1 微積分: テイラー展開と数値積分

1.1 e^x、sin x、cos x をそれぞれマクローリン展開しなさい

$$e^x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

1.2 (1) の結果を用いてオイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\ \sin\theta$ を証明しなさい。

$$e^{ix} = 1 + \frac{1}{1!} i\theta + \frac{1}{2!} (i\theta)^2 + \cdots$$

$$e^{ix} = \{1 - \frac{1}{2!}\theta^2 + \cdots\} + i\{\theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \cdots\}$$

$$e^{ix} = \cos\theta + i \sin\theta$$

1.3 $y = f(x)$ をテイラー展開し、オイラー法 $y_{n+1} = y_n + hf'(x_n)$ が 1 次の数値積分法 (=誤差項が 2 次) であることを示しなさい。

y=f(x) を a の回りでテイラー展開すると

$$y = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots$$

オイラー法で h=x-a なので、

$$y_{n+1} = y_n + f'(x_n)(x-a)$$

よって 2 次以降は誤差となる。

1.4 グルコース濃度の変動に関する常微分方程式 $\frac{d[\text{Glucose}]}{dt} = -k[\text{Glucose}]$ をオイラー法で解きなさい。積分ステップ幅 $h = 1.0\text{sec}$ とし、$t = 0 \sim 5.0$ sec の範囲について解くこと。反応定数 $k = 0.2\text{sec}^{-1}$、$t = 0$ sec のとき [Glucose]=1.0mM とする。

$$y_1 = 1 + (-0.2 * 1) = 0.8$$

$$y_2 = 0.8 + (-0.2 * 0.8) = 0.64$$

$$y_3 = 0.64 + (-0.2 * 0.64) = 0.512$$

$$y_4 = 0.512 + (-0.2*) = 0.4096$$

$$y_5 = 0.4096 + (-0.2 * 0.4096) = 0.32768$$

1.5 (4) の常微分方程式の解析解を求め、$t = 5.0$ sec 時点での数値解との誤差を百分率で示しなさい。$e = 2.7$ とする。

$$\frac{dx}{dt} = -kx$$

$$\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = -k$$

$$\int \frac{1}{x}\frac{dx}{dt}dt = -k\int dt$$

$$\log x = -kt + C$$

$$x = e^{-kt+C}$$

よって、k=0.2,t=5.0 のとき、

$$x = e^{-1} = \frac{1}{2.7}$$

よって、誤差は 11.53

2　統計的検定 I: 塩基の偏り

荒川です。

昨日急いで作ったために手計算を考えていませんでした。手計算でやるとすると昨日の数字だとちょっと大変なので、以下に変えました。

genome why1 A 30 34 T 30 26 G 20 28 C 20 12

これだとクロス集計後 E がそれぞれ 32, 28, 24, 16 となり、分母が 84 にまで約分できます。

df 3 で 5% の有意水準での χ 二乗値は 7.81。

ただ、上の χ 二乗値は 8/32 + 8/28 + 32/24 + 32/16 = 3 + 73/84

よって H1 は棄却、H0 が採択。両群間に差はない、ということになります。

¿ ¿ (2) ¿ ¿ χ 二乗検定 二群間の差に優位性があるかをみるため¿ ¿ t 検定もこの説明に当てはまってしまうので、¿ 「項目別に分類されたデータが 2 群間で有意に差があるか」¿ という感じでどうでしょうか。

これは了解です。

3　線形代数 I

3.1

A :$J1$+0·$J2$+2·$J3$-$J4$+Jin+0·$Jout$=0

B :2·$J1$+$J2$-$J3$+0·$J4$+0·Jin+0·$Jout$=0

C :0·$J1$-$J2$+2·$J3$+2·$J4$+0·Jin+0·$Jout$=0

D :-$J1$+$J2$+0·$J3$+2·$J4$+0·Jin-2·$Jout$=0

3.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J1 \\ J2 \\ J3 \\ J4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Jin \\ Jout \end{pmatrix} = 0$$

3.3

$$adjS1 = \begin{pmatrix} 0 & -10 & -10 & 5 \\ -10 & -2 & 3 & -4 \\ -5 & 9 & -1 & -7 \\ 5 & -14 & -4 & -3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & -10 & -5 & 5 \\ -10 & -2 & 9 & -14 \\ -10 & 3 & -1 & -4 \\ 5 & -4 & -7 & -3 \end{pmatrix}$$

3.4

$detS1$ =1·0+2·(-10)+0·(-5)-1·5=-25

$detS1$ =1·0+0·(-10)+2·(-10)-1·5=-25(JIC)

3.5

$$S1^{-1} = \frac{adjS1}{detS1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{25} & -\frac{9}{25} & \frac{14}{25} \\ \frac{2}{5} & -\frac{3}{25} & \frac{1}{25} & \frac{4}{25} \\ -\frac{1}{5} & \frac{4}{25} & \frac{7}{25} & \frac{3}{25} \end{pmatrix}$$

3.6

$$\begin{pmatrix} J1 \\ J2 \\ J3 \\ J4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{28}{25} \\ -\frac{2}{5} & \frac{8}{25} \\ \frac{1}{5} & \frac{6}{25} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Jin \\ Jout \end{pmatrix}$$