Progetto - Fondamenti di informatica

Fabio Paolini
IN0500843

Anno 2019-2020

1 Calcolo della funzione

Ricavo i valori assunti dalla funzione $f(x, y, z, d)$ dal resto della divisione del numero di matricola (0500843) per 2^{16}:

$(500843 \mod 65536) = 42091$
$42091_{10} = 1010010001101011_2$ $\longrightarrow$

x	y	z	d	f(x,y,z,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Minterm

Per ottenere la prima forma canonica della funzione, riscrivo le combinazioni (x, y, z, d) in cui la funzione assume il valore 1:

x	y	z	d	f(x,y,z,d)
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

La funzione $f(x, y, z, d)$ si può esprimere come somma di prodotti nel seguente modo:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,d)} = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + \\ +(x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z \cdot d)$$

Maxterm

Per ottenere la seconda forma canonica della funzione, riscrivo le combinazioni (x, y, z, d) in cui la funzione assume valore 0:

x	y	z	d	f(x,y,z,d)
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0

La funzione $f(x, y, z, d)$ si può esprimere come prodotto di somme nel seguente modo:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,d)} = (x + y + z + \overline{d}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{d}) \cdot (x + \overline{y} + z + d) \cdot (x + \overline{y} + \overline{z} + d) \cdot \\ \cdot (x + \overline{y} + \overline{z} + \overline{d}) \cdot (\overline{x} + y + z + d) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{d}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{d})$$

2 Semplificazione

Semplificazione algebrica

Semplifico le funzioni utilizzando i teoremi e gli assiomi dell' algebra booleana

Minterm

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f(x,y,z,d)} &= \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{d})} + \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) + \\
&\qquad + (x \cdot y \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z \cdot d) \\
&\overset{T9}{=} \boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})} + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) + \underline{(x \cdot y \cdot z \cdot \overline{d})} \\
&\qquad + \underline{(x \cdot y \cdot z \cdot d)} \\
&\overset{T9}{=} (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + \underline{\boldsymbol{(x \cdot y \cdot z)}} + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + \underline{(x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{d})} \\
&= (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + \boldsymbol{(x \cdot y) \cdot} \underline{\boldsymbol{(z + \overline{z} \cdot \overline{d})}} + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) \\
&\overset{T5}{=} \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})} + (x \cdot y) \cdot \boldsymbol{(z + \overline{d})} + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + \underline{(x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} \\
&= \boldsymbol{(\overline{y} \cdot \overline{d})} \cdot \underline{\boldsymbol{(\overline{x} + x \cdot z)}} + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) \\
&\overset{T5}{=} \underline{(\overline{y} \cdot \overline{d})} \cdot \underline{\boldsymbol{(\overline{x} + z)}} + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) \\
&= (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d)
\end{aligned}
$$

Sono state omesse le operazioni che sfruttano l'assioma $A6$

Maxterm

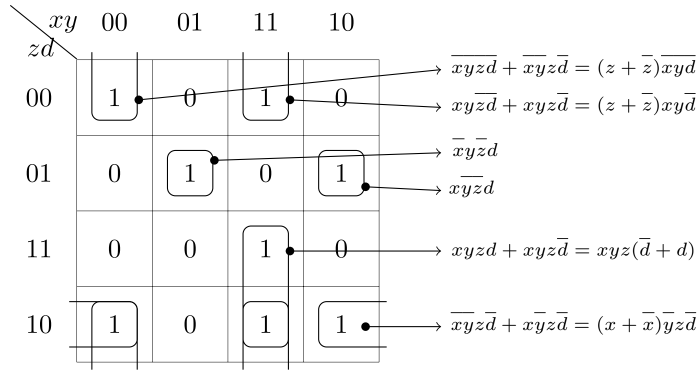
$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f(x,y,z,d)} &= \underline{(x+y+z+\overline{d})}\cdot\underline{(x+y+\overline{z}+\overline{d})}\cdot(x+\overline{y}+z+d)\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+d)\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot \\
&\quad\cdot(\overline{x}+y+z+d)\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&\overset{T9}{=} \boldsymbol{(x+y+\overline{d})}\cdot\underline{(x+\overline{y}+z+d)}\cdot\underline{(x+\overline{y}+\overline{z}+d)}\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+y+z+d) \\
&\quad\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&\overset{T9}{=} \underline{(x+y+\overline{d})}\cdot\underline{\boldsymbol{(x+\overline{y}+d)}}\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+y+z+d)\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d}) \\
&\quad\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&=[x+(x\cdot y)+\underline{(y\cdot\overline{y})}+(y\cdot d)+(x\cdot\overline{d})+(\overline{y}\cdot\overline{d})+\underline{(\overline{d}\cdot d)]}\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+y+z+d) \\
&\quad\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&\overset{A7}{=}[\underline{x}+\underline{(x\cdot y)}+(y\cdot d)+\underline{(x\cdot\overline{d})}+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+y+z+d) \\
&\quad\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&\overset{T4}{=}[\boldsymbol{x}+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot\underline{(\overline{x}+y+z+d)}\cdot\underline{(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})} \\
&\quad\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&=[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})\cdot[\overline{x}+y+\underline{(z\cdot\overline{z})}+(z\cdot\overline{d})+(d\cdot\overline{z})+\underline{(d\cdot\overline{d})}]\cdot \\
&\quad\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d}) \\
&\overset{A7}{=}[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot\underline{(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{d})}\cdot[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]\cdot\underline{(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d})} \\
&=[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]\cdot[\underline{(x\cdot\overline{x})}+(x\cdot\overline{y})+(x\cdot z)+(x\cdot\overline{d})+ \\
&\quad+(\overline{x}\cdot\overline{y})+(\overline{y}\cdot\overline{y})+(\overline{y}\cdot z)+(\overline{y}\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot\overline{x})+(\overline{z}\cdot\overline{y})+\underline{(\overline{z}\cdot z)}+(\overline{z}\cdot\overline{d})+(\overline{d}\cdot\overline{x}) \\
&\quad(\overline{d}\cdot\overline{y})+(\overline{d}\cdot z)+(\overline{d}\cdot\overline{d})] \\
&\overset{A7}{=}[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]\cdot[(x\cdot\overline{y})+(x\cdot z)+(x\cdot\overline{d})+(\overline{x}\cdot\overline{y})+ \\
&\quad+\underline{(\overline{y}\cdot\overline{y})}+(\overline{y}\cdot z)+(\overline{y}\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot\overline{x})+(\overline{z}\cdot\overline{y})+(\overline{z}\cdot\overline{d})+(\overline{d}\cdot\overline{x})+(\overline{d}\cdot\overline{y})+(\overline{d}\cdot z)+ \\
&\quad+\underline{(\overline{d}\cdot\overline{d})}] \\
&\overset{T1}{=}[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]\cdot[\underline{(x\cdot\overline{y})}+(x\cdot z)+(x\cdot\overline{d})+\underline{(\overline{x}\cdot\overline{y})}+ \\
&\quad+\underline{\boldsymbol{\overline{y}}}+\underline{(\overline{y}\cdot z)}+\underline{(\overline{y}\cdot\overline{d})}+(\overline{z}\cdot\overline{x})+\underline{(\overline{z}\cdot\overline{y})}+(\overline{z}\cdot\overline{d})+(\overline{d}\cdot\overline{x})+(\overline{d}\cdot\overline{y})+(\overline{d}\cdot z)+\boldsymbol{\overline{d}}] \\
&\overset{T4}{=}[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]\cdot[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]\cdot[(x\cdot z)+\underline{(x\cdot\overline{d})}+\boldsymbol{\overline{y}}+(\overline{z}\cdot\overline{x})+\underline{(\overline{z}\cdot\overline{d})}+ \\
&\quad+\underline{(\overline{d}\cdot\overline{x})}+\underline{(\overline{d}\cdot\overline{y})}+\underline{(\overline{d}\cdot z)}+\underline{\overline{d}}] \\
&\overset{T4}{=}\underline{[x+(y\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d})]}\cdot\underline{[\overline{x}+y+(z\cdot\overline{d})+(\overline{z}\cdot d)]}\cdot[(x\cdot z)+\overline{y}+(\overline{z}\cdot\overline{x})+\boldsymbol{\overline{d}}] \\
&=[\underline{(x\cdot\overline{x})}+(x\cdot y)+(x\cdot z\cdot\overline{d})+(x\cdot\overline{z}\cdot d)+(\overline{y}\cdot\overline{d}\cdot\overline{x})+\underline{(\overline{y}\cdot\overline{d}\cdot y)}+(\overline{y}\cdot\overline{d}\cdot z\cdot\overline{d})+\underline{(\overline{y}\cdot\overline{d}\cdot\overline{z}\cdot d)}+ \\
&\quad+(y\cdot d\cdot\overline{x})+(y\cdot d\cdot y)+\underline{(y\cdot d\cdot z\cdot\overline{d})}+(y\cdot d\cdot\overline{z}\cdot d)]\cdot[(x\cdot z)+\overline{y}+(\overline{z}\cdot\overline{x})+\overline{d}]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f(x,y,z,k)} = \ldots & \\
\stackrel{A7}{=} & [(x \cdot y) + (x \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot \overline{z} \cdot d) + (\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{x}) + \underline{(\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot z \cdot \overline{d})} + (y \cdot d \cdot \overline{x}) + \underline{(y \cdot d \cdot y)} + \\
& \quad + \underline{(y \cdot d \cdot \overline{z} \cdot d)}] \cdot [(x \cdot z) + \overline{y} + (\overline{z} \cdot \overline{x}) + \overline{d}] \\
\stackrel{T1}{=} & [(x \cdot y) + (x \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot \overline{z} \cdot d) + (\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{x}) + \boldsymbol{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} + \underline{(y \cdot d \cdot \overline{x})} + \underline{\boldsymbol{(y \cdot d)}} + \\
& \quad + \underline{\boldsymbol{(y \cdot \overline{z} \cdot d)}}] \cdot [(x \cdot z) + \overline{y} + (\overline{z} \cdot \overline{x}) + \overline{d}] \\
\stackrel{T4}{=} & [\underline{(x \cdot y)} + \underline{(x \cdot z \cdot \overline{d})} + (x \cdot \overline{z} \cdot d) + \underline{(\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{x})} + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + \boldsymbol{(y \cdot d)}] \cdot [(x \cdot z) + \overline{y} + (\overline{z} \cdot \overline{x}) + \overline{d}] \\
\stackrel{T6}{=} & [\boldsymbol{(x \cdot y)} + (x \cdot \overline{z} \cdot d) + \boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})} + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (y \cdot d)] \cdot [(x \cdot z) + \overline{y} + (\overline{z} \cdot \overline{x}) + \overline{d}] \\
= & [(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot \overline{z} \cdot d) + (y \cdot d)] \cdot [\overline{y} + (x \cdot z) + (\overline{x} \cdot \overline{z}) + \overline{d}] \\
= & [(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{y}) + \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z)} + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{x} \cdot \overline{z}) + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{d}) + \underline{(x \cdot y \cdot \overline{y})} + (x \cdot y \cdot x \cdot z) + \\
& \quad + \underline{(x \cdot y \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})} + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot \overline{y}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z) + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})} + \\
& \quad + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot \overline{d}) + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + \underline{(x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot x \cdot z)} + \underline{(x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})} + \underline{(x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{d})} \\
& \quad \underline{(y \cdot d \cdot \overline{y})} + (y \cdot d \cdot x \cdot z) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z}) + \underline{(y \cdot d \cdot \overline{d})}] \\
\stackrel{A6}{=} & [\underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{y})} + \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})} + \underline{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{d})} + \underline{(x \cdot y \cdot x \cdot z)} + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot \overline{y})} \\
& \quad + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z)} + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d} \cdot \overline{d})} + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + (y \cdot d \cdot x \cdot z) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
\stackrel{T1}{=} & [\underline{\boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})}} + \underline{\boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d} \cdot \overline{z})}} + \underline{\boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})}} + \boldsymbol{(x \cdot y \cdot z)} + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + \boldsymbol{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} \\
& \quad + \boldsymbol{(\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z)} + \boldsymbol{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + (y \cdot d \cdot x \cdot z) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
\stackrel{T4}{=} & [\boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})} + \underline{(x \cdot y \cdot z)} + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) \\
& \quad + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + \underline{(x \cdot y \cdot z \cdot d)} + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
\stackrel{T4}{=} & [(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + \boldsymbol{(x \cdot y \cdot z)} + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) \\
& \quad + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
\stackrel{T4}{=} & [(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} + \underline{(\overline{y} \cdot \overline{d} \cdot x \cdot z)} + \underline{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} \\
& \quad + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
\stackrel{T4}{=} & [(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + \boldsymbol{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})} + (x \cdot \overline{z} \cdot d \cdot \overline{y}) + (y \cdot d \cdot \overline{x} \cdot \overline{z})] \\
= & [\boldsymbol{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d)}]
\end{aligned}
$$

Sono state omesse le operazioni che sfruttano l'assioma $A6$

Mappa di Karnaugh

x	**y**	**z**	**k**	**f(x,y,z,d)**
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



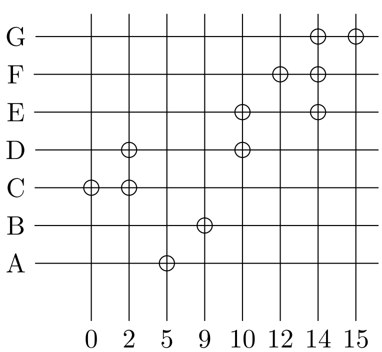
$$\Longrightarrow \boldsymbol{f(x,y,z,d)} = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot y \cdot z) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})$$

Metodo tabellare di Quine - Mc Cluskey

x	y	z	d	f(x,y,z,d)
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

	Livello		$\boldsymbol{xyzd}$
	0	0	0000
	1	2	0010
A	2	5	0101
B		9	1001
		10	1010
		12	1100
	3	14	1110
	4	15	1111

		$\boldsymbol{xyzd}$	
C	0,2	00-0	$\overline{xyd}(z+\overline{z})$
D	2,10	-010	$(x+\overline{x})\overline{y}z\overline{d}$
E	10,14	1-10	$xz\overline{d}(y+\overline{y})$
F	12,14	11-0	$xy\overline{d}(z+\overline{z})$
G	14,15	111-	$xyz(d+\overline{d})$



Implicante	**Implicati**	**Espressione**
A	5	$\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d$
B	9	$x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d$
C	0,2	$\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}$
D	2,10	$\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}$
F	12,14	$x \cdot y \cdot \overline{d}$
G	14,15	$x \cdot y \cdot z$

Implicanti primi necessari

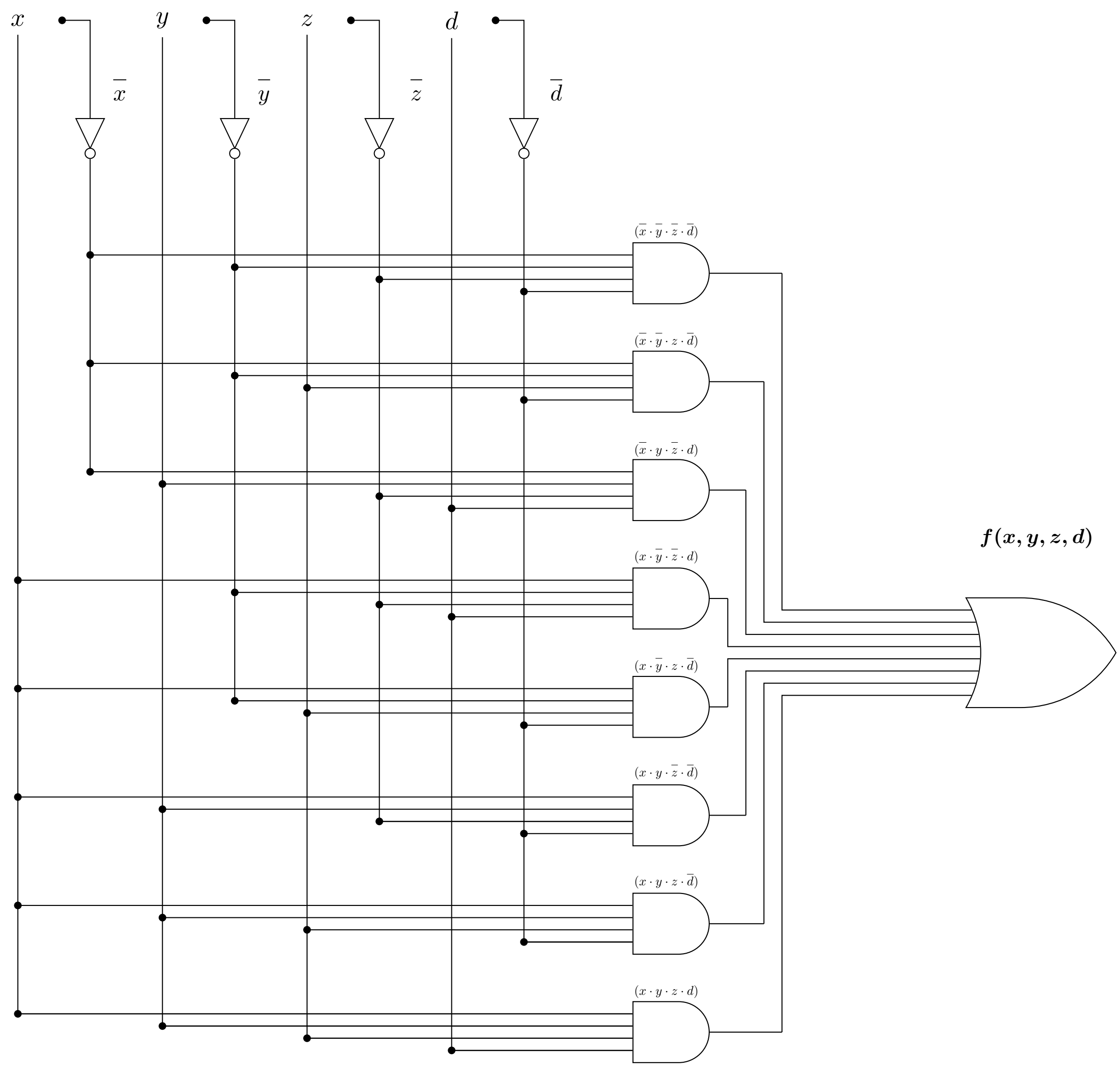
Per coprire il termine 10 è possibile scegliere l'implicante D oppure l'implicante E. Scegliendo l'implicante D l'espressione risultante è identica a quella trovata con il metodo della mappa di Karnaugh. La funzione ottenuta è la seguente:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,d)} = \underbrace{(\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d)}_{\text{A}} + \underbrace{(x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d)}_{\text{B}} + \underbrace{(\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d})}_{\text{C}} + \underbrace{(\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})}_{\text{D}} + \underbrace{(x \cdot y \cdot \overline{d})}_{\text{F}} + \underbrace{(x \cdot y \cdot z)}_{\text{G}}$$

3 Schema logico

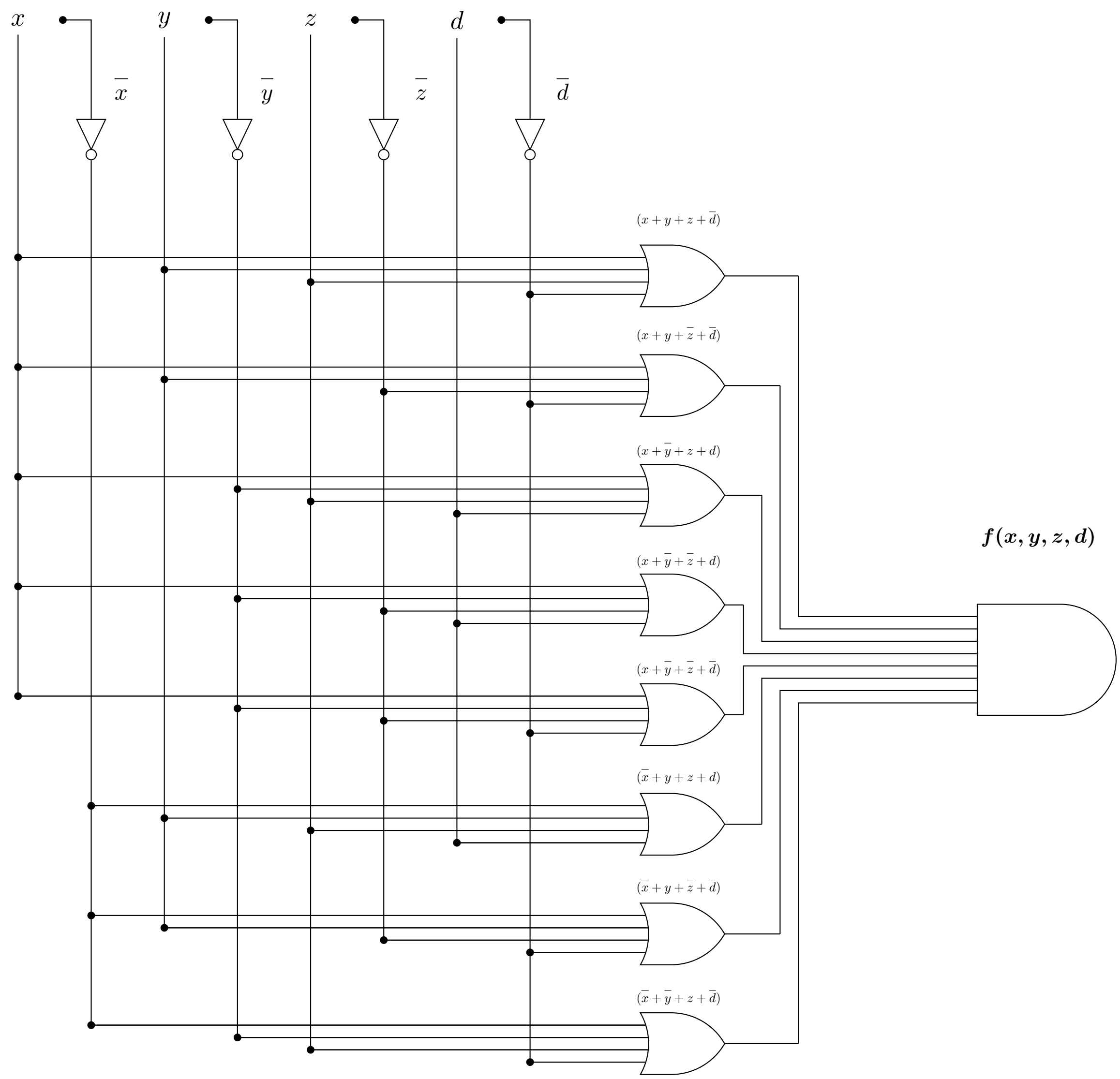
Minterm:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,k)} = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{z} \cdot \overline{d}) +$$
$$+ (x \cdot y \cdot z \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot z \cdot d)$$



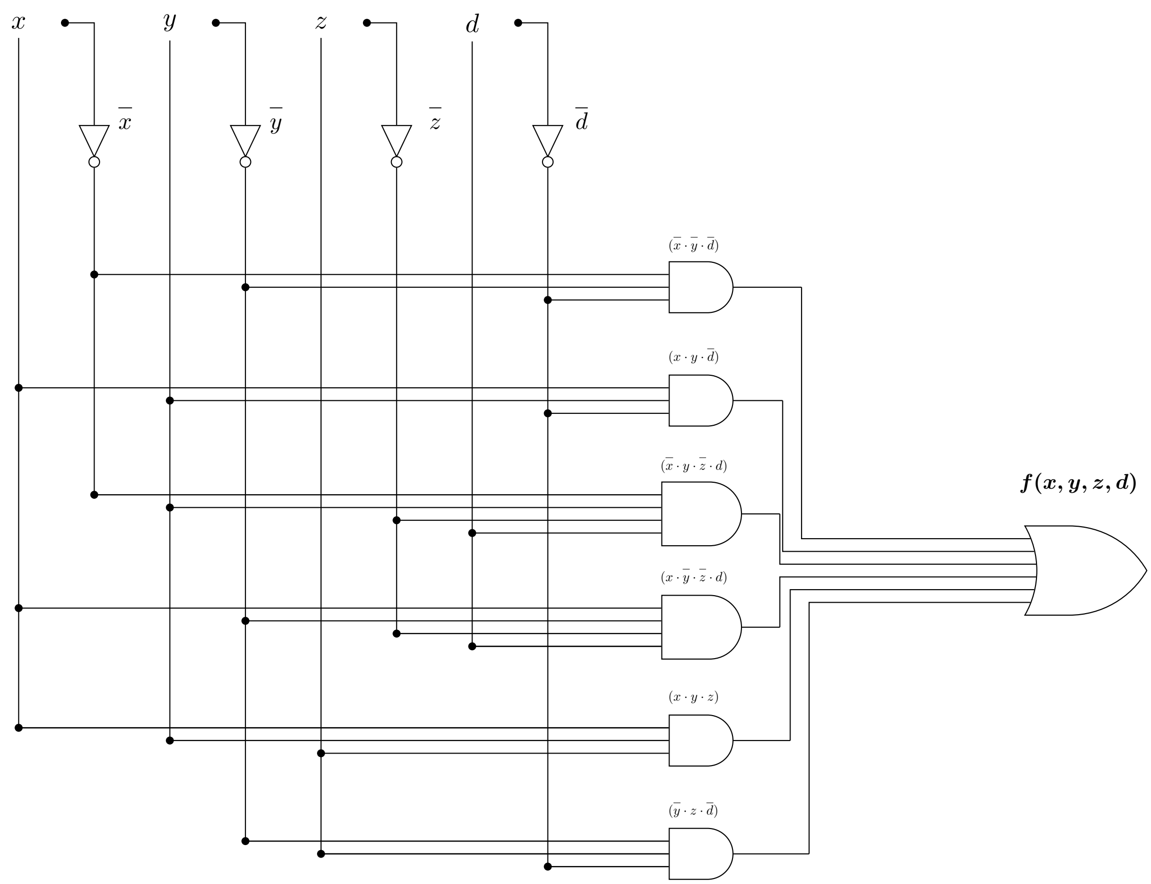
Maxterm:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,d)} = (x+y+z+\overline{d})\cdot(x+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(x+\overline{y}+z+d)\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+d)\cdot(x+\overline{y}+\overline{z}+\overline{k})\cdot$$
$$\cdot(\overline{x}+y+z+d)\cdot(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{d})\cdot(\overline{x}+\overline{y}+z+\overline{d})$$



Funzione semplificata:

$$\boldsymbol{f(x,y,z,d)} = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{d}) + (x \cdot y \cdot \overline{d}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \cdot d) + (x \cdot y \cdot z) + (\overline{y} \cdot z \cdot \overline{d})$$



4 Dichiarazione

Il lavoro di cui sopra è stato svolto da me in completa autonomia.

Fabio Paolini
Trieste, 14 giugno 2020