

Σχεδίαση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

1η Εργαστηριακή Άσκηση

Ομάδα 13

Ιωάννης Δάρας (03115018)

Μαρία-Ελένη Οικονομοπούλου (03115072)

Μάριος Παπαχρήστου (03115101)

Μαίρη Παρέλλη (03115155)

1 Τύπος Συστήματος

1.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Έστω το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = K \frac{\prod_n (s - z_n)}{s^m \prod_j (s - p_j)}$$

Ο τύπος του παραπάνω συστήματος είναι m καθώς παρατηρούμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόγχου έχει m πόλους στο 0. Ένα σύστημα τύπου 0 μπορεί να ακολουθήσει τη βηματική με πεπερασμένο σφάλμα. Για εισόδους μεγαλύτερης τάξης από τη βηματική, ένα σύστημα τύπου 0 έχει άπειρο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση.

Ένα σύστημα τύπου 1 μπορεί να ακολουθήσει τη βηματική με πεπερασμένο σφάλμα και τη συνάρτηση ράμπας με πεπερασμένο σφάλμα. Ένα τέτοιο σύστημα έχει άπειρο σφάλμα σε εισόδους όπως η μοναδιαία παραβολή, δηλαδή σε εισόδους μεγαλύτερης τάξης από τη συνάρτηση ράμπας.

Ένα σύστημα τύπου 2 μπορεί να ακολουθήσει τη βηματική και τη συνάρτηση ράμπας με μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Αντίστοιχα, μπορεί να ακολουθήσει με πεπερασμένο σφάλμα τη συνάρτηση μοναδιαίας παραβολής.

Στη γενική περίπτωση, ένα σύστημα τύπου m μπορεί να ακολουθήσει με μηδενικό σφάλμα εισόδους τάξης $\leq m$, με πεπερασμένο σφάλμα εισόδους τάξης m , ενώ δεν μπορεί να ακολουθήσει εισόδους με τάξη $> m$.

Για διευκόλυνση μας, μπορούμε να ορίσουμε τις ακόλουθες ποσότητες:

1. Σφάλμα θέσης

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

2. Σφάλμα ταχύτητας

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s)$$

3. Σφάλμα επιτάχυνσης

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot G(s)$$

Το σφάλμα ενός συστήματος στη μόνιμη κατάσταση σε είσοδο βηματικής δίνεται από τη σχέση:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$$

Το σφάλμα ενός συστήματος στη μόνιμη κατάσταση σε είσοδο ράμπας δίνεται από τη σχέση:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

Το σφάλμα ενός συστήματος στη μόνιμη κατάσταση σε είσοδο μοναδιαίας παραβολής δίνεται από τη σχέση:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a}$$

1.2 Μελέτη Τύπου Συστήματος

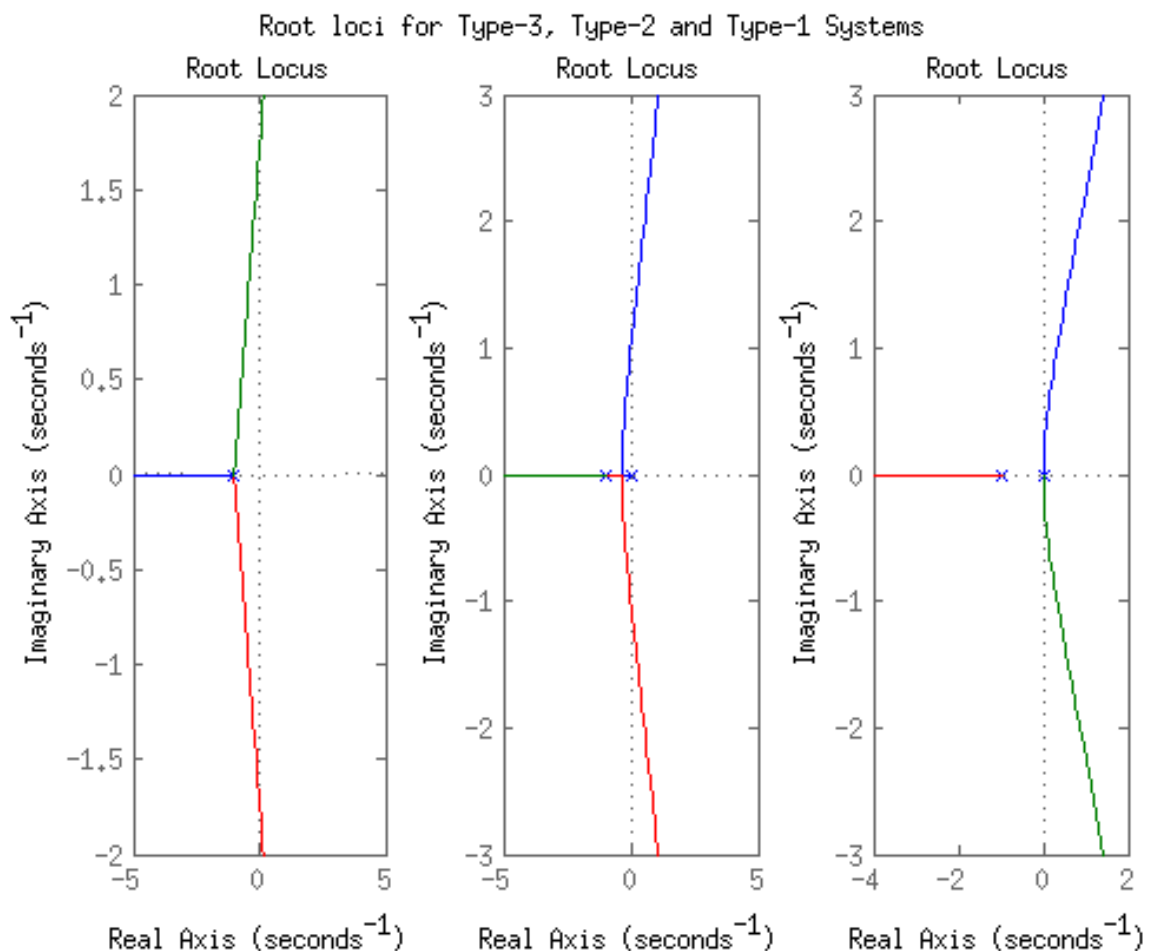
Θεωρούμε τα συστήματα τρίτης τάξης με ΣΜΑΒ

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \quad G_2(s) = \frac{1}{s(s+1)^2} \quad G_3(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

Με συναρτήσεις μεταφοράς κλειστού βρόχου

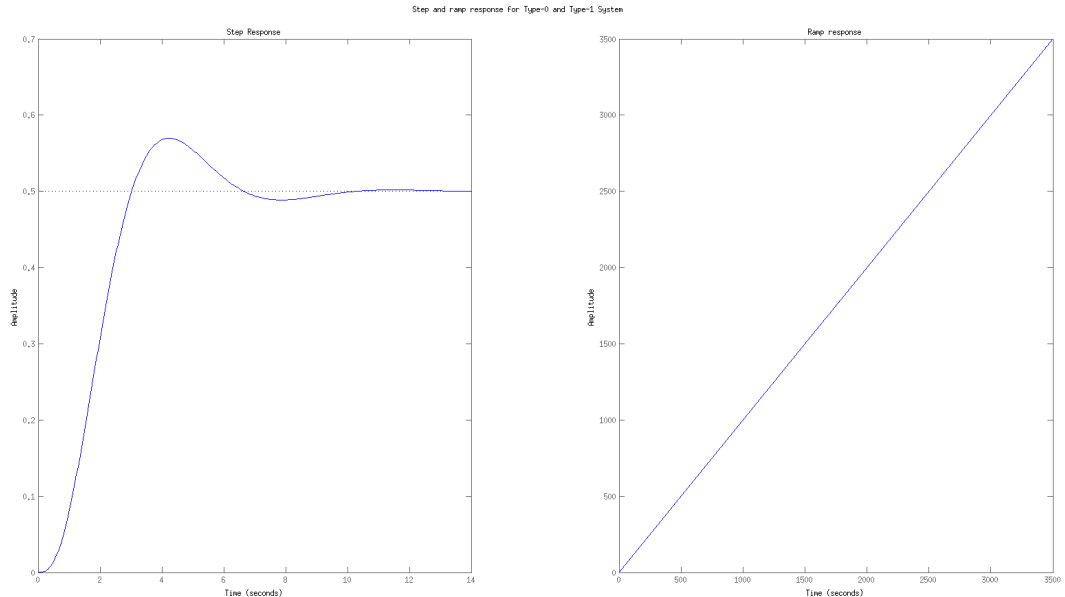
$$H_i(s) = \frac{KG_i(s)}{1 + KG_i(s)} \quad K > 0, i = 1, 2, 3$$

Παρατηρούμε ότι οι γτρ των παραπάνω συστημάτων για $K > 0$ είναι οι ακόλουθοι



Τα πρώτα δύο συστήματα έχουν περιθώρια κέρδους $K_m = 7$ για το $H_1(s)$ και $K_m = 2$ για το $H_2(s)$. Τέλος το σύστημα κλειστού βρόχου με απευθείας κλάδο $G_3(s)$ είναι ασταθές για κάθε θετική τιμή του K . Παρατηρούμε επομένως πως ο τύπος του συστήματος αν αυξηθεί μετατοπίζει τον γτρ προς τον $j\omega$ -άξονα και μπορεί να προσδώσει αστάθεια στο σύστημα κλειστού βρόχου.

Συμπεριφορά σε εισόδους Επιπλέον μελετούμε και τη συμπεριφορά των ΣΚΒ αν δοκιμάσουμε κάποιες εισόδους στα συστήματα που μελετάμε:



Στο πρώτο σύστημα βάλαμε ως είσοδο βηματική και παρατηρούμε ότι υπάρχει σχετικά μεγάλο overshoot. Οι χρόνοι ανόδου και αποκατάστασης είναι επίσης πάρα πολύ μεγάλοι (μη αποδεκτοί). Για το λόγο αυτό, το σύστημα μας χρειάζεται έλεγχο. Ένας PID ελεγκτής μπορεί να βελτιώσει και την μεταβατική και την μόνιμη απόκριση. Ο έλεγχος P κάνει το σύστημα πιο γρήγορο. Ο έλεγχος D μειώνει το Overshoot ενώ ο έλεγχος I μειώνει το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, όπως περιγράφεται αναλυτικότερα σε ακόλουθη ενότητα. Ένας PID ελεγκτής στο σύστημα αυτό, θα αυξήσει τον τύπο του συστήματος και αναμένουμε να δούμε καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με πριν.

Από την άλλη, το δεύτερο σύστημα είναι τύπου 1. Ένας PID ελεγκτής υπάρχει κίνδυνος να κάνει το σύστημα μας ασταθές. Έτσι, ο έλεγχος I εδώ δεν είναι θεμιτός. Αντίθετα, ο έλεγχος P θα κάνει το σύστημα μας πιο γρήγορο ενώ ο έλεγχος D θα μειώσει το Overshoot, συνεπώς αυτοί οι έλεγχοι είναι επιθυμητοί.

Το τρίτο σύστημα είναι ήδη ασταθές όπως προκύπτει από το γεωμετρικό τόπο ριζών του και συνεπώς η ανάλυση του συστήματος δεν έχει νόημα.

1.2.1 Κώδικας MATLAB

```
s = tf('s');

G1 = zpk([], [-1 -1 -1], 1);
G2 = zpk([], [-1 -1 0], 1);
G3 = zpk([], [-1 0 0], 1);

figure;
subplot(1, 3, 1);
```

```

rlocus(G1);
subplot(1, 3, 2);
rlocus(G2);
subplot(1, 3, 3);
rlocus(G3);
suptitle('Root loci for Type-3, Type-2 and Type-1 Systems');

G1CL = feedback(G1, 1);
G2CL = feedback(G2, 1);

% closed loop is unstable for all K > 0
G3CL = feedback(G3, 1);

figure;
subplot(1, 2, 1);
step(G1CL);

subplot(1, 2, 2);
step(G2CL / s);
title('Ramp response');

suptitle('Step and ramp response for Type-0 and Type-1 System');

```

2 Ελεγκτές PID

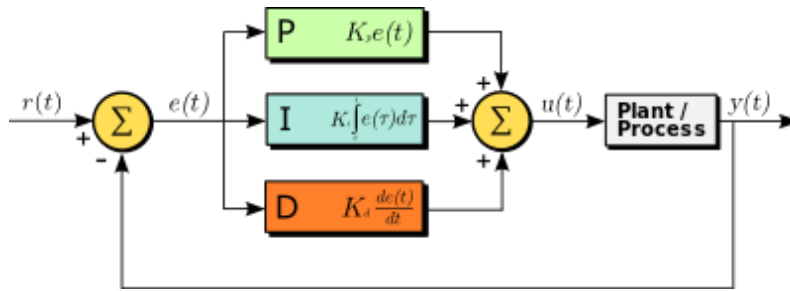
2.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Ένας ελεγκτής αναλογικού-ολοκληρωμένου παραγώγου (ελεγκτής PID ή τριπλός ελεγκτής) είναι ένας μηχανισμός ανάδρασης βρόχου ελέγχου που χρησιμοποιείται ευρέως σε βιομηχανικά συστήματα ελέγχου και μια ποικιλία άλλων εφαρμογών που απαιτούν συνεχή διαμορφωμένο έλεγχο. Ένας ελεγκτής PID υπολογίζει συνεχώς μια τιμή σφάλματος $e(t)$ ως η διαφορά μεταξύ ενός επιθυμητού σημείου ρύθμισης (SP) και μιας μεταβλητής μεταβλητής διαδικασίας (PV) και εφαρμόζει μια διόρθωση βασιζόμενη σε αναλογικούς (proportional), ολοκληρωτικό (integral) και παράγωγο (derivative) όρο (που δηλώνεται P, I και D αντίστοιχα) που δίνουν στο ελεγκτή το όνομά του.

Ένα καθημερινό παράδειγμα είναι ο έλεγχος ταχύτητας σε οδικό όχημα, όπου εξωτερικές επιδράσεις, όπως κλίσεις, θα προκαλούσαν αλλαγές ταχύτητας και ο οδηγός έχει τη δυνατότητα να αλλάζει την επιθυμητή καθορισμένη ταχύτητα. Ο αλγόριθμος PID επαναφέρει την πραγματική ταχύτητα στην επιθυμητή ταχύτητα με τον βέλτιστο τρόπο, χωρίς καθυστέρηση ή υπερύψωση, ελέγχοντας την ισχύ εξόδου του κινητήρα του οχήματος.

Η πρώτη θεωρητική ανάλυση και πρακτική εφαρμογή των PID ελεγκτών αφορούσε το σύστημα αυτόματου συστήματος διεύθυνσης πλοίων, το οποίο αναπτύχθηκε από τις αρχές της δεκαετίας του 1920 και μετά. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε για τον αυτοματοποιημένο έλεγχο της διαδικασίας στη μεταποιητική βιομηχανία, όπου εφαρμόστηκε ευρέως σε πνευματικούς (pneumatic), και στη συνέχεια ηλεκτρονικούς, ελεγκτές. Σήμερα υπάρχει γενική χρήση της ιδέας του PID ελέγχου σε εφαρμογές που απαιτούν ακριβή και βελτιστοποιημένο αυτόματο έλεγχο.

Ένα μπλοκ διάγραμμα ενός ελεγκτή PID σε ένα βρόχο ανατροφοδότησης. $r(t)$ είναι η επιθυμητή τιμή διεργασίας ή σημείο ρύθμισης (SP), και $y(t)$ είναι η τιμή της μετρούμενης διαδικασίας (PV).



Το διακριτικό χαρακτηριστικό του ελεγκτή PID είναι η δυνατότητα χρήσης των τριών όρων ελέγχου της αναλογικής, ολοκληρωτικής και παράγωγης επίδρασης στην έξοδο του ελεγκτή για την εφαρμογή ακριβούς και βέλτιστου ελέγχου. Η τιμή σφάλματος $e(t)$ υπολογίζεται συνεχώς ως η διαφορά μεταξύ ενός επιθυμητού σημείου ρύθμισης $r(t)$ και μια μεταβλητή μεταβλητής διαδικασίας $y(t)$. Ο ελεγκτής εφαρμόζει μια διόρθωση που βασίζεται σε τρεις όρους:

$$K_P \cdot e(t) + K_D \cdot \dot{e}(t) + K_I \int_0^t e(s) ds$$

Ο ελεγκτής επιχειρεί να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα με την πάροδο του χρόνου ρυθμίζοντας μια μεταβλητή ελέγχου $u(t)$, όπως το άνοιγμα μιας βαλβίδας ελέγχου, σε μια νέα τιμή που καθορίζεται από ένα σταθμισμένο άθροισμα των όρων ελέγχου. Η συνάρτηση μεταφοράς του PID ελεγκτή είναι

$$C(s) = K_p + K_I/s + K_D s$$

1. Ο όρος P είναι ανάλογος προς την τρέχουσα τιμή του SP - PV σφάλματος $e(t)$. Για παράδειγμα, εάν το σφάλμα είναι μεγάλο και θετικό, η έξοδος ελέγχου θα είναι αναλογικά μεγάλη και θετική, λαμβάνοντας υπόψη τον συντελεστή κέρδους K_P . Η χρήση αναλογικού ελέγχου μόνο σε μια διαδικασία με αντιστάθμιση, όπως ο έλεγχος της θερμοκρασίας, θα έχει ως αποτέλεσμα ένα σφάλμα μεταξύ της τιμής ρύθμισης και της πραγματικής τιμής διεργασίας, επειδή απαιτεί ένα σφάλμα για τη δημιουργία της αναλογικής απόκρισης. Εάν δεν υπάρχει σφάλμα, δεν υπάρχει διορθωτική απάντηση.
2. Ο όρος I αντιστοιχεί σε προηγούμενες τιμές του σφάλματος $e(t)$ και τις ενσωματώνει με την πάροδο του χρόνου για να παράγει τον όρο

$$K_I \int_0^t e(s) ds$$

Για παράδειγμα, αν υπάρχει υπολειπόμενο σφάλμα SP-PV μετά την εφαρμογή του αναλογικού ελέγχου, ο ολοκληρωμένος όρος επιδιώκει να εξαλείψει το υπολειπόμενο σφάλμα προσθέτοντας ένα ελεγκτικό αποτέλεσμα λόγω της ιστορικής σωρευτικής τιμής του σφάλματος. Όταν εξαλειφθεί το σφάλμα, ο ολοκληρωτικός όρος παύει να αυξάνεται. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να μειώνεται το αναλογικό αποτέλεσμα καθώς το σφάλμα μειώνεται, αλλά αυτό αντισταθμίζεται από την αυξανόμενη ενιαία επίδραση. Τέλος, ο ολοκληρωτικός όρος βοηθά στην εξάλειψη του e_{ss} στη μόνιμη κατάσταση. Παρόλα αυτά, στη μεταβατική περίοδο μπορεί να έχει ανεπιθύμητη συμπεριφορά (π.χ. άυξηση μέγιστης υπερύψωσης) και για αυτό το λόγο είναι καλό να ενεργοποιείται στη μόνιμη κατάσταση. Αυτή η τεχνική ονομάζεται integration anti-windup.

3. Ο όρος D είναι η καλύτερη εκτίμηση (πρόβλεψη) της μελλοντικής τάσης του SP - PV σφάλματος, με βάση τον τρέχοντα ρυθμό μεταβολής. Ονομάζεται μερικές φορές "προληπτικός έλεγχος", καθώς προσπαθεί αποτελεσματικά να μειώσει την επίδραση του SP - PV σφάλματος ασκώντας μια επιρροή ελέγχου που παράγεται από το ρυθμό της αλλαγής σφάλματος. Όσο ταχύτερη είναι η αλλαγή, τόσο μεγαλύτερο είναι το ελεγχόμενο αποτέλεσμα.

Parameter Increase	Rise time	Overshoot	Settling Time	Steady-state error
Kp	↓	↑	Small Change	↓
Ki	↓	↑	↑	Great reduce
Kd	Small Change	↓	↓	Small Change

Table (2) PID controller parameter characteristics on a fan's response

Η ρύθμιση PID ελεγκτών (PID tuning) αποτελεί σημαντικό παράγοντα στην δημιουργία συστημάτων που ανταποκρίνονται στις σχεδιαστικές προδιαγραφές. Κάποιες από αυτές είναι απλές ευριστικές μέθοδοι (heuristics) όπως η μέθοδος Ziegler - Nichols. Στα παραδείγματα που θα ακολουθήσουν έχουμε χρησιμοποιήσει το MATLAB και συγκεκριμένα τον PID Tuner για την εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων K_P , K_I , K_D έτσι ώστε το νέο σύστημα με ΣΜΑΒ την

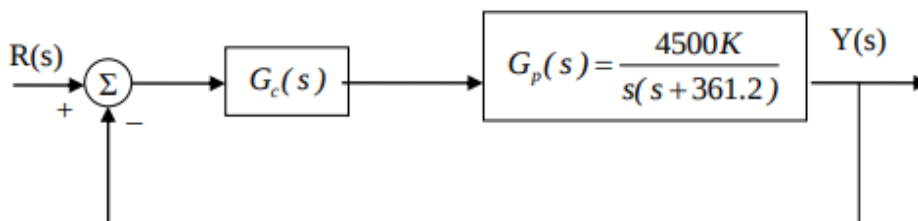
$$G(s)C(s)$$

να ικανοποιεί τις σχεδιαστικές προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου, που αφορούν το rise time, το settling time, την μέγιστη επί τοις εκατό υπερύψωση και το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση e_{ss} . Συγκεκριμένα έχουμε τις παρακάτω μεταβολές που αναφέρονται στα K_I , K_P , K_D αντίστοιχα¹

2.2 Εφαρμογή PID Ελεγκτών

Πρόκειται να μελετήσουμε τα παραδείγματα που έχουν δοθεί στην άσκηση σχεδίασης ελεγκτών PID.

Το υπό μελέτη σύστημα φαίνεται στο σχήμα 1.



α) PD Ελεγκτής

Ζητείτε PD ελεγκτής ώστε το σύστημα να έχει τις εξής προδιαγραφές:

- Σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση σε είσοδο ράμπας ≤ 0.000443
- Χρόνος ανύψωσης ≤ 0.005 s
- Χρόνος αποκατάστασης ≤ 0.005 s
- Μέγιστη υπερύψωση $\leq 5\%$

Το δοθέν σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόγχου:

$$G_{ol} = G_c(s) \cdot G_p(s) = (k_p + k_d \cdot s) \cdot \frac{4500 \cdot K}{s(s + 361.2)}$$

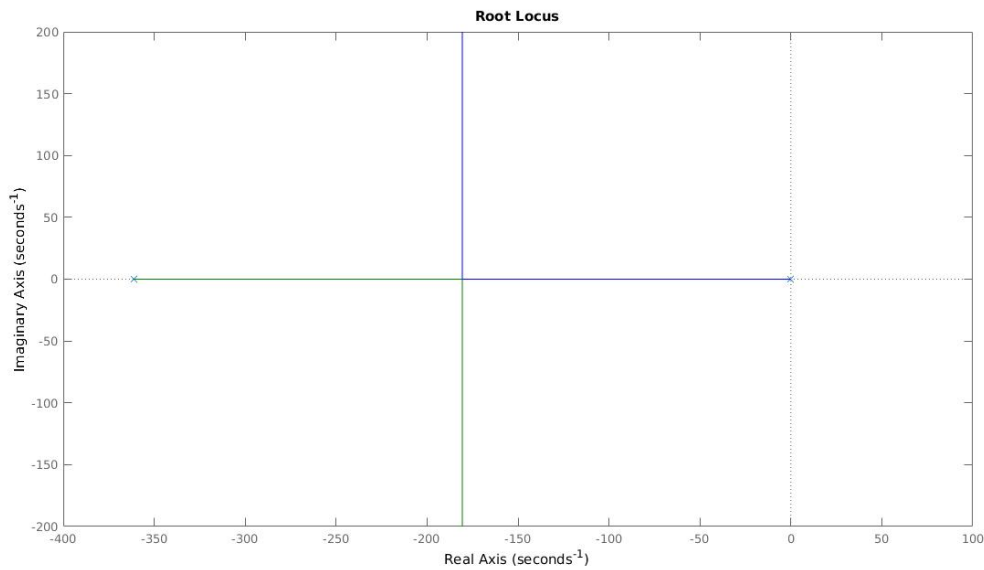
¹https://people.ece.cornell.edu/land/courses/ece4760/FinalProjects/s2012/fas57_nyp7/Site/pidcontroller.html

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$G_{cl} = \frac{G_{ol}}{1 + G_{ol}} = \frac{4500K \cdot k_p + 4500K \cdot k_d \cdot s}{s^2 + s \cdot (361.2 + 4500K \cdot k_d) + 4500K \cdot k_p}$$

Αρχικά, θα δοκιμάσουμε να προσδιορίσουμε τις παραμέτρους του ελεγκτή με τη μέθοδο Zieger-Nichols. Παρατηρούμε ότι η πρώτη μέθοδος Zieger-Nichols δεν μπορεί να δουλέψει καθώς το σύστημα έχει ολοκληρωτή. Για να εφαρμόσουμε τη δεύτερη μέθοδο Zieger-Nichols χρειαζόμαστε να βρούμε το K_{cr} , δηλαδή το οριακό κέρδος, το οποίο αν το αυξήσουμε πέφτουμε σε αστάθεια.

Σχεδιάζουμε το γεωμετρικό τόπο ριζών του συστήματος χωρίς τον ελεγκτή, οπότε και προκύπτει:



Παρατηρούμε ότι όσο και να αυξήσουμε το κέρδος δεν πέφτουμε ποτέ σε αστάθεια, δηλαδή δεν υπάρχει K_{cr} και άρα η μέθοδος Zieger-Nichols δεν μπορεί να δουλέψει. Συνεπώς, θα πρέπει να δουλέψουμε ευριστικά.

Θα ξεκινήσουμε από το μόνιμο σφάλμα με είσοδο τη μοναδιαία συνάρτηση αναρρίχησης. Υπολογίζουμε το σφάλμα ταχύτητας:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_{ol}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} (k_p + k_d s) \frac{4500K}{s + 361.2} = k_p \cdot \frac{4500K}{361.2}$$

Το σφάλμα με είσοδο τη μοναδιαία συνάρτηση προκύπτει από τον αντίστροφο του σφάλματος ταχύτητας, δηλαδή:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{361.2}{4500 \cdot K \cdot k_p}$$

Δουλεύουμε ως εξής: Βάζουμε διάφορες τιμές στις παραμέτρους K, k_p, k_d και με τη χρήση της συνάρτησης stepinfo στο Matlab υπολογίζουμε τους χρόνους ανύψωσης και αποκατάστασης καθώς και την μέγιστη υπερύψωση. Αν ικανοποιούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές, υπολογίζουμε το αντίστοιχο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση από τη σχέση που ορίσαμε. Αλλάζουμε παραμέτρους μέχρι να πληρούνται όλες οι προδιαγραφές.

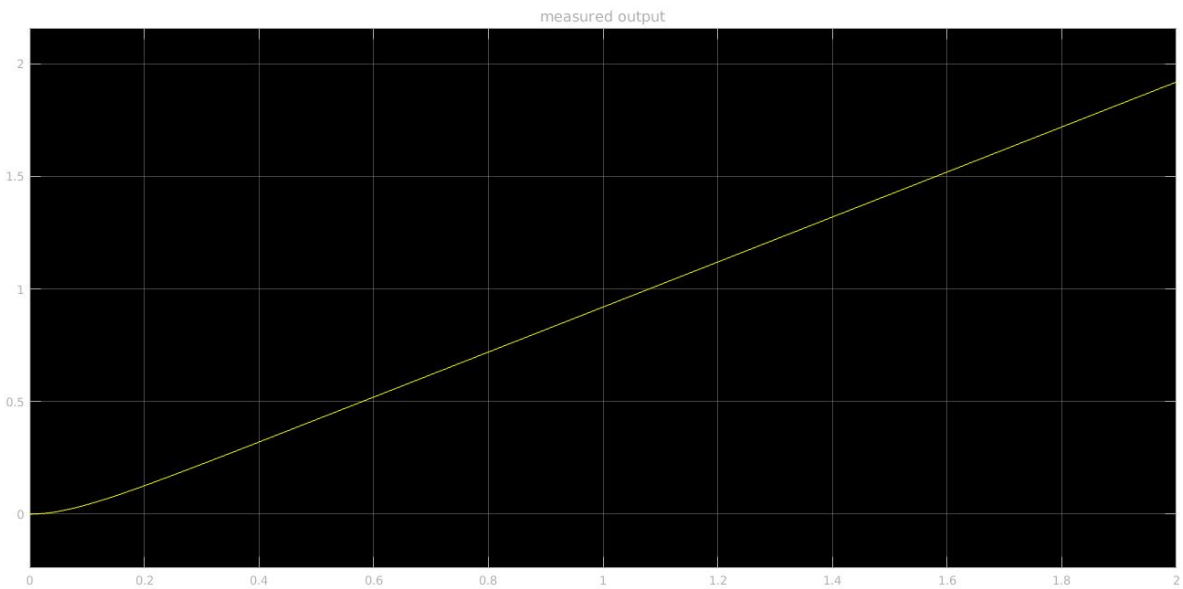
Σημείωση: Αφού το κέρδος μπορεί να ρυθμιστεί από την παράμετρο k_p του ελεγκτή, για όλες τις δοκιμές που κάνουμε για τη σχεδίαση του PI ελεγκτή υποθέτουμε $K=1$. Μετά από ένα (μεγάλο) αριθμό δοκιμών, καταλήγουμε στις ακόλουθες παραμέτρους που ικανοποιούν τις προδιαγραφές:

- $k_p=900$
- $k_d=3$

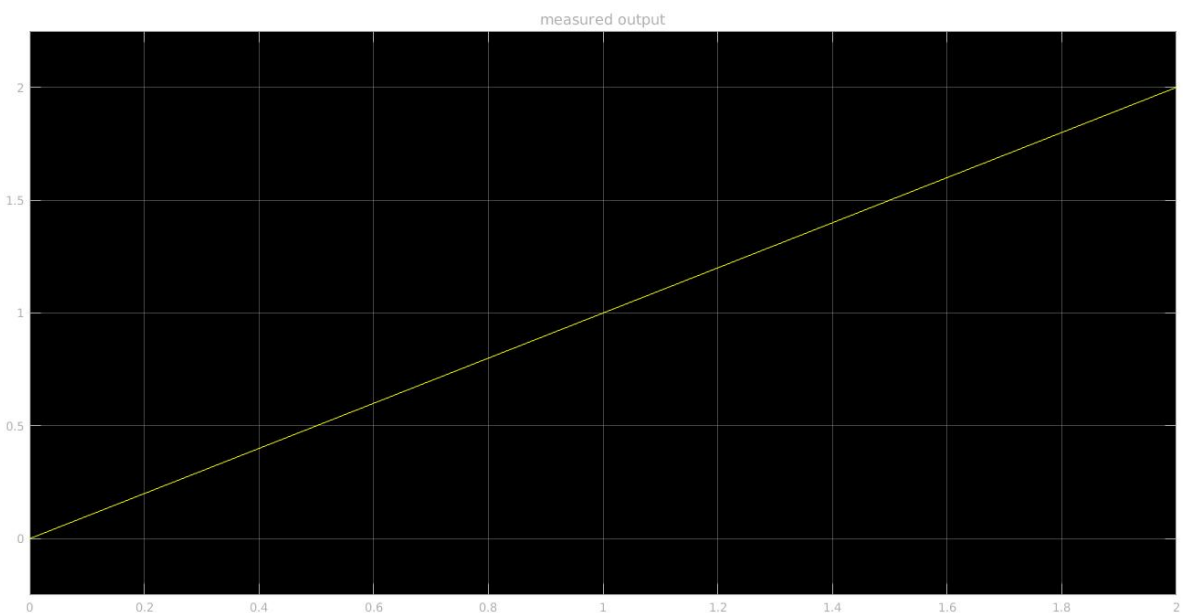
Με τις παραπάνω παραμέτρους πετυχαίνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

1. Χρόνος ανύψωσης: $T_r = 1.6499e - 04$
2. Χρόνος αποκατάστασης: $T_s = 3.0598e - 04$
3. Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση: $e_{ss} = 8.9185e - 05$
4. Μέγιστη υπερίψωση: Δεν υπάρχει υπερίψωση, αφού η Peak τιμή είναι: 0.9962.

Χωρίς τον ελεγκτή η απόκριση του συστήματος στην είσοδο ράμπας φαίνεται ακολούθως:



Μετά τον ελεγκτή με τις παραμέτρους που επιλέξαμε η απόκριση του συστήματος στην είσοδο ράμπας φαίνεται ακολούθως:



β) PI Ελεγκτής

Ζητείτε PI ελεγκτής ώστε το σύστημα να έχει τις εξής προδιαγραφές:

- Σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση σε μοναδιαία παραβολική είσοδο ≤ 0.2
- Χρόνος ανύψωσης $\leq 0.01 \text{ s}$
- Χρόνος αποκατάστασης $\leq 0.02 \text{ s}$
- Μέγιστη υπερύψωση $\leq 5\%$

Όπως και πριν, αρχικά θα υπολογίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόγχου:

$$G_{ol} = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \cdot \frac{4500K}{s \cdot (s + 361.2)}$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου:

$$G_{cl} = \frac{G_{ol}}{1 + G_{ol}} = \frac{4500Kk_p s + 4500Kk_i}{s^3 + 361.2s^2 + 4500Kk_p s + 4500Kk_i}$$

Το σφάλμα επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot G_{ol} = \lim_{s \rightarrow 0} (k_p \cdot s + k_i) \cdot \frac{4500K}{s + 361.2} = \frac{4500K \cdot k_i}{361.2}$$

Το μόνιμο σφάλμα σε είσοδο μοναδιαίας παραβολής προκύπτει από τον αντίστροφο του σφάλματος επιτάχυνσης, δηλαδή:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \frac{361.2}{4500K \cdot k_i}$$

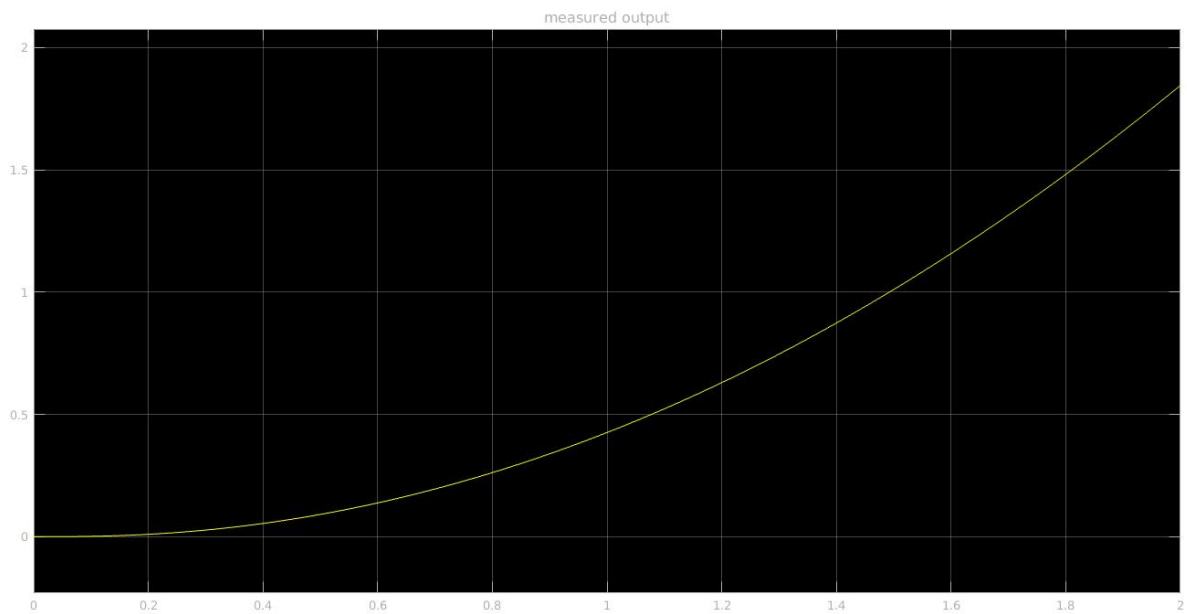
Και σε αυτή την περίπτωση δουλεύουμε με δοκιμές. Στην ανάλυση που κάνουμε για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή υποθέτουμε $K=1$ αφού το κέρδος μπορεί να ρυθμιστεί από την παράμετρο k_p . Μετά από έναν (επίσης μεγάλο) αριθμό δοκιμών καταλήγουμε στις ακόλουθες παραμέτρους:

- $k_p = 11.7$
- $k_i = 0.55$

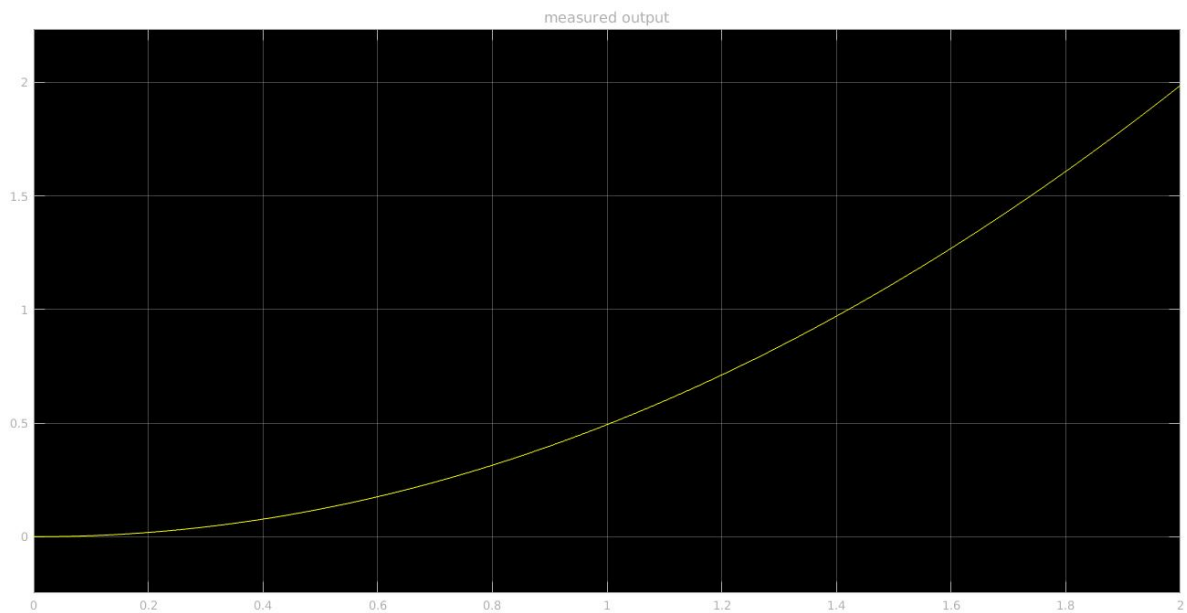
Με τις παραπάνω παραμέτρους πετυχαίνουμε τις ακόλουθες προδιαγραφές:

1. Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση με είσοδο μοναδιαία παραβολή $e_{ss} = 0.1459$
2. Μέγιστη υπερύψωση: $\frac{1.0185-1}{1} \cdot 100\% = 1.85\%$
3. Χρόνος ανύψωσης $T_r = 0.0105 \text{ s}$
4. Χρόνος αποκατάστασης $T_s = 0.0159 \text{ s}$

Η απόκριση του συστήματος στη μοναδιαία παραβολή πριν τη χρήση ελεγκτή ήταν:



Η απόκριση του συστήματος στη μοναδιαία παραβολή μετά τη χρήση του ελεγκτή είναι:



γ) PID ελεγκτής

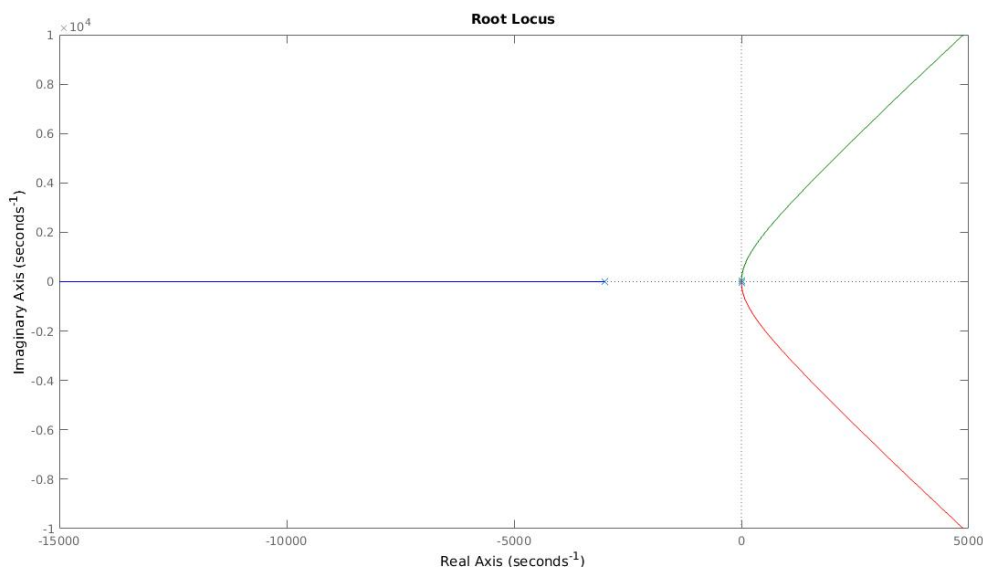
Και σε αυτή τη περίπτωση θα ξεκινήσουμε βρίσκοντας τη συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου:

$$G_{ol} = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s\right) \cdot \frac{2.718 \cdot 10^9}{s \cdot (s + 400.26) \cdot (s + 3008)}$$

Οι προδιαγραφές που θέλουμε να έχει το σύστημα μας μετά τον PID έλεγχο είναι οι ακόλουθες:

- Σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση σε είσοδο ράμπας ≤ 0.2
- Χρόνος ανύψωσης $\leq 0.005 \text{ s}$
- Χρόνος αποκατάστασης $\leq 0.005 \text{ s}$
- Μέγιστη υπερύψωση $\leq 5\%$

Ο γεωμετρικός τόπος ριζών για το σύστημα πριν βάλουμε τον ελεγκτή φαίνεται ακολούθως:



Θα υπολογίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου. Για απλοποίηση των παραστάσεων θέτουμε:

$$a = 2.718 \cdot 10^9$$

$$b = 400.26$$

$$c = 3008$$

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου δίνεται από την παράσταση:

$$G_{cl}(s) = \frac{s^2 \cdot ak_d + s \cdot ak_p + ak_i}{s^4 + s^3 \cdot (c + b) + s^2 \cdot (bc + ak_d) + s \cdot ak_p + ak_i}$$

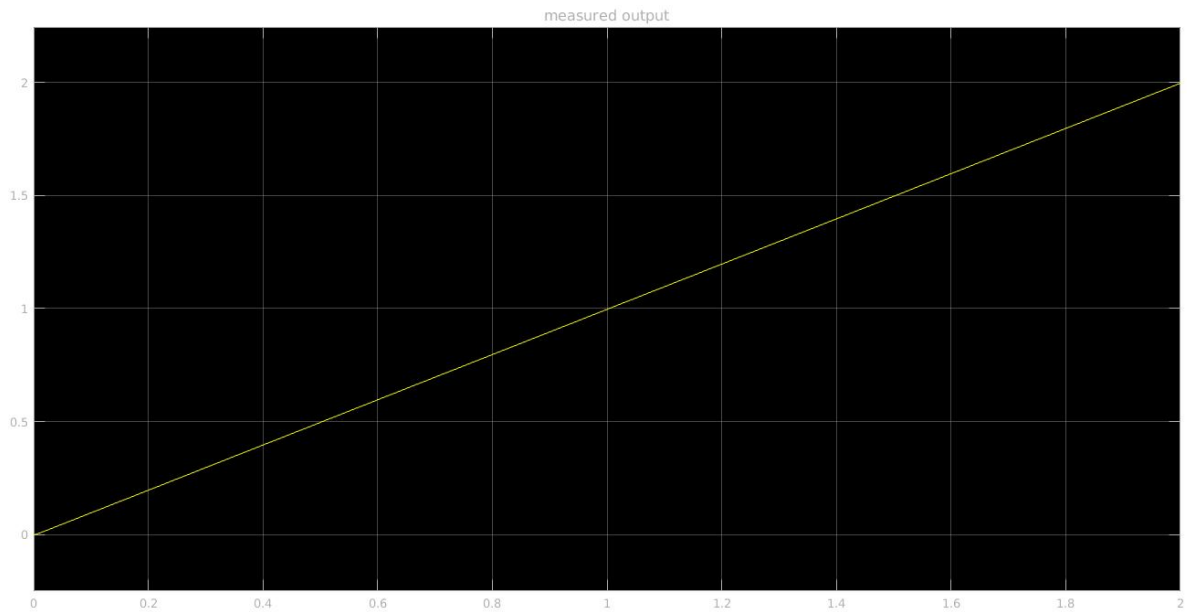
Προκειμένου να πετύχουμε τις επιθυμητές προδιαγραφές διαλέγουμε τις παραμέτρους ως εξής:

- $k_p = 0.35$
- $k_i = 0.001$
- $k_d = 0.001$

Με χρήση της συνάρτησης stepinfo βρίσκουμε ότι για αυτή την επιλογή παραμέτρων πετυχαίνουμε προδιαγραφές:

1. Χρόνος ανόδου $T_r = 0.002 \text{ s}$
2. Χρόνος αποκατάστασης $T_s = 0.0047 \text{ s}$
3. Μέγιστη υπερύψωση: δεν υπάρχει καθώς το peak είναι 0.9976

Στη συγκεκριμένη άσκηση, το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση θα το υπολογίσουμε πειραματικά. Συγκεκριμένα, με την εισαγωγή ελεγκτή PID με τις παραμέτρους που ορίσαμε παρατηρούμε την ακόλουθη συμπεριφορά για το σύστημα:



Βλέπουμε ότι το σφάλμα για $t=2$ sec (που προφανώς το σύστημα έχει εισέλθει στη μόνιμη κατάσταση) το σφάλμα είναι αισθητά μικρότερο (μη οπτικοποιήσιμο στην κλίμακα που έχουμε επιλέξει) από το 0.2, συνεπώς το σύστημα με τις παραμέτρους που επιλέξαμε ικανοποιεί τις προδιαγραφές σχεδίασης.

Αναφορές

- [1] Dorf, Richard C., and Robert H. Bishop. Modern control systems. Pearson, 2011.
- [2] Paraskevopoulos, P. N. Modern control engineering. CRC Press, 2001.
- [3] Ogata, Katsuhiko, and Yanjuan Yang. Modern control engineering. Vol. 4. India: Prentice hall, 2002.