

数学サブゼミ g 修了認定試験

1 偏微分方程式 II: ポアソン方程式をグリーン関数法で解く

ポアソン方程式 $\nabla^2 \Phi = F(x, y)$ を解いて、湧き出しのある流れ場の速度ポテンシャル Φ を求めたい。

- (1) 湧き出し $F(x, y)$ を単位湧き出し $\delta(x - m)\delta(y - n)$ に、解 $\Phi(x, y)$ をグリーン関数 $G(x, y; m, n)$ に置き換えた方程式を書き下ろしなさい。
- (2) $\Phi(x, y) = \iint_D G(x, y; m, n)F(m, n)dmdn$ が成り立つことを下の手順に従って示しなさい。
 - (a) $P = \iint_D G(x, y; m, n)F(m, n)dmdn$ とおいた場合の $\nabla^2 P$ を書きなさい。
 - (b) (2a) の結果に (1) の結果を適用して、 $\nabla^2 P = \iint_D \delta(x - m)\delta(y - n)F(m, n)dmdn$ を示しなさい。
 - (c) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - m)dx = f(m)$ という関係を利用して、 $\nabla^2 P = F(x, y) = \nabla^2 \Phi$ を示しなさい。
- (3) グリーン関数 G 、デルタ関数をフーリエ積分形で書き、(1) に代入しなさい。
- (4) グリーン関数を求めなさい。
- (5) $\Phi(x, y) = \iint_D G(x, y; m, n)F(m, n)dmdn$ より、速度ポテンシャルを求めなさい。
- (6) 求まった Φ から流速 \mathbf{v} を求めなさい。

2 時系列解析: AIC と ARMA

3 複素関数論 II: 等角写像と解析接続の応用

4 偏微分方程式 III: シュレディンガー方程式を解く

5 測度と確率過程

6 確率微分方程式

7 群論

群の 3 条件、1 パラメータ変換群、リー群の条件

8 微分幾何学

微分形式、チェイン、多様体、コンパクト集合