



Modelli Comportamentali Poste A Vista Banca Finint

Cavallini David

Phd, Applied Statistics

Cabel: BU Governance – UO Risk Management



Poste a Vista: sono tutti quei rapporti che non hanno una prestabilita scadenza contrattuale. In generale ci riferiamo a quegli strumenti finanziari che tipicamente e in modo continuato rappresentano una fonte di raccolta diretta per la banca e rispetto alle quali il cliente può ritirare le somme versate senza preavviso e penali (SD=Sight Deposit / NMD=Non Maturity Deposit).

In questa categoria si possono distinguere diverse tipologie di prodotto che sono assimilabili fra loro per le loro scadenze contrattuali, per le quali però si osserva una differenza in termini di «maturity» comportamentale.

Esempio:

(*) i conti correnti di tesoreria possono essere considerati «a vista» sia da un punto di vista contrattuale che comportamentale

(*) i conti correnti con clientela ordinaria (corporate/retail) hanno la caratteristica di presentare a livello di aggregato una percentuale stabile di raccolta. La fidelizzazione della clientela ordinaria conferisce ai conti correnti una durata effettiva diversa da quella contrattuale.

In base alla revisione del tasso questa tipologia di rapporti possono essere suddivisi in tre categorie

- **a tasso indicizzato**: è prevista una regola di determinazione in termini di periodicità per la revisione del tasso di interesse.
- **a tasso fisso**: non è prevista nessuna revisione del tasso (es. c/c conti correnti sui quali la clientela appoggia solo momentaneamente o per solo per brevi periodi di tempo i propri risparmi in attesa di investimenti a cui la banca assegna un tasso di remunerazione pari a zero)
- **poste «vischiose»** : non è prevista nessuna regola di indicizzazione in termini di periodicità di revisione e/o parametro di mercato. La ridefinizione del tasso in termini di entità e modalità dipendono dall'andamento dei tassi di mercato, dalla relazione banca-cliente oltre che dalle politiche commerciali dell'istituto. Il fenomeno assume un'importante rilevanza per la raccolta a vista con riflessi significativi sul conto economico di una banca commerciale. Bassa elasticità dei tassi bancari praticati alla raccolta da clientela rispetto a quelli di mercato determina un rilevante rischio tasso.

I Modello Comportamentali delle poste a vista sono

Modello dei Volumi: ha come obiettivo di rappresentare la «maturity» delle poste a vista in modo più realistico evidenziando l'elevato grado di persistenza degli aggregati. Si procede all'abbandono dell'ipotesi che i volumi rimangono costanti durante il periodo di detenzione («holding period») per poi essere rimborsati e si prevede che i capitali abbiano un profilo di ammortamento *virtuale* secondo una distribuzione progressiva e graduale. In sostanza si traduce l'ammontare degli aggregati a vista in un portafoglio di «amortizing» a scadenza.

Modello dei Tassi: per le poste a vista «vischiose» la modellizzazione si riferisce, oltre che al profilo di persistenza, anche alla determinazione di una regola di revisione del tasso coerente con l'effettivo grado di indicizzazione dell'aggregato. In sostanza questi modelli hanno lo scopo di stimare la reattività (elasticità) dei tassi di tali poste rispetto ai tassi di mercato.

Fasi per la stima e l'applicazione dei modelli sulle poste a vita (NMD)

STEP1

Time Series Model

(utilizzo delle serie storiche per stimare la componente stabile e l'ammontare «core» della raccolta a vista. In questa fase è indispensabile disporre di una base dati storica sufficientemente profonda [almeno 10 anni])

STEP2

Replicating Portfolio Models

(la raccolta a vista viene replicata in un portafoglio di strumenti «plain vanilla» [mercato money market e/o obbligazioni] che sono scambiati in un mercato altamente liquido che ha un profilo analogo alle caratteristiche dei NMD in termini di volume e «repricing»)

STEP3

Option Adjusted Spread Models «Option Pricing

(«Option Pricing Theory» è applicata al fine di stimare il valore attuale delle opzioni implicite della clientela. IL modello prende in considerazione la struttura a termine dei tassi di interesse, l'evoluzione dei volumi e della clientela)

STEP4

Monetary Economics Models

(Stima l'evoluzione dei volumi tenendo in considerazione delle preferenze della clientela nell'allocare il proprio risparmio tra i vari strumenti finanziari)

L'analisi delle serie storiche in tre fasi

1) Raccolta Data (Data Collection, Quality and Preparation)

- costruzione archivio dati storici (almeno 10 anni)
- Controllo qualità dei dati in termini di completezza e coerenza ai fini dell'analisi
- Preparazione dati (destagionalizzazione / trattamento dati pandemia / etc) ed eventuale segmentazione

2) Specifica e Stima del Modello (Model Specification and Estimation)

- specificazione del modello e stima sui dati storici

3) Validazione (Validation)

- validazione mediante diagnostica statistica (significatività delle stime dei parametri, indici di capacità previsiva, valutazione di indici previsionali mediante «cross-validation», etc)

L'analisi del profilo di «repricing» delle poste vischiose ha lo scopo di individuare una relazione di «pricing euristico» che viene stimato mediante un modello econometrico. I tassi di mercato di breve periodo (EONIA/ESTER, EURIBOR01M, EURIBOR03) rappresentano le variabili esogene mentre il tasso concesso dalla banca alla propria clientela (RETAIL/CORPORATE) costituisce la variabile endogena del sistema.

L'andamento dei tassi di interesse sono tipicamente serie non stazionarie. Ipotesi di base: *esiste una relazione lineare (chiamata equilibrio di lungo periodo) fra i tassi praticati dalla banca sulle poste a vista e i tassi di mercato di breve periodo cioè le due serie sono «cointegrate»*. In altre parole, i tassi praticati dalla banca e i tassi di breve periodo fissati sul mercato hanno lo stesso «trend» che può essere eliminato lavorando con le differenze prime (o con differenze di un ordine opportuno) in modo tale che le serie ottenute siano stazionarie. Come ampiamente dimostrato in letteratura un vettore di serie storiche non stazionarie e «cointegrate» hanno sempre una rappresentazione in termini di ECM («Error Correction Model»).

Quindi da un punto di vista empirico il primo passo è quello di sottoporre a test statistico le ipotesi nulla di «unit root» sulle singole serie e un test di «cointegrazione» sull'intero vettore delle variabili (endogene / esogene al sistema).

I modelli ECM prevedono la specificazione di una relazione di lungo periodo

Equilibrio di lungo periodo

$$r_t^* = \alpha + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot f_{j,t}$$

- r_t^* è il tasso praticato dalla banca (o dal sistema bancario) alla clientela nel medio/lungo periodo (non direttamente osservabile)
- $f_{j,t}$ tasso di mercato di breve periodo espresso in termini di «forward rate» al tempo t per la «maturity» j
- α spread costante (può assumere anche segno negativo)
- β_j «Long Term Pass-Through Rate» elasticità di lungo periodo del tasso banca rispetto al tasso di mercato «forward» per la maturity j ($0 < \beta_j < 1$)

La relazione di lungo periodo consente di determinare il nuovo tasso di equilibrio che viene praticato alla clientela in seguito a variazioni di tassi di mercato ma non aiuta nell'indagare sulle modalità e sulle tempistiche con il quale avviene l'adeguamento verso il nuovo equilibrio. Inoltre la non stazionarietà delle serie rende la stima della relazione lineare «spuria» (le stime dei β_j non hanno una distribuzione t-student)

$$\Delta r_t^* = \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \Delta f_{j,t}$$

La specificazione della relazione di breve periodo ha l'obiettivo di misurare la dinamica relativa alle modalità e alle tempistiche di adeguamento dei tassi delle poste a vista vischiose ai tassi di mercato. In particolare il modello identifica la *vischiosità* cioè la gradualità di aggiustamento con il quale il tasso sulle poste a vista raggiunge il nuovo valore di equilibrio rispetto ad una variazione dei tassi di mercato.

Dinamica di breve periodo
$$\Delta r_t = \theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \varepsilon_t$$

dove

- Δ è l'operatore di differenze prime ($\Delta r_t = r_t - r_{t-1}$ e $\Delta f_{j,t} = f_{j,t} - f_{j,t-1}$)
- θ velocità di assorbimento («mean reverting» del tasso banca $-1 < \theta < 0$)
- γ_j «Short Term Pass-Through Rate» sensibilità istantanea dei tassi banca ai tassi di mercato ($0 < \gamma_j < \beta_j$)
- $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ disturbo «white noise» con «standard deviation» σ

Nel modello di dinamica la reazione differenziale è espressa dal meccanismo a correzione di errore $\theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*)$ dove il parametro θ rappresenta la velocità con cui il tasso banca raggiunge il suo punto di equilibrio di lungo periodo.

La relazione di breve può essere scritta in modo del tutto equivalente in termini di verosimiglianza nei seguenti modi

$$\text{mod1} \quad \Delta r_t = \alpha^* + \theta \cdot r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j^* \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \varepsilon_t$$

dove $\alpha^* = -\theta \cdot \alpha$ e $\beta_j^* = -\theta \cdot \beta_j$

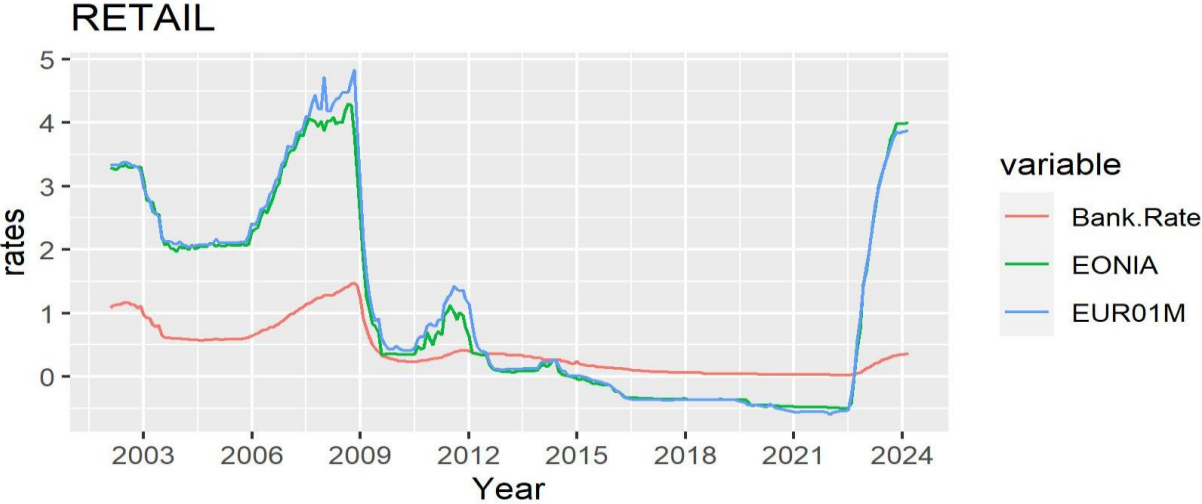
$$\text{mod2} \quad r_t = \alpha^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j^* \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \varepsilon_t$$

dove $\theta^* = \theta + 1$

$$\text{mod3} \quad r_t = \alpha^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot f_{j,t} + \sum_{j=1}^p \gamma_j^* \cdot f_{j,t-1} + \varepsilon_t$$

dove $\gamma_j^* = \beta_j^* - \gamma_j$ [ARDL(1,1) - Autoregressive Distributed Lags di ordine (1,1)] .

I modelli mod1/mod2/mod3 possono essere stimati mediante il metodo OLS (quasi-verosimiglianza) sotto l'ipotesi che i disturbi stocastici siano generati secondo un «white noise».



- ECB Serie (2002-01 / 2024-02)
- EONIA = EST.B.EU000A2X2A25.WT
FM.M.U2.EUR.4F.MM.EONIA.HSTA
 - EUR01m = FM.M.U2.EUR.RT.MM.EURIBOR1MD_.HSTA
 - Bank.Rate = MIR.M.IT.B.L21.A.R.A.2250.EUR.N

Augmented Dickey-Fuller Test

H0: «unit root»

Variable	Statistics	P-Value
Bank.rate	-1.98	0.04
EONIA	-1.07	0.29
EUR01M	-1.07	0.29
EUR03M	-1.54	0.12

Engle-Granger Cointegration Test

H0: «No Cointegration»

Variable	Statistics	P-Value
EONIA	-8,37	0.01
EUR01M	-8.49	0.01
EUR03M	-8.41	0.01

- La serie dei tassi praticati dal sistema bancario alla clientela Retail non è a radice unitaria al livello di significatività del 5% mentre lo sono le serie dei tassi di mercato di breve periodo (EONIA/EUR01/EUR03) per qualsiasi ragionevole livello di significatività.
- La serie dei tassi praticati dal sistema bancario alla clientela Retail e le serie dei tassi di mercato (EONIA/EUR01/EUR03) prese singolarmente sono cointegrate.

Stima del modello mod2 con il metodo OLS (y tassi di interessi praticati alla clientela Retail)

EONIA (X1)

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.003058   0.002694  -1.135   0.2574
Ylag1        0.988104   0.010262  96.290 <2e-16 ***
X1lag1        0.004301   0.002511   1.713   0.0878 .
X1delta1      0.158171   0.013907  11.374 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02695 on 262 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9953,    Adjusted R-squared:  0.9952
F-statistic: 1.846e+04 on 3 and 262 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

$$\hat{\theta} = -0.0118$$

$$\hat{\alpha} = -0.2570$$

$$\hat{\beta} = 0.36155$$

$$\hat{\gamma} = 0.15817$$

EURIBOR 01M (X2)

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.002936   0.002444  -1.201   0.231
Ylag1        0.988438   0.009711 101.790 <2e-16 ***
X2lag1        0.003931   0.002310   1.702   0.090 .
X2delta1      0.159988   0.010990  14.558 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02465 on 262 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9961,    Adjusted R-squared:  0.996
F-statistic: 2.208e+04 on 3 and 262 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

$$\hat{\theta} = -0.0115$$

$$\hat{\alpha} = -0.2539$$

$$\hat{\beta} = 0.33996$$

$$\hat{\gamma} = 0.15998$$

$$Ylag1 = y_{t-1}$$

$$X1lag1 = X_{1,t-1}$$

$$X2lag1 = X_{2,t-1}$$

$$X2delta1 = X_{2,t} - X_{2,t-1}$$

$$X1delta1 = X_{1,t} - X_{1,t-1}$$

Visto l'andamento delle due serie storiche dell'EONIA e EURIBOR01M, le analisi mono-fattoriali producono stime pressappoco simili (data l'alta correlazione tra queste due variabili esogene da escludere un'analisi multi-fattoriale – multicollinearità). Consideriamo l'EURIBOR 01M come tasso di mercato di breve periodo come unico fattore che influenza la dinamica dei tassi di interesse praticati dal sistema bancario alla clientela retail.

Diagnostica dei residui

La Durbin-Waston statistica test ha valore 1.4627 con p-value = 0.0 tale da rifiutare l'ipotesi nulla di mancanza di autocorrelazione fra i residui. In altre parole, empiricamente emerge l'evidenza a non rifiutare l'ipotesi che i residui seguono un processo AR(1) [autocorrelazione di ordine 1 = 0.262 , ordine 2 = 0.2 , ordine 3 = 0.38,].

Specificazione di un modello con residui AR(1)

$$r_t = \alpha^* + \theta^* \cdot r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j^* \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t \quad u_t \sim (0, \sigma^2)$$

La stima di quasi-verosimiglianza (escludendo la prima osservazione) dei parametri del modello $(\alpha^*, \theta^*, \beta_j^*, \gamma_j, \rho, \sigma^2)$ vengono ottenuti mediante l'applicazione della procedura di Cochrane-Orcutt. In caso di un numero sufficiente di osservazioni tale procedura non differisce in termini asintotici da quella proposta da Prais-Winsten che include anche la prima osservazione (Full Maximum Likelihood Estimation).

Il modello proposto può essere riscritto in modo equivalente come segue

$$\text{Mod2}^* \quad r_t = a_0 + a_1 \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + \sum_{j=1}^p a_{3j} \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \sum_{j=1}^p a_{5j} \cdot \Delta f_{j,t-1} + u_t$$

dove $a_0 = \alpha^* (1 - \rho)$, $a_1 = \theta^* (1 - \rho) + \rho$, $a_2 = \rho \theta^*$, $a_{3j} = (1 - \rho) \beta_j^*$, e $a_{5j} = \rho (\beta_j^* - \gamma_j)$

La specificazione di un modello con disturbi AR(1) consente di passare da una versione Mod2 alla versione Mod2* che introduce due termini: Δr_{t-1} variazione del tasso praticato dal sistema bancario al mese precedente e $\Delta f_{j,t-1}$ variazione dei tassi di mercato di breve periodo osservato al tempo precedente. La stima del modello Mod2* non è «free in parameters» ma è vincolata.

Il modello può essere interpretato in modo del tutto equivalente nell'ambito della classe dei modelli ARDL(2,2)

$$\text{Mod3}^* \quad r_t = a_0 + b_1 \cdot r_{t-1} + b_2 \cdot r_{t-2} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot f_{j,t} + \sum_{j=1}^p b_{1j} \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p b_{2j} \cdot f_{j,t-2} + u_t$$

dove $b_1 = a_1 + a_2 = \theta^* + \rho$, $b_2 = -a_2 = -\rho \cdot \theta^*$, $b_{1j} = a_{3j} + a_{5j} - \gamma_j = \beta_j^* - \gamma_j (1 + \rho)$
e $b_{2j} = -a_{5j} = -\rho (\beta_j^* - \gamma_j)$

Inoltre dal modello Mod2* otteniamo

$$\text{Mod1*} \quad \Delta r_t = a_0 + c_1 \cdot r_{t-1} + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + \sum_{j=1}^p a_{3j} \cdot f_{j,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \sum_{j=1}^p a_{5j} \cdot \Delta f_{j,t-1} + u_t$$

$$\text{dove } c_1 = a_1 - 1 = (1 - \rho)(\theta^* - 1) = (1 - \rho)\theta$$

Dalla precedente specificazione si ottiene pertanto il modello della dinamica di breve periodo dei tassi praticati alla clientela dal sistema bancario

$$\Delta r_t = c_1 \left[r_{t-1} + \frac{a_0}{c_1} + \sum_{j=1}^p \frac{a_{3j}}{c_1} f_{j,t-1} \right] + a_2 \cdot \Delta r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} + \sum_{j=1}^p a_{5j} \cdot \Delta f_{j,t-1} + u_t$$

Poichè

$$\frac{a_0}{c_1} = \frac{\alpha^*(1-\rho)}{(1-\rho)\theta} = \frac{\alpha^*(1-\rho)}{(1-\rho)\theta} = \frac{\alpha^*}{\theta} = -\alpha \quad \frac{a_{3j}}{c_1} = \frac{(1-\rho)\beta_j^*}{(1-\rho)\theta} = \frac{\beta_j^*}{\theta} = -\beta_j$$

Avremo quindi che

Equilibrio di lungo periodo

$$r_{t-1} + \frac{a_0}{c_1} + \sum_{j=1}^p \frac{a_{3j}}{c_1} f_{j,t-1} = r_{t-1} - r_{t-1}^* \quad \text{dove} \quad r_t^* = \alpha + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot f_{j,t}$$

Dinamica di breve periodo

$$\Delta r_t = (1 - \rho) \cdot \theta \cdot (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \rho \cdot (\theta + 1) \cdot \Delta r_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot \Delta f_{j,t} - \rho \cdot \sum_{j=1}^p (\gamma_j + \theta \beta_j) \cdot \Delta f_{j,t-1} + u_t$$

che può essere anche riscritta come segue

$$\Delta r_t = (1 - \rho) \cdot \theta \cdot (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \rho \cdot [\Delta r_{t-1} + \theta \cdot (\Delta r_{t-1} - \Delta r_{t-1}^*)] + \sum_{j=1}^p \gamma_j (\Delta f_{j,t} - \rho \cdot \Delta f_{j,t-1}) + u_t$$

$$\text{dove } \Delta r_{t-1}^* = \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta f_{j,t-1}$$

In sostanza, in presenza di disturbi AR(1) con $\rho > 0$, il modello di breve periodo

- ha una velocità di assorbimento verso l'equilibrio di lungo periodo pari a $(1 - \rho) \theta$, cioè il meccanismo di aggiustamento è corretto rispetto al complemento della correlazione dei residui e non può essere mai immediato in quanto $\theta < -(1 - \rho) < 0$
- ha una sensibilità istantanea dei tassi banca ai tassi di mercato rimane pari a $0 < \gamma_j < \beta_j$ che rimane inferiore a quella di lungo periodo ma viene smorzata dalla variazione rilevata al tempo precedente ponderata con l'indice di correlazione ρ
- tiene in considerazione della variazione di breve periodo del periodo precedente Δr_{t-1} e del differenziale di aggiustamento verso il lungo periodo rilevato al tempo precedente $\Delta r_{t-1} - \Delta r_{t-1}^*$. Entrambe sono ponderate all'indice di correlazione fra i residui ρ

EURIBOR 01M (X2)

```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.002936   0.002444  -1.201   0.231
Ylag1        0.988438   0.009711 101.790 <2e-16 ***
X2lag1       0.003931   0.002310   1.702   0.090 .
X2delta1     0.159988   0.010990  14.558 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02465 on 262 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9961,    Adjusted R-squared:  0.996
F-statistic: 2.208e+04 on 3 and 262 DF,  p-value: < 2.2e-16
    
```

EURIBOR 01M (X2) – con AR(1)

```

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0020112   0.0037656   0.534 0.5937340
Ylag1       0.9561918   0.0142123  67.279 < 2.2e-16 ***
X2lag1      0.0113789   0.0033828   3.364 0.0008843 ***
X2delta1    0.1161300   0.0119667   9.704 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0233 on 261 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.999,    Adjusted R-squared:  0.9899
F-statistic: 8584.4 on 3 and 261 DF,  p-value: < 1.978e-260

Durbin-Watson statistic
(original):  1.46715 , p-value: 3.087e-06
(transformed): 2.10834 , p-value: 7.763e-01
    
```

$$\hat{\theta} = -0.0115$$

Mean Reverting

$$\hat{\alpha} = -0.2539$$

$$\hat{\beta} = 0.33996$$

Spread (long term)

$$\hat{\gamma} = 0.15998$$

Pass-Through Rate (long term)

Pass-Through Rate (short term)

$$\hat{\rho} = 0.4055$$

$$\hat{\theta} = -0.0438$$

$$(1 - \hat{\rho}) \hat{\theta} = -0.0260$$

$$\hat{\alpha} = 0.0459$$

$$\hat{\beta} = 0.2597$$

$$\hat{\gamma} = 0.1161$$

$$\hat{\rho} \cdot (\hat{\theta} + 1) = 0.3877 \quad \leftarrow \Delta r_{t-1}$$

$$\hat{\rho} \cdot (\hat{\gamma} + \hat{\theta} \hat{\beta}) = -0.0424 \quad \leftarrow \Delta f_{t-1}$$

Stima Pass-Through Rate

Pass-Through Rate -> Il Tasso con il quale la banca, in generale il sistema bancario, apporta le variazioni ai tassi di interesse praticati alla raccolta a vista rispetto a cambiamenti dei tassi interbancari / mercato

Indichiamo con k_h il livello di «shock» relativo al tasso forward alla maturity h e cioè $f'_{t+h} = f_{t+h} + k_h$ (tasso forward post-shock). Il Pass-Through Rate cumulato al tempo t relativo ad un profilo di «shock» è quindi definito come

$$\tau_t = \frac{r'_t - r_t}{k_t}$$

dove r'_t è il tasso banca post-shock.

Si dimostra che in assenza di errori AR(1) vale la seguente formula ricorsiva

$$\tau_t = \gamma$$

$$\tau_{t+h} = (\theta + 1) \cdot \tau_{t+h-1} \cdot \tilde{k}_h + \gamma \cdot (1 - \tilde{k}_h) - \tilde{k}_h \cdot \beta \cdot \theta \quad \text{per } h \geq 1$$

dove

$$\tilde{k}_h = \frac{k_{h-1}}{k_h}$$

Per $h \rightarrow \infty$ otteniamo il pass-through rate di lungo periodo. Se $\tilde{k}_\infty = 1$ allora $\tau_\infty = \beta$ (equilibrio di lungo periodo)

$$\tau_\infty = \gamma \cdot \frac{1 - \tilde{k}_\infty}{1 - (\theta + 1) \cdot \tilde{k}_\infty} - \theta \cdot \beta \cdot \frac{\tilde{k}_\infty}{1 - (\theta + 1) \cdot \tilde{k}_\infty}$$

In presenza di errori AR(1) oltre al parametro di «mean reverting» θ e al pass-through rate (γ e β) entra in gioco anche l'indice di autocorrelazione degli errori ρ . Si dimostra che

$$\tau_t = \gamma$$

$$\tau_{t+1} = (\theta + 1) \cdot \tau_t \cdot \tilde{k}_1 + \gamma \cdot [1 - \tilde{k}_1] - \tilde{k}_1 \cdot \beta \cdot \theta$$

per $h \geq 2$

$$\tau_{t+h} = (\theta + 1) \cdot \tau_{t+h-1} \cdot \tilde{k}_h + \rho \cdot \tilde{k}_h \cdot [\tau_{t+h-1} - (\theta + 1) \cdot \tilde{k}_{h-1} \cdot \tau_{t+h-2}] + \gamma \cdot [(1 - \tilde{k}_h) - \rho \cdot \tilde{k}_h (1 - \tilde{k}_{h-1})] - \tilde{k}_h \cdot \beta \cdot \theta \cdot (1 - \rho \cdot \tilde{k}_{h-1})$$

Osserviamo che per $\rho = 0$ cioè in assenza di errori autocorrelati di ordine 1 la precedente formula coincide con quella presentata precedentemente.

Il pass-through di lungo periodo si ottiene per $h \rightarrow \infty$ e si dimostra che

$$\tau_{\infty} = \gamma \cdot \frac{(1 - \tilde{k}_{\infty}) \cdot (1 - \rho \cdot \tilde{k}_{\infty})}{1 - \tilde{k}_{\infty} \cdot [1 + \theta \cdot (1 - \rho)]} - \theta \cdot \beta \cdot \frac{\tilde{k}_{\infty} \cdot (1 - \rho \cdot \tilde{k}_{\infty})}{1 - \tilde{k}_{\infty} \cdot [1 + \theta \cdot (1 - \rho)]}$$

Se $\tilde{k}_{\infty}=1$ allora $\tau_{\infty} = \beta$ (equilibrio di lungo periodo)

Shock IRBB

Gli shock stabiliti dalle linee guida e RTS sono applicati alle curve tasso quindi ragionano in termini di «spot rates». Con $s(t)$ indichiamo la curva dei rendimenti a termine mentre con $f(t)$ ci riferiamo al tasso «foward» istantaneo. Sappiamo che

$$s(t) = \frac{1}{t} \int_0^t f(h) dh \quad f(t) = s(t) + t \cdot \partial_t s(t)$$

Indichiamo con $g(t)$ la funzione shock applicabile alla curva spot e $s'(t) = s(t) + g(t)$ la curva «post-shock». E' immediato che la funzione di «foward» istantaneo «post-shock» è $f'(t) = f(t) + k(t)$ dove $k(t) = g(t) + t \cdot \partial_t g(t)$.

Parallel Shock: $g_h = k$ (con k costante positiva o negativa – per la divisa euro pari a +/- 200 bips). Shock paralleli alle curve spot si mantengono tale anche sulle funzioni dei tassi «foward» istantanei cioè $k_h = k$. Quindi in tal caso $\tilde{k}_h = 1$ e

$$\tau_t = \gamma$$

Assenza di AR(1)

$$\tau_{t+h} = (\theta + 1) \cdot \tau_{t+h-1} - \beta \cdot \theta \quad \text{per } h \geq 1$$

$$\tau_\infty = \beta$$

Presenza di AR(1)

$$\tau_t = \gamma$$

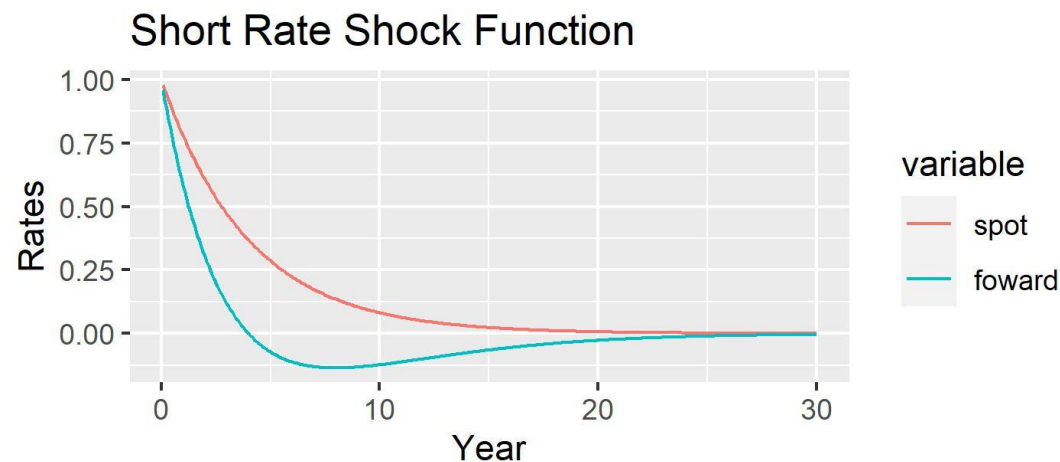
$$\tau_{t+1} = (\theta + 1) \cdot \tau_t - \beta \cdot \theta$$

per $h \geq 2$

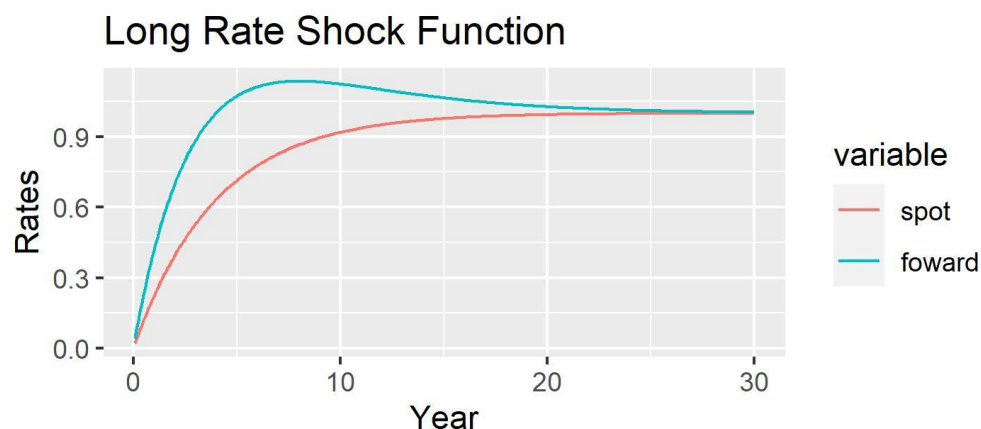
$$\tau_{t+h} = (\theta + 1) \cdot \tau_{t+h-1} + \rho \cdot [\tau_{t+h-1} + (\theta + 1) \cdot \tau_{t+h-2}] - \beta \cdot \theta \cdot (1 - \rho)$$

$$\tau_{\infty} = \beta$$

Short Rates Shock: $g_h = k \cdot e^{-c \cdot h}$ (con k costante positiva o negativa – per la divisa euro pari a +/- 250 bips mentre la costante c è posta pari a 0.25). In questo caso, $k_h = g_h \cdot (1 - h \cdot c)$. Tale funzione mantiene il segno della costante k per $t \leq 4$ (anni).

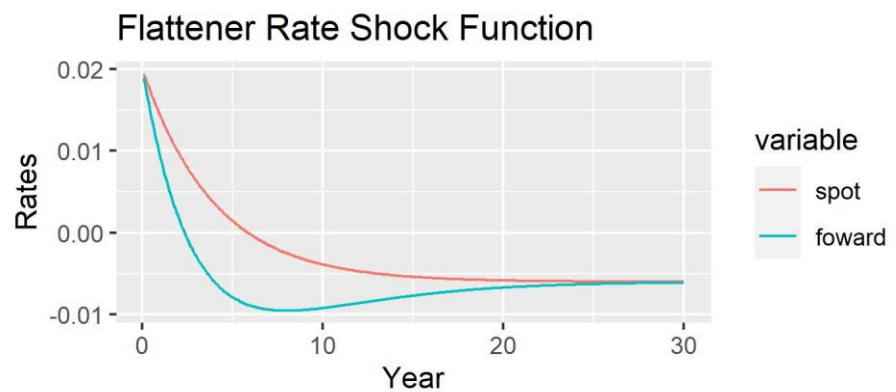
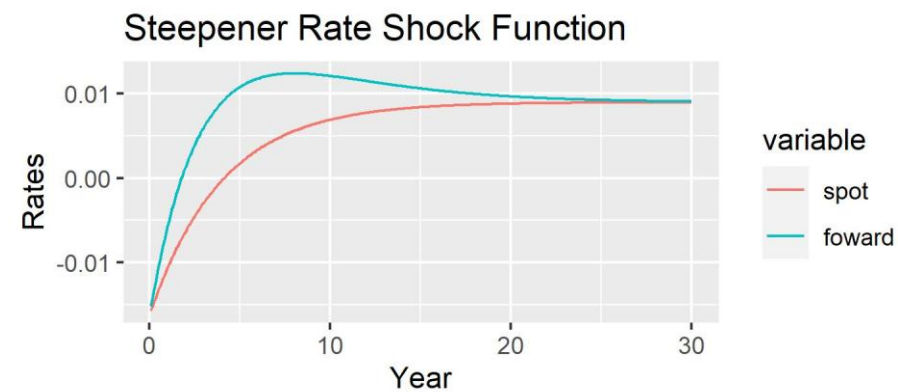


Long Rates Shock: $g_h = k \cdot (1 - e^{-ch})$ (con k costante positiva o negativa – per la divisa euro pari a +/- 100 bips mentre la costante c è posta pari a 0.25). In questo caso, $k_h = k \cdot [1 - e^{-ch} \cdot (1 - h \cdot c)]$. Si dimostra che $k_\infty = k$ e quindi $\tilde{k}_\infty = 1$ per cui $\tau_\infty = \beta$



Steepener: $g_h = -0.65 \cdot k_S \cdot e^{-ch} + 0.9 \cdot k_L \cdot (1 - e^{-ch}) = c_0 - c_1 \cdot e^{-ch}$ (con $k_S = 250$ bips, $k_L = 100$ bips mentre $c = 0.25$: $c_0 = 0.9 \cdot k_L$ e $c_1 = 0.65 \cdot k_S + 0.9 \cdot k_L$). In questo caso, $k_h = c_0 - c_1 \cdot e^{-ch} \cdot (1 - h \cdot c)$. Si dimostra che $k_\infty = c_0$ e quindi $\tilde{k}_\infty = 1$ per cui $\tau_\infty = \beta$.

Flattener: $g_h = 0.8 \cdot k_S \cdot e^{-ch} - 0.6 \cdot k_L \cdot (1 - e^{-ch}) = c_0 - c_1 \cdot e^{-ch}$ (con $k_S = 250$ bips, $k_L = 100$ bips mentre $c = 0.25$: $c_0 = -0.6 \cdot k_L$ e $c_1 = -0.8 \cdot k_S - 0.6 \cdot k_L$). In questo caso, $k_h = c_0 - c_1 \cdot e^{-ch} \cdot (1 - h \cdot c)$. Si dimostra che $k_\infty = c_0$ e quindi $\tilde{k}_\infty = 1$ per cui $\tau_\infty = \beta$.



Di seguito a confronto le stime del Pass-Through Rate per differenti orizzonti temporali di breve periodo in corrispondenza con i diversi shock regolamentari

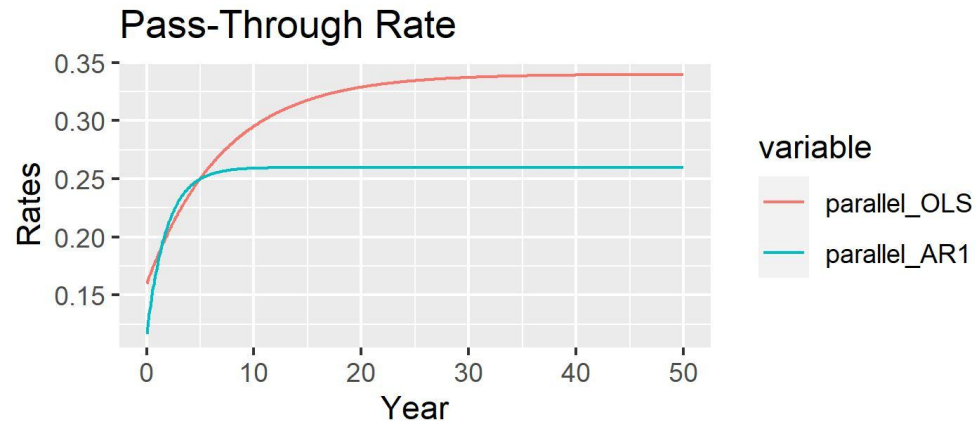
OLS standard

time_month	parallel	short	long	steepener	flattener
0	0.1599880	0.1599880	0.1599880	0.1599880	0.1599880
1	0.1620690	0.1621580	0.1599880	0.1587570	0.1593286
3	0.1661590	0.1667082	0.1621043	0.1632036	0.1637751
6	0.1721184	0.1741305	0.1652981	0.1711331	0.1713618
9	0.1778734	0.1824091	0.1685135	0.1815282	0.1804910
12	0.1834311	0.1917495	0.1717486	0.1967300	0.1920001

Errori AR(1)

time_month	parallel	short	long	steepener	flattener
0	0.1161300	0.1161300	0.1161300	0.1161300	0.1161300
1	0.1224215	0.1226906	0.1161300	0.1124083	0.1141363
3	0.1341896	0.1357787	0.1224584	0.1258870	0.1250071
6	0.1499781	0.1554297	0.1314996	0.1480076	0.1477842
9	0.1637812	0.1752933	0.1400249	0.1743688	0.1732098
12	0.1758486	0.1956337	0.1480618	0.2097266	0.2069825

In generale considerando la correlazione degli errori l’aggiornamento del tasso praticato alla clientela retail a seguito di variazioni dei tassi di mercato avviene in modo più lento in una fase iniziale mentre successivamente è più rapido.



Nel grafico di fianco viene messo a confronto gli andamenti del Pass-Through rate per shock paralleli con i due diversi metodi di stima assumendo o meno errori autocorrelati di ordine 1. La stima dei parametri ECM con AR(1) hanno un pass-through rate di breve periodo e di medio/lungo periodo decisamente più bassi. Allo stesso il modello ECM con errori AR(1) ha un meccanismo più celere di aggiustamento verso l'equilibrio di lungo periodo.

Alcune considerazioni di carattere generale

- il «pass-through rate» di breve periodo è simmetrico: l'impatto nel breve periodo di una variazioni dei tassi di mercato è identico in regime di tassi crescenti che decrescenti. Tale tipo di ipotesi sembra essere irrealistica in quanto è piuttosto ragionevole pensare che le banche siano più reattive in una fase di regime di tassi decrescente mentre sembra sensato aspettarci un aggiustamento più tardivo in caso di variazioni positive. Implementazione di un modello TECM (Threshold Error Correction Model)
- i risultati si basano su uno storico dei tassi EURIBOR01M che ha una fase piuttosto lunga di tassi negativi pertanto sembra opportuno specificare un modello che si basi su ipotesi di lungo periodo diverse che tenga in considerazione del segno dello «spread». Ipotesi da sottoporre opportunamente a test statistico e da contestualizzare in una teoria economico/finanziaria (floor sui tassi dei «NMD»).

Modello TECM-floor

Equilibrio di lungo periodo

$$r_t^* = \alpha_t + \beta \cdot f_t$$

Dinamica di Breve periodo

$$\Delta r_t = \theta (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \gamma_P \cdot \Delta f_t^+ + \gamma_N \cdot \Delta f_t^- + \varepsilon_t \longrightarrow \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

dove

- β «Long Term Pass-Through Rate» elasticità di lungo periodo del tasso banca rispetto al tasso di mercato EURIBOR 1 mese ($0 < \beta < 1$)
- $\alpha_t = \alpha_P + D_t \cdot \alpha_N$ «spread» differenziato in base al regime di tassi di mercato positivi/negativi (D_t è una variabile dummy che vale 1 quando $f_t < 0$)
- θ velocità di assorbimento («mean reverting» del tasso banca $-1 < \theta < 0$)
- Δf_t^+ cattura le variazioni positive del tasso di mercato ($\Delta f_t^+ = \Delta f_t$ se $\Delta f_t > 0$ altrimenti vale zero) mentre Δf_t^- individua le variazioni negative del tasso di mercato ($\Delta f_t^- = |\Delta f_t|$ se $\Delta f_t < 0$ altrimenti vale zero)
- γ_P, γ_N «Short Term Pass-Through Rate» cioè sensibilità istantanea dei tassi banca ai tasso di mercato f_t . In particolare γ_P è la sensibilità istantanea alle variazioni positive del tasso di mercato ($0 < \gamma_P < \beta$) mentre γ_N si riferisce alle variazioni negative. Per costruzione $\gamma_N < 0$ e $|\gamma_N| < \beta$. In generale ci aspettiamo che il sistema bancario risulti più sensibile a variazioni negative piuttosto che a quelle positive cioè $|\gamma_N| \geq \gamma_P$.

Il modello TECM-floor specificato prevede un equilibrio di lungo periodo differenziato in termini di spread in base al regime dei tassi di mercato positivi/ negativi. In un periodo storico nel quale $f_t > 0$ (tassi di mercato positivi) $D_t = 0$ quindi $\alpha_t = \alpha_P$ (che ci attendiamo essere negativo $\alpha_P < 0$). Infine, in fase di tassi di mercato negativi $f_t < 0$ per cui vale $D_t = 1$ avremo uno spread costituito da $\alpha_t = \alpha_P + \alpha_N$ (che ci attendiamo essere positivo $\alpha_P + \alpha_N > 0$). Questo doppio regime evidenziato dall'analisi grafica dell'andamento della serie storica è prevalentemente causato dalla presenza del «floor» a zero sui tassi praticati dal sistema bancario sui «NMD».

La specifica di due parametri di «Short Pass-Through Rate» γ_P (variazioni positive dei tassi di mercato) e γ_N (variazioni negative dei tassi di mercato) in generale rende non applicabile le formule chiuse proposte in precedenza al fine del calcolo del «Pass-Through Rate» sui diversi orizzonti temporali. Seguiremo un approccio numerico per la valutazione del «Pass-Through Rate» sui diversi orizzonti temporali facendo riferimento agli shock regolamentari già analizzati in precedenza. Osserviamo che per alcuni shock (in particolare ci riferiamo agli shock paralleli) Δf_t assume un unico segno cioè è solo positivo o negativo è possibile continuare ad applicare le formule chiuse sviluppate in precedenza semplicemente sostituendo a γ rispettivamente γ_P per shock al rialzo e γ_N per shock al ribasso. Per tutti gli altri in generale è possibile solo nel breve periodo perché nel medio e lungo periodo Δf_t cambia di segno.

Nota: la specificazione di due «spread» α_P (tassi positivi) e $\alpha_P + \alpha_N$ (tassi negativi) non influenza il calcolo del «Pass-Through Rate» essendo una misura relativa. Inoltre data una fase storica di tassi positivi a livelli piuttosto storicamente alti lo «spread» che eventualmente sarà rilevante è quello abbinato al regime di tassi positivi cioè α_P .

RETAIL – Stima TECM-floor Model

Modello Pass-Through Rate

```

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.003290   0.003384  -0.972 0.331864
DNlag1       0.007281   0.004036   1.804 0.072393 .
Ylag1        0.983828   0.008939 110.055 < 2e-16 ***
X2lag1        0.008808   0.002244   3.925 0.000111 ***
X2deltaP1     0.057245   0.017904   3.197 0.001559 **
X2deltaN1    -0.220342   0.013020 -16.923 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02245 on 260 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9968,    Adjusted R-squared:  0.9967
F-statistic: 1.598e+04 on 5 and 260 DF,  p-value: < 2.2e-16

Durbin-Watson test

data:  L_EST
DW = 1.6962, p-value = 0.002989
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
    
```

AR(1)

```

AR(1) coefficient rho after 14 iterations: 0.2088
Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.001457   0.004128  -0.353 0.7244
DNlag1       0.007024   0.004969   1.414 0.1587
Ylag1        0.971944   0.010677  91.032 < 2e-16 ***
X2lag1        0.011278   0.002683   4.203 3.63e-05 ***
X2deltaP1     0.043719   0.019488   2.243 0.0257 *
X2deltaN1    -0.199021   0.014536 -13.691 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02212 on 260 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.995,    Adjusted R-squared:  0.9949
F-statistic: 1.039e+04 on 5 and 260 DF,  p-value: < 2.2e-16

Durbin-Watson statistic (original): 1.696
Durbin-Watson statistic (transformed): 2.034
    
```

White Estimator

Equilibrio di lungo periodo + Dinamica

NAMES	COEF	STD	TSTUD	PVALUE
ALPHA_P	-0.05192444	0.0220061589	2.359541	1.829756e-02
ALPHA_N	0.25036735	0.0271506453	9.221414	2.932071e-20
THETA	-0.02805623	0.0001260311	222.613439	0.000000e+00
BETA	0.40199579	0.0079467715	50.586052	0.000000e+00
GAMMA_P	0.04371869	0.0002411426	181.298101	0.000000e+00
GAMMA_N	-0.19902137	0.0043341406	45.919456	0.000000e+00

```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0014568   0.0039375  -0.3700 0.7116976
DNlag1       0.0070244   0.0039656   1.7713 0.0776796 .
Ylag1        0.9719438   0.0112264  86.5769 < 2.2e-16 ***
X2lag1        0.0112785   0.0029948   3.7660 0.0002051 ***
X2deltaP1     0.0437187   0.0155288   2.8153 0.0052457 **
X2deltaN1    -0.1990214   0.0658342  -3.0231 0.0027523 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Il «Long Pass-Through Rate» stimato è circa 0.40 cioè nel medio è lungo periodo una variazione di 100bps dei tassi di mercato causa una variazione di circa 40bps sui tassi praticati dalle banche sui «NMD». Il parametro di «mean reverting» è pari a -0.022 che indica la velocità di aggiustamento del sistema bancario verso il nuovo a seguito di una variazioni dei tassi di mercato: se la distanza tra il tasso attuale sui «NMD» e l'equilibrio è circa 100bps il sistema si aggiusta per 2.2bps mensili.

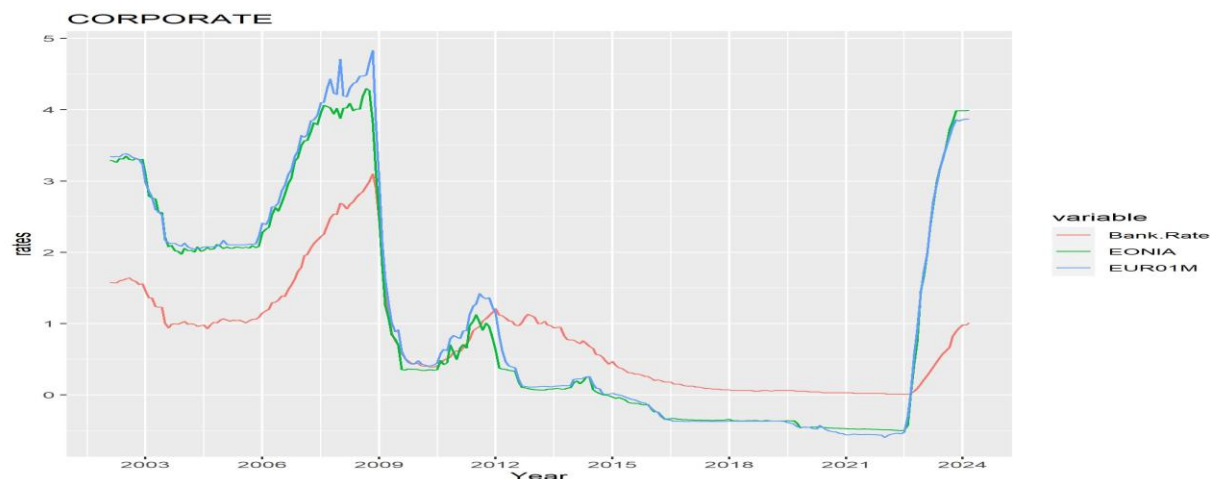
L'introduzione della dummy per il regime dei tassi di mercato (positivi/negativi) nell'equazione di lungo periodo consente di tenere in considerazione del «floor» automatico a zero praticato sui «NMD». Il modello stima uno «spread» in regime di tassi positivi pari a -0.0519 mentre in fase di tassi positivi $\hat{\alpha}_N + \hat{\alpha}_P = 0.1984$. Le stime dell'intercetta e del parametro abbinato alla dummy ritardata D_{t-1} sono comunque non significativi. Procedendo alla stima «robusta» («White Estimator») degli «standard error», che tiene conto della non corretta specificazione delle varianze degli errori (Eteroscedasticità), otteniamo la significatività dei parametri relativi agli «spread».

Pass-Through Rate RETAIL

Il «Pass-Through Rate» di breve periodo è differenziato rispetto al segno della variazione dei tassi di mercato.

TIME	short_up	short_down	long_up	long_down	steepener	flattener	parallel_up	parallel_down
0	0.043718690	0.19902137	NaN	NaN	0.19902137	0.043718690	0.043718690	0.19902137
1	0.047557292	0.21126615	0.063402876	0.19902137	0.21514617	0.045588299	0.053770594	0.20471607
3	0.055190100	0.23647416	0.073572079	0.20478038	0.25066296	0.048853509	0.073036258	0.21563063
6	0.066534977	0.27637401	0.088497395	0.21323200	0.31541964	0.052290346	0.099954791	0.23088076
12	0.088903825	0.36624972	0.117172732	0.22946691	0.53627768	0.050722121	0.147363928	0.25773942

- A fronte di una variazione di +100bps il sistema bancario si muove verso un «riprezzamento immediato» dei tassi praticati sui «NMD» di circa +4.4bps. Nella tabella sopra sono riportati i «Pass-Through Rate» stimati su diversi orizzonti temporali (≤ 12 mesi). Variazioni positive dei tassi di mercato il sistema bancario tende a aumentare i tassi praticati alla clientela «retail» con velocità diverse in base alle caratteristiche degli «shock»: impulsi di medio e lungo periodo (long-up/parallel-up) provocano aumenti più consistenti. In particolare, al 12-esimo mese con un «parallel-up» di 200bps sulla curva dei tassi di mercato provoca un aumento di circa 28bps. Per le altre tipologie di «shock» al rialzo l'aggiustamento verso l'equilibrio è decisamente più lento: un aumento di breve periodo di 250bps («short-up») genera un aumento sui tassi dei «NMD» al 12-esimo mese pari a 20bps. Per quanto riguarda il «flattener» (rialzo nel breve periodo e ribasso nel medio e lungo periodo) al 12-esimo mese il Pass-Through Rate si aggira a valori piuttosto ridotti 0.04 (inferiori anche allo short-down).
- A fronte di una variazione di -100bps il sistema bancario si muove verso un «riprezzamento immediato» dei tassi praticati sui «NMD» di circa -19bps. A fronte di variazioni negative dei tassi di mercato il sistema bancario tende a diminuire i tassi praticati alla clientela «retail» con velocità consistenti: impulsi di breve periodo -250bps (short-down) provocano riduzioni consistenti -87.5bps al 12-esimo mese. Per gli «shock» al ribasso di medio e lungo periodo (long-down\parallel-down) si stima una riduzione che si aggira intorno a -50bps (parallel) al 12-esimo mese. L'aggiornamento più rilevante si evidenzia per lo «steepener» che al 12-esimo mese che raggiunge circa lo 0.50 che è superiore al «Pass-Through Rate» asintotico (tale tipo di comportamento è una immediata conseguenza della tipologia dello «shock» al ribasso nel breve periodo e rialzo nel medio e lungo periodo).



ECB Serie (2002-01 / 2024-02)

- EONIA = EST.B.EU000A2X2A25.WT
FM.M.U2.EUR.4F.MM.EONIA.HSTA
- EUR01m = FM.M.U2.EUR.RT.MM.EURIBOR1MD_.HSTA
- Bank.Rate = MIR.M.IT.B.L21.A.R.A.2240.EUR.N

Engle-Granger Cointegration Test

H0: «No Cointegration»

Variabile	Statistics	P-Value
EONIA	-7.92	0.01
EUR01M	-7.34	0.01
EUR03M	-7.54	0.01

- La serie dei tassi praticati dal sistema bancario alla clientela Corporate presenta caratteristiche di «non stazionarietà». Il test di Dickey-Fuller non rifiuta l'ipotesi nulla H0: «no unit root»: «no drift» -1.61 p-value = 0.11 e «with drift» -2.20 p-value 0.24.
- La serie dei tassi praticati dal sistema bancario alla clientela Corporate e le serie dei tassi di mercato (EONIA/EUR01/EUR03) prese singolarmente sono cointegrate. Il test di Engle-Granger con ipotesi nulla H0: «no cointegration» sono rifiutate. In altre parole tale test non rifiuta l'esistenza di una relazione di lungo periodo fra le serie storiche prese singolarmente.
- Dall'andamento della serie storica si intuisce che in regime di tassi di mercato positivi lo spread ha segno negativo mentre durante il periodo in cui i tassi di mercato sono risultati negativi lo spread assume segno positivo (presenza di floor a zero per i tassi praticati alla clientela del sistema bancario)

CORPORATE – Stima TECM-floor Model

Modello Pass-Through Rate

```

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.014154  0.006924  -2.044 0.041957 *
DNlag1       0.018182  0.008076   2.251 0.025196 *
Ylag1        1.001022  0.008386 119.364 < 2e-16 ***
X2lag1        0.014162  0.003748   3.778 0.000196 ***
X2deltaP1     0.168016  0.034033   4.937 1.42e-06 ***
X2deltaN1    -0.503619  0.025713  -19.586 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04362 on 260 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9966,    Adjusted R-squared:  0.9965
F-statistic: 1.524e+04 on 5 and 260 DF,  p-value: < 2.2e-16

Durbin-Watson test

data:  L_EST
DW = 1.438, p-value = 5.642e-07
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
    
```

AR(1)



```

AR(1) coefficient rho after 25 iterations: 0.5248
Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.001164  0.012422  -0.094 0.92540
DNlag1       0.013382  0.014592   0.917 0.35995
Ylag1        0.959181  0.014751  65.023 < 2e-16 ***
X2lag1        0.029362  0.006676   4.398 1.6e-05 ***
X2deltaP1     0.128013  0.038745   3.304 0.00109 **
X2deltaN1    -0.345320  0.030628  -11.275 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.04057 on 260 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9875,    Adjusted R-squared:  0.9873
F-statistic: 4114 on 5 and 260 DF,  p-value: < 2.2e-16

Durbin-Watson statistic (original): 1.438
Durbin-Watson statistic (transformed): 2.132
    
```

White Estimator



```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0011642  0.0146088  -0.0797 0.936541
DNlag1       0.0133822  0.0127316   1.0511 0.294189
Ylag1        0.9591808  0.0236056  40.6336 < 2.2e-16 ***
X2lag1        0.0293620  0.0090099   3.2589 0.001268 **
X2deltaP1     0.1280130  0.0550786   2.3242 0.020887 *
X2deltaN1    -0.3453204  0.0820900  -4.2066 3.571e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Equilibrio di lungo periodo + Dinamica

NAMES	COEF	STD	TSTUD	PVALUE
ALPHA_P	-0.02852202	0.1365249061	0.2089144	8.345151e-01
ALPHA_N	0.32783997	0.1760222653	1.8624915	6.253384e-02
THETA	-0.04081918	0.0005572234	73.2546083	0.000000e+00
BETA	0.71931990	0.0675787110	10.6441791	1.856131e-26
GAMMA_P	0.12801304	0.0030336575	42.1975916	0.000000e+00
GAMMA_N	-0.34532042	0.0067387622	51.2438950	0.000000e+00



Il modello stima uno «spread» in regime di tassi positivi pari a -0.0285 mentre in fase di tassi positivi $\hat{\alpha}_N + \hat{\alpha}_P = 0.2993$. Le stime dei parametri di intercetta e della dummy ritardata legata al segno dei tassi di interesse sono comunque non significativi anche utilizzando lo stimatore robusto per la matrice delle varianze e covarianze. In riferimento all'equazioni di lungo periodo il parametro inerente lo «spread» in regime di tassi negativi risulta essere significativo al livello di significatività del 10% mentre risulta non significativo quello abbinato allo spread in regime di tassi positivi.

Il «Long Pass-Through Rate» stimato è circa 0.71 cioè nel medio è lungo periodo una variazione di 100bps dei tassi di mercato causa una variazione di circa 71bps sui tassi praticati dalle banche sui «NMD». Il parametro di «mean reverting» è pari a -0.019 che indica la velocità di aggiustamento del sistema bancario verso il nuovo a seguito di una variazioni dei tassi di mercato: se la distanza tra il tasso attuale sui «NMD» e l'equilibrio è circa 100bps il sistema si aggiusta per 1.9bps mensili.

Pass-Through Rate CORPORATE

Il «Pass-Through Rate» di breve periodo è differenziato rispetto al segno della variazione dei tassi di mercato.

TIME	short_up	short_down	long_up	long_down	steepener	flattener	parallel_up	parallel_down
0	0.12801304	0.34532042	NaN	NaN	0.34532042	0.12801304	0.12801304	0.34532042
1	0.14388656	0.37006416	0.15555615	0.34532042	0.37567795	0.14126797	0.15214970	0.36058678
3	0.17540241	0.41990058	0.17951077	0.36069218	0.44074646	0.16755360	0.19750753	0.38927544
6	0.22227151	0.49597110	0.21391126	0.38276573	0.55424759	0.20668714	0.25883454	0.42806455
12	0.31595948	0.65660322	0.27750296	0.42356587	0.91370867	0.28672993	0.36071291	0.49250226

- A fronte di una variazione di +100bps il sistema bancario si muove verso un «riprezzamento immediato» dei tassi praticati sui «NMD» di circa +12.8bps. Variazioni positive dei tassi di mercato il sistema bancario tende a aumentare i tassi praticati alla clientela «corporate»: impulsi di medio e lungo periodo (long-up/parallel-up) provocano aumenti più consistenti. In particolare, al 12-esimo mese con un «parallel-up» di 200bps sulla curva dei tassi di mercato provoca un aumento di circa 68bps. Per le altre tipologie di «shock» al rialzo l'aggiustamento verso l'equilibrio è decisamente più lento: un aumento di breve periodo di 250bps («short-up») genera un aumento sui tassi dei «NMD» al 12-esimo mese pari a 72.5bps. Per quanto riguarda il «flattener» (rialzo nel breve periodo e ribassa nel medio e lungo periodo) al 12-esimo mese il Pass-Through Rate si aggira a valori piuttosto ridotti 0.27 (in linea con lo short-down).
- A fronte di una variazione di -100bps il sistema bancario si muove verso un «riprezzamento immediato» dei tassi praticati sui «NMD» di circa -34.5bps. A fronte di variazioni negative dei tassi di mercato il sistema bancario tende a diminuire i tassi praticati alla clientela «corporate» con velocità consistenti: impulsi di breve periodo -250bps (short-down) provocano riduzioni consistenti -157.5bps al 12-esimo mese. Per gli «shock» al ribasso di medio e lungo periodo (long-down\parallel-down) si stima una riduzione che si aggira -96bps (parallel) al 12-esimo mese. L'aggiornamento più rilevante si evidenzia per lo «steepener» che al 12-esimo mese raggiunge circa lo 0.86 che è superiore al «Pass-Through Rate» asintotico (tale tipo di comportamento è una immediata conseguenza della tipologia dello «shock» ribasso nel breve periodo e rialzo nel medio e lungo periodo).

Il modello dei volumi ha l'obiettivo di rappresentare la «maturity» delle poste a vista evidenziando in modo più realistico il grado di persistenza degli aggregati. Si abbandona l'ipotesi che i volumi relativi ai NMD rimangono costanti lungo l'«holding period» per essere quindi rimborsati. In sostanza si descrive un profilo di capitali progressivo e graduale rispetto all'orizzonte di detenzione costruendo così un profilo di ammortamento virtuale. L'analisi dei volumi consiste è quindi nel trasformare in termini di liquidità l'ammontare delle poste a vista in un portafoglio di poste a scadenza.

Si ipotizza che la serie storica dei volumi V_t di raccolta sia scomponibile in logaritmo nella somma di un trend stocastico s_t e da una componente irregolare cioè

$$v_t = \log V_t = s_t + \sigma_\varepsilon \cdot \varepsilon_t$$

dove ε_t è un disturbo casuale indipendente con distribuzione normale come media e varianza 1 mentre σ_ε è la relativa deviazione standard

Talvolta si tende ad utilizzare la raccolta pro-capite per NDG o numero di sportelli. L'utilizzo della raccolta pro-capite anziché del suo valore monetario è consigliata nei periodi di considerevoli variazioni del numero dei clienti a cui la banca raccoglie tramite i NMD.

Si ipotizza che il trend stocastico s_t (non osservabile) segua un processo «mean-reverting» di «Ornstein–Uhlenbeck»

$$ds_t = \theta \cdot (\mu - s_t) \cdot dt + \sigma_s \cdot dw_t$$

dove μ è la media di lungo periodo, θ tasso di avvicinamento alla media, σ_s volatilità istantanea mentre dw_t processo di Wiener $dw_t \sim N(0, dt)$.

Si dimostra che per $t > h$, $s_t | s_h \sim N(\mu_{t-h}, \sigma_{t-h}^2)$ dove

$$\begin{aligned}\mu_{t-h} &= E(s_t | s_h) = s_h \cdot e^{-\theta(t-h)} + \mu \cdot [1 - e^{-\theta(t-h)}] \\ \sigma_{t-h}^2 &= V(s_t | s_h) = \frac{\sigma_s^2}{2\theta} [1 - e^{-\theta 2(t-h)}]\end{aligned}$$

ed anche che $s_t \sim N(\mu_t^*, \sigma_t^2)$ dove

$$\mu_t^* = E(s_t) = \mu_0 \cdot e^{-t\theta} + \mu \cdot (1 - e^{-\theta t})$$

con $\mu_0 = E(s_0)$

La corrispondente versione in tempo discreto assumendo un passo temporale costante $\Delta = 1/12$

$$s_t = \alpha + \beta \cdot s_{t-\Delta} + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

$\epsilon_t \rightarrow \sim N(0,1)$

dove

$$\alpha = \mu \cdot (1 - e^{-\theta\Delta})$$

$$\beta = e^{-\theta\Delta}$$

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{\sigma_s^2}{2\theta} \cdot (1 - e^{-2\theta\Delta})$$

$$\mu = \frac{\alpha}{1 - \beta}$$

$$\theta = -\frac{1}{\Delta} \log \beta$$

$$\sigma_s^2 = -\frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \beta^2} \cdot \frac{2}{\Delta} \log \beta$$

Quindi, in tempo discreto con punti di osservazioni equidistanti fra loro il processo di Ornstein–Uhlenbeck può essere rappresentato come un AR(1) stazionario $\beta < 1$ con media $\alpha^* = \alpha/(1 - \beta)$.

Il processo che governa la componente di trend stocastico può essere anche riscritto in termini di scarto dal suo valore atteso $\bar{s}_t = s_t - \alpha^*$

$$\bar{s}_t = \beta \cdot \bar{s}_{t-\Delta} + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

In sintesi il modello per l'analisi della componente stabile dei volumi di raccolta può essere specificato in termini di Analisi Fattoriale Dinamica (DFA – «Dynamic Factor Analysis»)

State Equation

$$s_t = \alpha + \beta \cdot s_{t-\Delta} + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

Measurement Equation

$$v_t = s_t + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

che può essere trasformato in termini di scarto dalla media rispetto alla componente di trend stocastico

$$\bar{s}_t = \beta \cdot \bar{s}_{t-\Delta} + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

$$v_t - \alpha^* = \bar{s}_t + \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_t$$

Al fine di rendere stimabile il sistema di equazioni poniamo $\alpha^* = \bar{v}$ cioè imponiamo che il trend rappresentato dal processo di Ornstein–Uhlenbeck abbia come media di lungo periodo \bar{v} cioè $\mu = \bar{v}$ (logaritmo della media geometria della serie dei NMD). Le stime di MLE dei parametri β , σ_ϵ e σ_ϵ sono quindi ottenuti mediante l'impiego dell'algoritmo EM («Expected Maximization»).

Lo step E dell'algoritmo EM prevede l'applicazione dell'algoritmo degli algoritmi di Filtro (Kalman) e Smoothing che consentono di ottenere la distribuzione di probabilità a posteriori del trend stocastico condizionata alla storia dei volumi di raccolta. In particolare al raggiungimento della convergenza alle stime MLE otteniamo che

$$\hat{s}_T \sim N(\hat{\pi}_T, \hat{\delta}_T^2)$$

Seguendo un approccio «VaR-like» il volume di raccolta al tempo T è diviso in due componenti: stabile e volatile. La componente volatile rappresenta quella quota dei NMD che con alta probabilità fuoriesce a vista per soddisfare le esigenze di liquidità immediata della clientela.

Stabilito un livello di significatività pari a $1 - \gamma$ l'estremo inferiore dell'intervallo di confidenza quantifica il valore precauzionale in termini logaritmici del trend

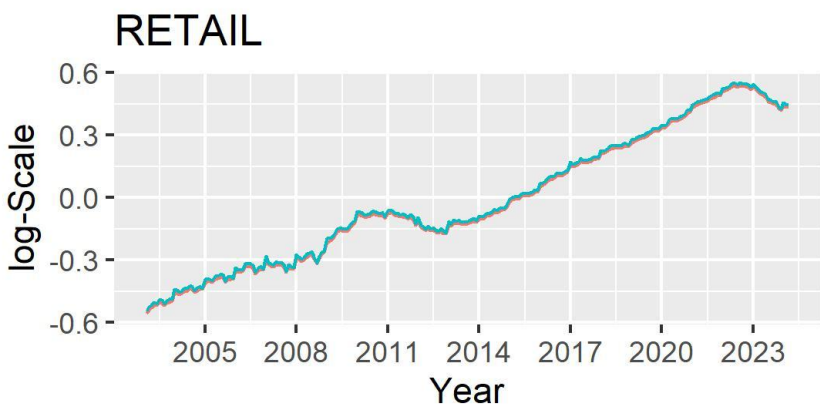
$$\tilde{s}_T = \hat{\pi}_T + \hat{\delta}_T \cdot q_\gamma$$

dove $q_\gamma < 0$ è il quantile di ordine γ di una normale standard. Considerando l'anti-logaritmo $e^{\tilde{s}_T}$ otteniamo la componente stabile della raccolta a vista del NMD (scalata rispetto alla media di lungo periodo del processo di Ornstein–Uhlenbeck cioè la media geometrica del volumi di raccolta osservata storicamente).

Quindi in termini di percentuali otteniamo la componente volatile

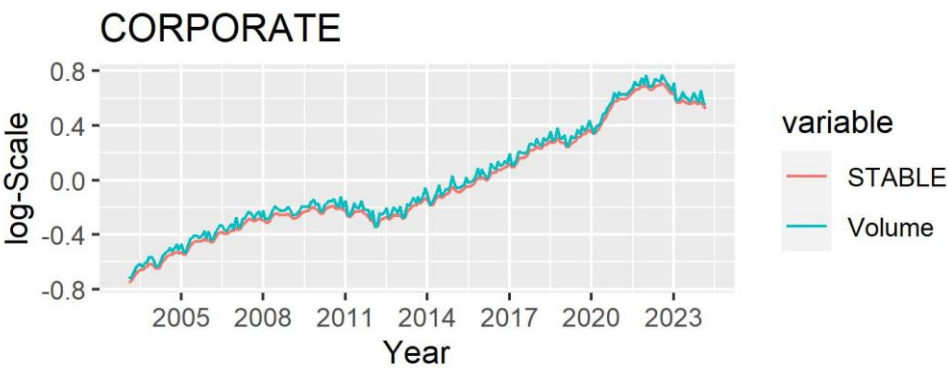
$$l_t = 1 - \frac{e^{\tilde{s}_T}}{e^{v_T}} = 1 - e^{-(v_T - \tilde{s}_T)}$$

Di seguito illustriamo l'andamento storico da gennaio 2002 a febbraio 2024 della raccolta a vista per segmento RETAIL e CORPORATE del sistema bancario Italiano (rispettivamente serie BSI.M.IT.N.A.L21.A.1.U2.2250.Z01.E e BSI.M.IT.N.A.L21.A.1.U2.2240.Z01.E dell'ECB) con i rispettivi andamenti della componente stabile (livello di significatività al 99%) derivante dalla stima del modello DFA



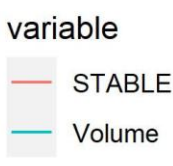
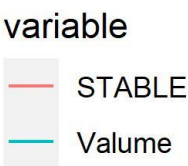
NAME	EST	SD	TS	PV
R.R	0.0000344	0.00001622	2.121	0.033906620753
B.B	0.9971293	0.00277370	359.494	0.000000000000
Q.q	0.0001907	0.00003232	5.902	0.000000003602

$$\hat{\theta} = 0.034525287$$



NAME	EST	SD	TS	PV
R.R	0.0005039	0.00009704	5.192	0.000000208
B.B	0.9956522	0.00401294	248.110	0.000000000
Q.q	0.0006176	0.00012515	4.935	0.000000802

$$\hat{\theta} = 0.052287717$$



Measurement Equation

$$R.R = \hat{\sigma}_{\epsilon}^2$$

State Equation

$$B.B = \hat{\beta}$$

$$Q.q = \hat{\sigma}_{\epsilon}^2$$

Stima delle percentuali della componente volatile

RETAIL

SIGNIF	VOLPER	MEAN
90	0.68952390	5.0000598
95	0.88613965	3.9354930
99	1.25390876	2.7544922
99.9	1.66451800	2.0461376

CORPORATE

SIGNIF	VOLPER	MEAN
90	1.4165142	2.8293626
95	2.0634354	2.1660324
99	3.2655233	1.4945934
99.9	4.5954099	1.1070737

Per la sola componente stabile si stabilisce un profilo di persistenza cioè il profilo di volumi minimi probabili (*mpa* Minimum Probability Ammount) quantità che è statisticamente «certa» essere presente il prossimo mese.

Stabilito un «holding period», condizionatamente al campione osservato e alla componente stabile \tilde{s}_T (espressa in logaritmo) gli mpa_{T+h} con $h = 1, 2, \dots, H$ ottenibili direttamente dall'applicazione del filtro di Kalman sono

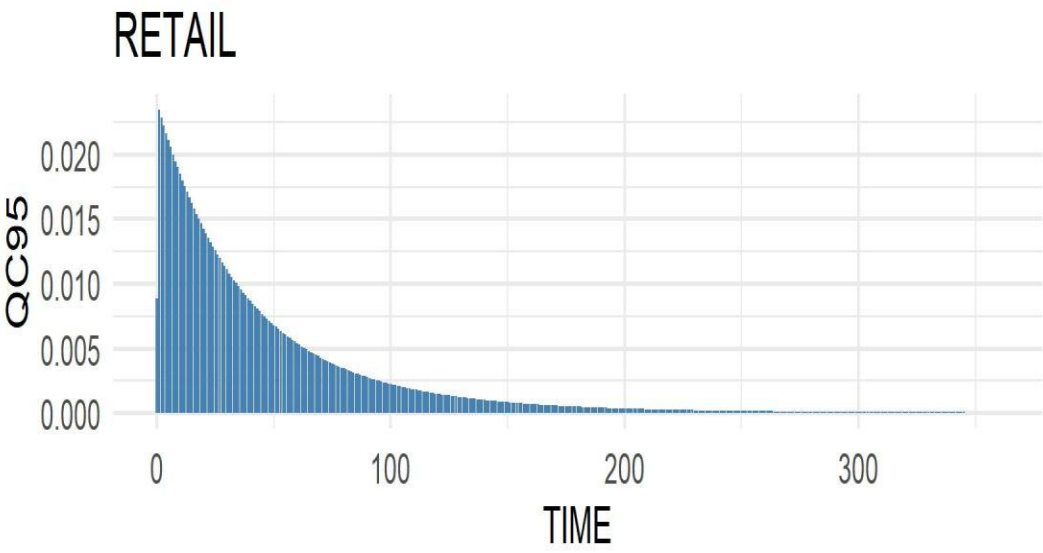
$$\tilde{s}_{T+h} = \tilde{s}_{T+h-1} \cdot \hat{\beta} + \hat{\sigma}_\epsilon \cdot q_Y \longrightarrow mpa_{T+h} = e^{\tilde{s}_{T+h}}$$

Da qui è possibile ottenere la quota ritirabile all'istante $T + h$ come $QC_h = mpa_{T+h-1} - mpa_{T+h}$ che può essere espressa in termini percentuali rispetto all'ammontare della raccolta all'istante T cioè $QC_{T+h} = e^{-v_t} \cdot C_h$. Definito il tempo massimo di ammortamento la parte residuale in termini percentuali $1 - l_t - \sum_{h=1}^H QC_h$ viene poi ripartita uniformemente sull' «holding period»

Per i due segmenti considerati (RETAIL/CORPORATE) riportiamo una tabella di sintesi per i più rilevanti livelli di significatività.

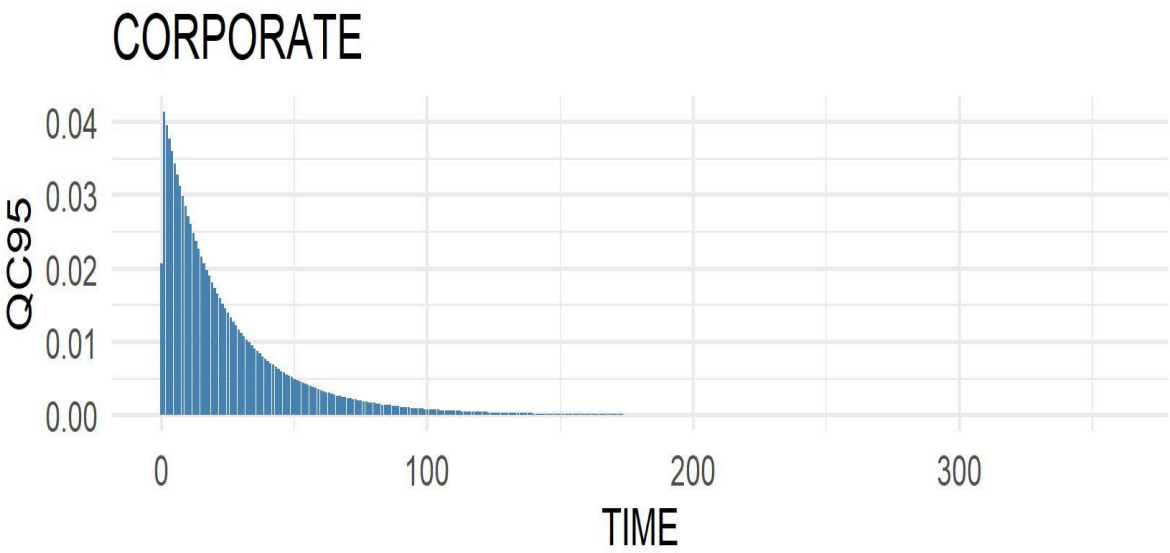
RETAIL (holding period = 30 year)

TIME-MONTHS	QC90	QC95	QC99	QC99.9
0	0.69145871	0.88807208	1.25583671	1.66644092
1	2.44624677	2.78735920	3.50160691	4.36936596
2	2.40602397	2.72526530	3.38640326	4.17655891
3	2.36676575	2.66496684	3.27558339	3.99303673
12	2.05290741	2.19442468	2.44859988	2.68932264
24	1.72609704	1.72882310	1.70430766	1.63333794
36	1.47843391	1.39562334	1.22563593	1.03060775
48	1.28936062	1.15495460	0.91381466	0.68073866
60	1.14398310	0.97955606	0.70814959	0.47431532



CORPORATE (holding period= 30 year)

TIME-MONTHS	QC90	QC95	QC99	QC99.9
0	1.4166131	2.06353359	3.26562033	4.59550561
1	3.7797914	4.45341752	5.78916767	7.31165424
2	3.6546752	4.26149064	5.43784517	6.73314425
3	3.5347375	4.07916594	5.10969742	6.20291747
12	2.6535284	2.79451977	2.96858147	3.02126641
24	1.8839755	1.76816952	1.51862651	1.22782873
36	1.4031077	1.18748268	0.83727112	0.54317742
48	1.0967781	0.85087703	0.50614343	0.27000167



Determinazione della componente «CORE»

RETAIL

NAME	QC90	QC95	QC99	QC99.9
RIALZO	94.929361	94.733888	94.367706	93.958356
RIBASSO	78.837582	78.546135	77.991106	77.362197
MID	86.883471	86.640012	86.179406	85.660277

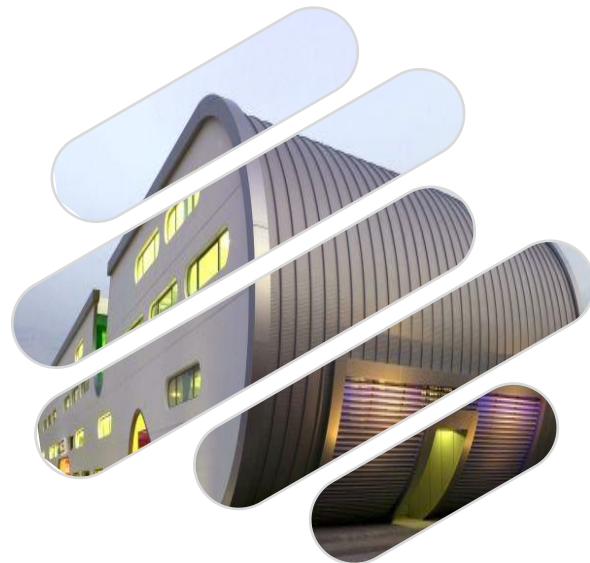
CORPORATE

NAME	QC90	QC95	QC99	QC99.9
RIALZO	85.471590	84.817090	83.595301	82.239198
RIBASSO	63.447868	62.823549	61.650979	60.343928
MID	74.459729	73.820319	72.623140	71.291563

Per un livello di non «stress» (livello di significatività del 95%) la stima della componente «Core» del segmento «RETAIL» si assesta a circa il 78% in condizioni di ribasso e 94% per scenari al rialzo (MID=86%). Le istruzioni contenute negli RTS indicano di moltiplicare per un fattore di 1.2 in caso di ribasso (94.59%) mentre in caso di rialzo è stabilito pari a 0.8 (75.93%). In ogni caso gli RTS indicano che la componente «Core» non può superare il 90%. Le stime del modello sembrano essere in linea con quanto prescritto dalle istruzioni in ambito di rischio tasso.

Facendo riferimento al segmento «CORPORATE» la componente «Core» è decisamente inferiore. In condizioni di non «stress» il modello stima una componente «Core» pari all’84% per scenari al rialzo mentre si assesta al 62% in caso di regime decrescenti dei tassi di mercato (MID=73%). Applicando i fattori indicati dagli RTS abbiamo per scenari al rialzo una componente «Core» che scende al 67.84% mentre per gli scenari al rialzo sale al 75.38%. A differenza di quanto accade per il segmento RETAIL, le stime del modello stimano non sembrano essere molto in linea con quanto prescritto dagli RTS che pongano un limite superiore pari al 50%. Ripercorrendo i calcoli seguendo il modello senza errori autocorrelati abbiamo un Pass-Through Rate a circa pari al 50% in caso di ribasso dei tassi di mercato (*).

Nelle tabelle a fianco riportiamo il calcolo della componente «Core» («stable component» * [1 - Pass-Through Rate]) per diversi livelli di significatività. La riga «MID» corrisponde alla media delle componenti «Core» determinate in condizioni di rialzo/ribasso dei tassi di mercato (attribuzione di equiprobabilità agli scenari di rialzo e ribasso nel breve periodo dei tassi di mercato).



CABEL INDUSTRY

Via Piovola, 138 - 50053 Empoli (FI)