

ALM: Modelli Comportamentali per le Poste a Vista

Autore: Cavallini David ¹

Redattore: Gianni Arfaioli ²

Cabel Industry S.P.A, B.U. Governance - U.O Risk Management

13 settembre 2024

¹Phd in Applied Statistics: david.cavallini@cabel.it

²gianni.arfaioli@cabel.it

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Tipologie di modelli comportamentali	3
2	Pass-Through Rate Model	6
2.1	Cenni all'Analisi di Serie Storiche	6
2.2	Modelli a Correzione di Errore (ECM)	9
2.3	Calcolo del Pass-Through Rate	15
2.4	Inquadramento sul Sistema Bancario Italiano	19
2.5	Conclusioni	26
3	Modello dei Volumi	29
3.1	Modello dei Volumi	29
3.2	Inquadramento sul Sistema Bancario Italiano	32
3.3	Componente <i>Core</i>	36
3.4	Conclusioni	40
A	Modello ECM	42
B	Modello ECM con disturbi $AR(1)$	43
C	Calcolo del Pass-Through Rate	45

Capitolo 1

Introduzione

La classe di depositi a vista é costituita da tutti quei prodotti che non possiedono una scadenza contrattuale NMD (*Non Maturing Deposits* o *Sight Deposits*). Nel corso del tempo é stato dimostrato empiricamente come i volumi di raccolta derivanti dai depositi liberi (principalmente conti correnti) rappresentino una fonte continua di approvvigionamento nonostante che i possessori abbiano la facoltà di ritirate in qualsiasi momento senza preavviso e non subendo nessuna penale le somme versate.

I NMD possono essere classificati in base al meccanismo di formazione del tasso:

- **Depositi a tasso indicizzato:** esiste una regola per la revisione periodica del tasso di interesse applicato a tali strumenti.
- **Depositi a tasso fisso:** non esiste una regola di revisione per il tasso di interesse. Un esempio sono i conti correnti utilizzati dai clienti per trasferire temporaneamente fondi dai loro depositi a strumenti di investimento, che fruttano un tasso di interesse nullo.
- **Poste vischiose:** non é prevista alcuna regola di indicizzazione del tasso applicato in termini di periodicità di revisione né di parametro di mercato. La ridefinizione del tasso in termini di entità e modalità dipende dall'andamento dei tassi di mercato, dal rapporto banca-cliente nonché dalle politiche commerciali dell'istituto. Il fenomeno assume una rilevanza importante per i depositi a vista con significative ricadute sul conto economico di una banca commerciale. La bassa elasticità dei tassi bancari applicati sui depositi della clientela rispetto ai tassi di mercato determina un significativo rischio di tasso di interesse.

1.1 Tipologie di modelli comportamentali

Per le poste a vista, vengono identificati due tipi di modelli comportamentali:

- **Modello dei Volumi:** mira a rappresentare nel modo più realistico possibile la scadenza dei depositi a vista, sottolineando l'elevato livello di persistenza degli aggregati. Si rinuncia all'ipotesi di un livello costante dei depositi durante il loro periodo di detenzione, aspettandoci che i capitali abbiano un profilo di ammortamento *virtuale* che segua una distribuzione graduale e progressiva.
In altre parole, il volume dei SD viene tradotto in un portafoglio a scadenza ammortizzato.
- **Modello dei Tassi:** per i depositi non indicizzati si procede alla modellizzazione sia di un profilo di persistenza sia alla determinazione di una regola di revisione dei tassi di interesse coerente con l'effettivo grado di indicizzazione dell'aggregato.
Tali modelli mirano quindi a stimare la reattività (elasticità) dei rendimenti dei volumi rispetto ai tassi di interesse di mercato.

Le fasi che contraddistinguono la stima e l'applicazione dei modelli sopracitati sono:

- a. **Modello con serie storiche:** viene stimata la componente *core* della raccolta a vista attraverso l'impiego di serie storiche aventi profondità di almeno 10 anni.
- b. **Modello Replicating Portfolio:** l'andamento della raccolta a vista viene replicato in un portafoglio di strumenti *plain vanilla* inerenti strumenti di debito a breve e brevissimo termine e/o obbligazioni scambiati in mercati altamente liquidi.
In altri termini, viene costituito un portafoglio di strumenti avente un profilo analogo a quello dei NMD in termini di volume e riprezzamento.
- c. **Option Pricing:** la teoria sull' *Option Pricing* è applicata al fine di stimare il valore attuale delle opzioni implicite della clientela, prendendo in considerazione la struttura a termine dei tassi di interesse, l'evoluzione dei volumi ed i cambiamenti della clientela.
- d. **Modelli Economico-Monetari:** stimano l'evoluzione dei volumi in relazione alle preferenze della clientela nell'allocare il proprio risparmio tra i vari strumenti finanziari.

La base per i modelli sulle poste a vista come descritta nel paragrafo 1.1 è quindi costituita dall'analisi delle serie storiche.

Questo processo è scomponibile in tre parti:

1. **Data Collection and quality check:** viene costruito un database storico con profondità di almeno 10 anni; si verifica quindi la qualità delle informazioni in termini di completezza e coerenza con l'analisi, rimuovendo inoltre la stagionalità e effetti pandemici, e si procede ad una segmentazione ove necessario.

2. **Specifica del modello e stima:** specificazione del modello stimato sui dati storici.
3. **Validazione:** validazione del modello tramite diagnostica statistica, comprendente metriche quali, ad esempio, la significatività dei parametri stimati e gli indici di capacità previsiva del modello tramite cross-validation.

Capitolo 2

Pass-Through Rate Model

Il *Pass-Through Rate* (PTR) rappresenta quella porzione di variazione dei tassi di mercato che il sistema bancario o singolo ente trasferisce sulle remunerazioni nominali dei NMD al fine di non alterare la componente stabile della raccolta a vista, vedi [BCBS, 2015, p. 20].

Dopo una breve introduzione sull'analisi delle serie storiche, che ha l'obiettivo di dotare il lettore degli strumenti di base, sezione (2.1), prendendo spunto dalla ampia letteratura che si è sviluppata nel corso del tempo sia negli ambienti accademici che a livello di ricerca delle Banche Centrali, vedi Bondt [2002], Sopp [2018], Witzany and Divis [2021], Ficura and Witzany [2023] e Bohnke et al. [2024], presentiamo una versione di base di un modello a Correzione di Errore (ECM), sezione (2.2). L'obiettivo principale risiede nella costruzione di un modello econometrico che sia in grado di stimare una relazione di revisione euristica dei tassi praticati sulle poste a vista utilizzando come variabile predittiva i tassi di mercato di breve periodo (Euribor 1 mese).

Assumendo alcune ipotesi semplificatrici sviluppiamo una definizione formale di PTR e analizziamo gli impatti analitici degli *shock* regolamentari, sezione (2.3). Infine, nella sezione (2.4), proponiamo un'applicazione per il sistema bancario italiano, sementi *retail* e *corporate* utilizzando le serie storiche pubblicate dalla Banca Centrale Europea.

2.1 Cenni all'Analisi di Serie Storiche

Un processo stocastico è una successione di variabili casuali (v.a.) Y_t ordinata su una scala di tempi $t \in \mathcal{T}$. I processi stocastici possono essere definiti nel tempo continuo ($\mathcal{T} \subseteq \mathbb{R}$) oppure nel tempo discreto cioè quando \mathcal{T} è un insieme numerabile. In questo lavoro faremo riferimento a processi stocastici definiti in tempo discreto equidistanziati fra loro (frequenza di osservazione mensile).

Un processo è stazionario in senso debole di ordine 1 se e solo se $E[Y_t] = \mu, \forall t$ cioè le v.c. hanno tutte la stessa media. La stazionarietà in senso debole di ordine 2 implica quella debole di ordine 1 ed inoltre stabilisce che la funzione di

autocovarianza é solo in funzione del ritardo k , i.e. $\forall t$

$$\gamma(t, k) = E[(Y_t - \mu) \cdot (Y_{t-k} - \mu)] = \gamma(k). \quad (2.1)$$

La stazionarietà di ordine 2 implica anche la stazionarietà in varianza in quanto $\mathbb{V}[Y_t] = \gamma(0) = \sigma^2$. Per ulteriori approfondimenti in tema rimandiamo il lettore a Hamilton [1994].

Una classe di modelli particolarmente utili nell'ambito delle analisi di serie storiche é rappresentato dai modelli autoregressivi di ordine 1, $AR(1)$,

$$Y_t = \alpha + \rho \cdot Y_{t-1} + \sigma \cdot e_t \quad (2.2)$$

dove e_t é un *white noise* (WN - rumore bianco a media zero e varianza unitaria) mentre α , ρ e σ sono parametri che caratterizzano il processo. É dimostrabile che

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mathbb{E}[Y_t] = \frac{\alpha}{1-\rho} + \rho^t \left(\mu_0 - \frac{\alpha}{1-\rho} \right) \\ \tau_t^2 &= \mathbb{V}[Y_t] = \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} + \rho^{2t} \left[\tau_0^2 - \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} \right] \\ \gamma(t, k) &= \rho^k \cdot \tau_{t-k}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

dove μ_0 e τ_0^2 sono rispettivamente la media e varianza della v.c. Y_0 che rappresenta il punto di partenza della serie. Per $|\rho| < 1$ il processo $AR(1)$ é asintoticamente stazionario di ordine 2 infatti

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_t &= \frac{\alpha}{1-\rho} = \mu \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \tau_t^2 &= \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} = \tau^2 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t, k) &= \rho^k \cdot \tau^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

In generale la condizione $|\rho| < 1$ é da considerarsi sufficiente per caratterizzare il processo $AR(1)$ come stazionario di ordine 2 semplicemente ponendo nella (2.3) $\mu_0 = \mu$ e $\tau_0^2 = \tau^2$.

Tipicamente le serie economiche e finanziarie sono non stazionarie in quanto spesso caratterizzate dalla presenza di un *trend*. Il movimento persistente di lungo periodo può essere deterministico (*determinist trend*) oppure può assumere connotati aleatori (*stochastic trend*). In quest'ultimi la componente di fondo varia nel tempo in modo casuale e a differenza di quelli deterministici non é completamente prevedibile. Nell'ambito di applicazione a cui facciamo riferimento (serie storiche dei tassi di interesse) sembra appropriato fare riferimento a *trend* stocastici o a una combinazione fra *trend* deterministi e stocastici.

Il *random walk* (RW - passeggiata a caso) é un $AR(1)$ a radice unitaria, cioè nella (2.2) il parametro $\rho = 1$. Mediante sostituzioni ricorsive il processo RW può essere scritto come segue

$$Y_t = Y_0 + \alpha \cdot t + \sigma \cdot \sum_{h=1}^t e_h = Y_0 + \alpha \cdot t + \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot e_t^* \quad (2.5)$$

dove e_t^* è un WN. Dalla (2.5) si deduce che $\mathbb{E}[Y_t] = \mu_0 + \alpha \cdot t$ cioè un RW con *drift* ha un *trend* deterministico lineare. Poiché $\mathbb{V}[Y_t] = \sigma^2 \cdot t$ il fenomeno si evolve con variabilità amplificata cioè gli effetti delle innovazioni o *shock* casuali relativi alla realizzazione dei disturbi WN hanno un effetto permanente: in altre parole un RW ha anche un *trend* stocastico. Ponendo $\alpha = 0$ il RW è chiamato senza *drift* e non ha la componente di *trend* deterministico ma solo quella stocastica.

Il modello $AR(1)$ di equazione (2.2) può essere riscritto in termini di differenze prime

$$\Delta Y_t = \alpha + \rho^* \cdot Y_{t-1} + \sigma \cdot e_t \quad (2.6)$$

dove $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ e $\rho^* = 1 - \rho$. L'ipotesi nulla $H_0 : \rho^* = 0$ si traduce in termini formali nella presenza di radici unitarie cioè il processo non è stazionario ed è caratterizzato da un *trend* deterministico e/o stocastico (presenza o meno del parametro α nella (2.6)). La statistica test che usualmente viene impiegata nell'ambito delle regressioni *standard* con disturbi normali sotto l'ipotesi nulla non segue una distribuzione *t-student*. Dickey and Fuller [1979] illustrano come ottenere i quantili della statistica test sotto H_0 mediante l'utilizzo di approssimazioni numeriche supportate da simulazioni stocastiche. L'intera procedura di test statistico passa sotto il nome di *Dickey-Fuller Test*. Precisiamo che la distribuzione di probabilità della statistica test differisce dalla presenza o meno del *drift* cioè dall'esistenza o meno di un *trend* deterministico lineare. In generale il *Dickey-Fuller Test* è un test ad una coda poiché l'ipotesi alternativa che viene specificata si riferisce a tutti quei valori di ρ^* per i quali il modello $AR(1)$ è stazionario cioè $H_0 : \rho^* < 0$.

Da un punto di vista applicativo, soprattutto in ambito dei modelli di regressione, altra ipotesi particolarmente utile da sottoporre a test statistico riguarda la non esistenza di autocorrelazione di ordine 1: in termini formali $H_0 : \rho = 0$. In altre parole si tratta di un test statistico che tende ad avvalorare la corretta specificazione del modello $AR(1)$. Nel 1950 Durbin-Watson (Durbin and Watson [1950] e Durbin and Watson [1951]) propongono una statistica test che consente di saggiare in termini statistici la veridicità di tale ipotesi. La distribuzione di probabilità di tale statistica sotto H_0 non è nota ma può essere ricostruita tramite simulazione o mediante l'utilizzo del calcolo numerico (Durbin and Watson [1971] e Farebrother [1980]). Trattasi di un test a due code che si differenzia in base all'ipotesi alternativa: se la statistica test cade nell'area di accettazione per un dato livello di significatività allora possiamo concludere che empiricamente non vi è evidenza che il fenomeno oggetto di studio presenta fenomeni di autocorrelazione di ordine 1.

La rimozione del *trend* (*detrending*) da una serie segue metodologie diverse che sono strettamente dipendenti dal modello sottostante. Nel caso di un RW l'operazione di differenza prima, $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \sigma \cdot e_t$, è sufficiente per ottenere una serie stazionaria di ordine 2. In tal caso si dice anche che la serie è integrata (*integrated*) di ordine 1 e lo indichiamo con $Y_t \sim I(1)$.

Nel 2003 agli econometrici C.W.J. Granger e R.F. Engle è stato conferito il premio Nobel per l'economia grazie ai suoi studi condotti in ambito di anali-

si serie storiche. In uno dei suoi più famosi articoli Engle and Granger [1987] preceduto da Granger [1981] introducono il concetto di cointegrazione (*cointegration*) che ha radicalmente cambiato il modo in cui gli economisti analizzano i dati finanziari e macroeconomici. Il concetto di cointegrazione entra in gioco quando le serie non stazionarie si muovono congiuntamente in modo simile nel lungo periodo: la loro evoluzione è tale da supporre l'esistenza di un unico *trend*. In modo più formale due serie integrate di ordine 1, $Y_t, X_t \sim I(1)$ sono cointegrate se esiste un parametro β (chiamato parametro di cointegrazione) tale per cui $Y_t - \beta \cdot X_t$ è una serie stazionaria cioè $Y_t - \beta \cdot X_t \sim I(0)$. Gli stessi autori propongono anche un test di cointegrazione applicando il test di *Dickey-Fuller* ai residui OLS della regressione di Y_t su X_t . Il non rifiuto dell'ipotesi di stazionarietà dei residui corrisponde al non rifiuto dell'ipotesi che le due serie sono cointegrate cioè da un punto di vista empirico non ci sono motivi per non avvalorare l'ipotesi di esistenza di una relazione di lungo periodo fra le due variabili. Precisiamo inoltre che la distribuzione della statistica test non segue quella introdotta da *Dickey-Fuller* e quindi i quantili per saggiare l'ipotesi nulla di cointegrazione non sono gli stessi. Infine, Engle e Granger dimostrano che se due serie sono cointegrate allora esiste una rappresentazione mediante modelli a Correzione di Errore (*Error Correction Model-ECM*).

2.2 Modelli a Correzione di Errore (ECM)

I modelli ECM prevedono la specificazione di una relazione di lungo periodo e una dinamica di aggiustamento di breve periodo.

Sia r_t la serie storica dei tassi praticati dal sistema bancario o singolo ente sulle poste a vista mentre f_t si riferisce al tasso di breve periodo praticato sui mercati (Euribor 1 mese). L'equilibrio di lungo periodo prevede l'esistenza della relazione

$$r_t^* = \alpha + \beta \cdot f_t \quad (2.7)$$

dove α è lo *spread* mentre $\beta \in (0, 1)$ è il PTR di lungo periodo che rappresenta la sensibilità di lungo periodo del tasso bancario rispetto al tasso di mercato. Osserviamo che nella (2.7) r_t^* è un tasso puramente teorico e non direttamente osservabile ed in quanto tale da assimilare ad una variabile latente che è soggetta a continui cambiamenti dovuti alle variazioni delle condizioni di mercato.

Nella relazione di lungo periodo lo *spread* è considerato costante ma è ragionevole pensare che questo possa variare in base al contesto economico-finanziario. In particolare ci si attende che il suo segno sia differenziato in base alla positività o negatività dei tassi mercato. Infatti, vista l'esistenza nella pratica bancaria di un'opzione *floor* con *strike* 0% sui tassi praticati dal sistema bancario sulla raccolta a vista è da attendersi che in un periodo di tassi di mercato negativi lo *spread* sia positivo. Contrariamente, quando i tassi di mercato sono positivi l'aspettativa dell'ente (in generale del sistema bancario) è di accedere alla raccolta all'ingrosso sostenendo un costo inferiore rispetto al mercato interbancario praticando quindi uno *spread* negativo. In sostanza è ragionevole sostituire nella

(2.7) il parametro α con $\alpha_t = \alpha_p + D_t \cdot \alpha_n$ dove

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{se } f_t < 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è una variabile *dummy* che indicizza il periodo storico durante il quale i tassi di mercato sono negativi. In generale ci aspettiamo che $\alpha_p < 0$ mentre $\alpha_n > 0$ tale per cui $\alpha_p + \alpha_n > 0$.

L'equilibrio di lungo periodo, pur consentendo la determinazione del nuovo tasso di equilibrio praticato alla clientela in seguito a variazioni dei tassi di mercato, non consente di indagare sulle modalità e sulle tempistiche con le quali avviene l'adeguamento verso il nuovo equilibrio. In particolare, il livello di *vischiosità*, ovvero la *gradualità* di aggiustamento con il quale il tasso sulle poste a vista raggiunge il nuovo valore di equilibrio rispetto ad una variazione dei tassi di mercato di breve periodo, è descritto dalla seguente equazione

$$\Delta r_t = \theta \cdot (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \gamma \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \quad (2.8)$$

dove $\theta \in (-1, 0)$ è il termine *mean reverting* inerente la velocità di assorbimento della banca, $\gamma \in (0, \beta)$ è lo *Short Term Pass-Through Rate*, σ^2 è la volatilità mentre ϵ_t è un WN.

L'ipotesi sottostante l'equazione (2.8) prevede la specificazione di un PTR di breve periodo simmetrico cioè le istituzioni finanziarie reagiscono con comportamenti uguali qualsiasi sia lo scenario di variazione dei tassi di mercato. Risultati empirici tendono comunque a suggerire che in realtà il sistema bancario in generale reagisce nel breve periodo mettendo in atto strategie di aggiornamento diverse in base a situazioni di rialzo o ribasso dei tassi di mercato: in particolare, aumenti dei tassi di mercato vengono trasferiti sui NMD in proporzione minore rispetto a situazioni di ribasso. Date tali argomentazioni è ragionevole sostituire nella (2.8) il parametro γ con $\gamma_t = \gamma_p \cdot Q_t - (1 - Q_t) \cdot \gamma_n$ dove

$$Q_t = \begin{cases} 1 & \text{se } \Delta f_t > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è una variabile *dummy* che indicizza lo scenario al rialzo dei tassi di interesse. Definendo due variabili $\Delta f_t^+ = Q_t \cdot \Delta f_t$ e $\Delta f_t^- = -(1 - Q_t) \cdot \Delta f_t$, che isolano le variazioni positive e negative dei tassi di mercato, è possibile riscrivere l'equazione della dinamica

$$\Delta r_t = \theta(r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \gamma_p \cdot \Delta f_t^+ + \gamma_n \cdot \Delta f_t^- + \sigma \cdot \epsilon_t. \quad (2.9)$$

Il parametro $\gamma_p > 0$ rappresenta il PTR di breve periodo in situazione di rialzo dei tassi di interesse mentre $\gamma_n < 0$ corrisponde alla sensibilità istantanea in caso di scenari al ribasso. Per costruzione $\gamma_p < \beta$ e $|\gamma_n| < \beta$ con l'aspettativa $|\gamma_n| < \gamma_p$. Stabilite mediante elicitazione le probabilità sugli scenari al rialzo (P_p) e ribasso (P_n) si ottiene il PTR medio $\gamma^M = P_p \cdot \gamma_p + P_n \cdot |\gamma_n|$ (scenario *baseline*) con $P_p + P_n = 1$.

La reazione differenziale è espressa dal meccanismo a correzione di errore $\theta \cdot (r_{t-1} - r_{t-1}^*)$, dove il parametro θ rappresenta la velocità con cui il tasso banca raggiunge il suo punto di equilibrio di lungo periodo. Specificando un unico parametro di *mean reverting* implicitamente si assume che il sistema bancario o l'ente procede con la stessa velocità di aggiustamento sia che i tassi praticati sui NMD si trovano al di sopra dell'equilibrio di lungo periodo ($r_t > r_t^*$) sia che si collocano al di sotto ($r_t < r_t^*$). In modo del tutto analogo a quanto detto a proposito del PTR di breve periodo è ragionevole ipotizzare che il meccanismo di assestamento sia differenziato in quanto ci aspettiamo che il sistema bancario si aggiusti con una velocità maggiore nel caso si trovi al di sopra dell'equilibrio rispetto a quando si posiziona al sotto. Definita una variabile *dummy*

$$R_t = \begin{cases} 1 & \text{se } r_t > r_t^* \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

che indicizza la situazione in cui la banca si trova al di sopra dell'equilibrio il parametro di aggiustamento graduale θ con può essere sostituito da $\theta_t = R_{t-1} \cdot \theta^+ + (1 - R_{t-1}) \cdot \theta^-$. In particolare, $\theta^+ \in (-1, 0)$ è il parametro che governa il ritorno verso la media nella situazione in cui i tassi praticati si trovano sopra l'equilibrio di lungo periodo che tipicamente sopravviene in caso di scenari al ribasso mentre $\theta^- \in (-1, 0)$ rappresenta la velocità di aggiustamento in caso in cui il sistema non si trova in equilibrio per difetto generalmente da abbinare a situazioni scenari al rialzo. Tenendo in considerazione delle argomentazioni sopra menzionate l'attesa sulle intensità si traducono nella seguente disuguaglianza $|\theta^+| > |\theta^-|$.

Le sofisticazioni apportate al modello ECM in sostanza cercano di tradurre nei parametri di reazione istantanea (PTR di breve periodo) ed aggiustamento (*mean reverting*) i comportamenti che regionalmente ci attendiamo di osservare dal sistema bancario. Di fronte a scenari al ribasso l'atteggiamento delle istituzioni finanziarie è di una pronta reazione con un aggiustamento vigoroso mentre in situazioni di scenari al rialzo una risposta immediata più debole e un lento assestamento verso l'equilibrio di lungo periodo. Tali conclusioni di carattere generale sono comunque condizionate al contesto economico/finanziario, al segmento analizzato e alla tipologia di depositi a vista: elementi che saranno trattati in modo dettagliato nel corso dell'illustrazioni delle applicazioni.

Osserviamo che la variabile R_t definita in equazione (2.10) non è direttamente osservabile in quanto la sua completa definizione dipende dal tasso teorico di lungo periodo r_t^* che è stimabile solo conoscendo i parametri α_p , α_n e β . Quindi specificando un *mean reverting* differenziato il problema di stima dei parametri deve essere affrontato interpretando il campione in un'ottica di *data augmentation* (Dyk and Meng [2001]) ed applicando algoritmi iterativi di stima *EM-like* (Dempster et al. [1977]). Data la complessità computazionale in una prima adozione dei modelli comportamentali trascuriamo questa metodologica ripromettendoci di estendere lo studio in una versione successiva del documento. Pienamente coscienti della loro importanza riteniamo comunque sufficiente l'impostazione seguita in una prima fase di applicazione. Quindi il lavoro procede

considerando un solo parametro di *mean reverting*, θ come specificato nell'equazione (2.8), mantenendo la possibilità di una risposta immediata (PTR di breve periodo) a due regimi (scenario al rialzo e ribasso) e uno *spread* differenziato in base al segno dei tassi di mercato.

Sostituendo l'equazione di lungo periodo nella dinamica di breve periodo otteniamo

$$\Delta r_t = \alpha_t^* + \theta \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \quad (2.10)$$

dove $\alpha_t^* = -\theta \cdot \alpha_t$ e $\beta^* = -\theta \cdot \beta$.

Dopo alcune manipolazioni algebriche, vedi Appendice (A), il modello ECM può essere riscritto nelle seguenti due versioni equivalenti in termini di verosimiglianza

$$r_t = \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \quad (2.11a)$$

$$r_t = \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \gamma_t \cdot f_t + \gamma_t^* \cdot f_{t-1} + \sigma \cdot \epsilon_t \quad (2.11b)$$

dove $\theta^* = \theta + 1$ e $\gamma_t^* = \beta^* - \gamma_t$.

L'equazione (2.11b) descrive un modello del tipo *ARDL*(1,1), ovvero un *Autoregressive Distributed Lags* di ordine 1, 1. Come ampiamente trattato da Kripfganz and Schneider [2018], l'uso di modelli *ARDL* nell'ambito di applicazioni di tipo Error Correction consente di separare gli effetti di lungo periodo da quelli di breve periodo, permettendo la determinazione di eventuali fenomeni di cointegrazione tra le variabili. Infatti, il valore corrente della variabile dipende dalle sue realizzazioni passate, espresse nella parte autoregressiva, e dai valori correnti e passati delle variabili indipendenti descritti dalla parte a ritardi distribuiti.

I risultati delle stime OLS (*Ordinary Least Square*) e/o ML (*Maximum Likelihood*) delle applicazioni che seguiranno faranno riferimento al modello ECM espresso in equazione (2.11a). Invertendo le trasformazioni biunivoche relative alle parametrizzazioni è possibile quindi ottenere la stima della relazione di lungo periodo e la dinamica di breve periodo. I coefficienti della regressione sono corredati dai classici test di significatività le cui statistiche test sono stimate in modo robusto rilassando l'ipotesi di eteroschedasticità dei residui (vedi White [1980]).

Il percorso tendenziale di assestamento verso l'equilibrio di lungo periodo è soggetto ad errori: la variazione osservata dei tassi praticati sui NMD è diversa da quella stimata dal modello della dinamica (*mean reverting*). La presenza di asimmetrie informative nei mercati finanziari all'ingrosso (monopolio di conoscenza nella gestione del risparmio mitigato dalla normativa sulla trasparenza bancaria), può essere causa di persistenza che non è spiegabile dai ritardi distribuiti della variabile esogena (tassi di mercato). La non ergodicità degli errori suggerisce di specificare un modello autoregressivo come legge di governo dei disturbi stocastici cioè

$$\sigma \cdot \epsilon_t = \rho \cdot \epsilon_{t-1} + \kappa \cdot u_t \quad (2.12)$$

dove u_t è un WN e κ^2 è la volatilità. L'autocorrelazione degli errori è un fenomeno che si riscontra frequentemente nelle analisi di regressione in presenza di dati seriali. In ambito finanziario la letteratura è piuttosto nutrita e variegata:

in tema di PTR merita menzione il lavoro di Castagna and Scaravaggi [2017]. Nelle applicazioni econometriche prima di sofisticare il modello é buona pratica procedere all'analisi dei residui dalla cui diagnostica può emergere indicazioni in merito alla presenza o meno di autocorrelazione al fine di avvalorare o meno la teoria della persistenza degli errori (test di *Durbin-Watson*).

Cochrane-Orcutt nel 1949 (vedi Cochrane and Orcutt [1949]) propongono una procedura iterativa OLS per la stima dei modelli con errori autocorrelati del primo ordine mentre Prais and Winsten [1954] formulano un metodo di stima *full-ML* (Maximum Likelihood) sotto ipotesi di normalità. La differenza dei due metodo risiede nel trattamento della prima osservazione che viene esclusa dal metodo di *Cochrane-Orcutt*. Le stime derivanti dalla due procedure sono asintoticamente equivalenti mentre per piccoli campioni e sotto condizioni di normalità il metodo di *Prais-Winsten* risulta più efficienti in termini di *Mean Square Error* (MSE). Nelle applicazioni che seguiranno facciamo uso del metodo di *Prais-Winsten* mentre per la stima consistente delle matrici delle varianze e covarianze dei coefficienti di regressione (stimatore *sandwich*) facciamo riferimento a Beck and Katz [1995]).

In appendice (B) illustriamo i passi analitici per ottenere la dinamica di breve periodo ipotizzando che il termine di errore segua un processo $AR(1)$ senza *drift*, equazione (2.12)

$$\begin{aligned} \Delta r_t = & (1 - \rho) \cdot \theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \rho [\Delta r_{t-1} + \theta (\Delta r_{t-1} - \rho \cdot \Delta r_{t-1}^*)] \\ & + \gamma_t \cdot (\Delta f_t - \rho \cdot \Delta f_{t-1}) + \kappa \cdot u_t. \end{aligned} \quad (2.13)$$

La persistenza degli errori governati da un processo (2.12) con $\rho > 0$ non modifica la reazione immediata, cioè il PTR istantaneo non cambia, ma le regole di aggiustamento verso il lungo periodo sono alterate dalla presenza di disturbi non ergodici. In particolare:

- la sensibilità istantanea dei tassi praticati sui NMD rispetto a variazioni dei tassi di mercato é rappresentata da $\gamma_t \in (0, \beta)$ differenziata rispetto a scenari di ribasso o rialzo; esiste anche un effetto di smorzamento determinato dal movimento istantaneo del periodo precedente $\gamma_t \cdot \Delta f_{t-1}$ ponderato dall'indice di correlazione ρ (il peso di questo termine che ha segno negativo assume sempre più rilevanza quanto più il mercato é caratterizzato da persistenza);
- la velocità di assorbimento verso l'equilibrio di lungo periodo é corretto rispetto all'indice di correlazione infatti $(1 - \rho) \cdot \theta$: quanto più il fenomeno di persistenza assume rilevanza tanto più il sistema bancario o ente ingaggia un atteggiamento lento di adeguamento;
- la persistenza si manifesta anche sia rispetto alle variazioni dei tassi del periodo precedente Δr_{t-1} che rispetto all'aggiustamento differenziale verso l'equilibrio di lungo periodo $\theta (\Delta r_{t-1} - \rho \cdot \Delta r_{t-1}^*)$.

Delineato il modello di PTR che é utilizzato nelle applicazioni che seguiranno, prima di concludere preme rimarcare alcune considerazioni di carattere

generale. Come accennato nell'introduzione, la specificazione di un modello per la stima del riprezzamento empirico è da ritenersi applicabile solo per le poste a vista vischiose per certi segmenti di clientela: in sostanza il perimetro di analisi è circoscritto a tutti i depositi liberi del segmento *retail* e *corporate* il cui tasso di remunerazione non è aggiornato automaticamente mediante indicizzazione. Per questa tipologia di strumenti finanziari addebiti alla raccolta le banche intervengono modificando i tassi mediante lo strumento della MUC (Modifiche Unilaterali del Contratto): per legge è stabilito che le nuove condizioni devono essere comunicate al cliente con un preavviso di almeno due mesi. Le variazioni dei tassi possono altresì derivare anche da una contrattazione diretta fra cliente e banca: fenomeno questo che assume connotati di scarsa materialità nel suo complesso. La presenza di vincoli normativi e il comportamento piuttosto conservativo del sistema bancario nel modificare i tassi sulle poste vischiose può rendere statisticamente non significativa la stima del PTR istantaneo (parametri γ_N e γ_P) e più in generale del PTR di brevissimo periodo (inferiore a due/tre mesi). Per comportamento conservativo ci riferiamo al fatto che gli enti finanziari prima di apportare le modifiche unilaterali ai contratti aspettano un consolidamento delle tendenze di mercato anche se, come vedremo in seguito, il sistema sembra avere una maggiore reattività nelle fasi di ribasso. Queste premesse in pratica hanno favorito ed incoraggiato l'adozione di un modello unico includendo nel campione di sviluppo non solo le poste a vista vischiose ma anche quelle che rivedano il tasso attraverso meccanismi automatici di indicizzazione: in tale contesto è più corretto parlare di un modello di PTR dei NMD. Quindi nel brevissimo periodo il PTR sarebbe influenzato dai riprezzamenti legati alle contrattazioni dirette e alle revisioni automatiche (al netto della presenza di *spread* negativi e alla *moneyness* dell'opzione *floor* con *zero-strike*) mentre nel medio/lungo si aggiungerebbero anche gli effetti delle variazioni unilaterali apportate dalle banche in linea con le loro strategie di *buisiness* e in risposta alle tendenze dei tassi di mercato. Tale tipo di impostazione sembra essere non rigettata dai nuovi inquadramenti normativi in materia di rischio tasso BCBS [2015] e EBA [2022] che lasciano la possibilità agli enti di adottare un modello unico per la valutazione dei riprezzamenti delle poste a vista. Inoltre vi sono ulteriori motivi di ordine pratico che rende quasi necessario la scelta di un modello unico. La disponibilità e la qualità dei dati spesso tende ad essere non eccellente in merito all'individuazione storica della presenza o meno di meccanismi di indicizzazione sui portafogli bancari: in altre parole nelle serie storiche a disposizione non siamo in grado di distinguere i conti indicizzati da quelli che non presentano meccanismi automatici di revisione. Anche i dati macroeconomici pubblicati dalle autorità monetarie non sono distinti fra indicizzati e non: quindi la stima del PTR a livello di sistema si riferisce non tanto alle poste vischiose ma bensì all'intero comparto degli strumenti che sono classificati come NMD. Nella Sezione (2.4) di questo capitolo illustriamo i risultati derivanti dall'applicazione del modello ai dati Italiani (fonte BCE) al fine di delineare gli orientamenti di carattere generale del fenomeno: in sostanza l'obiettivo è di stilizzare un punto di confronto con i risultati interni (*benchmark*). Altresì, la stima di un modello a livello nazionale può rappresentare uno strumento di analisi utile per capire e

spiegare eventuali meccanismi di adeguamento che le banche di piccole/medie dimensioni mettono in atto: in altre parole un modello a livello di sistema rappresenta a tutti gli effetti un **modello satellite** che può essere utilizzato nella stima dei modelli interni (stima strumentale). Questa impostazione metodologica risulta particolarmente utile per le LSI (*Less Significant Institutions*) in quanto consente di ereditare a livello micro parte dei comportamenti che emergono a livello macro.

2.3 Calcolo del Pass-Through Rate

Questa sezione è dedicata alla definizione formale del PTR nella quale è illustrata la formulazione di base allo scopo di fornire una comprensibile chiave di lettura nell'ambito degli *shock* stabiliti dalla normativa in tema di rischio tasso BCBS [2015] e EBA [2022]. Prima di entrare nei dettagli teniamo a precisare che quanto argomentato si riferisce al modello ECM di base cioè ad un modello che non prevede la specificazione di (1) effetti asimmetrici (2) *spread* differenziati in base al segno dei tassi di mercato cioè $\gamma_t = \gamma$ e $\alpha_t = \alpha$. Sotto certe condizioni quanto esposto può essere esteso anche al modello ECM che contempla reazioni di breve periodo asimmetriche. In particolare i risultati sono mantenuti per quegli *shock* che costantemente prevedano, lungo gli orizzonti temporali, solo ribassi o solo rialzi (sono pertanto da escludere lo *steepener* e il *flattener*).

Si indichi con k_h lo shock relativo al tasso forward alla *maturity* h : il tasso forward aggiustato per lo shock diviene quindi $f'_{t+h} = f_{t+h} + k_h$. Il PTR cumulato all'istante t relativo ad un profilo di shock è quindi definito come

$$\tau_t = \frac{r'_t - r_t}{k_t} \quad (2.14)$$

dove r'_t rappresenta il tasso bancario *post-shock*.

In Appendice (C) si dimostra che in assenza di errori $AR(1)$ vale la seguente formula ricorsiva

$$\tau_{t+h} = \tilde{k}_h \cdot \tau_{t+h-1}(1 + \theta) + \gamma \cdot (1 - \tilde{k}_h) - \tilde{k}_h \cdot \beta \cdot \theta \quad (2.15)$$

dove $\tilde{k}_h = k_{h-1}/k_h$ con $h = 0, 1, 2, \dots$ e $k_{-1} = 0$ per costruzione.

Per $h \rightarrow \infty$ otteniamo il PTR di lungo periodo. Dalla (2.15) abbiamo che

$$\tau_\infty = \gamma \cdot \frac{1 - \tilde{k}_\infty}{1 - \tilde{k}_\infty \cdot (1 + \theta)} - \theta \cdot \beta \frac{\tilde{k}_\infty}{1 - \tilde{k}_\infty \cdot (1 + \theta)}. \quad (2.16)$$

Se $\tilde{k}_\infty = 1$ allora $\tau_\infty = \beta$. In caso contrario la convergenza verso l'equilibrio di lungo periodo non è garantito.

In presenza di disturbi $AR(1)$ il PTR dipende oltre che dai parametri θ , γ e β anche dal parametro ρ cioè dall'indice di autocorrelazione. Come illustrato in appendice (C)

$$\begin{aligned} \tau_{t+h} = & \tilde{k}_h \cdot \tau_{t+h-1} (1 + \theta) + \rho \cdot \tilde{k}_h \cdot \left[\tau_{t+h-1} - \tilde{k}_{h-1} \cdot \tau_{t+h-2} (1 + \theta) \right] \\ & + \gamma \cdot \left[1 - \tilde{k}_h - \rho \cdot \tilde{k}_h \cdot (1 - \tilde{k}_{h-1}) \right] - \tilde{k}_h \cdot \beta \cdot \theta \cdot (1 - \rho \cdot \tilde{k}_{h-1}). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Il PTR di lungo periodo, che si ottiene per $h \rightarrow \infty$,

$$\tau_\infty = \gamma \cdot \frac{(1 - \tilde{k}_\infty)(1 - \tilde{k}_\infty \cdot \rho)}{1 - \tilde{k}_\infty \cdot [1 + \theta \cdot (1 - \rho)]} - \theta \cdot \beta \cdot \frac{\tilde{k}_\infty \cdot (1 - \tilde{k}_\infty \cdot \rho)}{1 - \tilde{k}_\infty \cdot [1 + \theta \cdot (1 - \rho)]} \quad (2.18)$$

converge all'equilibrio di lungo periodo, cioè $\tau_\infty = \beta$, per $\tilde{k}_\infty = 1$.

Ovviamente per $\rho = 0$, cioè i disturbi non sono autocorrelati, le equazioni (2.15) e (2.17) coincidono.

Gli *shock* regolamentari codificati dalle linee guida in tema di rischio tasso si applicano allo scenario di base della struttura a termine dei tassi di *risk-free*. Si indichi ora con $s(t)$ la curva dei rendimenti *spot* mentre sia $f(t)$ la curva dei tassi *forward* istantanei. È noto che

$$s(t) = \frac{1}{t} \cdot \int_0^t f(h) dh \quad (2.19)$$

da cui la relazione inversa

$$f(t) = s(t) + t \cdot \partial_t s(t). \quad (2.20)$$

Con $g(t)$ indichiamo la funzione *shock* applicabile alla curva spot mentre sia $s'(t) = s(t) + g(t)$ la curva post-*shock*. Dalla (2.20) si ottiene la funzione *forward* istantanea che incorpora lo *shock* $f'(t) = f(t) + k(t)$ con $k(t) = g(t) + t \cdot \partial_t g(t)$.

Utilizzando la corrispondente versione discreta delle relazioni fra tassi *spot* e *forward*, equazioni (2.19) e (2.20), passiamo in rassegna le caratteristiche degli *shock* regolamentari previsti dalla normativa in tema di rischio tasso.

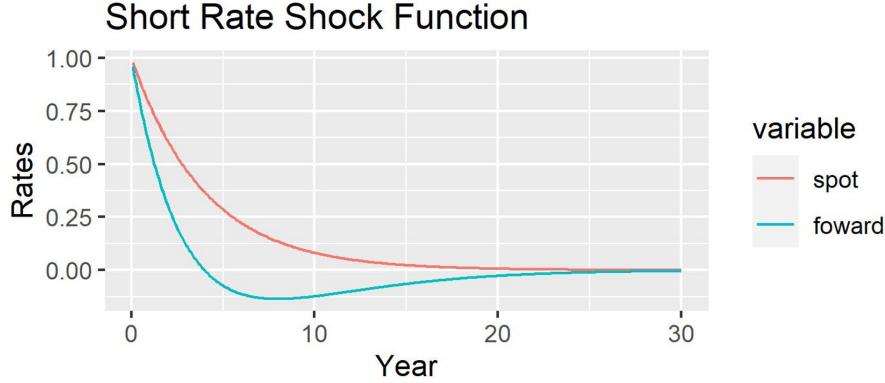
Gli *shock* paralleli prevedono una traslazione in alto/basso della curva dei rendimenti a scadenza dello scenario base i.e. $g_h = k$ dove k è una costante positiva o negativa (*parallel up/down*) che per le curve in divisa Euro assume un valore di ± 200 punti base (bps). Per costruzione la funzione *forward* istantanea post-*shock* rimane inalterata cioè $k_h = k$ e $\tilde{k}_h = 1$. Quindi la funzione PTR sui diversi orizzonti temporali si ottiene direttamente dalla (2.17) con $h > 0$

$$\tau_{t+h} = \tau_{t+h-1}(1 + \theta) + \rho \cdot [\tau_{t+h-1} - \tau_{t+h-2}(1 + \theta)] + \gamma - \beta \cdot \theta \cdot (1 - \rho) \quad (2.21)$$

dove per costruzione $\tau_{t-1} = 0$ e $\tau_t = \gamma$.

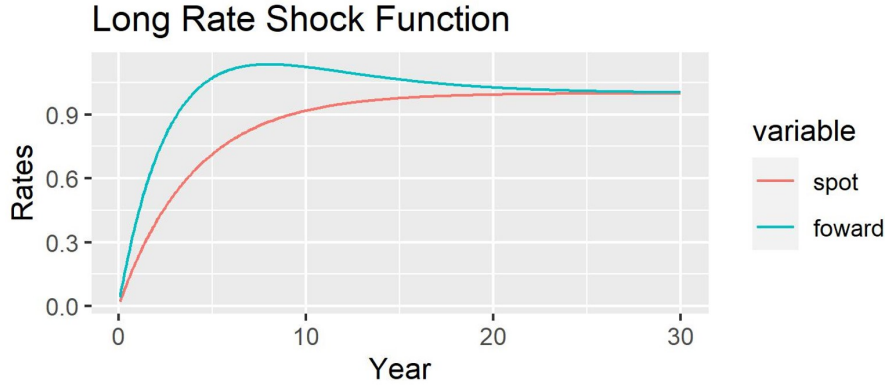
Per quanto riguarda gli *shock* di breve periodo $g_h = k \cdot e^{-c \cdot h}$, dove la costante k , sempre positiva o negativa (*short up/down*), assume un valore di ± 250 bps per le curve in divisa Euro mentre la costante c mantiene il valore 0.25. La versione discreta della (2.20), funzione *forward* istantanea, è quindi $k_h = g_h \cdot (1 - h \cdot c)$, in cui il segno non varia per i primi 4 anni. In Figura 2.1 è illustrato l'andamento post-*shock* delle curve *spot* e *forward*.

Figura 2.1: Short Rates Shock Function



La funzione che governa gli *shock* di lungo periodo é in termini relativi il complemento di quelli previsti nel breve periodo cioè $g_h = k \cdot (1 - e^{-c \cdot h})$ dove la costante k , sempre positiva o negativa (*long up/down*), assume un valore di ± 100 bps per le curve in divisa Euro (la costante c é sempre fissata a 0.25). La Figura 2.2 si riferisce alla mappe della curva a termine e della funzione *forward* istantanea $k_h = k \cdot [1 - e^{-c \cdot h} \cdot (1 - h \cdot c)]$.

Figura 2.2: Long Rates Shock Function



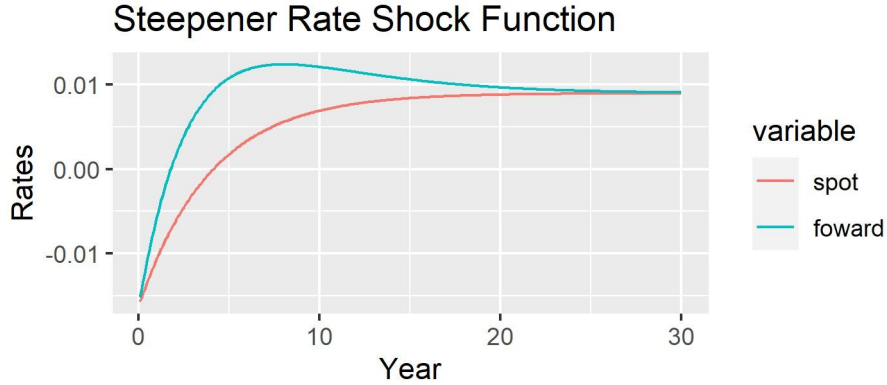
Per gli *shock* di lungo periodo $\tilde{k}_\infty = 1$ tale per cui $\tau_\infty = \beta$. Stesso risultato non é ottenibile per gli *shock* di breve periodo in quanto $\tilde{k}_\infty = e^c$: quindi teoricamente il sistema bancario non raggiunge mai l'equilibrio di lungo periodo β ma converge verso un asintoto diverso. D'altronde gli *short rates shocks* sono formulati per saggiare la reazione del sistema bancario nel breve periodo e non risulta di interesse analizzare la sensibilità verso orizzonti temporali lontani.

La normativa europea prevede inoltre l'adozione di altri due tipologie di *shock*: *steepener* e *flattener*. Lo *steepener* prevede un ribasso nel breve periodo e un rialzo nel lungo periodo ed è descritto dalla seguente funzione *shock* da applicare alla curva *risk-free* dello scenario base

$$g_h = -0.65 \cdot k_S \cdot e^{-c \cdot h} + 0.9 \cdot k_L \cdot (1 - e^{-c \cdot h}) = c_0 - c_1 \cdot e^{-c \cdot h} \quad (2.22)$$

dove $k_S = 250\text{bps}$, $K_L = 100\text{bps}$, $c_0 = 0.9 \cdot k_L$ e $c_1 = 0.65 \cdot k_S + c_0$ (i bps si riferiscono alle posizioni in Euro e $c = 0.25$). In figura 2.3 sono illustrati gli andamenti della funzione *shock* g_h , come definita dall'equazione (2.23), e della corrispondente *foward* istantanea $k_h = c_0 - c_1 \cdot e^{-c \cdot h} \cdot (1 - h \cdot c)$. Osserviamo che $g_h \leq 0$ per tutti quei valori di h che sono inferiori a circa 4 anni mentre $k_h \leq 0$ per $h < 1.75$ anni circa. Inoltre $\tilde{k}_\infty = 1$ e quindi nel lungo periodo il PTR si allinea all'equilibrio.

Figura 2.3: Steepener Rate Shock Function

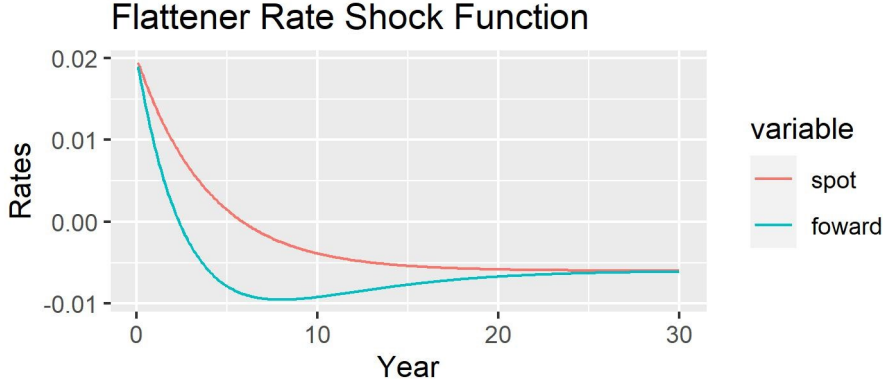


Il *flattener* ha una struttura funzionale diametralmente opposta allo *steepener*: rialzo nel breve periodo e ribasso nel medio e lungo periodo. La funzione di *shock* viene così definita

$$g_h = -0.8 \cdot k_S \cdot e^{-c \cdot h} - 0.6 \cdot k_L \cdot (1 - e^{-c \cdot h}) = d_0 - d_1 \cdot e^{-c \cdot h} \quad (2.23)$$

dove $d_0 = -0.6 \cdot k_L$, $d_1 = -0.8 \cdot k_S + d_0$ e $c = 0.25$. La funzione *foward* istantanea è quindi $k_h = d_0 - d_1 \cdot e^{-c \cdot h} \cdot (1 - h \cdot c)$. In Figura 2.4 la rappresentazione grafica delle due funzioni.

Figura 2.4: flattener Rate Shock Function



Osserviamo che $g_h \geq 0$ per valori di h inferiori a circa 6 anni mentre k_h è positivo per $h \leq 2.3$ anni. Anche in questo caso $\tilde{k}_\infty = 1$ e quindi $\tau_\infty = \beta$.

2.4 Inquadramento sul Sistema Bancario Italiano

Come anticipato nella parte introduttiva e nella sezione (2.2) dedicata alla parte metodologica, concludiamo questo capitolo sui modelli del PTR proponendo un'applicazione avente come oggetto il sistema bancario Italiano con il duplice obiettivo:

- di disporre di un **benchmark** di confronto rispetto ai risultati derivanti dalla stima del modello interno tale da poter affrontare un'analisi comparata e di posizionamento;
- di costruire un **modello satellite** utile in fase di specificazione del modello interno al fine di trasferire a livello banca (micro) i più significativi meccanismi che caratterizzano le tendenze macroeconomiche.

L'archivio dati è costituito dalle seguenti serie a frequenza mensile (Fonte BCE):

EONIA : media mensile di chiusura giornaliera del tasso Eonia (ante gennaio 2022) e del tasso Ester maggiorato di 8.5bps (post gennaio 2022); ¹

EURIBOR01M : media mensile di chiusura giornaliera del tasso Euribor 1 mese; ²

¹Eonia rate - Historical close, average of observations through period, Euro area (changing composition), Monthly: codice FM.M.U2.EUR.4F.MM.EONIA.HSTA; Euro short-term rate - Volume-weighted trimmed mean rate, Daily - businessweek: codice EST.B.EU000A2X2A25.WT

²Euribor 1-month - Historical close, average of observations through period, Euro area (changing composition), Monthly: codice FM.M.U2.EUR.RT.MM.EURIBOR1MD.HSTA

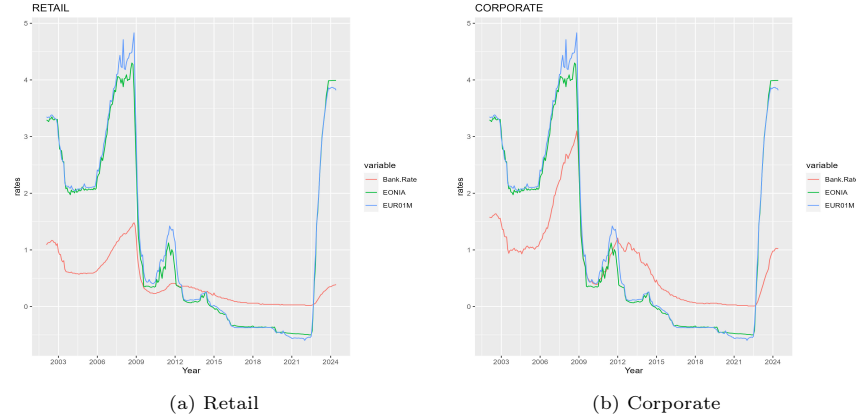


Figura 2.5: Tassi Praticati sui NMD dal Sistema Bancario Italiano

RETAIL-BANK : tassi effettivo annualizzato praticato sui NMD del segmento *Retail*; (Famiglie ed istituzioni senza scopo di lucro al servizio delle famiglie) ³

CORPORATE-BANK : tassi effettivo annualizzato praticato sui NMD del segmento *Corporate* (società non finanziarie). ⁴

Nei dati di sistema pubblicati dalla Banca Centrale non si fa menzione delle modalità di formazione del tasso cioè non è possibile distinguere i NMD indicizzati dalle poste vischiose. Pertanto i risultati che presentiamo si riferiscono alla specificazione di un modello unico per il quale il PTR istantaneo o di brevissimo periodo (*overnight* / 1 mese) è influenzato dai meccanismi automatici di revisione del tasso e dalle contrattazioni banca-cliente mentre le manovre di riprezzamento mediante MUC delle poste vischiose iniziano ad incidere sul PTR nei successivi orizzonti temporali (2 mesi ed oltre).

In Figura (2.5a) sono rappresentate gli andamenti delle serie dei tassi di mercato (EONIA/EURIBOR01M) e dei tassi praticati sui NMD del segmento *Retail* mentre in Figura (2.5b) l'analisi grafica si concentra sul segmento *Corporate*. Il periodo storico preso in esame va da gennaio 2002 (entrata del sistema monetario unico Euro) fino a febbraio 2024.

Come da aspettativa, i tassi di mercato di breve periodo EONIA/ESTER (*Overnight rates*) ed Euribor 1 mese hanno un andamento molto simile e si muovono nella stessa direzione in modo del tutto parallelo: pertanto, onde evitare problemi legati alla collinearità fra i regressori che si può riscontrare nella stima

³Bank interest rates - overnight deposits from households - Italy, Italy, Monthly: codice MIR.M.IT.B.L21.A.R.A.2250.EUR.N

⁴Bank interest rates - overnight deposits from corporations - euro area, Euro area (changing composition), Monthly: codice MIR.M.U2.B.L21.A.R.A.2240.EUR.N

della causalità alla Granger ⁵ fra tassi di mercato e tassi praticati sui NMD è sufficiente considerare solo uno dei due fattori (EONIA o Euribor 1 mese) . In questo lavoro, consideriamo come unico fattore di mercato l'Euribor 1 mese ($f = EURIBOR01M$).

In Tabella (2.1) sono illustrati i risultati del test di *Dickey-Fuller* (con *drift* e senza *drift*) per sottoporre a verifica l'ipotesi di radice unitaria sulle singole serie (fra parentesi i p-value): empiricamente sembra avvalorata l'ipotesi dell'esistenza di un *trend* deterministico e stocastico cioè le serie analizzate sono tali da non rifiutare la tesi di non stazionarietà.

Variabile	DF (no drift)	DF (with drift)
EUR01M	-0.28 (0.56)	-0.48 (0.87)
RETAIL-BANK	-2.12 (0.03)	-1.78 (0.41)
CORPORATE-BANK	-1.11 (0.28)	-1.14 (0.64)

Tabella 2.1: Risultati test *Dickey-Fuller* per le serie dei tassi bancari sui NMD (*Retail* / *Corporate*) ed Euribor 1 mese (fra parentesi i P-VALUE).

Il test di cointegrazione di Engle-Granger di Tabella (2.2) sono tali da non rifiutare ad un livello di significatività inferiore all'1% l'ipotesi nulla H_0 : "le serie non sono cointegrate": empiricamente quindi non si esclude una relazione di lungo periodo fra i tassi di remunerazione dei NMD e il tasso di mercato (Euribor 1 mese) che motiva la specificazione di un modello ECM.

Variabile	Statistica EGC	p-value
RETAIL-BANK	-12.38	≤ 0.01
CORPORATE-BANK	-09.19	≤ 0.01

Tabella 2.2: Risultati EGC per i tassi praticati sui NMD (*Retail/Corporate*) contro il tasso di breve periodo Euribor 1 mese.

Nelle Tabelle (2.3) e (2.4) vengono esposti, rispettivamente per il segmento *retail* e *corporate*, i risultati della stima del modello ECM, equazione (2.11a). In generale le stime robuste dei parametri sono significative quindi i modelli stimati empiricamente descrivono con efficacia il fenomeno oggetto di studio ma dalla diagnostica emerge la presenza di persistenza degli errori: sia per il segmento *retail* che per il *corporate* la statistica Durbin-Watson è tale da non rifiutare l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione del prim'ordine ($DW-retail=1.69$ con $p-value=0.00$ e $DW-corporate=1.43$ con $p-value=0.00$). Merita notare come la persistenza sembra manifestarsi con un intensità più marcata nel segmento *corporate*: il coefficiente abbinato alla variabile ritardata dei tassi praticati sui NMD (r_{t-1}) è pari all'unità cioè il sistema bancario non apporta nessun tipo di aggiustamento verso l'equilibrio ($\hat{\theta} = 0$) riproponendo in modo speculare il tasso praticato nel periodo precedente ed ogni tipo di reazione al mercato

⁵Nell'ambito dell'analisi delle serie storiche, la causalità alla Granger è un test per saggiare se una variabile X è utile per predire Y (vedi Granger [1969]). Da non confondere con il concetto di causalità introdotto in studi separati da D. Rubin e J. Pearl.

sarebbe concentrata nel brevissimo periodo. È abbastanza ragionevole pensare che rispetto a tale segmento il sistema bancario presenti una maggiore sensibilità ma certamente è inverosimile pensare che vi sia un'immediatezza così spiccata senza presentare nessun tipo di frizione.

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
<i>Intercetta</i>	-0.003290	0.0042316	-0.7775	0.4375673
D_{t-1}	0.007281	0.0045880	1.5870	0.1137174
r_{t-1}	0.983828	0.0139533	70.5085	< 2.2e-16
f_{t-1}	0.008808	0.0040154	2.1936	0.0291476
Δf_t^+	0.057245	0.0168986	3.3875	0.0008145
Δf_t^-	-0.220342	0.0340512	-6.4709	4.816e-10

Tabella 2.3: Stima del modello ECM per il segmento *retail* ($\text{adj}R^2=0.99$ - DW=1.69[p-value=0.00]).

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
<i>Intercetta</i>	-0.001414	0.012211	-1.1591	0.2474
D_{t-1}	0.018182	0.014560	1.2488	0.2128
r_{t-1}	1.001022	0.008206	121.9870	<2e-16
f_{t-1}	0.014162	0.006921	2.0460	0.041761
Δf_t^+	0.168016	0.047246	3.5561	0.0000
Δf_t^-	-0.503619	0.082535	-6.1019	0.0000

Tabella 2.4: Stima del modello ECM per il segmento *corporate* ($\text{adj}R^2=0.99$ - DW=1.43[p-value=0.00]).

Seguendo il suggerimento emerso dal test di autocorrelazione nelle tabelle (2.5) e (2.6) proponiamo i risultati delle stime assumendo che i disturbi seguono un processo $AR(1)$. Tenendo in considerazione della persistenza degli errori che il sistema bancario mette in atto durante la fase di reazione istantanea e di aggiustamento verso l'equilibrio, i coefficienti della regressione aggiustati hanno un'interpretazione più in linea con la teoria economico/finanziaria che sottende la specificazione di un modello ECM. Facendo riferimento in particolare al segmento *corporate* il parametro abbinato a r_{t-1} è inferiore ad 1 mentre cambia in modo piuttosto consistente la stima del PTR di breve periodo per gli scenari al ribasso passando da -0.50 a -0.34 (l'indice di correlazione dei residui in tale segmento è circa 0.52 mentre per il *retail* è pari a 0.20). L'introduzione della persistenza degli errori descrive in modo più realistico il comportamento del sistema bancario spostando l'intensità di reazione dal brevissimo periodo verso un'orizzonte più lungo introducendo il meccanismo di aggiustamento ($\hat{\theta} \cdot [1 - \hat{\rho}] = -0.019$). Da notare come le stime dell'intercetta e della variabile dummy ritardata D_{t-1} sono non significativamente diverse da zero. Da analisi approfondite dei residui fatte separatamente, che per semplicità non illustriamo in questo contesto, è emerso che la non significatività statistica dei parametri oggetto di discussione è principalmente da ascrivere a fenomeni di eteroschedasticità autoregressiva.

Pertanto preferiamo mantenere la specificazione di una *dummy* che ci consente di stimare *spread* differenziati in base al segno dei tassi di mercato.

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
<i>Intercetta</i>	-0.001457	0.003937	-0.370	0.7117
D_{t-1}	0.007024	0.003966	1.771	0.0777
r_{t-1}	0.971944	0.011226	86.577	<2e-16
f_{t-1}	0.011278	0.002995	3.766	0.0002
Δf_t^+	0.043719	0.015529	2.815	0.0052
Δf_t^-	-0.199021	0.065834	-3.023	0.0027

Tabella 2.5: Stima del modello ECM per il segmento *retail* assumendo che i disturbi seguono un processo $AR(1)$ ($\text{Adj}R^2=0.99$ e $\hat{\rho}=0.20$)

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
<i>Intercetta</i>	-0.001164	0.014609	-0.080	0.9365
D_{t-1}	0.013382	0.012732	1.051	0.2942
r_{t-1}	0.959181	0.023606	40.634	<2e-16
f_{t-1}	0.029362	0.009010	3.259	0.0013
Δf_t^+	0.128013	0.055079	2.324	0.0209
Δf_t^-	-0.345320	0.082090	-4.207	0.0000

Tabella 2.6: Stima del modello ECM per il segmento *retail* assumendo che i disturbi seguono un processo $AR(1)$ ($\text{Adj}R^2=0.98$ e $\hat{\rho}=0.52$)

Per quanto riguarda il segmento *retail*, tabella (2.7), le stime robuste dei parametri risultano nella sua completezza significativamente diverse da zero. Lo *spread* in regime di tassi positivi assume segno negativo (-0.05) mentre per fasi storiche con tassi di mercato negativi lo *spread* ha valore positivo pari a circa 0.19 (-0.051 + 0.250). Come accennato nel paragrafo dedicato all'introduzione metodologica, la specificazione di una relazione di lungo periodo con *spread* differenziati cerca di catturare fenomeni che si invertono in base al segno dei tassi di mercato. In particolare, quando i tassi sono positivi le famiglie che detengono i propri risparmi sui conti a vista sono disposti a pagare un premio di liquidità cioè subiscono uno *spread* negativo pur di mantenere le somme estremamente liquide anziché investirle in depositi vincolati anche di breve scadenza (1 mese). Dall'altra parte sul mercato bancario italiano si è diffusa la pratica di non applicare tassi nominali negativi sui conti correnti: in sostanza le banche vendono implicitamente un'opzione *floor* con *strike* 0%. Pertanto, come è possibile osservare dal grafico (2.5a), durante la fase storica di tassi negativi emerge il formarsi di uno *spread* positivo. Il PTR di lungo periodo è stimato circa intorno a 0.40 cioè ad ogni variazione di 100bps dei tassi di mercato il sistema bancario tende a rettificare il proprio equilibrio di lungo periodo di circa 40bps. La velocità di aggiustamento graduale verso l'equilibrio (parametro di *mean reverting*) è pari

a -0.022 ($-0.028 \cdot [1 - 0.20]$) cioè se la distanza tra il tasso attuale sui NMD e l'equilibrio è di circa -100bps il sistema tende a muoversi nel suo percorso di assestamento per 2.2bps mensili ⁶. Il PTR istantaneo è asimmetrico cioè differenziato in base al segno della variazione dei tassi di mercato: a fronte di uno scenario al rialzo *overnight* di 100bps il sistema bancario si muove verso una revisione immediata di circa 4bps mentre in situazioni di ribasso *overnight* di -100bps il riprezzamento è di circa -19.9bps . Ipotizzando equiprobabilità dei possibili scenari (50% per il rialzo e il ribasso) il PTR relativo al *baseline* è di circa 0.11 .

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
α_P	-0.051924	0.14834473	0.3500255	0.7263
α_N	0.250367	0.16477453	1.5194542	0.1286
θ	-0.028056	0.01122636	2.4991385	0.0244
β	0.401996	0.08914467	4.5094767	0.0000
γ_P	0.043719	0.01552877	2.8153358	0.0004
γ_N	-0.199021	0.06583419	3.0230702	0.0002

Tabella 2.7: Stima parametri modello di equilibrio di lungo periodo e dinamica di breve periodo per il segmento *retail*

In tabella (2.8) sviluppiamo mediante calcolo numerico ⁷ i PTR su diversi orizzonti temporali di breve periodo (≤ 12 mesi). Le intensità di reazione del sistema bancario sono differenziate rispetto alla tipologia (rialzo/ribasso) e alla vivacità dello shock applicato. In generale emerge una maggiore reattività di breve periodo ed un aggiustamento più rapido per scenari al ribasso. Infatti, il PTR al 12-esimo mese per lo *short-down* è 36bps contro 8bps stimato per lo *short-up* mentre in caso di *long-down* è 22bps contro 11bps per il *long-up*. Per *shock* paralleli abbiamo un PTR di 25bps in caso di ribasso e 14bps per il rialzo. Data la severità dello *steepener* il PTR ad un anno è piuttosto consistente 53bps superando addirittura l'equilibrio di lungo periodo $\beta=0.50$. Anche se attraverso un moto campanulare la convergenza verso l'equilibrio è comunque garantita come dimostrato nella sezione (2.3). Infine, il *flattener*, data la sua natura di rialzo nel breve e ribasso nel lungo, genera un PTR ad un anno piuttosto esiguo (5bps).

Esaminando il segmento *corporate*, grafico (2.5b), emerge che durante il periodo antecedente la negatività dei tassi di mercato (2012-2014) ⁸ caratterizzato

⁶Come dettagliatamente descritto nella sezione (2.1) in presenza di errori autocorrelati le variazioni dei tassi di remunerazione dei NMD non sono legati solo alla reazione istantanea e all'aggiustamento graduale ma dipendono anche dai movimenti che si sono osservati al periodo precedente: meccanismo del tutto in linea di fronte a fenomeni di persistenza degli errori che gli agenti mettono atto nella loro funzione economico/sociale.

⁷In sezione (2.3) è stata illustrato, in un contesto semplificato, cioè ipotizzando un modello ECM di base, gli aspetti formali relativi allo sviluppo del PTR rispetto a diversi orizzonti temporali. Con l'introduzione di reazioni istantanee asimmetriche le regole esposte non sono estendibili a *shock* non monotoni: in particolare *steepener* e *flattener*. Pertanto, i risultati di tabella (2.7) e quelli che seguiranno sono ottenuti mediante valutazione numerica.

⁸La BCE ha fissato per la prima volta nella storia il *deposit rate* a -0.1% a partire da giugno

Mesi	s.u.	s.d.	l.u.	l.d.	stp.	flt.	p.u.	p.d.
1	0.0475	0.2112	0.0634	0.1990	0.2151	0.0458	0.0537	0.2047
3	0.0551	0.2364	0.0736	0.2048	0.2506	0.0488	0.0730	0.2156
6	0.0665	0.2763	0.0885	0.2132	0.3154	0.0522	0.0999	0.2308
12	0.0889	0.3662	0.1172	0.2295	0.5362	0.0507	0.1473	0.2577

s.u.=Short-up, s.d.=Short-down, l.u.=Long-up, l.d.=Long-down, stp.=Steeper, flt.=Flattener, p.u.=Parallel-up, p.d.=Parallel-down

Tabella 2.8: Pass-Through Rate - clienti Retail

da una repentina caduta, il sistema bancario italiano non ha messo in atto una reattiva risposta ma ha avuto un atteggiamento di riduzione piuttosto graduale. La politica monetaria condotta dalla Banca Centrale, introducendo una remunerazione negativa dei depositi, aveva come obiettivo l'espansione del credito: le banche anziché depositare i propri capitali presso BCE pagando un interesse venivano incentivate verso investimenti alternativi tipici della propria funzione economico/sociale cioè prestare risorse finanziarie accollandosi il rischio di credito. Tale scenario ha in generale diffuso, almeno in una fase iniziale di transizione, un clima di incertezza mettendo in discussione l'assunto principe su cui si basano le teorie economiche/finanziarie classiche⁹. In tale contesto storico si è venuto a formare uno *spread* positivo fra i tassi di remunerazione dei NMD e i tassi di mercato: quest'ultimi erano positivi ma in forte ribasso. Sembra che il sistema bancario di fronte ad uno scenario piuttosto insolito, che configurava la diffusione di generale incertezza, abbia preferito porsi in modo cautelativo pagando al segmento *corporate* un premio rispetto al mercato al fine di evitare una migrazione dei volumi di raccolta¹⁰. Quanto descritto è in controtendenza con quanto ipotizzato nella sezione (2.2), infatti dalla tabella (2.9) si evince come tale andamento osservato nel periodo 2012-2014 non abbia alterato il segno dei parametri degli *spread* ma piuttosto abbia avuto una conseguenza in termini statistici sulla variabilità delle stime: in particolare sulla significatività del parametro legato allo *spread* in regime di tassi positivi che si assesta a -0.02. In situazione di tassi negativi lo *spread* è stimato a circa 0.3 ($= -0.02 + 0.32$). Il PTR di lungo periodo è di circa 0.71 cioè una variazione di 100bps dei tassi di mercato causa in termini predittivi una variazione di 71bps sui tassi di medio

2014. Seguiranno ulteriori riduzioni -0.2% da settembre 2014, -0.3% da dicembre 2015, -0.4% da marzo 2016; -0.5% da settembre 2019.

⁹Il postulato del rendimento del denaro formulato da De Finetti asserisce che *il prezzo di un'operazione consistente nel differire il termine di un credito (o anticipare quello di un debito) è negativo (inversamente, quindi, per anticipare il termine di un credito o differire quello di un debito) il prezzo è positivo*. Come sottolineato dallo stesso autore, detto assunto costituisce un'evidenza storica, più che una necessità vera e propria; può difatti configurarsi la situazione in cui non sia conveniente per un soggetto accettare un determinato ammontare di denaro e impegnarsi a restituirlo dopo un certo periodo di tempo accresciuto degli interessi. Se si prende in considerazione l'ipotesi in cui nessun operatore economico abbia la reale necessità di chiedere a prestito una somma di denaro, l'interesse negativo è rappresentativo del costo pagato da un operatore a un soggetto terzo per la custodia del denaro stesso.

¹⁰Atteggiamenti simili non sembrano emergere per il segmento *retail*: verosimilmente i più alti premi di liquidità che sono disposti a pagare le famiglie hanno smorzato tale fenomeno.

e lungo periodo praticati dal sistema bancario sui NMD. Come accennato in precedenza, l'aggiustamento verso l'equilibrio é stimato a circa -0.022 cioè se la distanza fra l'equilibrio di lungo periodo e i tassi di remunerazione dei NMD é di circa -100bps, tipicamente riscontrabile in scenari di ribasso, il sistema si aggiusta per circa 2bps al mese. Il PTR istantaneo é asimmetrico e dipende dalla tipologia di scenario: in caso di rialzo il sistema bancario si muove 12bps per ogni variazione positiva di 100bps dei tassi di mercato mentre in situazioni di ribasso il sistema bancario mette in atto una reazione piú vigorosa che si assesta a circa 34bps per ogni riduzione di 100bps sul mercato.

Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
α_P	-0.028522	0.36949277	0.07719237	0.9384
α_N	0.327840	0.41955007	0.78140845	0.4345
θ	-0.040819	0.02360558	1.72921747	0.0837
β	0.719320	0.25995906	2.76705075	0.0005
γ_P	0.128013	0.05507865	2.32418631	0.0020
γ_N	-0.345320	0.08208996	4.20660951	0.0000

Tabella 2.9: Stima parametri modello di equilibrio di lungo periodo e dinamica di breve periodo per il segmento *corporate*

In tabella (2.10) sono illustrati i PTR di breve periodo stimati su diversi orizzonti temporali entro i 12 mesi. Le intensità in termini di velocità di aggiustamento graduale sono differenziate in base alle caratteristiche degli *shock*. Per scenari al rialzo i PTR al 12-esimo mese si assestano intorno al 30bps sia che questi si concentrino nel breve periodo sia che questi insitano sul lungo periodo: 31bps *short-up*, 27bps *long-up* e 28bps *flattener*. Per rialzi paralleli il PTR ad un anno invece si assesta a 36bps (*parallel-up*). Per scenari al ribasso si registrano PTR piú sostenuti: se riguardano il breve periodo *short-down* il PTR é stimato a 65bps mentre se si riferiscono al lungo periodo si registrano PTR di 42bps e 49bps rispettivamente per il *long-down* e *parallel-down*. Situazione particolare emerge nel caso del *steepener* per il quale si stima al 12-esimo mese un PTR di circa 91bps che supera l'equilibrio di lungo periodo 71bps: questo dipende strettamente dalla struttura funzionale che caratterizza questo scenario di ribasso che risulta essere molto servero nel breve periodo. Comunque come dimostrato nella sezione (2.3) per lo scenario *steepener* é garantita nel lungo periodo la convergenza verso l'equilibrio anche se attraverso un percorso altalenante.

2.5 Conclusioni

Concludiamo questa sezione del manoscritto riguardante la stima del PTR facendo un punto della situazione dell'attuale metodologia proposta e mettendo in campo alcune riflessioni sulle successive versioni. Ripercorrendo la lettura proposta sia a livello accademico che a livello delle autorità monetarie é stato proposto un modello a Correzione di Errore (ECM) che studia la relazione di

Mesi	s.u.	s.d.	l.u.	l.d.	stp.	flt.	p.u.	p.d.
1	0.1280	0.3700	0.1556	0.3453	0.3756	0.1412	0.1521	0.3605
3	0.1438	0.4199	0.1795	0.3607	0.4407	0.1675	0.1975	0.3892
6	0.2222	0.4959	0.2139	0.3828	0.5542	0.2066	0.2588	0.4280
12	0.3159	0.6566	0.2775	0.4236	0.9137	0.2867	0.3607	0.4925

s.u.=Short-up, s.d.=Short-down, l.u.=Long-up, l.d.=Long-down, stp.=Steeper, flt.=Flattener, p.u.=Parallel-up, p.d.=Parallel-down

Tabella 2.10: Pass-Through Rate - clienti Corporate

lungo periodo e la dinamica di breve periodo fra i tassi praticati sui NMD e i tassi di mercato di breve periodo, sezione (2.2). La metodologia consente di stimare (1) uno *spread* differenziato in base al regime di tassi di interesse (negativi/positivi) (2) un effetto asimmetrico in base allo scenario (rialzo/ribasso). Introducendo disturbi *AR* (1) è possibile catturare la persistenza degli errori che il sistema bancario mette in atto durante il percorso di aggiustamento. Come evidenziato nella sezione (2.4) dedicata allo studio empirico avente come oggetto il sistema bancario italiano una non corretta specificazione del modello che non esamina la persistenza può causare una sovrastima del PTR di breve periodo non mettendo in evidenza quel ragionevole meccanismo di frizione tipico del mercato all'ingrosso. Soprattutto per il segmento *corporate* il PTR di breve periodo passa da 0.5 a 0.34 in caso di ribasso dei tassi di mercato.

Come sottolineato nella sezione (2.2), è piuttosto ragionevole pensare che il graduale avvinamento verso il lungo periodo non sia simmetrico ma bensì assuma intensità e tempistiche diverse in base al fatto che lo stato attuale dei tassi si trovi al sotto oppure al di sopra dell'equilibrio. È auspicabile riuscire ad implementare algoritmi che siano in grado di stimare il parametro di ritorno alla media facendo emergere il fenomeno latente dell'asimmetria di aggiustamento.

Da analisi condotte separatamente in merito alla diagnostica degli errori sembra emergere sia fenomeni di autocorrelazione che eteroscedasticità. L'eteroscedasticità dei residui influenza in modo particolare la varianza delle stime e quindi i classici test di significatività dei coefficienti: nel presente contesto sono state utilizzate le stime robuste di White (vedi White [1980] per le stime consistenti della matrice delle varianze e covarianza). In questo ambito risulta interessante apportare ulteriori approfondimenti specificando dei meccanismi di autocorrelazione e eteroscedasticità autoregressiva cioè modelli ARCH (*Autoregressive Conditional heteroskedasticity*) e/o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), vedi Engle [1982] e Bollerslev [1986].

Il modello ECM implementato ha come obiettivo principale quello di catturare le dinamiche di reazione del sistema bancario a fronte di variazione dei tassi di mercato. Come sottolineato da Castagna and Scaravaggi [2017] e Ficura and Witzany [2023] ci sono anche altri fattori rilevanti che potrebbero influenzare sia la reazione immediata che il meccanismo di aggiustamento. I fattori macroeconomici legati all'economia reale potrebbero influenzare in modo rilevante il comportamento dei risparmiatori (*retail* e *corporate*) magari facendo cambiare le preferenze degli attori economici in merito ai premi di liquidità che sono disposti

a pagare per detenere quelle risorse finanziarie sui NMD. Inoltre il clima di fiducia che nutre l'industria bancaria e in generale il sistema economico potrebbero essere delle determinanti importanti del PTR: quindi l'introduzione di variabili esplicative come PD-implicite estraibili dai CDS e *spread* BTP/BOUND potrebbero risultare utili per isolare tale tipologia di fenomeni. Altro tema che potrebbe essere rilevante sia a livello di singolo ente che a livello di sistema è il grado di concorrenza che si viene a creare nelle singole piazze: elemento questo che è sollecitato anche nella normativa tecnica in tema di rischio tasso.

Capitolo 3

Modello dei Volumi

Il modello dei volumi ha l'obiettivo di rappresentare la *maturity* delle poste a vista, evidenziando in modo più realistico il grado di persistenza degli aggregati. Abbandonando l'assunzione che gli strumenti senza scadenza contrattuale abbiano una scadenza a vista, il modello dei volumi ha come obiettivo di descrivere un profilo di ammortamento virtuale progressivo e graduale rispetto all'orizzonte di detenzione dei capitali (*holding period*). Quindi l'analisi consiste nel trasformare l'ammontare dei NMD in un portafoglio di poste a scadenza.

3.1 Modello dei Volumi

Si ipotizza che la serie storica dei volumi di raccolta V_t sia scomponibile in logaritmo nella somma di una componente stocastica s_t (stabile) e un disturbo, ovvero

$$v_t = \log(V_t) = s_t + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t \quad (3.1)$$

dove ϵ_t è un WN e σ_ϵ^2 è la varianza.

Si assume che s_t segua un processo *mean-reverting* di Ornstein-Uhlenbeck, cioè

$$ds_t = \theta \cdot (\mu - s_t) \cdot dt + \sigma_s \cdot dw_t \quad (3.2)$$

dove μ è la media di lungo periodo, $\theta > 0$ è il tasso di avvicinamento alla media, σ_s è la volatilità istantanea mentre $dw_t \sim N(0, dt)$ è un processo di Wiener ¹.

Per $t > h$, si dimostra che

$$s_t | s_h \sim N(\mu_{t-h}, \sigma_{t-h}^2) \quad (3.3)$$

dove

$$\begin{aligned} \mu_{t-h} &= E(s_t | s_h) = s_h \cdot e^{-\theta \cdot (t-h)} + \mu \cdot [1 - e^{-\theta \cdot (t-h)}], \\ \sigma_{t-h}^2 &= V(s_t | s_h) = \frac{\sigma_s^2}{2\theta} [1 - e^{-2\theta \cdot (t-h)}]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

¹Un processo di Wiener, noto anche come moto browniano, è un processo stocastico gaussiano definito in tempo continuo ad incrementi indipendenti.

Pertanto, fissato un punto di partenza s_0

$$s_t \sim N(\mu_t^*, \sigma_t^2) \quad (3.5)$$

dove $\mu_t^* = E(s_t) = \mu_0 \cdot e^{-\theta \cdot t} + \mu \cdot (1 - e^{-\theta \cdot t})$ con $\mu_0 = E(s_0)$.

Nel tempo discreto con punti di osservazioni equidistanti fra loro con lunghezza δ (nel nostro caso $\delta = 1/12$, osservazioni mensili), il processo di Ornstein-Uhlenbeck, equazione (3.3), può essere rappresentato come un $AR(1)$ stazionario cioè

$$s_t = \alpha + \beta \cdot s_{t-\delta} + \sigma_w \cdot w_t \quad (3.6)$$

dove w_t è un WN e

$$\begin{aligned} \alpha &= \mu \cdot (1 - e^{-\theta \cdot \delta}) \\ \beta &= e^{-\theta \cdot \delta} \\ \sigma_w^2 &= \frac{\sigma_s^2}{2 \cdot \theta} (1 - e^{-2 \cdot \theta \cdot \delta}). \end{aligned} \quad (3.7)$$

La stazionarietà è garantita dal fatto che per ogni $\theta > 0$ il valore di β è sempre inferiore all'unità ².

Invertendo la (3.7) si ottiene la parametrizzazione originaria del processo di Ornstein-Uhlenbeck cioè

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\alpha}{1 - \beta} \\ \theta &= -\frac{1}{\delta} \cdot \log \beta \\ \sigma_s^2 &= -\log \beta \cdot \frac{2 \cdot \sigma_w^2}{\delta \cdot (1 - \beta^2)}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Il processo che governa la componente stabile può anche essere rappresentato in termini di scarto rispetto al suo valore atteso cioè $\bar{s}_t = s_t - \mu$. Pertanto l'equazione (3.6) può essere riscritta come segue

$$\bar{s}_t = \beta \cdot \bar{s}_{t-\delta} + \sigma_w \cdot w_t. \quad (3.9)$$

Quindi, il modello per l'analisi della componente stabile dei volumi di raccolta ha una rappresentazione in termini di *Dynamic Factor Analysis* (DFA) che prevede la specificazione di un'equazione di stato (3.9), e un'equazione di misurazione, ovvero la (3.1).

Al fine di rendere stimabile il modello DFA specificato, si pone il parametro non noto μ (valore atteso del processo di Ornstein-Uhlenbeck) pari al logaritmo

²Come accennato nella sezione (2.1) per avere una stazionarietà è necessario porre anche alcune condizioni sul punto di partenza del processo: in particolare $\mathbb{E}[s_0] = \alpha / (1 - \beta) = \mu$ e $\mathbb{V}[s_0] = \sigma_w^2 / (1 - \beta^2)$.

della media geometrica dei NMD cioè $\mu = \bar{v}$ dove \bar{v} è la media dei logaritmi dei volumi ³

Le stime MLE dei parametri $\{\beta, \sigma_w, \sigma_\epsilon\}$ sono ottenute mediante l'impiego dell'algoritmo iterativo *Expectation Maximization* EM introdotto da Dempster et al. [1977]. Per un'approfondita lettura sull'argomento della stima dei modelli DFA mediante l'algoritmo EM si invita il lettore a consultare Holmes et al. [2012], Holmes et al. [2020] e Holmes et al. [2023].

Lo *step-E* dell'algoritmo EM prevede nello specifico l'applicazione del Filtro di Kalman e dello Smoothing per ottenere la distribuzione di probabilità a posteriori della componente stabile condizionata allo storico dei volumi di raccolta. Quindi, al raggiungimento della convergenza dell'algoritmo si ottiene che $\hat{s}_T - \mu \sim N(\hat{\pi}_T, \hat{\delta}_T^2)$ dove T è l'istante ultimo della serie storico mentre $\hat{\pi}_T$ e $\hat{\delta}_T^2$ è l'*output* del Filtro di Kalman.

Seguendo un approccio *VaR-like*, il volume di raccolta al tempo T è diviso in due componenti: stabile e volatile. Stabilito un livello di significatività pari a ζ , l'estremo inferiore dell'intervallo di confidenza di ordine $1 - \zeta$ quantifica il valore precauzionale in termini logaritmici della componente stabile espressa rispetto alla media di lungo periodo

$$\tilde{s}_T - \mu = \hat{\pi}_T + \hat{\delta}_T \cdot q_\zeta \quad (3.10)$$

dove $q_\gamma < 0$ rappresenta il quantile di ordine ζ di una distribuzione normale standard.

Considerando l'anti-logaritmo della (3.10), si ottiene la componente stabile della raccolta a vista, scalata rispetto alla media di lungo periodo del processo di Ornstein-Uhlenbeck (la media geometrica storica dei volumi di raccolta). Quindi la componente stabile espressa in termini percentuali rispetto ai volumi di raccolta all'istante T si ottiene come segue

$$\mathbf{b}_T = \frac{e^{\tilde{s}_T - \mu}}{e^{v_T - \bar{v}}} = e^{\tilde{s}_T - v_T} = \frac{e^{\tilde{s}_T}}{V_T}. \quad (3.11)$$

Per definizione la percentuale della componente volatile si ottiene prendendo il complemento della (3.11), cioè $\mathbf{l}_T = 1 - \mathbf{b}_T$.

Per la sola componente stabile si stabilisce quindi un profilo di persistenza in termini di volumi minimi probabili (*Minimum Probability Amount*, **mpa**) che rappresenta la quantità **statisticamente certa** essere presente il prossimo mese. Fissato un periodo di detenzione H (*holding period*), condizionatamente al campione osservato e alla componente stabile logaritmica $\tilde{s}_T - \mu$, gli **mpa** _{$T+h$} ,

³Altra possibile alternativa per rendere il sistema identificabile è quella di porre $\theta = 0$ e senza perdere in generalità $\mu = 0$: in tal caso il processo di cui all'equazione (3.2) coincide con un processo di Wiener la cui versione nel tempo discreto sarebbe rappresentata da un RW cioè $\beta = 1$ ed $\alpha = 0$ nell'equazione (3.6). Con questa impostazione si assume che la componente stabile sia goverata da un *trend* stocastico. Al fine di facilitare la convergenza degli algoritmi iterativi di stima è buona pratica traslare la variabile dipendente rispetto al proprio baricentro (media) cioè $v_t - \bar{v}$. In tal caso anche la componente stabile deve essere interpretata rispetto alla media dei logaritmi dei volumi.

con $h = 1, 2, \dots, H$ sono ottenuti direttamente dall'applicazione del filtro di Kalman utilizzato ai fini previsionali (*forecasting*) cioè

$$\mathbf{mpa}_{T+h} = e^{\tilde{s}_{T+h} - \mu} \quad (3.12)$$

dove

$$\tilde{s}_{T+h} - \mu = \hat{\beta} \cdot (\tilde{s}_{T+h-1} - \mu) + \hat{\sigma}_w \cdot q_\gamma. \quad (3.13)$$

Quindi, la quota ritirabile é ottenuta come differenza fra i volumi minimi probabili di istanti contigui ovvero $C_h = \mathbf{mpa}_{T+h-1} - \mathbf{mpa}_{T+h}$ che può essere espressa in termini percentuali rispetto all'ammontare della raccolta all'istante T , cioè $QC_{T+h} = C_h/V_T$. Infine, la parte percentuale residuale $1 - \mathbf{1}_t - \sum_{h=1}^H QC_h$ viene poi ripartita uniformemente per tutto il periodo di detenzione virtuale (escludendo la componente volatile). Le quote ritirabili ad ogni istante del periodo di detenzione rappresentano le quote capitali dell'ammortamento virtuale del volume di raccolta a vista che profila il rischio di liquidità dei NMD.

3.2 Inquadramento sul Sistema Bancario Italiano

In questa sezione proponiamo un'applicazione avente come oggetto il sistema bancario italiano utilizzando la serie dei volumi di raccolta del segmento *Retail* e *Corporate* disponibile dai dati pubblici della Banca Centrale Europea ⁴.

Considerando il periodo storico gennaio 2002 - febbraio 2024, nelle tabelle (3.1) e (3.2) sono illustrati le stime dei parametri del modello dei volumi proposto secondo la metodologia introdotta nel precedente paragrafo.

Parametri Retail				
Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	0.000034	0.000016	2.121	0.0339
$\hat{\beta}$	0.997129	0.002774	359.494	0.0000
$\hat{\sigma}_w^2$	0.000191	0.000032	5.902	0.0000

Tabella 3.1: Stima dei parametri per il modelli dei volumi del segmento settore Retail

Un primo aspetto che merita attenzione riguarda i parametri legati alla variabilità, che assumono un ruolo rilevante nel determinare la componente volatile cioè quella porzione di raccolta a vista che empiricamente é collocata in modo precauzionale in *overnight* al fine di soddisfare le esigenze di liquidità immediata o di brevissimo periodo della clientela. In generale, come da aspettativa, la volatilità é più pronunciata per il segmento *corporate* sia per quanto riguarda il parametro legato alla componente stabile σ_w^2 sia per quello legato alla

⁴RETAIL: Tabella BSI.M.IT.N.A.L21.A.1.U2.2250.Z01.E - Overnight deposits vis-a-vis euro area households reported by MFIs excl. ESCB in Italy (stocks), Italy, Monthly; CORPORATE: Tabella BSI.M.IT.N.A.L21.A.1.U2.2240.Z01.E - Overnight deposits vis-a-vis euro area NFCs reported by MFIs excl. ESCB in Italy (stocks), Italy, Monthly. Le serie comprendono tutte le divise valutate al cambio di fine periodo a cui si riferisco gli ammontari. I dati non sono destagionalizzati e non sono stati corretti per i giorni lavorativi effettivi.

variabilità residua σ_ϵ^2 . Conseguentemente, come illustrato nella tabelle (3.3) a parità di livello di significatività, la componente volatile espressa in percentuale rispetto al volume di raccolta, risulta più contenuta per il segmento *retail*. Le esigenze di liquidità di breve periodo legate alle attività di produzione (intese in senso largo cioè indipendentemente dal settore di attività economica di appartenenza) sono chiaramente più consistenti in termini di volatilità rispetto a quelle comportamentali di consumo delle famiglie.

Parametri Corporate				
Variabile	Stima	Deviazione Standard	t-value	Pr(> t)
$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	0.000503	0.000097	5.192	0.0000
$\hat{\beta}$	0.995652	0.004013	248.110	0.0000
$\hat{\sigma}_w^2$	0.000618	0.000125	4.935	0.0000

Tabella 3.2: Stima dei parametri per il modelli dei volumi del segmento settore Corporate

Confidenza (%)	Retail	Corporate
90	0.6915	1.4166
95	0.8881	2.0635
99	1.2558	3.2656
99.9	1.6664	4.5955

Tabella 3.3: Stima componente volatile

Le stime dei parametri β sono prossimi all'unità per entrambi i segmenti: pertanto, anche come é evidenziato dai grafici in figura (3.1), la componente stabile può essere interpretata a tutti gli effetti come un *quasi-trend* stocastico dei volumi di raccolta (considerati in scala logaritmica). Il segmento *corporate* presenta una velocità di avvicinamento alla media (parametro θ) pari a 0.052 mentre per il segmento *retail* si assesta a 0.034: in altre parole la componente stabile delle famiglie intraprende un percorso più lento verso l'equilibrio di lungo periodo.

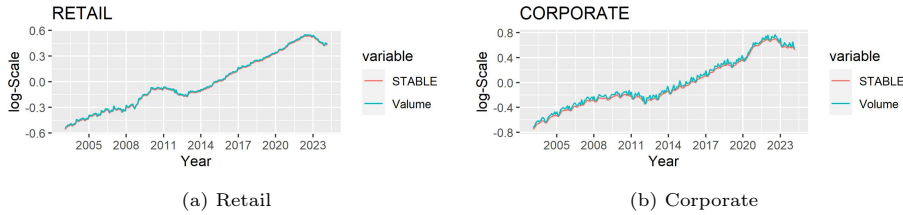


Figura 3.1: Andamento log-volumi (blu) e componente stabile (rosso)

Abbinando i sopra citati effetti, volatilità e *mean reverting*, possiamo osservare come il piano virtuale di ammortamento che costituisce il profilo di rischio in termini di liquidità risulta più accelerato nel segmento *corporate*. Infatti, sta-

bilito un periodo di permanenza massimo di 10 anni, nelle tabelle (3.5) e (3.6), vengono illustrati per ogni livello di confidenza le quote ritirabili per alcuni mesi rappresentativi: prendendo come punto di riferimento un livello di significatività del 5%, considerato in generale come livello di riferimento del livello di *liquidity stress*, nei primi 12 mesi il segmento *retail* ritira *empiricamente* circa 22.7% della componente stabile contro un 36.422% del *corporate*. Per gli orizzonti successivi, da un anno fino a 4 anni, il segmento *retail* procede al ritorno di circa il 42.97% della componente stabile mentre il *corporate* circa il 45.96%. Tale constatazione viene ulteriormente avvalorata dalle stime delle durata media dei profili di ammortamento della componente stabile che sono illustrate, per ogni livello di confidenza, in tabella (3.4). Il segmento *retail* in codizioni di *no-stress* (95% come livello di confidenza) ha una vita media di circa 3.9 anni contro 2.16 del *corporate*.

Confidenza (%)	Retail	Corporate
90	5.00	2.82
95	3.93	2.16
99	2.75	1.49
99.9	2.04	1.10

Tabella 3.4: Stima durata media della componente stabile

Retail				
Tempo (mesi)	QC al 90%	QC al 95%	QC al 99%	QC al 99.9%
1	2.4462	2.7873	3.5016	4.3693
3	2.3668	2.6650	3.2756	3.9930
12	2.0529	2.1944	2.4486	2.6893
24	1.7261	1.7288	1.7043	1.6333
36	1.4784	1.3956	1.2256	1.0306
48	1.2894	1.1549	0.9138	0.6807

Tabella 3.5: Ammortamento virtuale del profilo di liquidità per il segmento *retail* - Percentuali

Corporate				
Tempo (mesi)	QC al 90%	QC al 95%	QC al 99%	QC al 99.9%
1	3.7798	4.4534	5.7892	7.3116
3	3.5347	4.0792	5.1097	6.2029
12	2.6535	2.7945	2.9685	3.0213
24	1.8840	1.7682	1.5186	1.2278
36	1.4031	1.1875	0.8372	0.5432
48	1.0968	0.8509	0.5061	0.2700

Tabella 3.6: Ammortamento virtuale del profilo di liquidità per il segmento *corporate* - Percentuali

Nelle figure (3.2a) e (3.2b) sono illustrati i grafici a *bar* degli ammortamenti virtuali dai quali si può apprezzare graficamente quanto descritto in termini numerici: il segmento *retail*, sia in termini di componente volatile che di *decalage* della stabile, a parità di livello di confidenza, presenta un profilo di rischio liquidità meno pronunciata e più graduale.

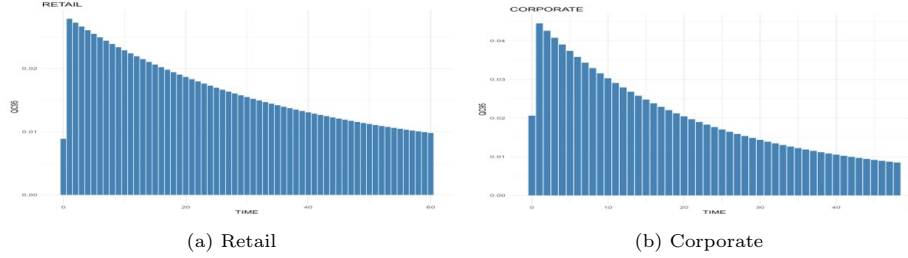


Figura 3.2: Profilo di ammortamento per settore

Infine, preme affrontare due ulteriori questioni in merito alla stima della componente volatile. Le serie storiche disponibili presso il sito ufficiale della BCE sono a dati grezzi cioè non sono destagionalizzati e non tengono di conto dei giorni lavorativi effettivi. Da una prima sommaria analisi, che comunque può essere confermata osservando l'andamento storico del logaritmo dei volumi figure (3.1), emerge come la raccolta sia caratterizzata da una componente stagionale non trascurabile (soprattutto per quanto riguarda il segmento *corporate*). Il modello implementato, sezione (3.1), dovrebbe quindi essere esteso in modo tale che sia prevista una stagionalità nei volumi di raccolta, specificando così ulteriori fattori che siano in grado di catturare la componente che si ripete ad intervalli regolari e con analogia intensità (per esempio trimestrale). In tal contesto, la parte stagionale dovrebbe essere considerata nella componente volatile ma anche nello sviluppo del piano virtuale che caratterizza il profilo di liquidità delle poste a vista. Sempre osservando gli andamenti delle serie storiche emerge un picco campanulare in corrispondenza del periodo della pandemia (2020-2022). In quel frangente storico la limitazione della circolazione personale ha causato un rallentamento piuttosto consistente dei consumi delle famiglie (soprattutto in beni durevoli) facendo registrare un picco nei risparmi. La diffusa incertezza del quadro macro-economico ha scoraggiato gli investimenti di medio e lungo periodo favorendo l'accumularsi di liquidità sui conti a vista. D'altro canto, il sostegno alle imprese messo in atto dalle autorità governative per il sostegno all'economia ha introdotto all'interno del sistema un quantitativo piuttosto consistente di liquidità che gli agenti economici, visto l'arresto quasi totale delle attività produttive, ha parcheggiato sulle poste a vista accedendo a tali fondi solo per i fabbisogni di stretta necessità. L'apertura successiva, anche se accompagnata dalla crisi energetica con conseguente aumento galoppante dell'inflazione, è stata caratterizzata da un impennata dei consumi e dalla ripresa della produzione a livello globale. Questo *excursus* storico motiva la crescita, il raggiungimento del picco e la conseguente riduzione delle poste a vista in en-

trambi i segmenti. La perplessità che viene alla luce riguarda l'impatto attuale sulla componente volatile: in particolare sembra che i volumi della raccolta siano rientrati nella tendenza generale che si configurava nel periodo pre-covid con qualche segnale al ribasso dovuta prevalentemente alla ristagnazione dei redditi disponibili ed alla perdita di potere di acquisto della moneta. La combinazione della pandemia e il successivo avvento dell'inflazione potrebbero far ridurre i cuscinetti di liquidità delle famiglie e delle imprese in modo tale da sottostimare la componente volatile della raccolta a vista. Consapevoli che i fenomeni sopra descritti (stagionalità, post-pandemia e inflazione) assumono connotati rilevanti per la stima della componente volatile e la costruzione del profilo di liquidità dei NMD, in questa prima stesura del modello comportamentale non vengono trattate con l'obiettivo di approfondire tale tematiche in una fase successiva.

3.3 Componente *Core*

Combinando il modello di PTR, che stima la reattività dei tassi di remunerazione dei NMD alle variazioni di mercato, e il modello dei volumi, che analizza la persistenza delle poste a vista individuando la parte stabile trasformandola in un ammortamento virtuale, è possibile dividere il volume di raccolta in due componenti: *core* e *non-core*. Tale impostazione, sposata anche dalla regolamentazione a livello Europeo EBA [2022] e BCBS [2015], prevede di calcolare la componente *core* come prodotto fra la componente stabile e il complemento del PTR istantaneo cioè

$$\mathbf{core} = \mathbf{b}_T \cdot (1 - PTR). \quad (3.14)$$

In sostanza, la *core* è la porzione di raccolta stabile che non è soggetta a revisione istantanea dei tassi di remunerazione: ciò non implica che per tale componente non è prevista la revisione del tasso ma che tale revisione avviene tramite l'analisi del profilo di liquidità e il processo graduale di aggiustamento verso l'equilibrio di lungo periodo. La componente *non-core*, ottenibile per differenza cioè $1 - \mathbf{core}$, è costituita dalla componente volatile e da quella parte della stabile che necessita di un riprezzamento immediato in caso di variazioni dei tassi di mercato al fine di mantenere la caratteristica di stabilità cioè non essere soggetta a migrazioni.

Sposando un approccio *VaR-like* il PTR istantaneo è determinato in modo precauzionale per un predeterminato livello di significatività ζ .

Nelle tabelle (3.7) e (3.8) illustriamo le stime della componente *core* per il sistema bancario italiano che sono ottenute combinando le tabelle (2.5) e (3.3) per quanto riguarda il segmento *retail* mentre per il segmento *corporate* facciamo riferimento alle tabelle (2.6) e (3.3). Come anticipato in precedenza le stime del PTR istantaneo, che derivano da un ECM con disturbi autocorrelati di ordine 1, sono ottenuti utilizzando gli estremi inferiori (scenari al ribasso) e superiori (scenari al rialzo) degli intervalli di confidenza per ogni predeterminato livello di confidenza. A titolo esemplificativo, la componente *core* di 92.43% di tabella (3.7) corrispondente allo scenario al rialzo per un livello di significatività del

10% è ottenuta moltiplicando la componente stabile $100 - 0.6915 = 99.3085$ per $1 - (0.043719 + 0.015529 \cdot 1.644854) = 0.9307$ dove 1.644854 è il quantile di una normale standard che lascia alla sua destra il 5% di probabilità. In caso di ribasso la componente *core* scende al 68.79%, prima riga della tabella (3.7): in tal caso il PTR istantaneo prudenziale è ottenuto considerando il valore assoluto dell'estremo inferiore dell'intervallo di confidenza cioè $1 - (0.19902137 + 0.065834 \cdot 1.644854) = 0.6926$ e quindi $(99.3085 \cdot 0.6926 = 68.79)$. In tutte le tabelle che seguiranno la colonna *baseline* è calcolata ipotizzando equiprobabilità fra gli scenari al rialzo e ribasso: in altre parole tale colonna è la semisomma delle altre due ⁵.

Retail			
Confidenza (%)	Baseline	Rialzo	Ribasso
90	80.61	92.43	68.79
95	79.18	91.76	66.59
99	76.41	90.47	62.34
99.9	73.23	89.01	57.23

Tabella 3.7: Stima componente *core* con modello ECM con errori $AR(1)$ - segmento Retail

Corporate			
Confidenza (%)	Baseline	Rialzo	Ribasso
90	77.03	77.03	51.22
95	61.59	74.82	48.35
99	56.75	70.62	42.87
99.9	51.29	65.90	36.29

Tabella 3.8: Stima componente *core* con modello ECM con errori $AR(1)$ - segmento Corporate

Nelle tabelle (3.9) e (3.10) la componente *core* viene calcolata utilizzando il modello ECM base cioè ipotizzando disturbi autocorrelati le cui stime sono illustrati nelle tabella (2.3) e (2.4).

Retail			
Confidenza (%)	Baseline	Rialzo	Ribasso
90	81.36	90.86	71.86
95	80.40	90.15	70.66
99	78.56	88.79	68.32
99.9	76.44	87.23	65.44

Tabella 3.9: Stima componente *core* con modello ECM - segmento Retail

⁵L'estremo inferiore della statistica (3.14), utilizzato per la determinazione prudenziale della componente *core*, è calcolato per sostituzione. Seguendo tale approccio l'intervallo ottenuto non corrisponde al livello di confidenza stabilito che generalmente assume valore inferiore a ζ . Pertanto il calcolo proposto è da considerarsi un'approssimazione del vero valore.

Corporate			
Confidenza (%)	Baseline	Rialzo	Ribasso
90	54.95	74.35	35.55
95	52.59	72.41	32.77
99	48.08	68.70	27.45
99.9	42.99	64.54	21.44

Tabella 3.10: Stima componente corecon modello ECM - segmento Corporate

In generale, per scenari al rialzo l'introduzione di autocorrelazione del prim'ordine tende ad aumentare la componente *core* mentre si riduce in caso di variazioni negative dei tassi di mercato ad eccezione del segmento *corporate*. In altre parole, non tenendo in dovuta considerazione del meccanismo di frizione insito nel percorso di aggiustamento verso l'equilibrio di lungo periodo si tende a sovrastimare le reazioni immediate del sistema bancario: il fenomeno di persistenza in caso di scenari al rialzo sposta il riprezzamento istantaneo verso una revione più graduale: prendendo come punto di riferimento un livello di *liquidity stress* del 95% si passa dal 90.15% al 91.76% per il *retail* e dal 72.41% al 74.82% per il *corporate*. In caso di ribasso dei tassi di mercato il comportamento non è univoco. Per il segmento *retail* emerge una riduzione della componente *core* da 70.66% a 66.59%: la sottostima di circa 4.07% mette in risalto la maggiore reattività del sistema bancario in caso di ribasso dei tassi di interesse. Diversa la situazione che si configura per il *corporate*: il fenomeno di persistenza in tale segmento assume un intensità piuttosto consistente (indice di correlazione pari a circa 0.5) che anche per scenari al ribasso tende a ridurre la reattività immediata del sistema bancario e diluire il riprezzamento in tempi successivi ma sempre con intensità rilevanti entro i 12 mesi. La componente *core* incrementa di circa il 15.58% ma rimane sempre ad un livello decisamente contenuto 48.35% cioè in caso di ribasso il sistema economico bancario tende a riprezzare velocemente circa la metà delle proprie poste a vista detenute dal segmento *corporate*.

La normativa europea introduce dei vincoli sulla componente *core* a tutte quelle banche che intendono adottare i modelli comportamentale per la misurazione del rischio tasso. Le limitazioni, che sono differenziate in base al segmento, prevedono che per il *corporate* la componente *core* non può superare il 50%. Questo valore sembra essere molto in linea con quello stimato in assenza di disturbi autocorrelati con *liquidity stress* che si pone ad un livello di confidenza fra il 95% e il 99% (tabella (3.10) colonna *baseline*). Introducendo il fenomeno di persistenza dei residui la stima della componente *core* si disconta di quasi dieci punti percentuali, (fra 56.75% e 61.59% tabella (3.8) colonna *baseline*). Il fenomeno di frizione che empiricamente emerge nel percorso di assestamento verso l'equilibrio sembra essere ignorato dalle autorità monetarie Europee che in modo cautelativo accollano prudenzialmente al sistema bancario italiano una sovrastima della rischiosità legata al mercato (rischio tasso). L'utilizzo di un modello di base rispetto a quello con errori autocorrelati ha comunque un effetto nell'allocazione della componente *core* sulle restanti fasce: adottando un model-

lo di replica di portafoglio la forzatura della *core* al vincolo normativo comporta una scarsa assegnazione ai primi *bucket*. Qualsiasi metodo di allocazione che un ente intende adottare la vita media non deve superare i 4 anni. Una vera e propria comparabilità non può essere valutata per il segmento *retail* in quanto le norme europee stabiliscono un valore massimo della componente *core* in base alla tipologia di conto corrente: in particolare per quelli *transactional* prevede un massimo del 90% mentre per i *non transactional* la *core* non deve superare il 70%⁶. I dati storici messi a disposizione dalla Banca Centrale Europea non prevedano la suddivisione dei NMD in modo speculare come indicato dalla normativa in tema di rischio tasso e quindi a livello di sistema bancario italiano è stato possibile costruire solo un modello unico per tale segmento. Assumendo come ipotesi semplificatrice l'equidistribuzione fra i conti *transactional* e non il vincolo normativo risulterebbe pari a circa l'80% per l'intero segmento *retail* che risulterebbe molto in linea con quanto stimato dai modelli.

La non perfetta comparabilità fra le stime e i vincoli normativi deriva anche da una diversa definizione di *retail*. Per quanto riguarda i modelli a livello di sistema economico Italiano il segmento *retail* si riferisce alle famiglie consumatrici e a tutte quelle istituzioni senza scopo di lucro al servizio delle famiglie come da serie storica pubblicata da Banca Centrale Europea. Invece la normativa in tema di rischio tasso rimanda alla segnalazione in tema di liquidità (LCR) che include nei *retail deposits* non solo le famiglie consumatrici ma anche tutte le PMI (Piccole e Medie Imprese) che hanno un fatturato sotto i 50mln di euro e una raccolta complessiva inferiore a 1mln di euro. Pertanto, una parte del segmento che noi consideriamo *corporate*, come da dati pubblici ECB, a livello comportamentale è incluso, come da normativa, fra i *retail deposits*: i risultati quindi esposti sono cautelativi in quanto alle PMI viene applicato un vincolo sulla *core* del 50% cioè più basso di quello previsto dalle linee guida in tema di rischio tasso.

In merito alle indicazioni prescritte dalla normativa in tema di rischio tasso vale la pena sottolineare come il regolatore, seguendo il principio di prudenzialità, abbia volutamente inserito dei moltiplicatori alle componenti *core* nella fase di applicazione degli *shock*. Consapevole del fatto che il sistema bancario tende a revisionare i tassi sui NMD più velocemente in caso di ribasso ha previsto che la componente *core*, stimata mediante un modello interno, sia moltiplicata per un fattore di 1.2: ad esempio facendo riferimento alla seconda riga della tabella (3.8) la componente *core* si assesta a $66.59\% \cdot 1.2 = 79.90\%$. In caso di scenari al rialzo, poiché il sistema bancario tende a rallentare i riprezzamenti, è stabilito un fattore moltiplicativo di 0.8 cioè $91.76\% \cdot 0.8 = 73.40\%$. In ogni caso i massimali stabiliti per i *retail* (*transactional* e non) e *corporate* sono da ritenersi sempre validi anche *post*-applicazione dei fattori moltiplicativi di mitigazione.

⁶Per la definizione di conti *transactional* si rimanda al capitolo successivo dove approfondiamo la tematica da un punto di vista teorico/normativo.

3.4 Conclusioni

In sezione (3.1) sono state tracciate le linee metodologiche principali di un modello DFA di base in grado di scomporre il volume di raccolta in due componenti: stabile e volatile. Quest'ultima rappresenta la liquidità immediata per soddisfare (1) i fabbisogni di consumo delle famiglie e (2) le esigenze di spesa di brevissimo periodo legate alle attività produttive (segmento *corporate*). Seguendo un approccio *VaR-like* viene costruito un ammortamento virtuale della componente stabile ipotizzando il normale corso degli affari (approccio statico) cioè al netto delle politiche di raccolta delle istituzioni creditizie. L'implementazione non prevede l'inclusione di fattori macro-economici né variabili che saggiano il livello di liquidità e di fiducia del sistema bancario: come indicato dalla normativa europea i modelli che cercano di descrivere i volumi di raccolta dovrebbero essere *shock dependents* cioè in sostanza dovrebbero almeno considerare l'esogeneità dei tassi di mercato. Altro aspetto critico da notare riguarda la corretta specificazione del modello che ha come assunto di base la normalità delle distribuzioni. Anche se tali impostazioni sono ben codificate in letteratura e usualmente utilizzate nell'ambito dello studio delle serie storiche a nostro avviso non risultano idonee per questa tipologia di applicazione. L'esistenza di un *quasi-trend* (o *trend*) della componente stabile senza curarsi di vincoli impliciti del fenomeno possono far venire alla luce alcune incongruità anche imbarazzanti (quali per esempio che il *trend* della componente stabile sia superiore al volume di raccolta). Riteniamo comunque che il lavoro svolto rappresenti un sufficiente compromesso per una prima adozione nell'ambito della misurazione del rischio derivante dalle fluttuazioni dei tassi di mercato: coscienti dei limiti, ulteriori approfondimenti in materia saranno sicuramente oggetto delle successive versioni dei modelli comportamentali.

Partendo dai dati pubblici messi a disposizione dall'autorità monetaria Europea (ECB), nella sezione (3.2) illustriamo i risultati riguardanti il sistema bancario Italiano. Come già evidenziato le serie storiche sembrano essere viziate da fenomeni di stagionalità: è naturale quindi integrare il modello in modo da isolare la componente ricorrente che andrebbe ad aumentare la parte volatile della raccolta. Altri elementi di rilievo, che influenzano il comportamento degli attori nel detenere o meno le proprie risorse finanziarie sui depositi a vista, riguardano l'attuale contesto economico/finanziario: pandemia covid, inflazione (crisi energetica) e conflitti bellici rappresentano eventi che tendono ad alimentare un clima di incertezza. E' quindi auspicabile estendere il modello corredandolo di ulteriori variabili esplicative che in qualche modo riescano a catturare sia gli impulsi provenienti dalle politiche monetarie sia lo stato dell'economia reale.

Facendo un confronto costruttivo fra i risultati ottenuti e le statistiche diffuse a livello normativo emerge che, rispetto alla media di un campione di banche europee, il sistema bancario Italiano è caratterizzato da componente stabile piuttosto consistente. Questa maggiore stabilità della raccolta a vista potrebbe derivare veramente da un diverso comportamento delle famiglie ed imprese italiane ma prima di poter arrivare a conclusioni con un degno livello di affidabilità riteniamo che lo studio necessiti di un livello maggiore di approfondimento

(integrando cioè i modelli con gli elementi sopra citati).

In finale, sezione (3.3), proponiamo un approccio, ispirato al principio di prudenzialità, per il calcolo della componente *core* cioè quella parte della raccolta stabile che il sistema bancario tende a non riprezzare nel breve/brevissimo periodo. In tal contesto, per la determinazione delle misure *VaR* abbiamo utilizzato il metodo di sostituzione per l'individuazione degli estremi inferiori degli intervalli di confidenza. Come sottolineato, tale tecnica rappresenta un approssimazione e quindi l'aspettativa è quella di un perfezionamento anche in questa direzione nelle versioni successive dei modelli comportamentali.

Appendice A

Modello ECM

Data la dinamica di breve periodo per i modelli ECM (2.8), si sostituisca r_{t-1}^* come definito in equazione (2.7), per ottenere la versione illustrata in equazione (2.10)

$$\begin{aligned}\Delta r_t &= \theta [r_{t-1} - (\alpha_t + \beta f_{t-1})] + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \\ &= \theta \cdot r_{t-1} - \theta \cdot \alpha_t - \theta \cdot \beta f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \\ &= \alpha_t^* + \theta \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t\end{aligned}\tag{A.1}$$

dove $\alpha_t^* = -\theta \cdot \alpha_t$ e $\beta^* = -\theta \cdot \beta$.

Esplicitando $\Delta r_t = r_t - r_{t-1}$ nella (A.1) si ottiene quindi la (2.11a):

$$\begin{aligned}r_t &= \alpha_t^* + (\theta + 1) \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \\ r_t &= \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + \sigma \cdot \epsilon_t\end{aligned}\tag{A.2}$$

dove $\theta^* = \theta + 1$.

Infine, per ottenere la versione in termini di *ARDL* (1, 1), equazione (2.11b), é sufficiente sostituire $\Delta f_t = f_t - f_{t-1}$ nella (A.2)

$$\begin{aligned}r_t &= \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot [f_t - f_{t-1}] + \sigma \cdot \epsilon_t \\ &= \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + (\beta^* - \gamma_t) \cdot f_{t-1} + \gamma_t f_t + \sigma \cdot \epsilon_t \\ &= \alpha_t^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \gamma_t^* \cdot f_{t-1} + \gamma_t f_t + \sigma \cdot \epsilon_t\end{aligned}\tag{A.3}$$

dove $\gamma_t^* = \beta^* - \gamma_t$.

Appendice B

Modello ECM con disturbi $AR(1)$

Omettendo senza perdere in generalit  il termine d'errore, combinando le equazioni (2.11a) e (2.12) abbiamo che

$$r_t - \rho \cdot r_{t-1} = \alpha_t^* \cdot (1 - \rho) + \theta^* \cdot (r_{t-1} - \rho \cdot r_{t-2}) + \beta^* \cdot (f_{t-1} - \rho \cdot f_{t-2}) + \gamma_t \cdot (\Delta f_t - \rho \cdot \Delta f_{t-1}) \quad (B.1)$$

da cui

$$r_t = a_t + a_1 \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + a_3 \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + b_t \cdot \Delta f_{t-1} \quad (B.2)$$

La precedente equazione pu  essere riscritta come segue

$$r_t = \alpha_t^* \cdot (1 - \rho) + \theta^* \cdot (r_{t-1} - \rho \cdot r_{t-2}) + \rho \cdot r_{t-1} + \beta^* \cdot (f_{t-1} - \rho \cdot f_{t-2}) + \gamma_t \cdot (\Delta f_t - \rho \cdot \Delta f_{t-1}). \quad (B.3)$$

Sapendo che $r_{t-2} = r_{t-1} - \Delta r_{t-1}$ e $f_{t-2} = f_{t-1} - \Delta f_{t-1}$ otteniamo le seguenti espressioni

$$\begin{aligned} \theta^* \cdot (r_{t-1} - \rho \cdot r_{t-2}) &= \theta^* \cdot (1 - \rho) \cdot r_{t-1} + \theta^* \cdot \rho \cdot \Delta r_{t-1} \\ \beta^* \cdot (f_{t-1} - \rho \cdot f_{t-2}) &= \beta^* \cdot (1 - \rho) \cdot f_{t-1} + \beta^* \cdot \rho \cdot \Delta f_{t-1}. \end{aligned} \quad (B.4)$$

Sostituendo le equazioni (B.4) nella (B.3) e riarraggiando i termini otteniamo

$$\begin{aligned} r_t &= \alpha_t^* \cdot (1 - \rho) + \theta^* \cdot (1 - \rho) \cdot r_{t-1} + \theta^* \cdot \rho \cdot \Delta r_{t-1} + \rho \cdot r_{t-1} \\ &\quad + \beta^* \cdot (1 - \rho) \cdot f_{t-1} + \beta^* \cdot \rho \cdot \Delta f_{t-1} + \gamma_t \cdot (\Delta f_t - \rho \cdot \Delta f_{t-1}) \\ &= a_t + a_1 \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + a_3 \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + b_t \cdot \Delta f_{t-1} \end{aligned} \quad (B.5)$$

dove

$$\begin{aligned}
a_t &= \alpha_t^* \cdot (1 - \rho) \\
a_1 &= \theta^* \cdot (1 - \rho) + \rho \\
a_2 &= \theta^* \cdot \rho \\
a_3 &= \beta^* \cdot (1 - \rho) \\
b_t &= \rho \cdot (\beta^* - \gamma_t).
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Procedendo nel sostituire le differenze prime nella (B.5) possiamo ottenere la rappresentazione *ARDL*(2, 2)

$$\begin{aligned}
r_t &= a_t + a_1 \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot [r_{t-1} - r_{t-2}] + a_3 \cdot f_{t-1} + \kappa \cdot u_t \\
&+ \gamma_t \cdot [f_t - f_{t-1}] + b_t \cdot [f_{t-1} - f_{t-2}] + \kappa \cdot u_t \\
&= a_t + c_1 \cdot r_{t-1} + c_2 \cdot r_{t-2} + \gamma_t \cdot f_t + d_t \cdot f_{t-1} + g_t \cdot f_{t-2}
\end{aligned} \tag{B.7}$$

dove

$$\begin{aligned}
a_t &= \alpha_t^* \cdot (1 - \rho) \\
c_1 &= a_1 + a_2 = \theta^* + \rho \\
c_2 &= -a_2 = -\rho \cdot \theta^* \\
d_t &= a_3 - \gamma_t + b_t = \beta^* - \gamma_t \cdot (1 + \rho) \\
g_t &= -b_t
\end{aligned} \tag{B.8}$$

rappresentano i vincoli sui parametri.

Sottraendo r_{t-1} alla (B.5) si ottiene la dinamica di breve periodo

$$\begin{aligned}
\Delta r_t &= a_t + (a_1 - 1) \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + a_3 \cdot f_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + b_t \cdot \Delta f_{t-1} \\
&= (a_1 - 1) \cdot \left[r_{t-1} + \frac{a_t}{(a_1 - 1)} + \frac{a_3}{(a_1 - 1)} f_{t-1} \right] + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} \\
&+ \gamma_t \cdot \Delta f_t + b_t \cdot \Delta f_{t-1}.
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Poiché $(a_1 - 1) = (1 - \rho) \cdot \theta$ avremo che

$$\begin{aligned}
\frac{a_t}{(a_1 - 1)} &= -\alpha_t \\
\frac{a_3}{(a_1 - 1)} &= -\beta
\end{aligned} \tag{B.10}$$

e quindi

$$\begin{aligned}
\Delta r_t &= (1 - \rho) \cdot \theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + \gamma_t \cdot \Delta f_t + b_t \cdot \Delta f_{t-1} \\
&= (1 - \rho) \cdot \theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \rho [\Delta r_{t-1} + \theta (\Delta r_{t-1} - \rho \cdot \Delta r_{t-1}^*)] \\
&+ \gamma_t \cdot (\Delta f_t - \rho \cdot \Delta f_{t-1}).
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Appendice C

Calcolo del Pass-Through Rate

Si espliciti il modello (2.11b) al tempo t applicando lo shock $f'_t = f_t + k_0$ in modo da ottenere il tasso banca *post-shock*

$$\begin{aligned} r'_t &= \alpha^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \gamma \cdot f'_t + \gamma^* \cdot f_{t-1} \\ &= r_t + k_0 \cdot \gamma \end{aligned} \quad (C.1)$$

da cui $\tau_t = \gamma$.

Considerando un tempo $t + h$ con $h > 0$ avremo che

$$\begin{aligned} r'_{t+h} &= \alpha^* + \theta^* \cdot r'_{t+h-1} + \gamma \cdot f'_{t+h} + \gamma^* \cdot f'_{t+h-1} \\ &= r_{t+h} + \tau_{t+h-1} \cdot k_{h-1} + \gamma \cdot k_h + \gamma^* \cdot k_{h-1}. \end{aligned} \quad (C.2)$$

Poiché $\gamma^* = \beta^* - \gamma = -(\theta \cdot \beta + \gamma)$ dalla precedente equazione

$$r'_{t+h} = r_{t+h} + \tau_{t+h-1} \cdot k_{h-1} + \gamma \cdot k_h - (\theta \cdot \beta + \gamma) \cdot k_{h-1} \quad (C.3)$$

da cui otteniamo l'equazione (2.15).

Per quanto riguarda il modello con disturbi $AR(1)$ consideriamo l'equazione (B.7). Per $h = 0$

$$\begin{aligned} r'_t &= a + c_1 \cdot r_{t-1} + c_2 \cdot r_{t-2} + \gamma \cdot f'_t + d \cdot f_{t-1} + g \cdot f_{t-2} \\ &= r_t + \gamma \cdot k_0 \end{aligned} \quad (C.4)$$

da cui $\tau_t = \gamma$.

Per $h = 1$

$$\begin{aligned} r'_{t+1} &= a + c_1 \cdot r'_t + c_2 \cdot r_{t-1} + \gamma \cdot f'_{t+1} + d \cdot f'_t + g \cdot f_{t-1} \\ &= r_{t+1} + c_1 \cdot k_0 \cdot \tau_t + \gamma \cdot k_1 + d \cdot k_0. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Poiché $c_1 = (\theta + 1) + \rho$ e $d = -\theta \cdot \beta - \gamma \cdot (1 + \rho)$ dalla precedente equazione avremo che

$$\tau_{t+1} = (\theta + 1) \cdot \tilde{k}_1 \cdot \tau_t + \gamma \left(1 - \tilde{k}_1\right) - \tilde{k}_1 \cdot \beta \cdot \theta. \quad (\text{C.6})$$

Per $h > 1$

$$\begin{aligned} r'_{t+h} &= a + c_1 \cdot r'_{t+h-1} + c_2 \cdot r'_{t+h-2} + \gamma \cdot f'_{t+h} + d \cdot f'_{t+h-1} + g \cdot f'_{t+h-2} \\ &= r_{t+h} + c_1 \cdot k_{h-1} \cdot \tau_{t+h-1} + c_2 \cdot \tau_{t+h-2} \cdot k_{h-2} + \gamma \cdot k_h + d \cdot k_{h-1} \\ &\quad + g \cdot k_{h-2}. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Dato che $g = \rho \cdot (\theta \cdot \beta + \gamma)$ e $k_{h-2} = \tilde{k}_{h-1} \cdot \tilde{k}_h$ otteniamo l'equazione (2.17).

Bibliografia

- BCBS. Consultative document: Interest rate risk in the banking book. Bank for International Settlements Report. Technical report, Bank for International Settlements, June 2015. BCBS 309.
- N. L. Beck and J.N. Katz. What to do (and not to do) with time-series cross-section data. *American Political Science Review*, 1995.
- V. Bohnke, L. Heckmann-Draisbach, and H. Littke. Banks' interest rate pass-through: frictions and heterogeneity. Technical report, BCE, 2024.
- T. Bollerslev. "autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Journal of Econometrics*, 31(3): 307–327, 1986.
- G. De Bondt. Retail bank interest rate pass-through: new evidence at the euro area. Technical report, BCE, 2002.
- A. Castagna and A. Scaravaggi. A benchmark framework for non maturing deposits: An application to public data available from banca d'italia (june 1, 2017). *SSRN*, 2017. URL <https://ssrn.com/abstract=3090427orh>.
- D. Cochrane and G. H. Orcutt. Application of least squares regression to relationships containing auto-correlated error terms. *Journal of the American Statistical Association*, 44(245):32–61, 1949. doi: 10.1080/01621459.1949.10483290. URL <https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483290>.
- A.P. Dempster, N.M Laird, and D.B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, pages 1–22, 1977.
- David A. Dickey and Wayne A. Fuller. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366):427–431, 1979. ISSN 01621459. URL <http://www.jstor.org/stable/2286348>.
- J. Durbin and G. S. Watson. Testing for serial correlation in least squares regression: I. *Biometrika*, 37:409–428, 1950.

- J. Durbin and G. S. Watson. Testing for serial correlation in least squares regression: Ii. *Biometrika*, 38:159–177, 1951.
- J. Durbin and G. S. Watson. Testing for serial correlation in least squares regression: Iii. *Biometrika*, 58:1–19, 1971.
- D.A. Van Dyk and Xiao-Li Meng. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 10(1):1–50, 2001.
- EBA. Draft Regulatory Technical Standards specifying standardised and simplified standardised methodologies to evaluate the risks arising from potential changes in interest rates that affect both the economic value of equity and the net interest income of an institution’s non-trading book activities in accordance with 84(5) of Directive 2013/36/EU. Technical report, 2022. EBA/RTS/2022/09.
- R. F. Engle. "autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987–1007, 1982.
- R. F. Engle and C. W. J. Granger. Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2):251–276, 1987.
- R. W. Farebrother. Algorithm as 153: Pan’s procedure for the tail probabilities of the durbin-watson statistic. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C*, 29:224–227, 1980.
- M. Ficura and J. Witzany. Determinants of non-maturing-deposit pass-through rates in eurozone countries. *SSRN*, 2023.
- C. W. J. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Journal of Econometrics*, 37:424–438, 1969.
- C. W. J. Granger. Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics*, 16:121–130, 1981.
- JD Hamilton. Time series analysis. economic theory. ii, 1994.
- E. E. Holmes, E. J. Ward, and K. Wills. MARSS: Multivariate Autoregressive State-space Models for Analyzing Time-series Data. *The R Journal*, 4(1): 11–19, 2012.
- E. E. Holmes, E. J. Ward, M.D. Scheuerell, and K. Wills. Marss: Multivariate autoregressive state-space modeling. *R package version 3.11.4*, 2020.
- E.E Holmes, E. J. Ward, and M.D. Scheuerell. Analysis of multivariate time-series using the MARSS package. *NOAA Fisheries, Northwest Fisheries Science Center*, 2023.

- Sebastian Kripfganz and Daniel Schneider. ARDL: Estimating autoregressive distributed lag and equilibrium correction models. London Stata Conference 2018 09, Stata Users Group, October 2018. URL <https://ideas.repec.org/p/boc/usug18/09.html>.
- S.J. Prais and C.B. Winsten. Trend estimators and serial correlation. Technical report, Cowles Commission discussion paper Chicago, 1954.
- H. Sopp. Interest rate pass-through to the rates of core deposits: a new perspective. Technical report, Deutsche Bundesbank, 2018.
- Halbert White. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, pages 817–838, 1980.
- J. Witzany and M. Divis. Interest rate risk of savings accounts. *SSRN*, 2021.