

Caratterizzazione di un rivelatore gamma 4π per lo studio della reazione $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$

Relatori: Francesca Cavanna, Ranjan Sariyal

Paolo Pusterla

Università degli Studi di Torino

Novembre 2024



- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

Table of Contents

- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

- Costruire il modello standard solare (SSM) richiede conoscenze sulla composizione chimica del Sole

- Costruire il modello standard solare (SSM) richiede conoscenze sulla composizione chimica del Sole
- Analisi spettroscopiche costruiscono due modelli in contraddizione tra loro: LZ (fotosfera 3D) e HZ (fotosfera 1D)

- Costruire il modello standard solare (SSM) richiede conoscenze sulla composizione chimica del Sole
- Analisi spettroscopiche costruiscono due modelli in contraddizione tra loro: LZ (fotosfera 3D) e HZ (fotosfera 1D)
- Per capire se la composizione sia uniforme in funzione della profondità, si studia il flusso di neutrini del CNO, combinato con le *sezioni d'urto* di alcune reazioni ($^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$)

- Costruire il modello standard solare (SSM) richiede conoscenze sulla composizione chimica del Sole
- Analisi spettroscopiche costruiscono due modelli in contraddizione tra loro: LZ (fotosfera 3D) e HZ (fotosfera 1D)
- Per capire se la composizione sia uniforme in funzione della profondità, si studia il flusso di neutrini del CNO, combinato con le *sezioni d'urto* di alcune reazioni ($^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$)
- Energie solari molto basse (15-50 keV), si studia nel range 50-370 keV

Il ciclo CNO

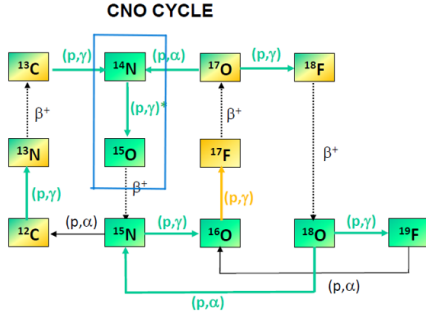


Figure: Ciclo Carbonio-Azoto-Ossigeno

- La *sezione d'urto* di una reazione nucleare è una grandezza utilizzata per descrivere la probabilità che la reazione avvenga.

- La *sezione d'urto* di una reazione nucleare è una grandezza utilizzata per descrivere la probabilità che la reazione avvenga.
- La si può calcolare sperimentalmente come:

$$\sigma = \frac{N_{\text{reaz}} / \Delta t}{N_{\text{proj}} / \Delta t \times N_{\text{bers}} / A \times \varepsilon} \quad (1)$$

- La *sezione d'urto* di una reazione nucleare è una grandezza utilizzata per descrivere la probabilità che la reazione avvenga.
- La si può calcolare sperimentalmente come:

$$\sigma = \frac{N_{\text{reaz}}/\Delta t}{N_{\text{proj}}/\Delta t \times N_{\text{bers}}/A \times \varepsilon} \quad (1)$$

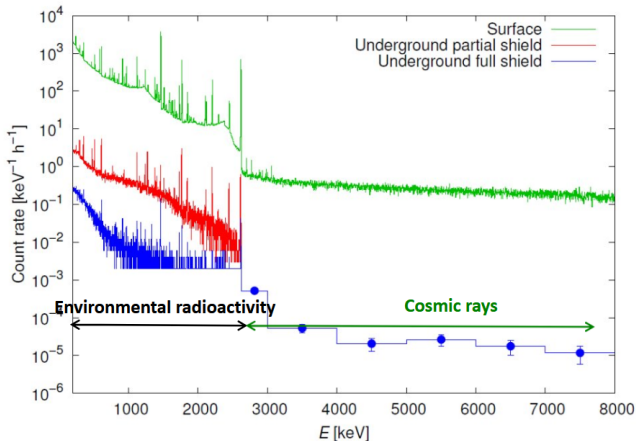
- Con una $\sigma \approx 10^{-12}$ barn si ha un *reaction rate* ($N_{\text{reaz}}/\Delta t$) che vale appena $1 \div 10$ conteggi al giorno

- Nelle stelle, le reazioni di fusione avvengono ad energie molto inferiori rispetto alla barriera coulombiana

- Nelle stelle, le reazioni di fusione avvengono ad energie molto inferiori rispetto alla barriera coulombiana
- Sezioni d'urto molto piccole implicano segnale atteso molto minore rispetto al rumore di fondo in superficie

Astrofisica nucleare sotterranea

- Nelle stelle, le reazioni di fusione avvengono ad energie molto inferiori rispetto alla barriera coulombiana
- Sezioni d'urto molto piccole implicano segnale atteso molto minore rispetto al rumore di fondo in superficie



LUNA 400 kV

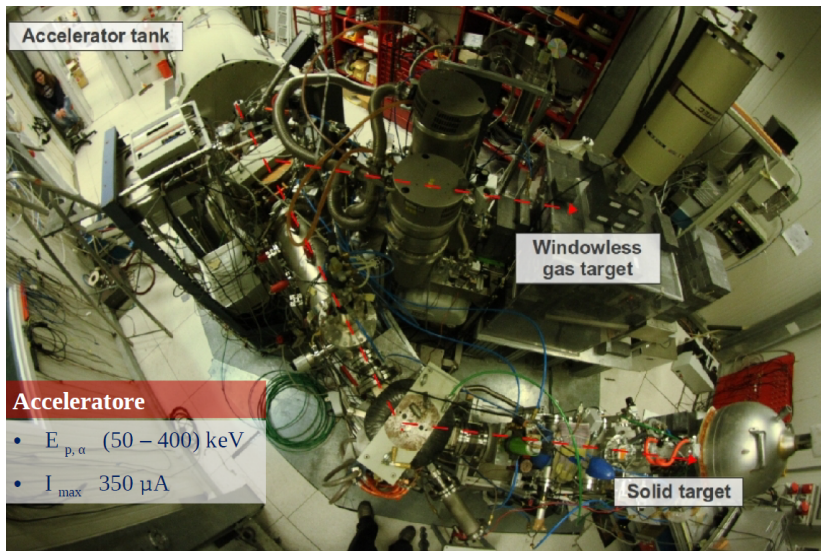


Figure: L'acceleratore LUNA a 400 kV.

- Il rivelatore è in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, detto BGO), coprente il 95% dell'angolo solido totale attorno al bersaglio.

- Il rivelatore è in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, detto BGO), coprente il 95% dell'angolo solido totale attorno al bersaglio.

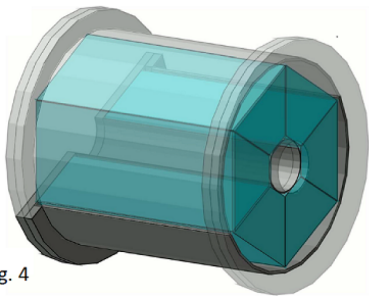


Fig. 4

- Il rivelatore è in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, detto BGO), coprente il 95% dell'angolo solido totale attorno al bersaglio.
- Il bersaglio solido è in TiN

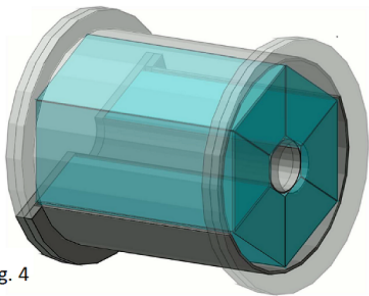


Fig. 4

- Il rivelatore è in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, detto BGO), coprente il 95% dell'angolo solido totale attorno al bersaglio.
- Il bersaglio solido è in TiN

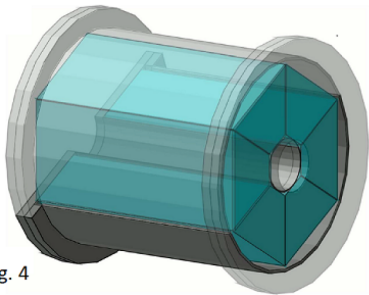


Fig. 4



Table of Contents

- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi**
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

- L'obiettivo della tesi, incentrato sull'analisi dei dati, è quello di calibrare in energia e caratterizzare in efficienza lo scintillatore 4π utilizzato per la rivelazione di raggi γ nella riproduzione della reazione $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$.

- L'obiettivo della tesi, incentrato sull'analisi dei dati, è quello di calibrare in energia e caratterizzare in efficienza lo scintillatore 4π utilizzato per la rivelazione di raggi γ nella riproduzione della reazione $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$.
- Nell'esperimento si proietta un intenso fascio di protoni su bersagli solidi di TiN (nitruro di titanio).

- L'obiettivo della tesi, incentrato sull'analisi dei dati, è quello di calibrare in energia e caratterizzare in efficienza lo scintillatore 4π utilizzato per la rivelazione di raggi γ nella riproduzione della reazione $^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$.
- Nell'esperimento si proietta un intenso fascio di protoni su bersagli solidi di TiN (nitruro di titanio).
- L'analisi dei dati viene confrontata con delle simulazioni in GEANT4.

Table of Contents

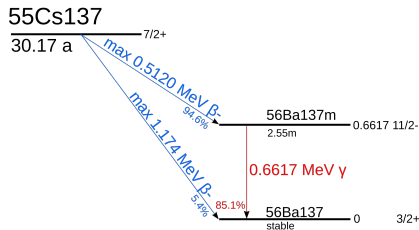
- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia**
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

Calibrazione in energia

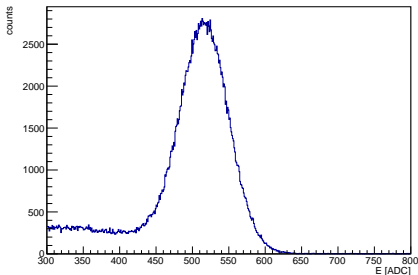
- Viene effettuata con due sorgenti radioattive, ^{137}Cs e ^{60}Co

Calibrazione in energia

- Viene effettuata con due sorgenti radioattive, ^{137}Cs e ^{60}Co

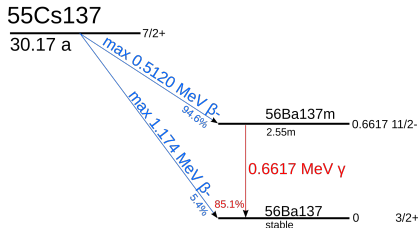


Energy spectrum - channel 4

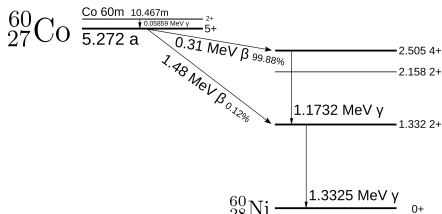
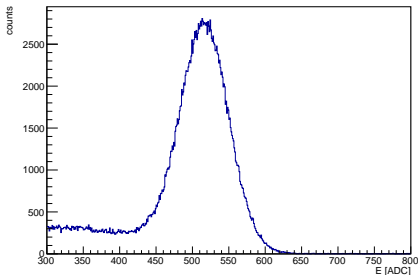


Calibrazione in energia

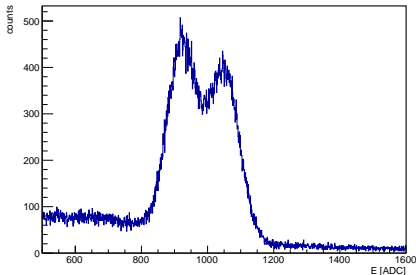
- Viene effettuata con due sorgenti radioattive, ^{137}Cs e ^{60}Co



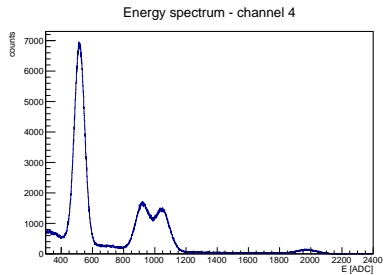
Energy spectrum - channel 4



Energy spectrum - channel 4

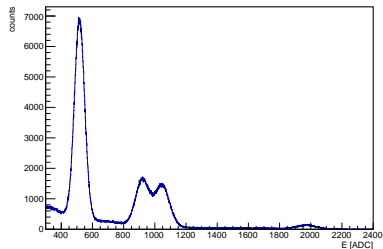


Calcolo della calibrazione

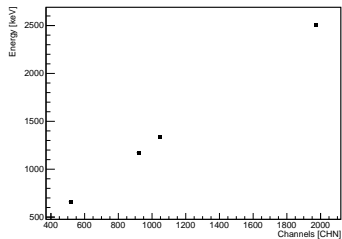


Calcolo della calibrazione

Energy spectrum - channel 4

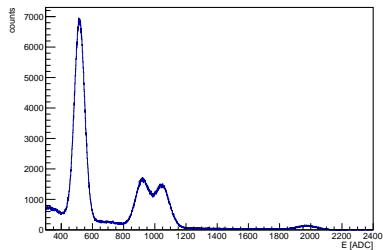


Energy calibration: $a + b \cdot \text{CHN}$

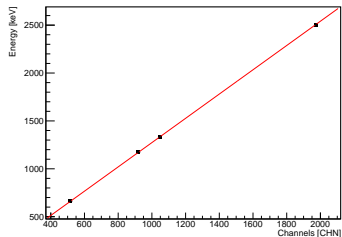


Calcolo della calibrazione

Energy spectrum - channel 4

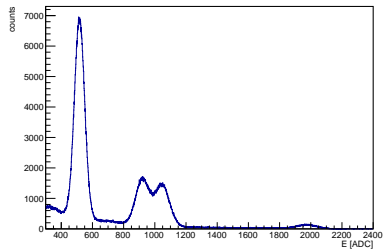


Energy calibration: $a + b \cdot \text{CHN}$

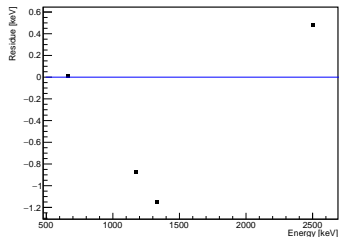


Calcolo della calibrazione

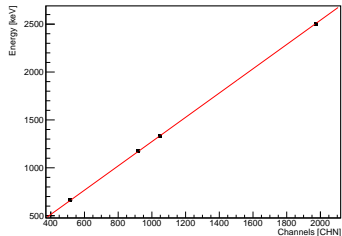
Energy spectrum - channel 4



Residues graph 4

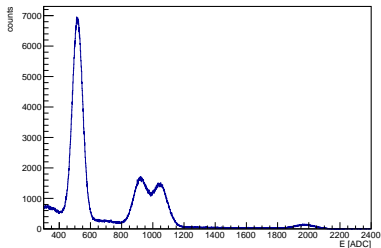


Energy calibration: $a + b \cdot \text{CHN}$

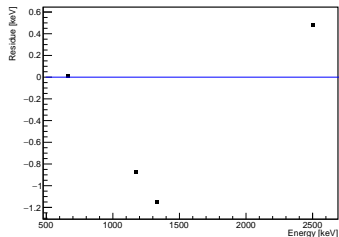


Calcolo della calibrazione

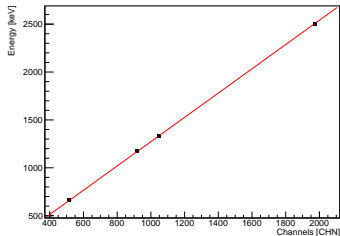
Energy spectrum - channel 4



Residues graph 4



Energy calibration: $a + b \cdot \text{CHN}$



Canale	Conversione [keV/CHN]
CHN1	1.1863 ± 0.0009
CHN2	1.1659 ± 0.0013
CHN3	1.3550 ± 0.0019
CHN4	1.2676 ± 0.0006
CHN5	1.2574 ± 0.0010
CHN6	1.1388 ± 0.0014

Table of Contents

- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza**
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto.

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto.
- Si può stimare dalla formula:

$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t^*)\Delta t} \quad (2)$$

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto.
- Si può stimare dalla formula:

$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t^*)\Delta t} \quad (2)$$

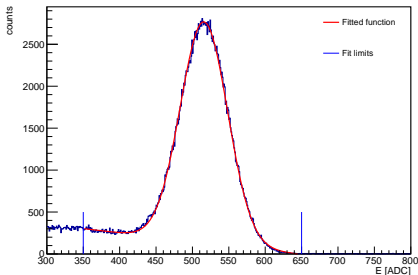
- L'attività è calcolata al momento della misurazione.

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto.
- Si può stimare dalla formula:

$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t^*)\Delta t} \quad (2)$$

- L'attività è calcolata al momento della misurazione.

Energy spectrum - channel 4

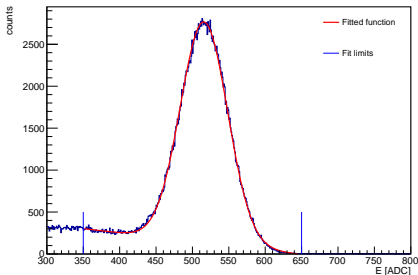


- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto.
- Si può stimare dalla formula:

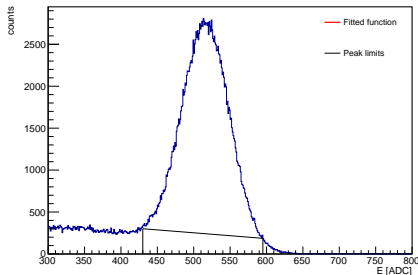
$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t*)\Delta t} \quad (2)$$

- L'attività è calcolata al momento della misurazione.

Energy spectrum - channel 4



Energy spectrum - channel 4



- Il tempo vivo è ricavato dal TTree delle coincidenze, ossia dove lo spicchio del BGO registra i fotoni del pulser nello spettro dei canali

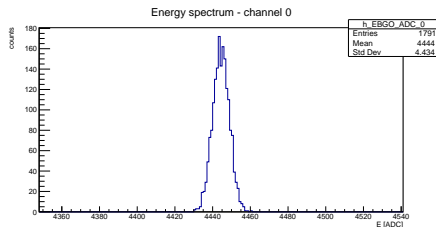
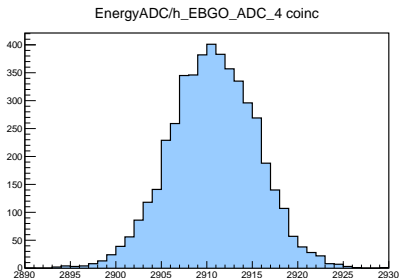
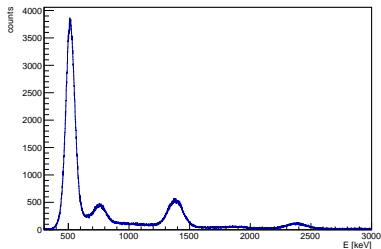


Table of Contents

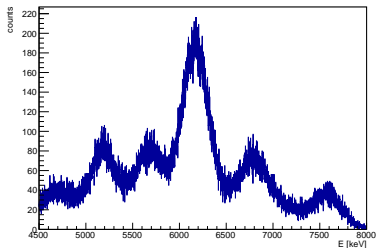
- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni**
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza

Risoluzione energetica

Energy spectrum - channel 4

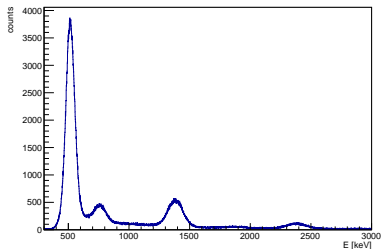


Energy spectrum - channel 4

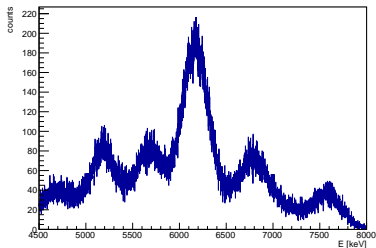


Risoluzione energetica

Energy spectrum - channel 4



Energy spectrum - channel 4

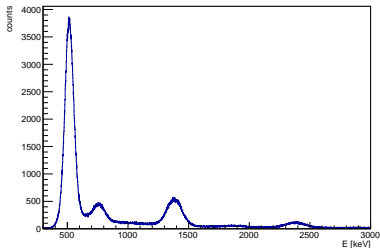


- Ai punti delle risoluzioni si fitta la funzione:

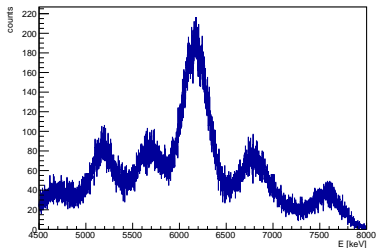
$$f(E) = a + \frac{b}{\sqrt{E}}$$

Risoluzione energetica

Energy spectrum - channel 4



Energy spectrum - channel 4



- Ai punti delle risoluzioni si fitta la funzione:

$$f(E) = a + \frac{b}{\sqrt{E}}$$

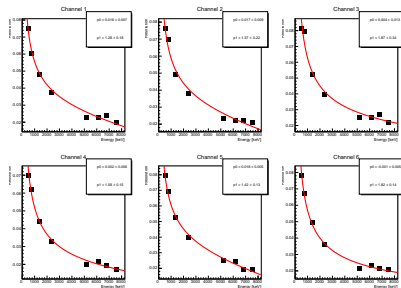




Table of Contents

- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione**
- 7 Efficienza

- Durante la tesi ci è occupato della calibrazione di uno strumento per lo studio della reazione $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$

- Durante la tesi ci è occupato della calibrazione di uno strumento per lo studio della reazione $^{14}\text{N}(\text{p}, \gamma)^{15}\text{O}$
- Il rivelatore utilizzato è stato calibrato in energia e ne si è calcolata l'efficienza

- Durante la tesi ci è occupato della calibrazione di uno strumento per lo studio della reazione $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$
- Il rivelatore utilizzato è stato calibrato in energia e ne si è calcolata l'efficienza
- Si sono analizzate le simulazioni Monte Carlo, per poi confrontarle coi dati sperimentali

Grazie per l'attenzione.

Slide di backup

- L'esperimento LUNA (Laboratory for Underground Nuclear Astrophysics) ricrea i processi nucleari che sono avvenuti durante la nucleosintesi primordiale e che avvengono tutt'ora nelle stelle.

- L'esperimento LUNA (Laboratory for Underground Nuclear Astrophysics) ricrea i processi nucleari che sono avvenuti durante la nucleosintesi primordiale e che avvengono tutt'ora nelle stelle.
- Essendo processi molto rari, un laboratorio sulla superficie terrestre non è adatto per le misure sperimentali di questi, poiché i raggi cosmici maschererebbero il segnale debole atteso.

- I neutrini solari giocano un ruolo fondamentale nella determinazione della composizione del Sole.

- I neutrini solari giocano un ruolo fondamentale nella determinazione della composizione del Sole.
- Sono prodotti nel ciclo CNO del Sole.

- I neutrini solari giocano un ruolo fondamentale nella determinazione della composizione del Sole.
- Sono prodotti nel ciclo CNO del Sole.
- In particolare, la sezione d'urto della reazione $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$ è la fonte di errore principale sulle stime del flusso di neutrini, in quanto la più breve dell'intero ciclo.

- I neutrini solari giocano un ruolo fondamentale nella determinazione della composizione del Sole.
- Sono prodotti nel ciclo CNO del Sole.
- In particolare, la sezione d'urto della reazione $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$ è la fonte di errore principale sulle stime del flusso di neutrini, in quanto la più breve dell'intero ciclo.
- A energie solari (15-50 keV) la sezione d'urto è troppo piccola per essere misurata direttamente.

- I neutrini solari giocano un ruolo fondamentale nella determinazione della composizione del Sole.
- Sono prodotti nel ciclo CNO del Sole.
- In particolare, la sezione d'urto della reazione $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$ è la fonte di errore principale sulle stime del flusso di neutrini, in quanto la più breve dell'intero ciclo.
- A energie solari (15-50 keV) la sezione d'urto è troppo piccola per essere misurata direttamente.
- La tesi ha come obiettivo contribuire alla determinazione della sezione d'urto ad energie 50-370 keV.

- A energie solari (15-50 keV) la sezione d'urto è troppo piccola per essere misurata direttamente.

- A energie solari (15-50 keV) la sezione d'urto è troppo piccola per essere misurata direttamente.
- Le stime odierne sono quindi estrapolazioni da energie più alte.

- A energie solari (15-50 keV) la sezione d'urto è troppo piccola per essere misurata direttamente.
- Le stime odierne sono quindi estrapolazioni da energie più alte.
- Il progetto ha come obiettivo determinare la sezione d'urto ad energie 50-370 keV.

- Il *reaction rate* ($N_{\text{reaz}}/\Delta t$) vale quindi appena $1 \div 10$ conteggi al giorno

- Il *reaction rate* ($N_{\text{reaz}}/\Delta t$) vale quindi appena $1 \div 10$ conteggi al giorno
- Basta pochissimo rumore per nascondere i segnali che rivelano le reazioni

- Il *reaction rate* ($N_{\text{reaz}}/\Delta t$) vale quindi appena $1 \div 10$ conteggi al giorno
- Basta pochissimo rumore per nascondere i segnali che rivelano le reazioni
- La soluzione è cercare di minimizzare il rumore di fondo

- I Laboratori Nazionali del Gran Sasso, situati nella frazione di Assergi, sono schermati dai 1400 m di roccia del Monte Aquila.

tenere immagine



Radiazione LNGS/superficie

Muoni 10^{-6}

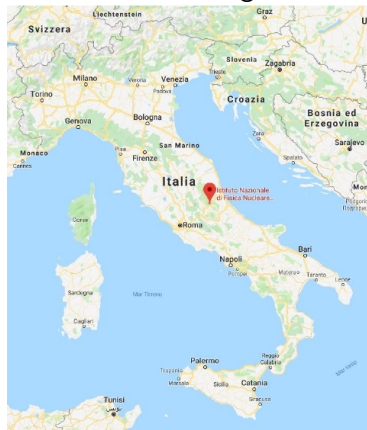
Neutroni 10^{-3}

Figure: LNGS Assergi AQ

Short Title

- I Laboratori Nazionali del Gran Sasso, situati nella frazione di Assergi, sono schermati dai 1400 m di roccia del Monte Aquila.
- Ciò fa sì che il fondo di raggi cosmici sia fortemente soppresso

tenere immagine



Radiazione LNGS/superficie

Muoni 10^{-6}

Neutroni 10^{-3}

Figure: LNGS Assergi AQ

Short Title

- I Laboratori Nazionali del Gran Sasso, situati nella frazione di Assergi, sono schermati dai 1400 m di roccia del Monte Aquila.
- Ciò fa sì che il fondo di raggi cosmici sia fortemente soppresso
- Qui è collocato l'acceleratore LUNA2 a 400 kV, che permette di concentrare fasci ionici molto intensi e stabili.

tenere immagine



Radiazione LNGS/superficie

Muoni 10^{-6}

Neutroni 10^{-3}

Figure: LNGS Assergi AQ

Short Title

- Si tratta di un rivelatore in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, detto BGO), coprente il 95% dell'angolo solido totale attorno al bersaglio.
- Si tratta di uno scintillatore, ossia uno strumento che quando eccitato da radiazione ionizzante, ne assorbe l'energia depositata e la riemette sotto forma di fotoni

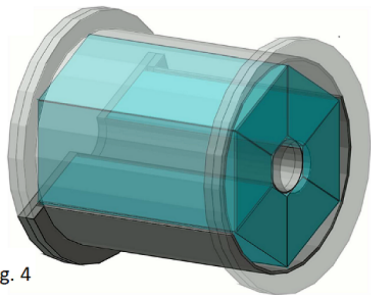


Fig. 4

Figure: Rappresentazione 3D del rivelatore BGO.

- Il cristallo, a simmetria cilindrica, è otticamente separato in 6 spicchi uguali.

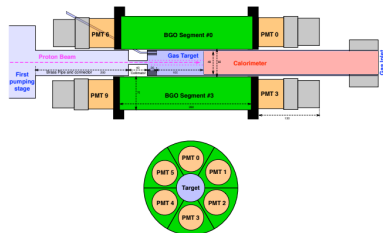


Figure: Rappresentazione schematica del rivelatore BGO. In alto una sezione sagittale, in basso una sezione trasversale.

- L'efficienza di uno scintillatore è il rapporto tra il numero di conteggi prodotti da esso e il numero di conteggi prodotti dalla sorgente:

$$\varepsilon = \frac{N_{\gamma}}{N_{int}} \quad (3)$$

- Si tratta pertanto di quanti fotoni lo strumento "vede" rispetto al totale
- Invertendo l'equazione possiamo ricavare N_{int} , per poi trovare la sezione d'urto

- Ogni strumento è elettronicamente vincolato a processare il segnale in ingresso
- Questo può richiedere fino a ns
- Un fotone in arrivo durante questo intervallo di tempo non può essere quindi rilevato
- Alla fine della misura verranno osservati meno fotoni di quelli effettivamente giunti allo strumento, perché quest'ultimo è attivo solo per una parte di tempo rispetto al totale della misura.
- L'intervallo in cui lo strumento è attivo e pronto a ricevere nuovi segnali è il *tempo vivo*.

Canale	Conversione [keV/CHN]
CHN1	1.1863 ± 0.0009
CHN2	1.1659 ± 0.0013
CHN3	1.3550 ± 0.0019
CHN4	1.2676 ± 0.0006
CHN5	1.2574 ± 0.0010
CHN6	1.1388 ± 0.0014

- La caratterizzazione in energia è effettuata utilizzando due sorgenti radioattive: ^{60}Co e ^{137}Cs .

- Il ^{60}Co decade tramite decadimento β^- (99.75%) in ^{60}Ni ed emette due raggi gamma di energie 1.17 MeV e 1.33 MeV.

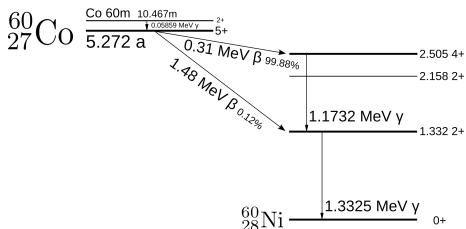


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

- Il ^{60}Co decade tramite decadimento β^- (99.75%) in ^{60}Ni ed emette due raggi gamma di energie 1.17 MeV e 1.33 MeV.
- Ha il vantaggio di emettere raggi gamma ad alta intensità con un'emivita relativamente lunga di 5.27 anni.

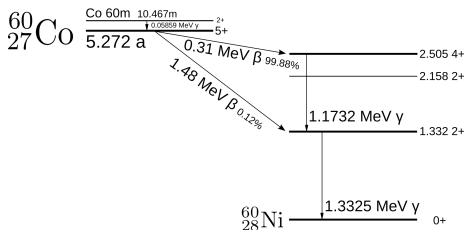


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

- Il ^{60}Co decade tramite decadimento β^- (99.75%) in ^{60}Ni ed emette due raggi gamma di energie 1.17 MeV e 1.33 MeV.
- Ha il vantaggio di emettere raggi gamma ad alta intensità con un'emivita relativamente lunga di 5.27 anni.
- Trova applicazione nella radioterapia del cancro.

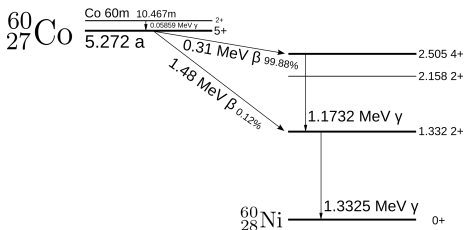


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

- Il ^{137}Cs decade sempre tramite decadimento β^- .

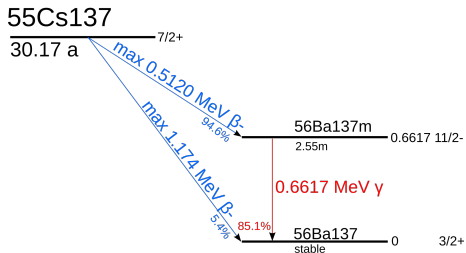


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

- Il ^{137}Cs decade sempre tramite decadimento β^- .
- Il 94.6% dei decadimenti hanno come prodotto uno stato metastabile del ^{137}Ba .

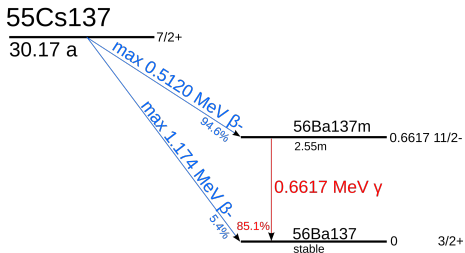


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

- Il ^{137}Cs decade sempre tramite decadimento β^- .
- Il 94.6% dei decadimenti hanno come prodotto uno stato metastabile del ^{137}Ba .
- Questo stato eccitato emette l'85% delle volte raggi gamma di 661.7 keV decadendo nello stato fondamentale del ^{137}Ba (tutti i raggi gamma provenienti dal ^{137}Cs sono prodotti così).

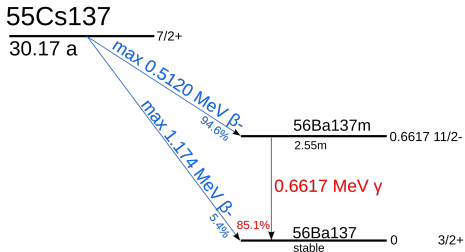


Figure: Schema di decadimento del ^{137}Cs .

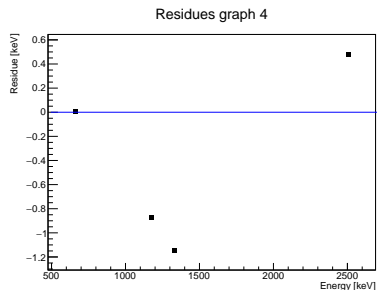
- L'analisi dati dell'esperimento è compiuta in ROOT
- Il vantaggio di utilizzarlo è una discreta ottimizzazione per quanto riguarda l'analisi di grandi moli di dati grazie al formato file `.root`
- Si utilizza principalmente in ambito di fisica delle particelle

- I dati ricavati sono contenuti in file `.root`
- Ogni file `.root` contiene 8 istogrammi, con indici da 0 a 7, di conteggi
- L'istogramma 0 contiene il pulser, utilizzato per calcolare il tempo vivo dello scintillatore
- Gli istogrammi da 1 a 6 sono i singoli spicchi del BGO
- L'istogramma 7 è la corrente del fascio incidente sul BGO

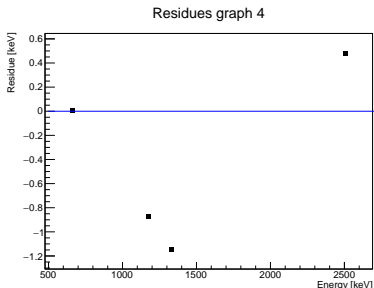
- Può accadere che lo strumento riveli due fotoni emessi dallo stesso evento contemporaneamente
- In tal caso, viene registrato come un unico fotone, ma con energia pari alla somma delle energie dei fotoni

- I residui sono la differenza tra i valori in energia noti e quelli assunti dalla retta

- I residui sono la differenza tra i valori in energia noti e quelli assunti dalla retta
- Sono una rappresentazione della bontà della calibrazione



- I residui sono la differenza tra i valori in energia noti e quelli assunti dalla retta
- Sono una rappresentazione della bontà della calibrazione
- In generale una calibrazione è buona se i residui non superano la decina di keV



- Per il calcolo dell'efficienza è necessario trovare il numero di conteggi nei picchi gaussiani. Si possono applicare due metodi diversi per trovarlo:
-

- Per il calcolo dell'efficienza è necessario trovare il numero di conteggi nei picchi gaussiani. Si possono applicare due metodi diversi per trovarlo:
-

Trapezio

- Metodo geometrico
- Consiste nell'isolare la regione del picco e rimuoverne il fondo trapezoidale
- Adatto solo per il cesio: i due picchi del cobalto non sono sufficientemente risolti dallo strumento

- Per il calcolo dell'efficienza è necessario trovare il numero di conteggi nei picchi gaussiani. Si possono applicare due metodi diversi per trovarlo:
-

Trapezio

- Metodo geometrico
- Consiste nell'isolare la regione del picco e rimuoverne il fondo trapezoidale
- Adatto solo per il cesio: i due picchi del cobalto non sono sufficientemente risolti dallo strumento

Parametrico

- Metodo che sfrutta i parametri del fit
- Il coefficiente di normalizzazione del picco gaussiano è il numero di conteggi nel picco
- Adatto per cesio e cobalto

Table of Contents

- 1 Introduzione
- 2 Obiettivi della tesi
- 3 Calibrazione in energia
- 4 Efficienza
- 5 Simulazioni
- 6 Conclusione
- 7 Efficienza**

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto
- Si può stimare dalla formula:

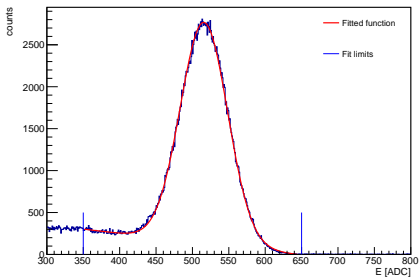
$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t^*)\Delta t} \quad (4)$$

- L'efficienza è un fattore fondamentale per ricavare la sezione d'urto
- Si può stimare dalla formula:

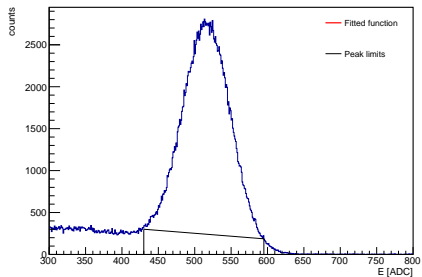
$$\varepsilon = \frac{N_{cont.}}{A(t^*)\Delta t} \quad (4)$$

- L'attività è calcolata al momento della misurazione.

Energy spectrum - channel 4



Energy spectrum - channel 4



- La calibrazione viene effettuata sul file `run1775_coinc.root`, con entrambe le sorgenti.
- *Calibrare* uno scintillatore significa trovare il fattore di conversione da canali a energia.
- Per ogni spicchio del BGO si esegue un fit per trovare il valore dei picchi caratteristici e del picco somma in canali.

- Le simulazioni contengono picchi di energia ideali, a cui non è stata applicata la risoluzione dello strumento
- Questa si può trovare eseguendo fit gaussiani sugli istogrammi in energia, anziché canali
- La risoluzione è il rapporto tra la deviazione standard del picco e la corrispondente energia nota
- Le risoluzioni si mettono su un grafico contro le corrispettive energie note, fittandovi una funzione:

$$f(E) = a + \frac{b}{\sqrt{E}}$$