

Taeyang Lee

November 17, 2025

Contents

1	대수	2
	문제 1	2
	풀이	2
	정답	2

1 대수

문제 1

자연수 a, b 에 대해 연산 \star 을 다음과 같이 정의하자. 이때, $3 \star (4 \star (5 \star \cdots \star (99 \star 100))) \cdots$ 은 $m! + n$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라.

$$a \star b = ab - 2a - 2b + 6$$

(20점)

풀이

주어진 연산을 다시 쓰면

$$a \star b = ab - 2a - 2b + 6 = (a - 2)(b - 2) + 2.$$

$f(n) = n - 2$ 로 치환하면, $a = f(n) + 2$, $b = f(m) + 2$ 이므로

$$a \star b = f(a) \cdot f(b) + 2.$$

따라서

$$\begin{aligned} 3 \star (4 \star (5 \star \cdots \star (99 \star 100))) &= f(3) \cdot f(4 \star (5 \star \cdots)) + 2 \\ &= 1 \cdot f(4 \star (5 \star \cdots)) + 2 \\ &= f(4 \star (5 \star \cdots)) + 2. \end{aligned}$$

일반적으로, $n \star (n + 1 \star \cdots \star 100)$ 을 계산하면

$$\begin{aligned} 99 \star 100 &= (99 - 2)(100 - 2) + 2 = 97 \cdot 98 + 2 \\ 98 \star (99 \star 100) &= (98 - 2)(97 \cdot 98 + 2 - 2) + 2 \\ &= 96 \cdot (97 \cdot 98) + 2 \\ &= 96 \cdot 97 \cdot 98 + 2 \end{aligned}$$

패턴을 확인하면

$$n \star (n + 1 \star \cdots \star 100) = (n - 2)(n - 1) \cdots 98 + 2.$$

따라서

$$3 \star (4 \star \cdots \star 100) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 98 + 2 = 98! + 2.$$

즉 $m = 98$, $n = 2$ 이므로

$$m + n = 98 + 2 = 100.$$

정답

100

Practice makes perfect!