

Lógica computacional

Tema: Semántica de la Lógica Proposicional

Pilar Selene Linares Arévalo

Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México

febrero 2018

Material desarrollado bajo el proyecto UNAM-PAPIME PE102117.



Significado de los conectivos lógicos

Negación.

La **negación** de la fórmula P es la fórmula $\neg P$.

Significado de los conectivos lógicos

Negación.

La **negación** de la fórmula P es la fórmula $\neg P$.

Significado de los conectivos lógicos

Negación.

La **negación** de la fórmula P es la fórmula $\neg P$.

Corresponde en español a : *No, no es cierto que, es falso que, etc.*

Significado de los conectivos lógicos

Negación.

La **negación** de la fórmula P es la fórmula $\neg P$.

Corresponde en español a : *No, no es cierto que, es falso que, etc.*

Tabla de verdad:

P	$\neg P$
0	1
1	0

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **disyunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P \vee Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **disyunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P \vee Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **disyunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P \vee Q}$.

Corresponde en español a : o

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **disyunción** de las fórmulas P , Q es la fórmula $P \vee Q$.

Corresponde en español a : o

Tabla de verdad:

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **conjunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **conjunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **conjunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P} \wedge \mathbf{Q}$.

Corresponde en español a : *y, pero*

Significado de los conectivos lógicos

Disyunción.

La **conjunción** de las fórmulas P, Q es la fórmula $P \wedge Q$.

Corresponde en español a : *y, pero*

Tabla de verdad:

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Significado de los conectivos lógicos

Implicación o condicional.

La **implicación** de las fórmulas P , Q es la fórmula $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{Q}$. Donde P es el *antecedente* y Q el *consecuente* de la implicación.

Significado de los conectivos lógicos

Implicación o condicional.

La **implicación** de las fórmulas P , Q es la fórmula $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{Q}$. Donde P es el *antecedente* y Q el *consecuente* de la implicación.

Significado de los conectivos lógicos

Implicación o condicional.

La **implicación** de las fórmulas P , Q es la fórmula $P \rightarrow Q$. Donde P es el *antecedente* y Q el *consecuente* de la implicación.

Corresponde en español a: *si P entonces Q ; P es condición suficiente para Q ; Q , si P ; P sólo si Q ; Q es condición necesaria para P .*

Significado de los conectivos lógicos

Implicación o condicional.

La **implicación** de las fórmulas P , Q es la fórmula $P \rightarrow Q$. Donde P es el *antecedente* y Q el *consecuente* de la implicación.

Corresponde en español a: *si P entonces Q ; P es condición suficiente para Q ; Q , si P ; P sólo si Q ; Q es condición necesaria para P .*

Tabla de verdad:

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Significado de los conectivos lógicos

Equivalencia o bicondicional.

La **equivalencia** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Equivalencia o bicondicional.

La **equivalencia** de las fórmulas P, Q es la fórmula $\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{Q}$.

Significado de los conectivos lógicos

Equivalencia o bicondicional.

La **equivalencia** de las fórmulas P , Q es la fórmula $\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{Q}$.

Corresponde en español a: *P es equivalente a Q , P si y sólo si Q , P es condición necesaria y suficiente para Q .*

Significado de los conectivos lógicos

Equivalencia o bicondicional.

La **equivalencia** de las fórmulas P , Q es la fórmula $P \leftrightarrow Q$.

Corresponde en español a: *P es equivalente a Q, P si y sólo si Q, P es condición necesaria y suficiente para Q.*

Tabla de verdad:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Estado o asignación de las variables

Un **estado o asignación** de las variables proposicionales es una función

$$\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$$

Estado o asignación de las variables

Un **estado o asignación** de las variables proposicionales es una función

$$\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$$

Estado o asignación de las variables

Un **estado o asignación** de las variables proposicionales es una función

$$\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$$

$$\mathcal{I}(r) = 1 \quad \mathcal{I}(p) = 0 \quad \mathcal{I}(t_{16}) = 1$$

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{VarP} \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{VarP}$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{Var}P$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{Var}P$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\neg\varphi) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi) = 0$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{VarP} \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{VarP}$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\neg\varphi) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \wedge \varphi_2) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 1$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{Var}P$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\neg\varphi) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \wedge \varphi_2) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 1$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \vee \varphi_2) = 0$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 0$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{Var}P$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\neg\varphi) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \wedge \varphi_2) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 1$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \vee \varphi_2) = 0$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) = 0$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = 1$ e $\mathcal{I}^*(\varphi_2) = 0$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Función de Interpretación

Dado un estado de las variables $\mathcal{I} : \text{Var}P \rightarrow \{0, 1\}$, definimos la **interpretación de las fórmulas** con respecto a \mathcal{I} como la función $\mathcal{I}^* : \text{PROP} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que:

- $\mathcal{I}^*(p) = \mathcal{I}(p)$ con $p \in \text{Var}P$.
- $\mathcal{I}^*(\top) = 1$ y $\mathcal{I}^*(\perp) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\neg\varphi) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \wedge \varphi_2) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 1$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \vee \varphi_2) = 0$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) = 0$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = 1$ e $\mathcal{I}^*(\varphi_2) = 0$.
- $\mathcal{I}^*(\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2) = 1$ syss $\mathcal{I}^*(\varphi_1) = \mathcal{I}^*(\varphi_2)$.

Haremos abuso de notación: escribiremos simplemente φ en lugar de φ^* .

Lema de Coincidencia

Sean $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2 : PROP \rightarrow \{0, 1\}$, dos estados que coinciden en las variables proposicionales de la fórmula φ , es decir, $\mathcal{I}_1(p) = \mathcal{I}_2(p)$ para toda $p \in vars(\varphi)$. Entonces

$$\mathcal{I}_1(\varphi) = \mathcal{I}_2(\varphi)$$

Estado modificado o actualizado

Sean $\mathcal{I} : \text{varp} \rightarrow \{0, 1\}$ un estado de las variables, p una variable proposicional y $v \in \{0, 1\}$. Definimos la actualización de \mathcal{I} en p por v , denotado $\mathcal{I}_{[p/v]}$ como sigue:

$$\mathcal{I}_{[p/v]}(q) = \begin{cases} v & \text{si } q = p \\ \mathcal{I}(q) & \text{si } q \neq p \end{cases}$$

El estado $\mathcal{I}_{[p/v]}$ se conoce como un estado modificado o una actualización de φ .


Lema de Sustitución

Sean \mathcal{I} una interpretación, p una variable proposicional y ψ una fórmula tal que $\mathcal{I}(\psi) = v$. Entonces

$$\mathcal{I}(\varphi[p := \psi]) = \mathcal{I}_{[p/v]}(\varphi)$$

Conceptos Semánticos básicos

¿Cuántas interpretaciones hacen verdadera a φ ?



Conceptos Semánticos básicos

¿Cuántas interpretaciones hacen verdadera a φ ?

- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **toda interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es una **tautología o fórmula válida** y escribimos $\models \varphi$.

Conceptos Semánticos básicos

¿Cuántas interpretaciones hacen verdadera a φ ?

- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **toda interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es una **tautología o fórmula válida** y escribimos $\models \varphi$.
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **alguna interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es **satisfacible**, que φ es verdadera en \mathcal{I} o que \mathcal{I} es **modelo** de φ y escribimos $\mathcal{I} \models \varphi$

Conceptos Semánticos básicos

¿Cuántas interpretaciones hacen verdadera a φ ?

- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **toda interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es una **tautología o fórmula válida** y escribimos $\models \varphi$.
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **alguna interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es **satisfacible**, que φ es verdadera en \mathcal{I} o que \mathcal{I} es **modelo** de φ y escribimos $\mathcal{I} \models \varphi$
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 0$ para **alguna interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es **falsa o insatisfacible** en \mathcal{I} o que \mathcal{I} no es modelo de φ y escribimos $\mathcal{I} \not\models \varphi$


Conceptos Semánticos básicos

¿Cuántas interpretaciones hacen verdadera a φ ?

- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **toda interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es una **tautología o fórmula válida** y escribimos $\models \varphi$.
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para **alguna interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es **satisfacible**, que φ es verdadera en \mathcal{I} o que \mathcal{I} es **modelo** de φ y escribimos $\mathcal{I} \models \varphi$
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 0$ para **alguna interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es **falsa o insatisfacible** en \mathcal{I} o que \mathcal{I} no es modelo de φ y escribimos $\mathcal{I} \not\models \varphi$
- Si $\mathcal{I}(\varphi) = 0$ para **toda interpretación** \mathcal{I} decimos que φ es una **contradicción** o fórmula no satisfacible.

Conceptos Semánticos básicos

Similarmente si Γ es un conjunto de fórmulas decimos que:



Similarmente si Γ es un conjunto de fórmulas decimos que:

- Γ es **satisfacible** si tiene un modelo, es decir, si existe una interpretación \mathcal{I} tal que $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para toda $\varphi \in \Gamma$. Lo cual denotamos a veces, abusando de la notación, con $\mathcal{I}(\Gamma) = 1$.

Similarmente si Γ es un conjunto de fórmulas decimos que:

- Γ es **satisfacible** si tiene un modelo, es decir, si existe una interpretación \mathcal{I} tal que $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para toda $\varphi \in \Gamma$. Lo cual denotamos a veces, abusando de la notación, con $\mathcal{I}(\Gamma) = 1$.
- Γ es **insatisfacible** o no satisfacible si no tiene un modelo, es decir, si no existe una interpretación \mathcal{I} tal que $\mathcal{I}(\varphi) = 1$ para toda $\varphi \in \Gamma$.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\tau\}$ es satisfacible.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\tau\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\chi\}$ es insatisfacible.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\tau\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\chi\}$ es insatisfacible.

- Si Γ es insatisfacible entonces :

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\tau\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\chi\}$ es insatisfacible.

- Si Γ es insatisfacible entonces :
 - $\Gamma \cup \{\psi\}$ es insatisfacible, para cualquier $\psi \in PROP$.

Propiedades

Sea Γ un conjunto de fórmulas, $\varphi \in \Gamma$, τ una tautología y χ una contradicción.

- Si Γ es satisfacible entonces :
 - $\Gamma \setminus \{\varphi\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\tau\}$ es satisfacible.
 - $\Gamma \cup \{\chi\}$ es insatisfacible.

- Si Γ es insatisfacible entonces :
 - $\Gamma \cup \{\psi\}$ es insatisfacible, para cualquier $\psi \in PROP$.
 - $\Gamma \setminus \{\tau\}$ es insatisfacible.

Equivalencia de Fórmulas

Equivalencia

Dos fórmulas φ, ψ son **equivalentes** si $\mathcal{I}(\varphi) = \mathcal{I}(\psi)$ para toda interpretación \mathcal{I} . En tal caso escribimos

$$\varphi \equiv \psi$$

Equivalencia de Fórmulas

Equivalencia

Dos fórmulas φ, ψ son **equivalentes** si $\mathcal{I}(\varphi) = \mathcal{I}(\psi)$ para toda interpretación \mathcal{I} . En tal caso escribimos

$$\varphi \equiv \psi$$

Proposición :

Sean φ, ψ dos fórmulas. Entonces

$$\varphi \equiv \psi \text{ si y sólo si } \models \varphi \leftrightarrow \psi$$

Equivalencia de Fórmulas

Regla de Leibniz

Sean φ, ψ, χ fórmulas y $p \in \text{var}P$

$$\frac{\varphi \equiv \psi}{\chi[p := \varphi] \equiv \chi[p := \psi]}$$

Consecuencia Lógica

Sean Γ un conjunto de fórmulas y φ una fórmula. Decimos que φ es **consecuencia lógica** de Γ si para toda interpretación \mathcal{I} que satisface a Γ , se tiene $\mathcal{I}(\varphi) = 1$.

Consecuencia Lógica

Sean Γ un conjunto de fórmulas y φ una fórmula. Decimos que φ es **consecuencia lógica** de Γ si para toda interpretación \mathcal{I} que satisface a Γ , se tiene $\mathcal{I}(\varphi) = 1$.

Consecuencia Lógica

Sean Γ un conjunto de fórmulas y φ una fórmula. Decimos que φ es **consecuencia lógica** de Γ si para toda interpretación \mathcal{I} que satisface a Γ , se tiene $\mathcal{I}(\varphi) = 1$.

Es decir, si se cumple que siempre que \mathcal{I} satisface a Γ entonces necesariamente \mathcal{I} satisface a φ . En tal caso escribimos

$$\Gamma \models \varphi$$

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.
- $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ syss $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.
- $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ syss $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.
- Insatisfacibilidad implica trivialidad: Si Γ es insatisfacible entonces $\Gamma \models \varphi$ para toda $\varphi \in PROP$.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.
- $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ syss $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.
- Insatisfacibilidad implica trivialidad: Si Γ es insatisfacible entonces $\Gamma \models \varphi$ para toda $\varphi \in PROP$.
- Si $\Gamma \models \perp$ entonces Γ es insatisfacible.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.
- $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ syss $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.
- Insatisfacibilidad implica trivialidad: Si Γ es insatisfacible entonces $\Gamma \models \varphi$ para toda $\varphi \in PROP$.
- Si $\Gamma \models \perp$ entonces Γ es insatisfacible.
- $\varphi \equiv \psi$ syss $\varphi \models \psi$ y $\psi \models \varphi$.

Consecuencia Lógica

La relación de consecuencia lógica cumple las siguientes propiedades:

- Si $\varphi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \models \varphi$.
- Principio de refutación: $\Gamma \models \varphi$ syss $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es insatisfacible.
- $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ syss $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.
- Insatisfacibilidad implica trivialidad: Si Γ es insatisfacible entonces $\Gamma \models \varphi$ para toda $\varphi \in PROP$.
- Si $\Gamma \models \perp$ entonces Γ es insatisfacible.
- $\varphi \equiv \psi$ syss $\varphi \models \psi$ y $\psi \models \varphi$.
- $\models \varphi$ (es decir si φ es tautología) syss $\emptyset \models \varphi$ (es decir φ es consecuencia lógica del conjunto vacío).

Correctud de argumentos lógicos

Un argumento con premisas $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ y conclusión ψ es **lógicamente correcto** si la conclusión se sigue de las premisas, es decir, si $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$.

Correctud de argumentos lógicos

Un argumento con premisas $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ y conclusión ψ es **lógicamente correcto** si la conclusión se sigue de las premisas, es decir, si $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$.

Correctud de argumentos lógicos

Un argumento con premisas $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ y conclusión ψ es **lógicamente correcto** si la conclusión se sigue de las premisas, es decir, si $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$.

Para mostrar la correctud del argumento lógico $\varphi_1, \dots, \varphi_n / \therefore \psi$ mediante interpretaciones, se puede proceder de alguna de las siguientes formas:

- **Método directo:** probar la consecuencia $\varphi_1, \dots, \varphi_n \models \psi$.

Correctud de argumentos lógicos

Un argumento con premisas $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ y conclusión ψ es **lógicamente correcto** si la conclusión se sigue de las premisas, es decir, si $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \models \psi$.

Para mostrar la correctud del argumento lógico $\varphi_1, \dots, \varphi_n / \therefore \psi$ mediante interpretaciones, se puede proceder de alguna de las siguientes formas:

- **Método directo:** probar la consecuencia $\varphi_1, \dots, \varphi_n \models \psi$.
- **Método indirecto (refutación):** probar que el conjunto $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n, \neg\psi\}$ es insatisfacible.