

UNIVERSITÉ IBN TOFAIL

FACULTÉ DES SCIENCES

DÉPARTEMENT INFORMATIQUE

---

# Recherche Opérationnelle : Programmation linéaire

TD1

---

*Author:*

Pr. Khalil IBRAHIMI

*Filière:*

Licence SMI, S5

October 28, 2021



Faculté des Sciences

كلية العلوم

## 1 Questions de cours

Q1: Donner un exemple de fonction linéaire?

Q2: Donner un exemple de fonction non linéaire?

Q3: Que veut dire un programme linéaire?

Q4: Dans la forme standard générale d'un programme linéaire, quels sont les éléments suivants d'un programme linéaire  $N, B, A, c, v$ ?

## 2 Exercices d'application

**Exercice 1:** Convertir le programme en forme canonique

Maximiser

$$2x_1 + 5x_2$$

Sous les contraintes

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0.$$

Construire par des substitutions un système équivalent.

**Exercice 2:** Un atelier fabrique deux types de produits A et B avec 3 matières premières M1, M2 et M3.

La fabrication d'une unité du produit A nécessite 1Kg de la matière M1, 3kg de la matière M2 et 1Kg de la matière M3.

La fabrication d'une unité du produit B nécessite 1Kg de la matière M1, 1kg de la matière M2.

Les matières premières sont disponibles en quantités limitées :

- 20Kg/Jour pour la matière M1.

- 30Kg/Jour pour la matière M2.

- 7Kg/Jour pour la matière M3.

La vente d'une unité du produit A rapporte un bénéfice de 30dh et la vente d'une unité du produit B rapporte un bénéfice de 20dh.

1. Formuler le problème en un programme linéaire sous forme canonique.
2. Déterminer en utilisant la méthode géométrique le plan optimal de fabrication.

3. Donner la forme standard du P.L.
4. Trouver la solution de base initiale réalisable.
5. Quelles sont les valeurs des paramètres  $N, B, A, c, v$  à l'initialisation.
6. Confirmer le plan optimale précédent en exécutant l'algorithme Simplexe. Préciser pour chaque itération les valeurs de la nouvelle forme standard.

**Exercice 3:** On considère la forme standard d'un PL suivant:

$$\text{Max } z = x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 + 4x_5$$

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 &= 7 \\x_1 + 6x_2 + x_3 + 2x_5 &= 19 \\x_i &\geq 0 \text{ pour tout } i = 1, 2, 3, 4, 5.\end{aligned}$$

1. Montrer que la solution de base  $(0, 2, 1, 0, 3)$  est réalisable.
2. Déterminer la valeur de la fonction objectif pour cette solution.
3. Ecrire sous forme matricielle la forme standard.
4. Trouver la solution optimale par Simplexe.

**Exercice 4:** Soit le programme linéaire suivant :  
maximiser

$$10x_1 + 30x_2$$

Sous les contraintes

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 5 \\-2x_1 + 2x_2 &\geq 12\end{aligned}$$

Les contraintes de positivités.

1. Trouver sa forme standard
2. Trouver la solution optimale via la méthode du grand M.

**Exercice 5:** Résoudre le programme linéaire suivant en utilisant simplexe.

Maximiser

$$18x_1 + 12.5x_2$$

Sous les contraintes

$$x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1 \leq 12$$

$$x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

**Exercice 6:** Résoudre le programme linéaire suivant en utilisant simplexe.

maximiser

$$-5x_1 - 3x_2$$

Sous les contraintes

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_2 \leq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

**Exercice 7:** Soit le programme linéaire primal suivant:

maximiser

$$3x_1 + x_2 + 2x_3$$

Sous les contraintes

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 24$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 36$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1. Donner les coefficients de la fonction objectif et les membres de droite.
2. Formuler le programme dual du programme primal.
3. Quelle est la solution optimale du dual et du primal. Que peut-on conclure.

Exercice 6:

1. Montrer que le dual du dual est le primal (proposer un exemple).