιχίσεις στα σύμβολα σταθερών:

Mitsos^{1} = mitsos

Maria^{1} = maria

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Pig την μοναδιαία σχέση Pig^{1} = {<mitsos>}

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Woman την μοναδιαία σχέση Woman^{1} = {<maria>}

Η I αντιστοιχίζει στο δυαδικό σύμβολο κατηγορήματος Rides την δυαδική σχέση Rides^{1} = {<maria,mitsos>}

β) <u>ϕ_1:</u> $\models_1 Pig(Mitsos)[s]$ ανν $\langle \hat{s}\,(Mitsos)\rangle \in Pig^1$

Έχουμε ότι $\langle \hat{s}\,(Mitsos)\rangle = \langle s\,(Mitsos)\rangle = \langle mitsos\rangle \in Pig^1$

Άρα η ϕ_1 ικανοποιείται από την ερμηνεία I

<u>ϕ_2:</u> $\models_1 Woman(Maria)[s]$ ανν $\langle \hat{s}\,(Maria)\rangle \in Woman^1$

Έχουμε ότι $\langle \hat{s}\,(Maria)\rangle = \langle s\,(Maria)\rangle = \langle maria\rangle \in Woman^1$

Άρα η ϕ_1 ικανοποιείται από την ερμηνεία I

<u>ϕ_3:</u> $\models_1 ((\exists x)(\exists y)(Pig(x) \wedge Woman(y) \wedge \neg(x=y) \wedge Rides(y,x)))[s]$ ανν υπάρχουν dx, dy τ.ω.
$\models_1 (Pig(x) \wedge Woman(y) \wedge \neg(x=y) \wedge Rides(y,x)))[s(x|dx,y|dy)]$

Ισοδύναμα, ανν υπάρχουν dx, dy τ.ω. να ισχύει καθένα από τα παρακάτω:

<u>$\phi_3(\alpha)$:</u> $\models_1 Pig(x)[s(x|dx)]$

<u>$\phi_3(\beta)$:</u> $\models_1 Woman(y)[s(y|dy)]$

<u>$\phi_3(\gamma)$:</u> $\models_1 \neg(x=y)[(s(x|dx,y|dy)]$

<u>$\phi_3(\delta)$:</u> $\models_1 Rides(y,x)[(s(y|dy,x|dx)]$

Περίπτωση 1: dx = mitsos, dy = maria

<u>$\phi_3(\alpha)$:</u> $\models_1 Pig(x)[s(x|mitsos)]$ ανν $\langle \hat{s}\,(x|mitsos)(x)\rangle \in Pig^1$
Έχουμε ότι $\langle \hat{s}\,(x|mitsos)(x)\rangle = \langle s(x|mitsos)(x)\rangle = \langle mitsos\rangle \in Pig^1$
Άρα $\phi_3(\alpha)$ ισχύει.

<u>$\phi_3(\beta)$:</u> $\models_1 Woman(y)[s(y|maria)]$ ανν $\langle \hat{s}\,(x|maria)(x)\rangle \in Woman^1$
Έχουμε ότι $\langle \hat{s}\,(x|maria)(x)\rangle = \langle s(x|maria)(x)\rangle = \langle maria\rangle \in Woman^1$
Άρα $\phi_3(\beta)$ ισχύει.

<u>$\phi_3(\gamma)$:</u> $\models_1 \neg(x=y)[(s(x|dx,y|dy)]$ ανν $\not\models_1 (x=y)[(s(x|dx,y|dy)]$ δηλαδή ανν δεν ισχύει η σχέση $\models_1 (x=y)$ $[(s(x|dx,y|dy)]$
Ακόμα $\models_1 (x=y)[(s(x|dx,y|dy)]$ ανν $\hat{s}(x|dx)(x) = \hat{s}(y|dy)(y)$
Έχουμε ότι $\hat{s}(x|dx)(x) = \hat{s}(y|dy)(y)$
$s((x|dx)(x) = s(y|dy)(y)$
$dx = dy$
$mitsos = maria$ ΑΤΟΠΟ
Άρα η $\phi_3(\gamma)$ ισχύει.

<u>$\phi_3(\delta)$:</u> $\models_1 Rides(y,x)[(s(y|dy,x|dx)]$ ανν $\langle \hat{s}(y|maria)(y), \hat{s}(x|mitsos)(x)\rangle \in Rides^2$

Έχουμε ότι $<\hat{s}(y|maria)(y),\hat{s}(x|mitsos)(x)>$

$<s(y|maria)(y),s(x|mitsos)(x)>$

$<maria, mitsos> \notin Rides^2$

Άρα η $\phi_3(\delta)$ δεν ισχύει και τελικά η ϕ_3 δεν ικανοποιείται από την ερμηνεία Ι

Περίπτωση 2: dx = maria, dy = mitsos

<u>$\phi_3(\alpha)$:</u> $\models_1 Pig(x)[s(x|maria)]$ ανν $<\hat{s}\ (x|maria)(x)> \in Pig^1$
Έχουμε ότι $<\hat{s}\ (x|maria)(x)> = <s(x|maria)(x)> = <maria> \notin Pig^1$

Άρα η $\phi_3(\alpha)$ δεν ισχύει και τελικά η ϕ_3 δεν ικανοποιείται από την ερμηνεία Ι

Περίπτωση 3: dx = maria, dy = maria

<u>$\phi_3(\alpha)$:</u> $\models_1 Pig(x)[s(x|maria)]$ ανν $<\hat{s}\ (x|maria)(x)> \in Pig^1$
Έχουμε ότι $<\hat{s}\ (x|maria)(x)> = <s(x|maria)(x)> = <maria> \notin Pig^1$

Άρα η $\phi_3(\alpha)$ δεν ισχύει και τελικά η ϕ_3 δεν ικανοποιείται από την ερμηνεία Ι

Περίπτωση 4: dx = mitsos, dy = mitsos

<u>$\phi_3(\alpha)$:</u> $\models_1 Pig(x)[s(x|mitsos)]$ ανν $<\hat{s}\ (x|mitsos)(x)> \in Pig^1$
Έχουμε ότι $<\hat{s}\ (x|mitsos)(x)> = <s(x|mitsos)(x)> = <mitsos> \in Pig^1$
Άρα $\phi_3(\alpha)$ ισχύει.

<u>$\phi_3(\beta)$:</u> $\models_1 Woman(x)[s(x|mitsos)]$ ανν $<\hat{s}\ (x|mitsos)(x)> \in Woman^1$
Έχουμε ότι $<\hat{s}\ (x|mitsos)(x)> = <s(x|mitsos)(x)> = <mitsos> \in Woman^1$

Άρα η $\phi_3(\beta)$ δεν ισχύει και τελικά η ϕ_3 δεν ικανοποιείται από την ερμηνεία Ι

Πρόβλημα 3

<u>Θεώρημα</u>: $\Phi \models \Psi$ ανν ο τύπος $\Phi \rightarrow \Psi$ είναι έγκυρος

α) Σύμφωνα με το παραπάνω θεώρημα, αρκεί νδο $(\forall x)\ (P(x) v Q(x) \models (\forall x)\ (P(x)\ v\ (\forall x)\ Q(x)$

το οποίο ισχύει ανν για κάθε ερμηνεία Ι και ανάθεση μεταβλητών $s{:}Vars \rightarrow |I|$, τέτοια ώστε $\models_1 (\forall x)\ (P(x)\ v\ Q(x))[s]$ έχουμε επίσης ότι $\models_1 ((\forall x)\ (P(x)\ v\ (\forall x)\ Q(x))[s]$

Με αντιπαράδειγμα, θα δείξω ότι η πρόταση δεν είναι έγκυρη. Έστω ότι έχουμε το πεδίο $|I| = \mathbb{N}$, και έστω:

P(x): “ο x είναι άρτιος”

Q(x): “ο x είναι περιττός”

Τότε ισχύει $\models_1 P(x)[s(x|dx)]$ ή $\models_1 Q(x)[s(x|dx)]$ $\forall$ dx

- Έχουμε για <u>dx = 2</u>: $\models_1 P(x)[s(x|2)]$ ανν $<\hat{s}(x|2)(x)> \in P^1$

  Είναι $<\hat{s}(x|2)(x)> = <s(x|2)(x)> = <2> \in P^1$

  Άρα ισχύει $\models_1 (\forall x)(P(x) v Q(x))[s]$

  Αρκεί να ισχυεί $\models_1 P(x)[s(x|dx)]$ $\forall$dx ή $\models_1 Q(x)[s(x|dx)]$ $\forall$dx

- Για <u>dx = 3</u>: $\models_1 P(x)[s(x|3)]$ ανν $<\hat{s}(x|3)(x)> \in P^1$

  Είναι $<\hat{s}(x|3)(x)> = <s(x|3)(x)> = <3> \notin P^1$

  Άρα δεν ισχύει $\models_1 (\forall x)(P(x)[s]$

- Για <u>dx = 2</u>: $\models_1 Q(x)[s(x|2)]$ ανν $<\hat{s}(x|2)(x)> \in P^1$

  Είναι $<\hat{s}(x|2)(x)> = <s(x|2)(x)> = <2> \notin P^1$

  Άρα δεν ισχύει $\models_1 (\forall x)(Q(x)[s]$

Τελικά η πρόταση δεν είναι έγκυρη.

β) Σύμφωνα με το παραπάνω θεώρημα, αρκεί νδο: $((\forall x)(P(x) v (\forall x) Q(x)) \models_1 (\forall x)(P(x) v Q(x))$

Ισοδύναμα, αρκεί νδο $(\forall x) P(x) \models_1 (\forall x) P(x) v Q(x)$ ή $(\forall x) Q(x) \models_1 (\forall x) P(x) v Q(x)$

τα οποία ισχύουν ανν για κάθε ερμηνεία I και ανάθεση μεταβλητών s:vars → |I| τέτοια ώστε $\models_1 (\forall x) P(x)[s]$ έχουμε επίσης ότι $\models_1 (\forall x)(P(x) v Q(x))[s]$ ή $\models_1 (\forall x) Q(x)[s]$ έχουμε επίσης ότι $\models_1 (\forall x)(P(x) v Q(x))[s]$

Έστω μια τυχαία ερμηνεία I και μια τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, τ.ω. $\models_1 (\forall x) P(x)[s]$ ή $\models_1 (\forall x) Q(x)[s]$

Από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με καθολικό ποσοδείκτη για κάθε dx $\in$|I| έχουμε $\models_1 P(x)[s(x|dx)]$ ή $\models_1 Q(x)[s(x|dx)]$

Από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με διάζευξη έχουμε $\models_1 P(x) v Q(x)[s(x|dx)]$

Τώρα, από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με καθολικό ποσοδείκτη, και πάλι, έχουμε $\models_1 (\forall x) P(x) v Q(x)[s]$

Άρα τελικά η πρόταση είναι έγκυρη.

Πρόβλημα 4

Η πρόταση (β) του προηγούμενου προβλήματος αποδείχτηκε έγκυρη.

Άρα μετατρέπουμε σε CNF:	$(\forall x)\ P(x) \vee (\forall x)\ Q(x)$
Μετονομασία μεταβλητών:	$(\forall x)\ P(x) \vee (\forall y)\ Q(y)$
Απαλοιφή καθολικών ποσοδειτκών:	$P(x_1) \vee Q(x_1)$
Άρνηση και μετατροπή σε CNF:	ϕ: $(\forall x)\ P(x) \vee Q(x)$
	$\neg\phi$: $\neg((\forall x)\ P(x) \vee Q(x))$
Μετακίνηση άρνησης μέσα:	$(\exists x)\ (\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$
Αντικατάσταση υπαρξιακού ποσοδείκτη:	$\neg P(A) \wedge \neg Q(A)$
Απαλοιφή συζεύξεων:	$\neg P(A)$, $\neg Q(A)$

Εφαρμόζουμε ανάλυση:

Από τη φράση $P(x_1) \vee Q(x_1)$ και τη φράση $\neg P(A)$ έχουμε $Q(y_1)$

Από τη φράση $Q(y_1)$ και τη φράση $\neg Q(A)$ έχουμε την κενή φράση

Άρα το σύνολο φράσεων $\{P(x_1) \vee Q(x_1), \neg P(A), \neg Q(A)\}$ είναι μη ικανοποιήσιμο δηλαδή συμπεραίνουμε ότι $(\forall x)\ P(x) \vee (\forall x)\ Q(x) \models ((\forall x)\ (P(x) \vee Q(x))$ και τελικά η αρχική πρόταση είναι έγκυρη.

Πρόβλημα 5

α) Σύμβολα σταθερών: Αντωνάκης, Βαγγελάκης, Μαιρούλα, ΠΚ, Σοσιαλισμός, Καπιταλισμός.

Σύμβολα κατηγορημάτων:

> <u>ΠολιτικόΚόμμα</u>: χρησιμοποιείται για να δηλωθεί αν μια σταθερά ή μεταβλητή είναι πολιτικό κόμμα (μοναδιαίο κατηγόρημα)

<u>ΜέλοςΠΚ</u>: χρησιμοποιείται για να δηλωθεί αν μία σταθερά ή μεταβλητή είναι μέλος του πολιτικού κόμματος ΠΚ (μοναδιαίο κατηγόρημα)

<u>Δεξιός</u>: χρησιμοποιείται για να δηλωθεί αν μία σταθερά ή μεταβλητή είναι δεξιός (μοναδιαίο κατηγόρημα)

<u>Φιλελεύθερος</u>: χρησιμοποιείται για να δηλωθεί αν μία σταθερά ή μεταβλητή είναι φυλελεύθερος (μοναδιαίο κατηγόρημα)

<u>Αρέσει</u>: χρησιμοποιείται για να δηλωθεί αν μία σταθερά ή μεταβλητή αρέσει σε μια άλλη (δυαδικό κατηγόρημα), <u>π.χ. Αρέσει(x,y): Στη x αρέσει η y.</u>

Άρα η Βάση Γνώσης ΚΒ που προκύπτει είναι η εξής:

1. ΠολιτικόΚόμμα(ΠΚ) ^ ΜέλοςΠΚ(Αντωνάκης) ^ ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) ^ ΜέλοςΠΚ(Μαιρούλα)
2. (∀x) ((ΜέλοςΠΚ(x) ^ ¬Δεξιός(x)) ⇒ Φιλελεύθερος(x))
3. (∀x) ((Δεξιός(x) ⇒ ¬Αρέσει(x,Σοσιαλισμός))
4. (∀x) (¬Αρέσει(x,Καπιταλισμός) ⇒ ¬Φιλελεύθερος(x))
5. (∀x) (¬Αρέσει(Βαγγελάκης,x) ⇒ Αρέσει(Αντωνάκης,x)^(Αρέσει(Βαγγελάκης,x) ⇒ Αρέσει(Αντωνάκης,x))
6. Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός)^Αρέσει(Βαγγελάκης,Καπιταλισμός)

   Η Φ είναι η εξής:

7. (∃x) (ΜέλοςΠΚ(x) ^ Φιλελεύθερος(x) ^ ¬Δεξιός(x))

β) Μετατροπή σε CNF της ΚΒ:

1. ΠολιτικόΚόμμα(ΠΚ) ①, ΜέλοςΠΚ(Αντωνάκης) ② , ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) ③ , ΜέλοςΠΚ(Μαιρούλα)④
2. (∀x) (¬(ΜέλοςΠΚ(x) ^ ¬Δεξιός(x)) ν Φιλελεύθερος(x))
   (∀x) ¬((ΜέλοςΠΚ(x) ν Δεξιός(x)) ν Φιλελεύθερος(x))
   ¬ΜέλοςΠΚ(x_1) ν Δεξιός(x_1) ν Φιλελεύθερος(x_1) ⑤
3. (∀x) (¬Δεξιός(x) ν Αρέσει(x,Σοσιαλισμός))
   ¬Δεξιός(x_2) ν ¬Αρέσει(x_2,Σοσιαλισμός)) ⑥

4. (∀x) (Αρέσει(x,Καπιταλισμός) v Φιλελεύθερος(x))
   Αρέσει(x_3,Καπιταλισμός) v Φιλελεύθερος(x_3) ⑦
5. (∀x) ((Αρέσει(Βαγγελάκης,x) v Αρέσει(Αντωνάκης,x))^(¬Αρέσει(Βαγγελάκης,x) v Αρέσει(Αντωνάκης,x)))
   (Αρέσει(Βαγγελάκης,x_4) v Αρέσει(Αντωνάκης,x_4))^(¬Αρέσει(Βαγγελάκης,x_4) v Αρέσει(Αντωνάκης,x_4))
   Αρέσει(Βαγγελάκης,x_4) v Αρέσει(Αντωνάκης,x_4) ⑧,
   ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,x_4) v ¬Αρέσει(Αντωνάκης,x_4) ⑨
6. Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) ⑩, Αρέσει(Βαγγελάκης,Καπιταλισμός), ⑪

   Η ¬Φ είναι η εξής:

7. ¬((∃x) (ΜέλοςΠΚ(x) ^ Φιλελεύθερος(x) ^ ¬Δεξιός(x)))
   Μετατροπή σε CNF της ¬Φ:
   (∀x) (¬ΜέλοςΠΚ(x) v ¬Φιλελεύθερος(x) v Δεξιός(x))
   ¬ΜέλοςΠΚ(x_5) v ¬Φιλελεύθερος(x_5) v Δεξιός(x_5) ⑫

Εφαρμόζουμε ανάλυση:

- Από τις ⑥ και ⑩ έχουμε: ¬Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑬
- Από τις ⑫ και ⑬ έχουμε: ¬ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) v ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης) ⑭
- Από τις ⑭ και ⑤ έχουμε: ¬ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) v ¬ΜέλοςΠΚ(x_5) v Δεξιός(Βαγγελάκης),
  άρα με παραγοντοποίηση ¬ΜέλοςΠΚ(x_5) v Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑮
- Από τις ⑮ και ③ έχουμε: Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑯
- Από τις ⑯ και ⑥ έχουμε: ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) ⑰
- Από τις ⑰ και ⑩ έχουμε την κενή φράση.

Άρα το σύνολο φράσεων ΚΦ∪{¬Φ} είναι μη ικανοποιήσιμο και τελικά συμπεραίνουμε ότι ΚΒ ⊨ Φ

γ) Εισάγουμε στην ΚΒ την πρόταση Ans(x_5) v ¬φ και εφαρμίζουμε ανάλυση
Ans(x_5) v ¬φ:
Ans(x_5) v ¬ΜέλοςΠΚ(x5) v ¬Φιλελεύθερος(x_5) v Δεξιός(x_5) ⑫

- Από τις ⑥ και ⑩ έχουμε: ¬Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑬
- Από τις ⑫ και ⑬ έχουμε: Ans(Βαγγελάκης) v ¬ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) v ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης) ⑭
- Από τις ⑭ και ⑤ έχουμε: Ans(Βαγγελάκης) v ¬ΜέλοςΠΚ(Βαγγελάκης) v ¬ΜέλοςΠΚ(x_5) v Δεξιός(Βαγγελάκης),
  άρα με παραγοντοποίηση Ans(Βαγγελάκης) v ¬ΜέλοςΠΚ(x_5) v Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑮
- Από τις ⑮ και ③ έχουμε: Ans(Βαγγελάκης) v Δεξιός(Βαγγελάκης) ⑯
- Από τις ⑯ και ⑥ έχουμε: Ans(Βαγγελάκης) v ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) ⑰
- Από τις ⑰ και ⑩ έχουμε: Ans(Βαγγελάκης).

  Άρα η απάντηση στηνερώτηση είναι: Βαγγελάκης.

  Τελικά το μέλος του ΠΚ που έχει την ιδιότητα που παριστάνει η φ είναι ο Βαγγελάκης.

Πρόβλημα 6

Εκφράζουμε τις προτάσεις που δίνονται σε Λογική Πρώτης Τάξης:

- (∀Άρθρο)ΣεPCΜεΠρόσβαση(PC,Άρθρο)⇒ΠροσπελάσιμοΜεFTP(Άρθρο)
- (∀Άρθρο,Περιοδικό)ΕκδίδεταιΑπόStudent(Περιοδικό)⇒ΔημοσιεύεταιΣε(Περιοδικό,Άρθρο) ⇒ΣεPC(Ftp.press.std.gr,Άρθρο)
- (∀PC)ΠροσφέρειAnonFTP(PC)⇒ΈχουνΠρόσβασηΌλοι(PC,Άρθρο)
- ΠροσφέρειAnonFTP(Ftp.press.std.gr)
- ΔημοσιεύεταιΣε(ΦοιτητικήΖωή,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική) ^ ΕκδίδεταιΑπόStudent(ΦοιτητικήΖωή)

Οι προτάσεις σε μορφή Horn:

1. ΈχουνΠρόσβαση(PC_1,Άρθρο1)⇒ΠροσπελάσιμοΜεFTP($Άρθρο_1$)
2. ΕκδίδεταιΑπόStudent($Περιοδικό_1$)⇒ΔημοσιεύεταιΣε($Περιοδικό_1$,$Άρθρο_2$)⇒ΈχουνΠρόσβαση (Ftp.press.std.gr,$Άρθρο_2$)
3. ΠροσφέρειAnonFTP(PC_2)⇒ΈχουνΠρόσβαση(PC_2,$Άρθρο_3$)
4. ΠροσφέρειAnonFTP(Ftp.press.std.gr)
5. ΔημοσιεύεταιΣε(ΦοιτητικήΖωή,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική)

6. ΕκδίδεταιΑπόStudent(ΦοιτητικήΖωή)

*<u>Σημείωση:</u> Το δυαδικό κατηγόρημα **ΔημοσιεύεταιΣε** εκφράζει αν σε κάποιο περιοδικό δημοσιεύεται κάποιο άρθρο, π.χ.*
***ΔημοσιεύεταιΣε**(ΦοιτητικήΖωή,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική): στο περιοδικό “Φοιτητική Ζωή” δημοσιεύεται το άρθρο “Πως να διαβάσετε αποδοτικά στην εξεταστική”.*

<u>Απόδειξη:</u> Το άρθρο “Πως να διαβάσετε αποδοτικά στην εξεταστική” είναι προσπελάσιμο με ftp

Θέλουμε να καταλήξουμε στο *ΠροσπελάσιμοΜεFTP(ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική)*
Έχουμε:

Από τις φράσεις 5, 6 και 2, προκύπτει ότι
ΕκδίδεταιΑπόStudent(ΦοιτητικήΖωή)⇒ΔημοσιεύεταιΣε(ΦοιτητικήΖωή,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική)⇒ΈχουνΠρόσβαση(Ftp.press.std.gr,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική) *(7)*

Από τις φράσεις 3 και 4 έχουμε ότι
ΠροσφέρειAnonFTP(Ftp.press.std.gr)⇒ΈχουνΠρόσβαση(Ftp.press.std.gr,Άρθρο$_3$) *(8)*

Και τελικά από τις 7, 8 και 1 έχουμε ότι
ΈχουνΠρόσβαση(Ftp.press.std.gr,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική)⇒
ΠροσπελάσιμοΜεFTP(ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική), ο.ε.δ.

Πρόβλημα 7

α) Φ: $(\forall x)(((\exists y) P(x,y)\Rightarrow Q(x))\wedge(\forall z)(R(z)\Rightarrow(\exists w)S(x,z,w)))$

Μετατροπή της Φ σε CNF:

$(\forall x)((\neg(\exists y) P(x,y) \vee Q(x))\wedge(\forall z)(\neg R(z) \vee (\exists w)S(x,z,w)))$

$(\forall x)((\forall y) (\neg P(x,y)) \vee Q(x))\wedge(\forall z)(\neg(R(z) \vee S(x,z,w,F(x,z))))$

$(\neg P(x_1,y_1) \vee Q(x_1) \wedge (\neg(R(z_1) \vee S(x_1,z_1,w,F(x_1,z_1)))$

$\neg P(x_1,y_1) \vee Q(x_1$ 1, $\neg(R(z_1) \vee S(x_1,z_1,w,F(x_1,z_1)))$ 2

β) Ψ: $(\forall x)(\exists y)(\forall z)(\exists w)((P(x,y)\Rightarrow Q(x))\wedge(R(z)\Rightarrow S(x,z,w)))$

Άρνηση της Ψ:

$\neg((\forall x)(\exists y)(\forall z)(\exists w)((P(x,y)\Rightarrow Q(x))\wedge(R(z)\Rightarrow S(x,z,w))))$

Μετατροπή της Ψ σε CNF:

- απαλοιφή συνεπαγωγών:
  $\neg((\forall x)(\exists y)(\forall z)(\exists w)((\neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge (R(z) \vee S(x,z,w))))$
- μετακίνηση ¬ προς τα μέσα:
  $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\forall w)((P(x,y) \vee \neg Q(x)) \vee (R(z) \wedge \neg S(x,z,w)))$
- αντικατάσταση υπαρξιακών ποσοδεικτών:
  $(\forall w)((P(A,B) \wedge \neg Q(A)) \vee (R(C) \wedge \neg S(A,C,w)))$
- αντικατάσταση καθολικού ποσοδείκτη:
  $(P(A,B) \wedge \neg Q(A)) \vee (R(C) \wedge \neg S(A,C,w_1))$
- Επιμεριστική v ως προς ^:
  $((P(A,B) \wedge \neg Q(A)) \vee (R(C)) \wedge ((P(A,B) \wedge \neg Q(A)) \vee \neg S(A,C,w_1))$
  $(P(A,B) \vee (R(C)) \wedge (\neg Q(A) \vee (R(C)) \wedge ((P(A,B) \vee \neg S(A,C,w_1)) \wedge (\neg Q(A) \vee \neg S(A,C,w_1))$
- Απαλοιφή συζεύξεων:
  $(P(A,B) \vee (R(C))$ ③, $(\neg Q(A) \vee (R(C))$ ④, $((P(A,B) \vee \neg S(A,C,w_1))$ ⑤, $(\neg Q(A) \vee \neg S(A,C,w_1))$ ⑥

  Εφαρμίζουμε ανάλυση:
- Από τις ① και ③ έχουμε: $Q(A) \vee R(C)$ ⑦
- Από τις ④ και ⑦ έχουμε: R(C) v R©, και με παραγοντοποίηση R(C) ⑧
- Από τις ② και ⑧ έχουμε: $S(x_1,C,F(x_1,C))$ ⑨
- Από τις ① και ⑤ έχουμε: $Q(A) \vee \neg S(A,C,w_1)$ ⑩
- Από τις ⑥ και ⑩ έχουμε $\neg S(A,C,w_1) \vee \neg S(A,C,w_1)$ και με παραγοντοποίηση $\neg S(A,C,w_1)$ ⑪
- Από τις ⑨ και ⑪ έχουμε την κενή φράση.

Άρα η πρόταση (Ψ) ακολουθεί λογικά την παραπάνω πρόταση Φ.

Πρόβλημα 8

α) Σε Datalog:

Η βάση:

```
professor(manolis)

professor(stavros)

professor(elena)
```

```
course(ai)
course(compilers)
course(algebra)
dept(ece)
dept(math)
teaches(manolis,ai)
teaches(manolis,compilers)
teaches(stavros,db)
teaches(elena,algebra)
works_in(manolis,ece)
works_in(stavros,ece)
works_in(elena,math)
works_in(yannis,math)
teaches(X,Y) :-
     professor(X),
     course(Y).
works_in(X,Y) :-
     professor(X),
     dept(Y).
```

Η ερώτηση:

```
?- works_in(X,math), teaches(X,_).
```

Η απάντηση:

```
X = elena
?- More
no
```

β)

Πρόβλημα 9

α)

Employee(ssn, birthday, address, name)

Namecomponents(name, fname, minit, lname)

Secretary(ssn, typing_speed)

Technician(ssn,tgrade)

Engineer(ssn,engtype)

(∀ssn) (Secretary(ssn, typing_speed) v ¬Technician(ssn,tgrade) v ¬Engineer(ssn,engtype)) ^ (¬Secretary(ssn, typing_speed) v Technician(ssn,tgrade) v ¬Engineer(ssn,engtype)) ^ (¬Secretary(ssn, typing_speed) v ¬Technician(ssn,tgrade) v Engineer(ssn,engtype))

(∃ssn) Manager(ssn, project)

(∀ssn) (Salaried(ssn, salary) v ¬Hourly(ssn, paycheck)) ^ (¬Salaried(ssn, salary) v Hourly(ssn, paycheck))

(∀ssn) Hourly(ssn, paycheck) ⇒ BelongsTo(tradeunion,ssn)

Εξηγήσεις: Χρησιμοποιήθηκε η Αγγλική γλώσσα για να υπάρχει ταύτιση όρων με αυτών του σχήματος.

β) *Πρόταση: "Ο Γιώργος Γ. Μαυρόπουλος είναι τεχνικός και ζει στην Αθήνα"*

Employee(ssn,birthday,Athens,name)

Namecomponents(name, Giorgos, G, Mavropoulos)

Technician(ssn, tgrade)

Πρόβλημα 10

Εκφράζουμε τις προτάσεις σε Λογική Πρώτης Τάξης:

- Loves(John,Mary) ①
- Loves(John,Kate) ②
- (∀x)(∀y)Loves(x,y)⇒GivesPresentsTo(x,y) ③

Οι ερωτήσεις:

- GivesPresentsTo(John,Mary)
- GivesPresentsTo(Kate,Mary)
- GivesPresentsTo(Kate,Susan)
- GivesPresentsTo(x,John)
- (∀x)(∃y)(Loves(y,x))^(GivesPresentsTo(y,x))

Οι απαντήσεις θα είναι οι εξής:

- Yes, αφού από τις ① και ③ έχουμε ότι Loves(John,Mary)⇒GivesPresentsTo(John,Mary)
- No, αφού δεν υπάρχει τη KB μας η φράση Loves(Kate,Mary) ώστε να προκύψει από την ③ πρόταση η ζητούμενη ερώτηση
- No, για τον ίδιο λόγο
- No, αφού δεν υπάρχει πουθενά στη βάση δεδομένων πληροφορία για κάποιο άτομο να αγαπάει τον John, όπως παραπάνω.
- No, αφού για τις Mary και Kate ισχύουν οι προτάσεις ① και ② αλλά δεν υπάρχει όπως προειπώθηκε κάποιο άτομο που να αγαπάει τον John.

Επιθυμούμε οι απαντήσεις να γίνουν: Yes, No, No, Yes, Yes.

- Η πρώτη πρόταση ήδη απαντήθηκε με Yes άρα δεν αλλάζουμε την βάση δεδομένων μας.
- Η δεύτερη πρόταση ήδη απαντήθηκε με Yes άρα δεν αλλάζουμε την βάση δεδομένων μας.
- Η τρίτη πρόταση ήδη απαντήθηκε με Yes άρα δεν αλλάζουμε την βάση δεδομένων μας.
- Για να απαντηθεί η τέταρτη πρόταση θετικά, πρέπει να υπάρχει κάποιο άτομο στη KB μας που να αγαπάει τον John, οπότε εισάγουμε την φράση Loves(Kate,John) ④, άρα από τις ④ και ③ έχουμε ότι GivesPresentsTo(Kate,John), δηλαδή x=Kate.
- Εφ'οσον πλέον η KB μας έχει την φράση ④, ισχύει ότι για κάθε άτομο στη βάση μας κάποιος το αγαπάει ή του δίνει δώρο, καθώς ο John αγαπάει την Kate, την Mary, και η Kate τον John. Άρα η πέμπτη πρόταση απαντάται με Yes, όπως ζητείται.

Για να είμαστε πιο ακριβείς θα μπορούσαμε να εισάγουμε δεδομένα και για τη Susan, αρκεί να μην υπήρχε άτομο να την αγαπάει, π.χ. Loves(Susan,Kate), οπότε να υπάρχει στην βάση μας χωρίς να αλλοιώνει τα αποτελέσματά μας.