1 統計的検定 II

1.1 配列の出現周期

対応のない t 検定。
t 値が約 0.1696 より、臨界値 1.98 よりも低く、表と裏の配列出現周期傾向に差はない。

1.2 長い配列の出現頻度

ある事象が起こる確率が低い場合にポアソン分布が成り立つ。このポアソン分布の確立密度関数は次式で表す。

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^{x}}{x!} \tag{1}$$

λ= np

x = 事象発生回数

8197 塩基中の 6 塩基配列の数は 8197-5 = 8192 であり、ある 6 塩基配列が存在しうる確率が $\frac{1}{4^6}$ であるため、

$$\lambda = 8192 * \frac{1}{4^6} \tag{2}$$

$$\lambda = 2 \tag{3}$$

となる。また、

$$x = 0 \tag{4}$$

であるため、検定統計量は e^{-2} となる。

$$f(x) = e^{-2} = .1353352832 \tag{5}$$

また、手計算をせずにも 2 < e < 3 により、$\frac{1}{9}$ < 検定統計量 < 0.25 であることがわかる。有意水準 0.05 < $\frac{1}{9}$ < 検定統計量であり、よって 5%有意水準で棄却できず、「12000 塩基中にある 6 塩基配列が 1 つもない現象は実際にありえる」こととなる。

1.3 相関係数の差

２変数が 2 変量正規分布に従うとき、母相関係数ρが 0 と異なるかを判定する。
有意水準は 0.05 であるため、帰無仮説 H_0 のもとで検定確率 P¡0.05 であれば相関係数が 0 ではないと判断出来る。

＝＝＝＝ P の算出＝＝＝＝

検定統計量 $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$
自由度を n-2(両側分布のため) として、t 分布を求める。
$P = tdist(|t|, n-2, 2)$

tdist はスチューデント t 分布を求める関数。=============
E.coli,*B.sub* それぞれにおいて P を算出。
E.coli の遺伝子 83 個と *B.subtilis* の遺伝子 66 個について求めたところ、
E.coli の相関係数は r_e = -0.31、*B.subtilis* は r_b = -0.23 であった。

・*E.coli* の場合　　$n_e = 83$, $r_e = 0.31$ より、 $P_e = 0.004344$
$P_e < 0.05$ であるため、相関係数は 0 でないと判断できる。・*B.sub* の場合　　$n_b = 66$, r_b = -0.23 より、 $P_b = 0.063195$
$P_b > 0.05$ であるため、相関係数は 0 と判断する
。

2　固有値と安定性

$$J = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & 2 \\ 0 & \frac{-3}{4} \end{bmatrix} \tag{6}$$

(1)
固有値は行列 J が与えられている時に

$$|\lambda I - J| = 0 \cdots \text{行列式} I \cdots J \text{と次元数の同じ単位行列} w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

となるような λ を考えればよい。行列式は以下のようになり、

$$\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\left(\lambda + \frac{3}{4}\right) = 0 \tag{8}$$

よって

$$\lambda = \frac{-1}{2}, \frac{-3}{4} \tag{9}$$

となる。
この二つの λ が固有値。

固有ベクトルは

$$(J - \lambda I)(x) = 0 \cdots \text{行列式} \tag{10}$$

を満たすようなベクトル x のことなので固有値 $\frac{-1}{2}$ の時は

$$w = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & \frac{-1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

を満たすベクトル x は

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

固有値 $\frac{-3}{4}$ の時は

$$w = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

を満たすベクトル x は

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

(2)
対角化は試験問題に載せてあるように $P^{-1}AP = \Lambda$
の過程を示す。P の逆行列は

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

なので $P^{-1}AP = \Lambda$ を解くと

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-3}{4} \end{bmatrix} \tag{16}$$

よって対角化は示された。
(3)
J^n は

$$J^n = D \begin{pmatrix} λ^n & 0 \\ 0 & λ^n \end{pmatrix} D^{-1} \tag{17}$$

で求まるのでこれを計算すると

$$J^n = \begin{pmatrix} λ^n & 0 \\ 0 & λ^n \end{pmatrix} \tag{18}$$

となる。(4)
時間を t →∞としたときに n →∞となっているため、時間発展の結果は

$$J^n = \begin{pmatrix} λ^n & 0 \\ 0 & λ^n \end{pmatrix} \tag{19}$$

のλに固有値を代入したものになり、実質０に収束するため、時間変化が０になる、すなわち定常状態に戻ると推測される。