Σχεδίαση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

1η Άσκηση

Σχεδίαση Ελεγκτών PID στο MATLAB / Simulink

6ο Εξάμηνο - Ακ. Έτος 2017-18 - Ροή Σ

Μάριος Παπαχρήστου (03115101 - papachristoumarios@gmail.com)

1ο Ερώτημα

Δίνεται το σύστημα (plant) με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_p(s) = \frac{4500K}{s(s+361.2)}$$

το οποίο θα ελέγξουμε με PD ελεγκτή

$$G_c(s) = k_p + k_d s =$$

με προδιαγραφές για είσοδο $r(t) = t$: $e_{ss} \leq 0.000443,\ M_p \leq 5\%,\ T_r \leq 0.005\text{s},\ T_s \leq 0.005\text{s}$

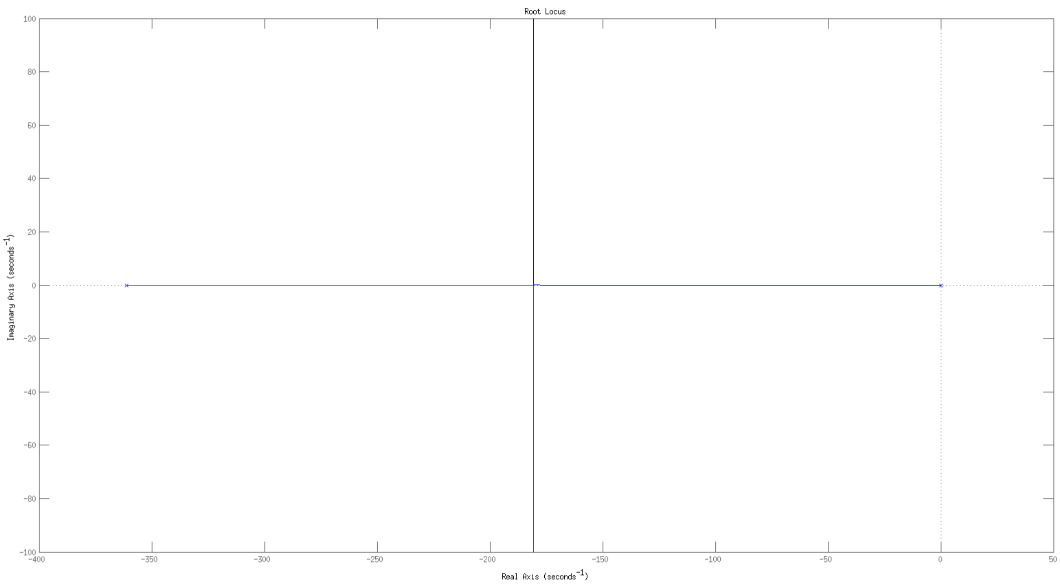
Το σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου την

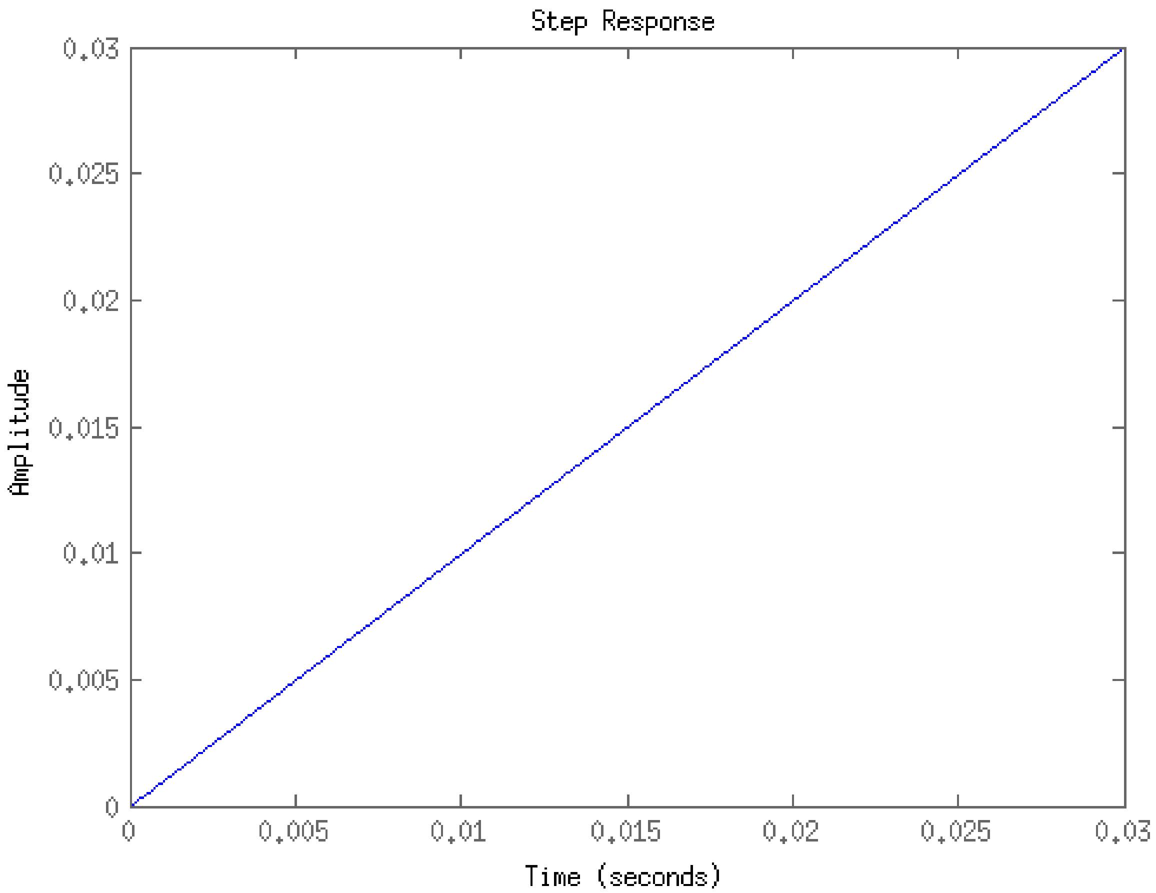
$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{4500K(k_p + k_d s)}{s(s+361.2)}$$

και συνάρτηση κλειστού βρόχου την

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{4500Kk_p + 4500Kk_d s}{s^2 + (361.2 + 4500Kk_d)s + 4500Kk_p}$$

Χωρίς τον ελεγκτή ο ΓΤΡ του ΣΚΒ του $G_p(s)$ είναι





Περιορισμοί Σχεδίασης & Σχεδίαση PD Controller

Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση Αρχικά θέλουμε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης να πληροί τον περιορισμό $e_{ss} \leq 0.000443$. Το σφάλμα μόνιμης κατάστασης για είσοδο ράμπα δίνεται ως

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \quad \text{όπου} \quad K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = \frac{4500Kk_p}{361.2}$$

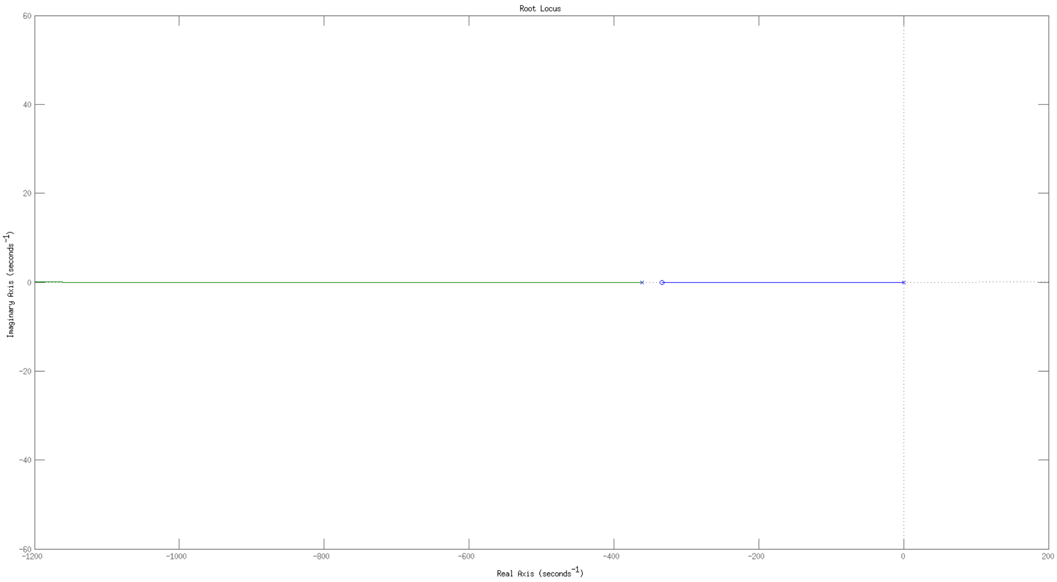
Επιλογή κερδών PD Controller Μπορούμε να λάβουμε με διαδοχικές δοκιμές σε υποψήφια διαστήματα τιμές για τα κέρδη του PD που ικανοποιούν τους σχεδιαστικούς περιορισμούς για τα T_r, T_s, M_p, e_{ss} τα οποία ελέγχουμε με τη συνάρτηση `stepinfo` στο MATLAB. Τέτοιες δοκιμές μας έδωσαν για $k_p = 1000,\ k_d = 3$ τα εξής αποτελέσματα

```
ess =

   8.0267e-05

>> params

params =

        RiseTime: 1.6377e-04
    SettlingTime: 2.9665e-04
     SettlingMin: 0.9027
     SettlingMax: 0.9983
       Overshoot: 0
      Undershoot: 0
            Peak: 0.9983
        PeakTime: 7.7952e-04
```

τα οποία ικανοποιούν τους σχεδιαστικούς περιορισμούς μας. Επομένως ο PD ελεγκτής είναι ο

$$G_c(s) = 1000 + 3s = 3(s + 1000/3)$$

Ο γτρ του νέου συστήματος ανοικτού βρόχου $G(s)$ είναι



2ο Ερώτημα

Στο παρόν ερώτημα θα χρησιμοποιήσουμε PI ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

με σχεδιαστικούς περιορισμούς: $M_p \le 5\%, T_r \le 0.01 \text{ sec}, T_s \le 0.02 \text{ sec}$ και $e_{ss} \le 0.2$ για $r(t) = t^2/2$.

Η συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου είναι

$$G(s) = \frac{(sk_p + k_i)4500K}{s^2(s + 361.2)}$$

και ΣΜΚΒ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{4500Kk_p(s + k_i/k_p)}{s^3 + 361.2s^2 + 4500Kk_p(s + k_i/k_p)} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

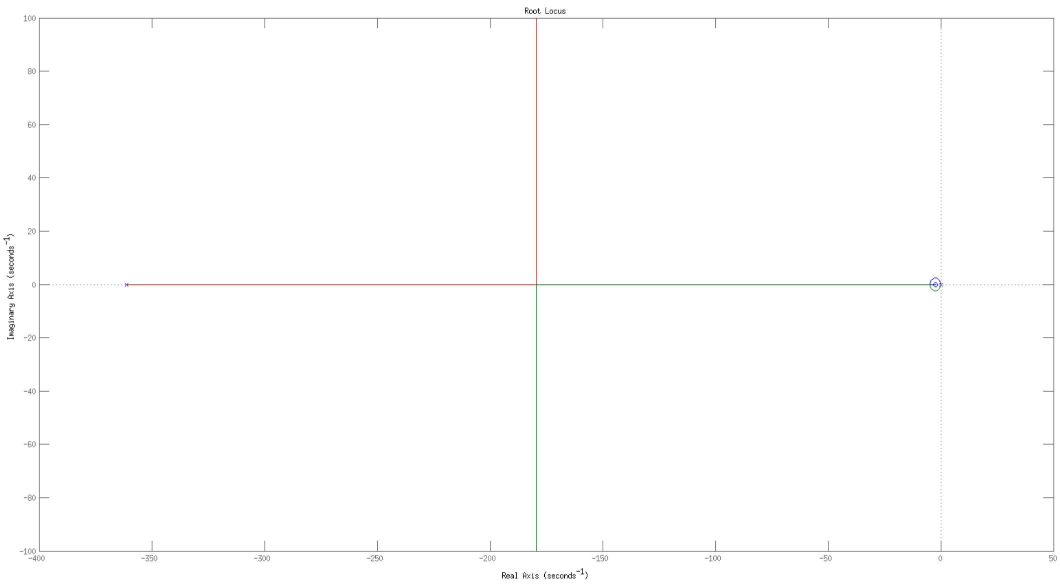
Σχεδιασμός Ελεγκτή PI

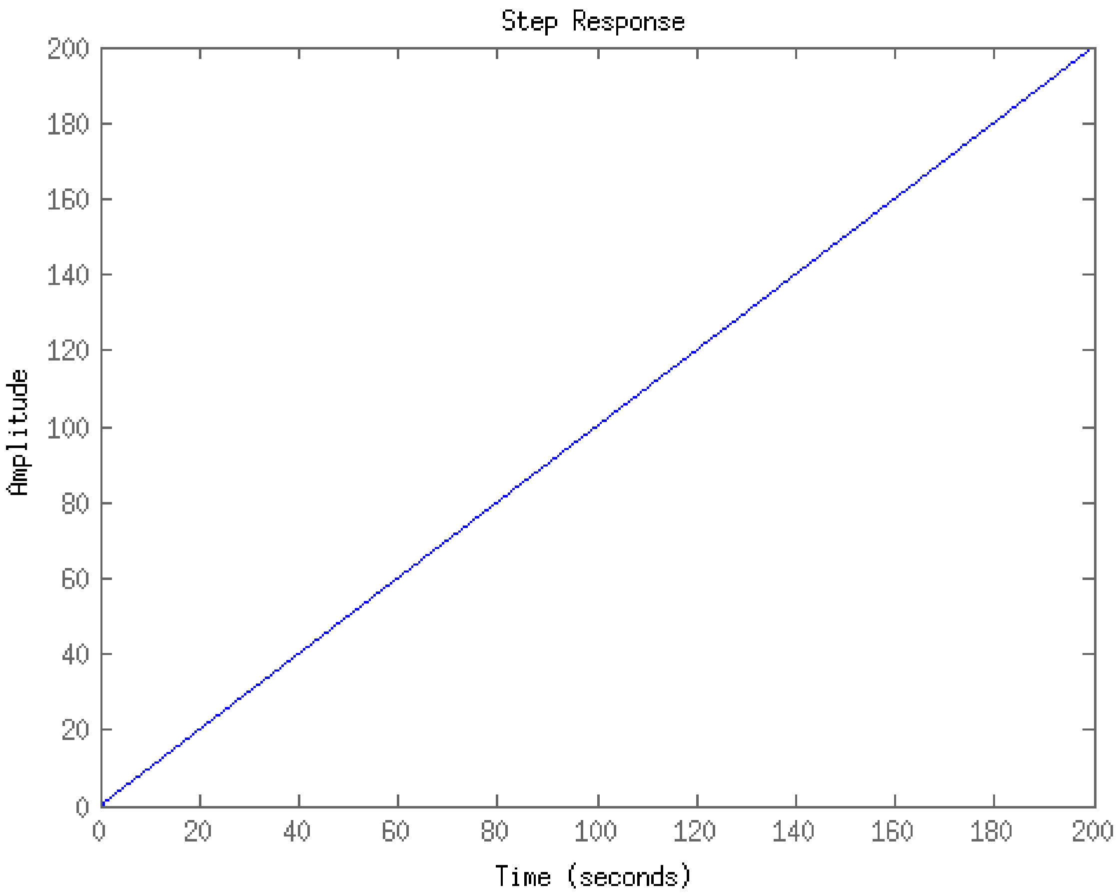
Χρησιμοποιώντας τον PID Tuner λαμβάνουμε τα εξής:
Για $k_p = 11.7, k_i = 0.55$ έχουμε

```
>> ex2

ans =

        RiseTime: 0.0105
    SettlingTime: 0.0159
     SettlingMin: 0.9083
     SettlingMax: 1.0185
       Overshoot: 1.8482
      Undershoot: 0
            Peak: 1.0185
        PeakTime: 0.0222
```

```
ess =

    0.1459


Kv =

    6.8522
```

η οποία πληροί τις σχεδιαστικές προδιαγραφές για τα M_p, T_s, T_r, e_{ss}. Ο γτρ του συνολικού συστήματος είναι πλέον ο ακόλουθος:





Επομένως

$$G_c(s) = 11.7 + \frac{0.55}{s}$$

και η συνολική ΣΜΑΒ

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{4500(13 + 31.5/s)}{s(s + 361.2)}$$

3ο Ερώτημα

Στο παρόν ερώτημα θα χρησιμοποιήσουμε PID ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d$$

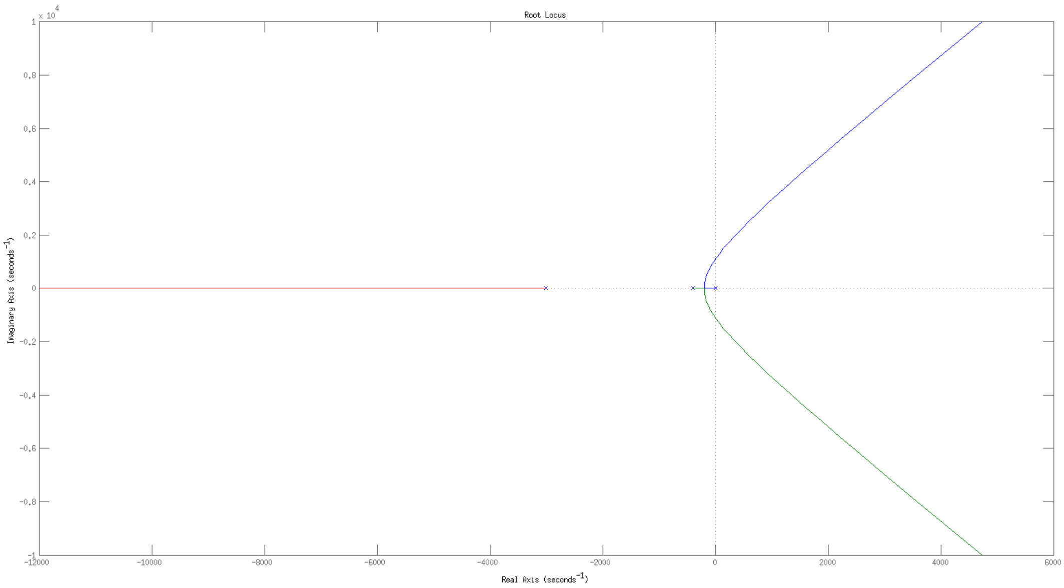
για τον έλεγχο της διάταξης $G_p(s)$. Η χαρακτηριστική εξίσωση για την εύρεση του γτρ (για $K = 1$) είναι η

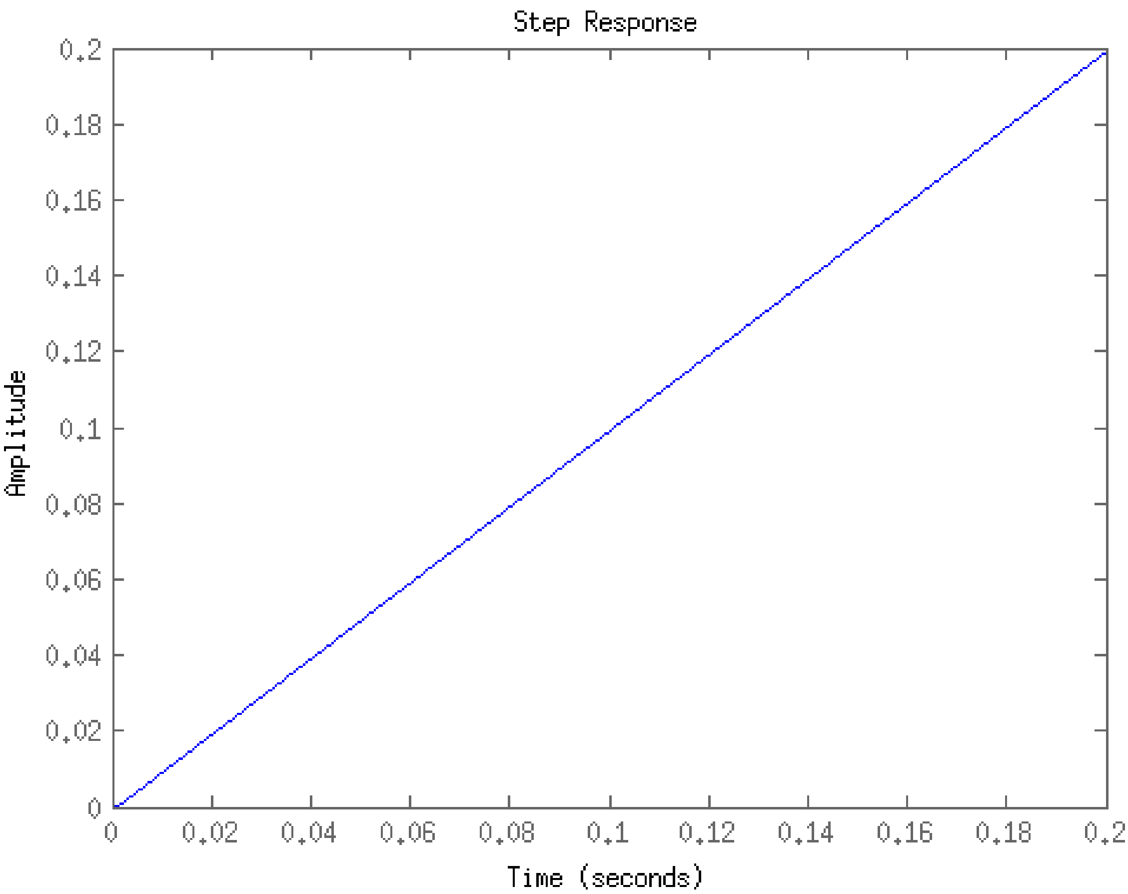
$$1 + G_c(s)G_p(s) = 0 \iff 2.718 \times 10^9(sk_p + k_i + k_d s^2) + s(s + 400.26)(s + 3008) = 0$$

Περιορισμοί Σχεδίασης & Σχεδίαση PID Ελεγκτή

Περιορισμοί Σχεδίασης Οι περιορισμοί σχεδίασης θέτουν προδιαγραφές για είσοδο $r(t) = t : e_{ss} \leq 0.000443,\ M_p \leq 5\%,\ T_r \leq 0.005\text{s},\ T_s \leq 0.005\text{s}$.

Σχηματικά ο γτρ χωρίς τον ελεγκτή απεικονίζεται ως





Το σύστημα είναι τύπου 1 και δεν χρειάζεται να αυξήσουμε τον τύπο του με ολοκληρωτή. μπορούμε να θέσουμε $k_i = 0$ επομένως ανάγουμε την κατάσταση σε PD έλεγχο (Dorf) με $G_c(s) = k_p + k_d s = k_d(s + k_p/k_d) = k_d(s + z)$. Θέλουμε να πετύχουμε $M_p \leq 5\%,\ T_r \leq 0.005$ sec, $T_s \leq 0.005$ sec.

Επιλογή Κερδών Ελεγκτή Χρησιμοποιώντας τον PID Tuner στο MATLAB καταλήγουμε ότι οι τιμές

$$k_p = 0.37 \qquad k_d = 0.00008 \qquad k_i = 0$$

μας δίνουν ελεγκτή μέσα στις προδιαγραφές σχεδίασης και συγκεκριμένα

```
>> stepinfo(feedback(G*C, 1))

ans =

        RiseTime: 1.6377e-04
    SettlingTime: 2.9665e-04
     SettlingMin: 0.9027
     SettlingMax: 0.9983
       Overshoot: 0
      Undershoot: 0
            Peak: 0.9983
        PeakTime: 7.7952e-04

>> Kv = 2.718e9 * 0.37 / 1203982.08

Kv =

  835.2782

>> ess = 1 / Kv

ess =

    0.0012
```

Επομένως

$$G_c(s) = 0.37 + 0.00008s$$

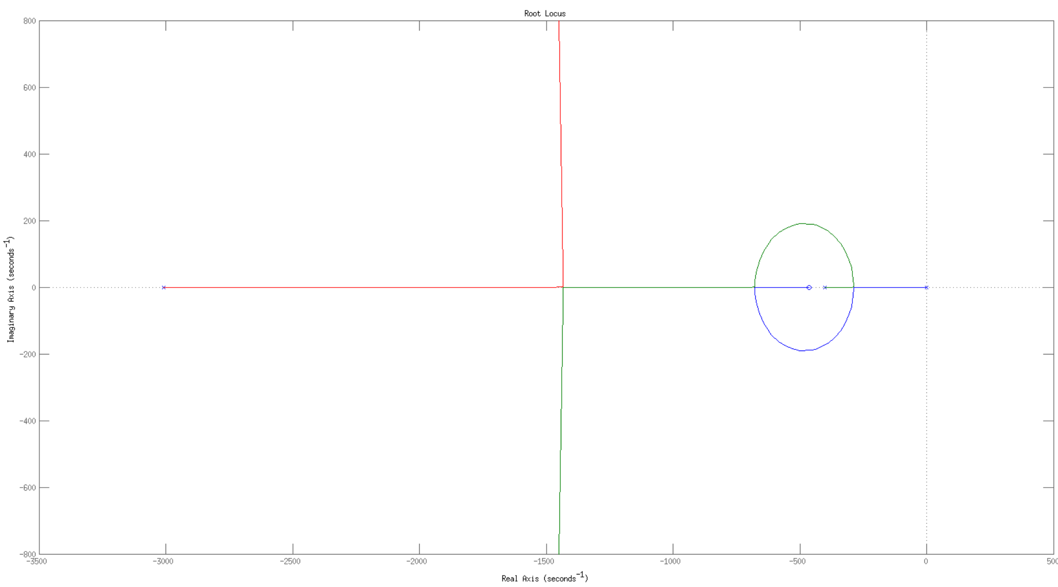
Το σφάλμα ταχύτητας και το e_{ss} είναι

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_p(s)G_c(s) = 2.718\times 10^9 \times k_p/1203982.08, \qquad e_{ss} = 1/K_v = 0.0012 \le 0.00443$$

Επομένως η συνολική ΣΜΑΒ είναι η

$$G(s) = \frac{2.718\times 10^9(0.37+0.0008s)}{s(s+400.26)(s+3008)}$$

και ο νέος γτρ της απεικονίζεται ακολούθως:



Αναφορές

[1] Dorf, Richard C., and Robert H. Bishop. Modern control systems. Pearson, 2011.
[2] Paraskevopoulos, P. N. Modern control engineering. CRC Press, 2001.
[3] Ogata, Katsuhiko, and Yanjuan Yang. Modern control engineering. Vol. 4. India: Prentice hall, 2002.
[4] MATLAB/Simulink Reference Manual