

# Επιστημονικός Υπολογισμός I

## 1η Εργαστηριακή Άσκηση

Ημερομηνία επιστροφής για πλήρη βαθμό: **12 Νοεμβρίου 2013** Ώρα: **11:59**  
Δεν θα δοθεί καμία παράταση!!

**Προσοχή:** Μπορείτε να συζητήσετε την άσκηση με συναδέλφους σας αλλιά αν διαπιστωθεί αντιγραφή, θα **μηδενιστεί** ο βαθμός σας. Δείτε και τις οδηγίες που αναφέρονται στους κανόνες βαθμολογίας!

### Ερώτημα 1 - Εισαγωγικά

Στο ερώτημα αυτό ζητούμενη είναι η περιγραφή των παρακάτω χαρακτηριστικών του υπολογιστικού συστήματος το οποίο χρησιμοποιήσατε για την υλοποίηση της εργαστηριακής άσκησης.

- Τύπος και συχνότητα λειτουργίας επεξεργαστή, μέγεθος και αριθμός επιπέδων κρυφής μνήμης. Αν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία, μπορείτε να καταγράψετε και το είδος της πολιτικής εγγραφής στην κρυφή μνήμη (write back ή write through) καθώς και τις ταχύτητες πρόσβασης στα διάφορα επίπεδα μνήμης <sup>1</sup>.
- Έκδοση του MATLAB που χρησιμοποιήσατε.
- Τη διακριτότητα του χρονομετρητή τον οποίο θα χρησιμοποιήσετε μέσω των εντολών `tic`, `toc`, όπως αυτό υποδείχθηκε στις διαλέξεις.
- Το αποτέλεσμα της εντολής `bench` για τη διάσπαση μητρώων LU.

**Προσοχή:** Από εδώ και στο εξής (για τις επόμενες ασκήσεις) θα είναι απαραίτητο να παρουσιάζετε τα παραπάνω στοιχεία σε κάθε αναφορά σας.

### Ερώτημα 2 - Αξιολόγηση Ενδογενών Συναρτήσεων

Ζητούμενο του ερωτήματος είναι η αξιολόγηση της επίδοσης συναρτήσεων οι οποίες υλοποιούνται εσωτερικά στο MATLAB.

- Σε μία παράγραφο εξηγήστε ποιες βασικές πράξεις γραμμικής άλγεβρας υλοποιούν οι συναρτήσεις του MATLAB: `lu`, `qr`, `svd`, `eig`.
- Για τυχαία μητρώα  $n \times n$  όπου  $n = 200 : 200 : 1200$  να μετρήσετε το χρόνο εκτέλεσης των παραπάνω συναρτήσεων:
  - Με την χρήση των συναρτήσεων `tic`, `toc` και εκτελώντας κάθε πράξη μόνο μία φορά.
  - Με την χρήση των συναρτήσεων `tic`, `toc` όπως αυτό υποδείχθηκε στις διαλέξεις.
  - Με την χρήση της συνάρτησης `timeit`. <sup>2</sup>

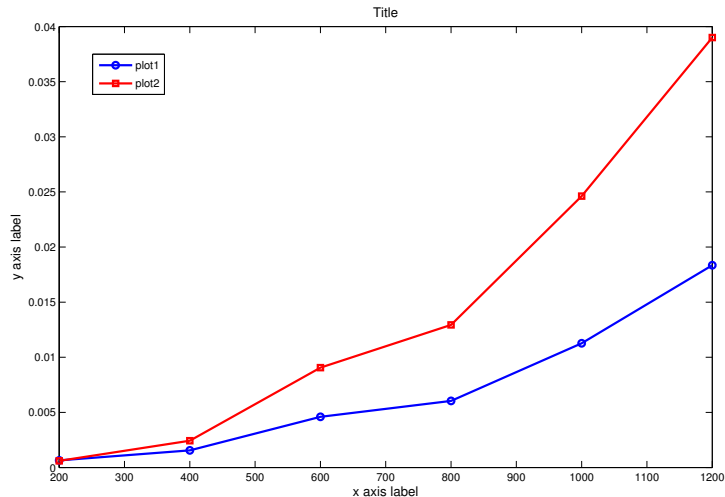
(Υπόδειξη: για τα τυχαία μητρώα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε συνάρτηση παραγωγής τυχαίων αριθμών από τις `rand` και `randn`).

- Για καθέναν από τους παραπάνω τρόπους να οπτικοποιήσετε τα αποτελέσματά σας για τις διάφορες πράξεις σε κοινή γραφική παράσταση (δηλαδή θα πρέπει να παράγετε 3 γραφικές παραστάσεις  $n \times t$  (σε sec) με τέσσερις καμπύλες η κάθε μία). Τέλος να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας.

Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων: Κάθε σει χρονομετρήσεων συνδέεται με διαφορετικό είδος γραμμής (χρώμα και στυλ). Πέραν της καμπύλης θα πρέπει να σημειώνετε με διακριτικό σημάδι (διαφορετικό για κάθε καμπύλη) κάθε μέτρηση. Επιπλέον θα πρέπει να δώσετε τίτλο στη γραφική παράσταση, στους άξονες καθώς και σε κάθε καμπύλη που παρουσιάζεται, όπως μπορεί να φανεί στην εικόνα που ακολουθεί.

<sup>1</sup> Για χρήστες Windows μπορείτε να κατεβάσετε ειδικά προγράμματα όπως το `cpuz` από τη διεύθυνση <http://www.cpuid.com/> το οποίο θα σας δώσει τις πληροφορίες που είναι ζητούμενες. Για χρήστες Linux μπορείτε να βρείτε τις ζητούμενες πληροφορίες μέσω των εντολών `cat /proc/meminfo` και `cat /proc/cpuinfo`.

<sup>2</sup> Για χρήστες MATLAB έκδοσης μικρότερης της R2013b η συνάρτηση μπορεί να βρεθεί στο σύνδεσμο <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/18798-timeit-benchmarking-function>



Σχήμα 1: Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων

### Ερώτημα 3 - Σύγκριση Υλοποιήσεων

Στο ερώτημα αυτό, σας ζητάτε να σχεδιάσετε και να αξιολογήσετε τόσο από πλευράς χρόνου όσο και από πλευράς πράξεων διαφορετικούς τρόπους υλοποίησης της ίδιας πράξης και ειδικότερα του πολλαπλασιασμού Μητρώο  $\times$  Διάνυσμα (MV),  $c = Ab$  όπου  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$  και  $c \in \mathbb{R}^m$ . Στη συνέχεια θα θεωρήσουμε ότι το μητρώο  $A$  και το διάνυσμα  $b$  είναι γενικά, δηλαδή δε διαθέτουν κάποια ειδική δομή.

- Να γράψετε δύο συναρτήσεις MATLAB με ονομασία `mv_ij` και `mv_ji` οι οποίες θα έχουν ορίσματα εισόδου το μητρώο  $A$  και το διάνυσμα  $b$  και θα επιστρέφουν σαν όρισμα εξόδου το διάνυσμα  $c$ , το οποίο θα αποτελεί το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού του μητρώου επί το διάνυσμα. Η συνάρτηση `mv_ij` θα χρησιμοποιεί εξωτερικά το βρόχο `for i = 1 : m` ενώ η συνάρτηση `mv_ji` τον `for j = 1 : n`. Οι δύο συναρτήσεις δεν χρειάζεται να κάνουν έλεγχο συμβατότητας των ορισμάτων τους.
- Να γράψετε script MATLAB με ονομασία `test_mv` το οποίο θα μετράει την επίδοση σε συνολικό χρόνο υπολογισμού και σε ρυθμό MFlop/s των δύο παραπάνω συναρτήσεων και θα τις συγκρίνει με αυτές της εντολής MATLAB `c = A*b`. Το script αυτό αρχικά θα κατασκευάζει ένα μητρώο  $A$  διαστάσεων  $m \times n$  καθώς και ένα διάνυσμα  $b$  μεγέθους  $n$  και στη συνέχεια θα καλεί διαδοχικά τις συναρτήσεις `mv_ij` και `mv_ji` και την κλασική `c = A*b` μετρώντας την χρονική επίδοσή τους (σε sec) και την επίδοσή τους σε ρυθμό εκτέλεσης πράξεων (σε MFlop/s). Το script θα πρέπει να εμφανίζει στο Command Window του MATLAB αποτελέσματα της μορφής που εμφανίζεται στο σχήμα που ακολουθεί.

```
Computing Matrix Vector Multiplication c = A*b
Number of matrix rows m = 16
Number of matrix columns n =16
Number of floating point operations = 496
```

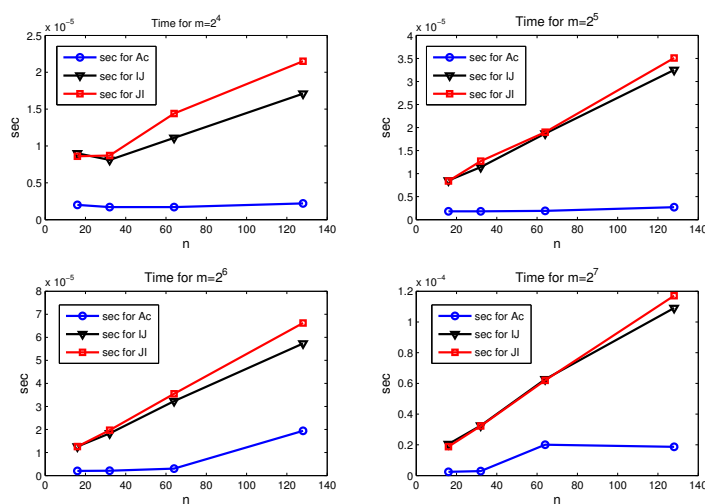
Method	Cpu Seconds	MegaFlopS
IJ	8.900000e-06	56
JI	8.700000e-06	57
Ac	1.700000e-06	292

Σχήμα 2: Εμφάνιση αποτελεσμάτων script `test_mv`

Για τη μέτρηση των πράξεων της εντολής MATLAB `c = A*b` θα υποθέσετε ότι εσωτερικά το MATLAB υλοποιεί την πράξη `c = c + A*b`

- (iii) Να χρησιμοποιήσετε το script `test_mv` για να υπολογίσετε και στη συνέχεια να αναπαραστήσετε γραφικά τα αποτελέσματα των παραπάνω συναρτήσεων για διαστάσεις  $m = n = 2.^{[4 : 2 : 10]}$ . Θα πρέπει να παρουσιάσετε κατάλληλα τα αποτελέσματα τόσο για τον ρυθμό εκτέλεσης των πράξεων όσο και για τον χρόνο εκτέλεσης των συναρτήσεων.

Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων: Θα δημιουργήσετε δύο διαφορετικά σύνολα γραφικών παραστάσεων (ένα για την χρονική επίδοση και ένα για την επίδοση σε ρυθμό εκτέλεσης πράξεων), τα οποία θα αποτελούνται από 4 γραφικές παραστάσεις το καθένα (για αυτό μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση του MATLAB `subplot`). Κάθε επιμέρους γραφική παράσταση θα αποτελείται από τις καμπύλες οι οποίες προκύπτουν για κάθε μία από τις υλοποιήσεις που εξετάζουμε, διατηρώντας τη διάσταση των γραμμών  $m$  σταθερή και μεταβάλλοντας τη διάσταση των στηλών  $n$  του μητρώου όπως φαίνεται και στην εικόνα που ακολουθεί. Τα χαρακτηριστικά τους θα πρέπει να είναι ίδια με αυτά που αναφέραμε στο παραπάνω ερώτημα.



Σχήμα 3: Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων

- (iv) Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα σας:

- (α') συγκρίνοντας τις επιδόσεις των τριών υλοποιήσεων
- (β') αναφέροντας για τα διάφορα μεγέθη του προβλήματος ποια υλοποίηση είναι προτιμότερη

## Ερώτημα 4 - Εμπειρική Εκτίμηση Επίδοσης

Σκοπός του ερωτήματος είναι να κατασκευάσετε ένα μαθηματικό μοντέλο, για τον χρόνο υπολογισμού της MV. Το μοντέλο θα είναι ένα πολυώνυμο του  $n$ .

- (i) Να υπολογίσετε μέσω του MATLAB τον χρόνο επίλυσης που επιτυγχάνει η πράξη  $c = A * b$  για τετραγωνικά μητρώα  $n \times n$  μεγέθους  $n = [50, 100, 200, 400, 800]$ . Για την χρονομέτρηση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση `timeit`.
- (ii) Με χρήση της συνάρτησης του MATLAB `polyfit` να κατασκευάσετε πολυώνυμο βαθμών 1 έως 4 τα οποία θα επιτυγχάνουν βέλτιστη προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων <sup>3</sup> πάνω στις μετρήσεις τις οποίες πήρατε στο προηγούμενο υποερώτημα.
- (iii) Με βάση τα αποτελέσματα, να συμπεράνετε ποιο από τα πολυώνυμα είναι το πλέον κατάλληλο για την πρόβλεψη του χρόνου επίλυσης.

<sup>3</sup>Μπορείτε να διαβάσετε για την προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων τόσο στο βιβλίο Γραμμικής Άλγεβρας του G. Strang αλλά και στο σύγγραμμα του C. Moler “Αριθμητικές Μέθοδοι με το MATLAB” το οποίο διατίθεται και ηλεκτρονικά (στα αγγλικά) Κεφάλαιο 5

## Τρόπος Παράδοσης Εργασίας

**Παραδοτέα:** Αναφορά (σε μορφή pdf) και κώδικας της άσκησης συμπιεσμένα σε αρχείο zip με ονομασία **AM\_prb1\_2014** π.χ. **3948\_prb1\_2014**.

**Παράδοση & Αποστολή:** Το συμπιεσμένο αρχείο παραδίδεται μέσω της πλατφόρμας e-class ενώ υποχρεούστε να παραδώσετε και εκτυπωμένη αναφορά.

Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στον τρόπο παρουσίασης της εργασίας και των αποτελεσμάτων. Για τη συγγραφή της αναφοράς μπορείτε εκτός των γνωστών εργαλείων να πειραματιστείτε και με άλλα όπως το L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ή το εργαλείο του MATLAB publish.