

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ชื่อ _____ รหัส _____ ภาควิชา _____

หมวด ก 5 ข้อ (30 คะแนน)

1. จงหา $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^{7/3} + x^{4/3} - 2x^{1/3}}{x^{4/3} + 2x^{1/3}}$ (6 คะแนน)

2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$ จงหา (6 คะแนน)

2.1 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

2.2 $f(2)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร _____

2.3 ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ หรือไม่เพราะอะไร _____

3. จงหา $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(2 + \sin^2 x)}{x^2 + 100}$ โดยวิธี Squeeze Theorem (6 คะแนน)

4. จงหา $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ โดย ใช้หลักของโลปีตาล (6 คะแนน)

5. จงใช้ การประมาณเชิงเส้น (Linear Approximation) ประมาณค่าของ $\sin(62^\circ)\cos(62^\circ)$
(6 คะแนน)

หมวด ข (ข้อสอบ 5 ข้อ 30 คะแนน)

1. จงหา $f'(x)$ เมื่อกำหนดให้

1.1 $f(x) = 3(\sqrt{x})^{11} + \frac{1}{\pi^6} - x^{3.7} + 5^{5^{4x+1}}$

(2 คะแนน)

วิธีทำ

1.2 $f(x) = 7^{\coth(\cos(3x^4+2))}$

(2 คะแนน)

วิธีทำ

ชื่อ-นามสกุล _____ รหัสนักศึกษา _____ ๕,

2. กำหนดให้ $y \sec(7x) = 9 - \tan^{-1}(xy)$ แล้วค่าของ y จะเปลี่ยนแปลงด้วยอัตราเท่าไร ในขณะที่ $x = 0$

(6 คะแนน)

วิธีทำ

3. กำหนดให้ $y = t^3 - \frac{1}{\sqrt[3]{t}}$ และ $x = \sqrt{t-1}$ จงหา $\frac{d^2y}{dx^2}$ (6 คะแนน)

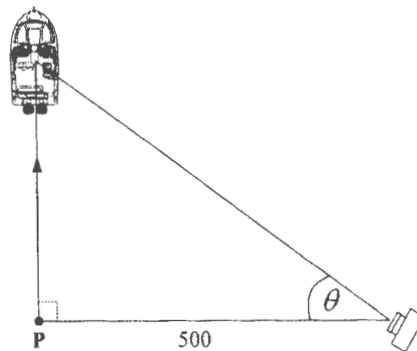
วิธีทำ

4. จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งสัมผัสเส้นโค้ง $y = (\cos x + 2x)^{(e^{4x}+3)}$ ณ จุดที่มีพิกัด $(x, y) = (0, 1)$

(6 คะแนน)

วิธีทำ

5. กล้องบันทึกภาพเรือที่กำลังเคลื่อนที่ผ่านจุด P ไปทางทิศเหนือด้วยอัตรา 150 ฟุตต่อนาที โดยที่กล้องอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะ 500 ฟุต จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุม θ ของกล้องที่ใช้บันทึกภาพ (ดังรูป) ขณะที่เรืออยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะ $500\sqrt{3}$ ฟุต (8 คะแนน)



วิธีทำ

คำตอบ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของมุม θ ของกล้องที่ใช้บันทึกภาพขณะที่เรืออยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะ $500\sqrt{3}$ ฟุต

มีค่าเท่ากับ _____ เรเดียนต่อนาที

หมวด ค

คำชี้แจง: การให้คะแนนจะพิจารณาตามลำดับขั้นตอน หากเขียนเฉพาะคำตอบ แต่วิธีทำไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีคิด จะหักคะแนน หรือ อาจไม่ได้คะแนนในข้อนั้นๆ

1.1 จงเขียนทฤษฎีบทของโรลล์ (Rolle's Theorem)

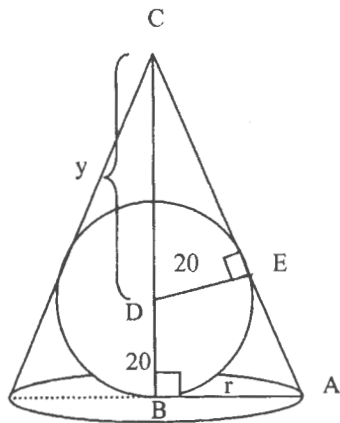
(2 คะแนน)

1.2 จงตรวจสอบทฤษฎีบทของโรลล์ สำหรับ $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 5$ บนช่วง $(-2,1)$

(4 คะแนน)

2. จงหาขนาดของกรวยกลมตรง ที่มีปริมาตรน้อยที่สุดซึ่งสามารถล้อมรอบทรงกลมรัศมี 20 เซนติเมตร ดังรูป

หมายเหตุ: สูตรปริมาตรทรงกรวย รัศมี r และสูง h คือ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (8 คะแนน)



3. กำหนดฟังก์ชัน $y = \frac{\left(\frac{3}{2}x^2 - 12\right)}{x^2 - 16}$

จงตอบคำถามต่อไปนี้ และ เขียนกราฟให้ถูกต้อง

- 1.1 จงหาโดเมนของฟังก์ชัน (1 คะแนน)
- 1.2 จงหาเส้นกำกับตามแนวตั้ง , เส้นกำกับตามแนวนอน
และเส้นกำกับแนวเอียง ของฟังก์ชันนี้(ถ้ามี) (3 คะแนน)
- 1.3 จงหาช่วงฟังก์ชันเพิ่ม , ฟังก์ชันลด และ จุดวิกฤต (ถ้ามี) (2 คะแนน)
- 1.4 จงหาช่วงโค้งเว้าหงาย , โค้งเว้าคว่ำ และ จุดเปลี่ยนเว้า (ถ้ามี) (2 คะแนน)
- 1.5 จงหาจุดสูงสุด หรือ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ (ถ้ามี) (2 คะแนน)
- 1.6 จงทดสอบสมมาตร และ จุดตัดแกนของกราฟ (2 คะแนน)
- 1.7 จงเขียนกราฟ ให้ถูกต้อง (4 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุลรหัส.....

13

กระดาษคำตอบสำหรับข้อที่3 (ต่อ)

TABLE OF DERIVATIVES

$$u = u(x), v = v(x)$$

$$1. \frac{d}{dx}(c) = 0, \quad c \text{ a constant}$$

$$2. \frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$5. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$6. \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}, \quad v \neq 0$$

$$7. \frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$8. \frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$9. \frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$10. \frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$11. \frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$12. \frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

$$13. \frac{d}{dx}(\sin^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$-1 < u < 1$$

$$14. \frac{d}{dx}(\cos^{-1} u) = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx},$$

$$-1 < u < 1$$

$$15. \frac{d}{dx}(\tan^{-1} u) = \frac{1}{1+u^2} \frac{du}{dx}$$

$$16. \frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$17. \frac{d}{dx}(\log_a u) = \frac{1}{u \ln a} \frac{du}{dx}, \quad a \neq 0, 1$$

$$18. \frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx}$$

$$19. \frac{d}{dx}a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$20. \frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$21. \frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$22. \frac{d}{dx}(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$$

$$23. \frac{d}{dx}(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$$

$$24. \frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$$

$$25. \frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$$

สูตรตรีโกณมิติ

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \quad \sin 2A = 2\sin A \cos A$$

$$2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B) \quad \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B) \quad \cos 2A = 2\cos^2 A - 1$$

ข้อมูลอื่นๆ

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \quad \sqrt{3} \approx 1.732, \quad \sqrt{5} \approx 2.236, \quad \sqrt{6} \approx 2.449, \quad \sqrt{7} \approx 2.646,$$

$$\sqrt{8} \approx 2.828, \quad \sqrt{10} \approx 3.162$$