Analýza robustnosti spojitých dynamických systémů v distribuovaném prostředí

parasim

Jan Papoušek

Dynamické systémy

soustava diferenciálních rovnic

$$\frac{\mathbf{y}}{dt} = f(\mathbf{y})$$

$$t \geq t_o, \mathbf{y}(t_o) = y_0$$

Chování dynamického systému

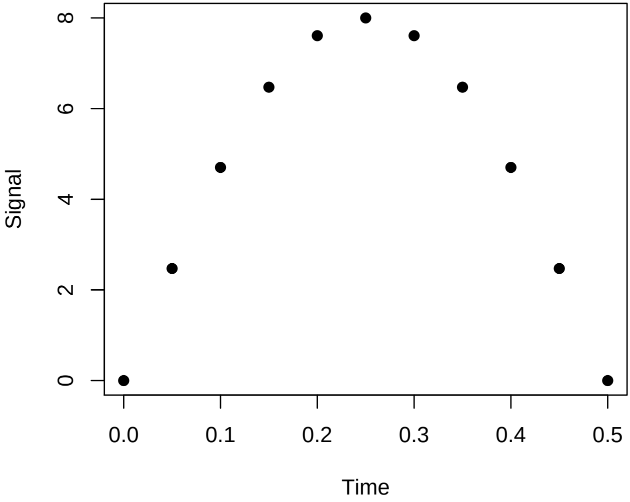
numerická simulace

$$t_{n+1} = t_n + h$$

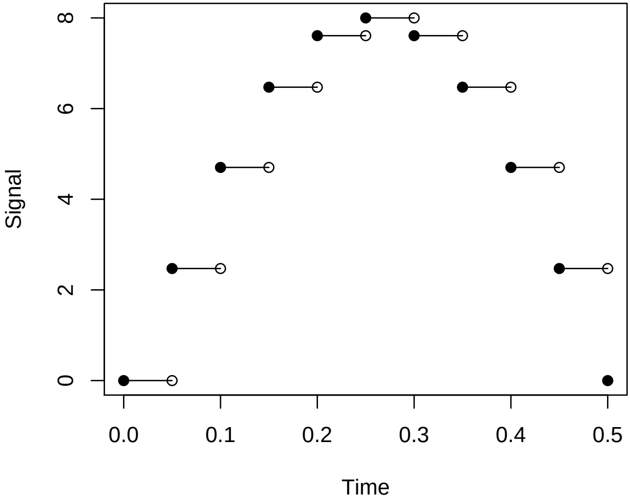
$$\mathbf{y}_n \sim \mathbf{y}(t_n)$$

(trejektorie chování, signál)

Chování dynamického systému



Chování dynamického systému



Vlastnost – STL

$$U = \{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k\}$$

$$\mu_i : \mathbb{R}^n \to \{T, F\}$$

Vlastnost – STL

$$U = \{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k\}$$

$$\mu_i : \mathbb{R}^n \to \{T, F\}$$

atomické propozice

$$P = \{1, \ldots, k\}$$

sybila systems biology laboratory

Vlastnost – STL

$$\varphi := T \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \wedge \varphi_2 \mid \varphi_1 \mathbf{U}_{[a,b]} \varphi_2$$

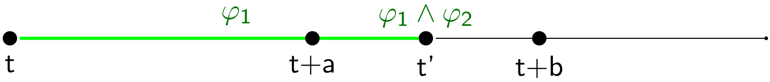
Vlastnost – STL

$$\varphi := T \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi_1 \wedge \varphi_2 \mid \varphi_1 \mathbf{U}_{[a,b]} \varphi_2$$

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{y}, t) &\models p && \Longleftrightarrow \mu_p(\mathbf{y}(t)) = T \\
(\mathbf{y}, t) &\models \neg\varphi && \Longleftrightarrow (\mathbf{y}, t) \not\models \varphi \\
(\mathbf{y}, t) &\models \varphi_1 \wedge \varphi_2 && \Longleftrightarrow (\mathbf{y}, t) \models \varphi_1 \text{ a současně } (\mathbf{y}, t) \models \varphi_2 \\
(\mathbf{y}, t) &\models \varphi_1 \mathbf{U}_{[a,b]} \varphi_2 && \Longleftrightarrow \exists t' \in [t + a, t + b].(\mathbf{y}, t') \models \varphi_2 \\
& && \quad \text{a současně } \forall t'' \in [t, t'].(\mathbf{y}, t'') \models \varphi_1
\end{aligned}
$$

Vlastnost – STL

$$\varphi_1 \mathbf{U}_{[a,b]} \varphi_2$$

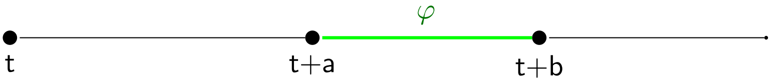


Vlastnost – STL

$$\mathbf{F}_{[a,b]}\varphi \; (T\,\mathbf{U}_{[a,b]}\varphi)$$

Vlastnost – STL

$$\mathbf{G}_{[a,b]}\varphi \; (\neg \mathbf{F}_{[a,b]}\neg\varphi)$$



Parametry

$$\frac{dY_1}{dt} = \nu Y_1 - \alpha Y_1 \cdot Y_2 \qquad \frac{dY_2}{dt} = \alpha Y_1 \cdot Y_2 - \mu Y_2$$

proměnné $(Y_1,\ Y_2)$ – počáteční hodnoty

koeficienty $(\mu,\ \nu,\ \alpha)$

sybila systems biology laboratory

Cíl analýzy

Lokální robustnost

$$U' = \{\mu'_1, \mu'_2, \ldots, \mu'_k\}$$

$$\mu'_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Lokální robustnost

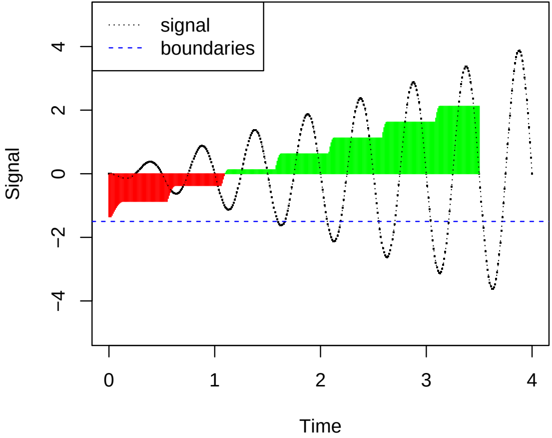
$$U' = \{\mu'_1, \mu'_2, \ldots, \mu'_k\}$$

$$\mu'_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

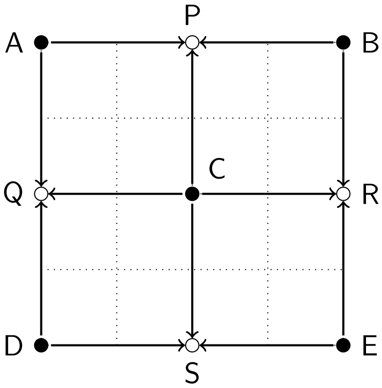
$$\begin{aligned}
\rho(p, \mathbf{y}, t) &= \mu'_p(\mathbf{y}(t)) \\
\rho(\neg\varphi, \mathbf{y}, t) &= -\rho(\varphi, \mathbf{y}, t) \\
\rho(\varphi_1 \wedge \varphi_2, \mathbf{y}, t) &= \min\Big(\rho(\varphi_1, \mathbf{y}, t), \rho(\varphi_1, \mathbf{y}, t)\Big) \\
\rho(\varphi_1 \mathbf{U}_{[a,b]} \varphi_2, \mathbf{y}, t) &= \max_{t' \in [t+a, t+b]} min\Big(\rho(\varphi_2, \mathbf{y}, t'), \min_{t'' \in [t, t']} \rho(\varphi_1, \mathbf{y}, t'')\Big)
\end{aligned}$$

Lokální robustnost

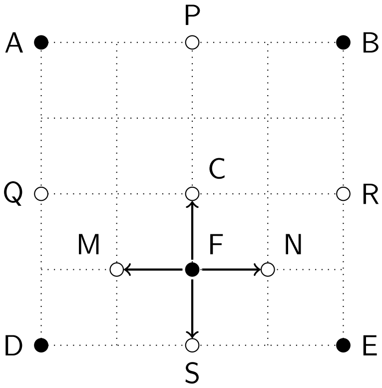
$$\mathbf{F}_{[0,\frac{1}{2}]} x \leq -k$$



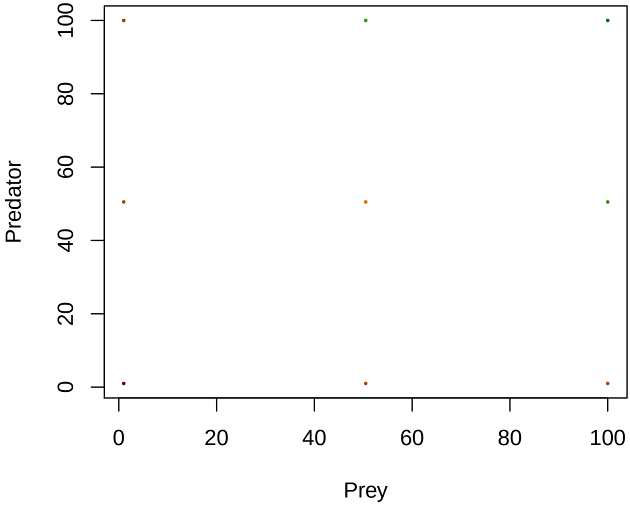
Průběh analýzy



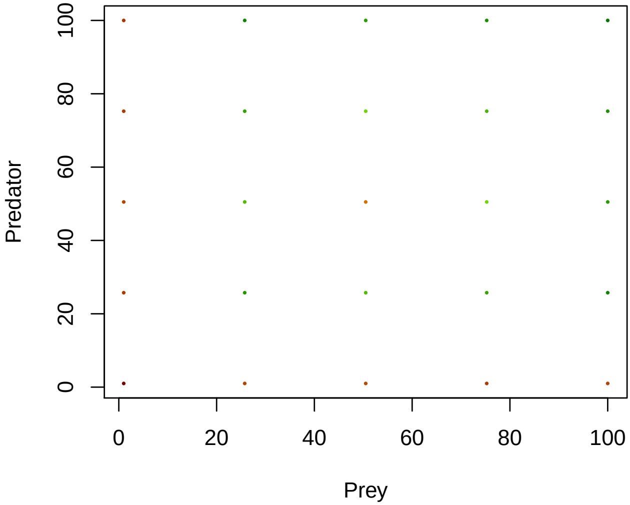
Průběh analýzy



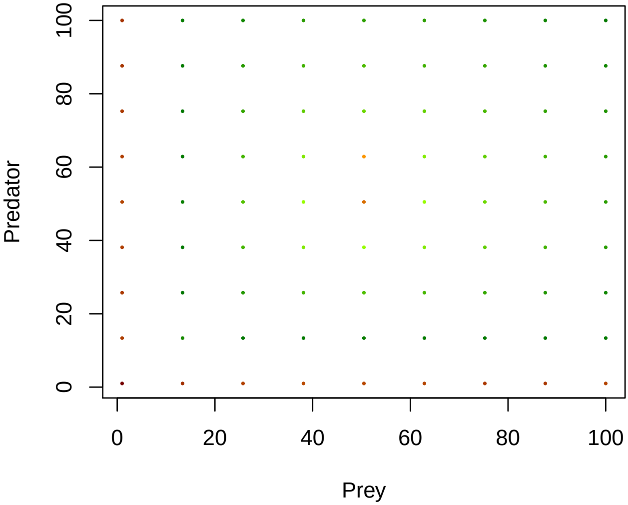
Průběh analýzy



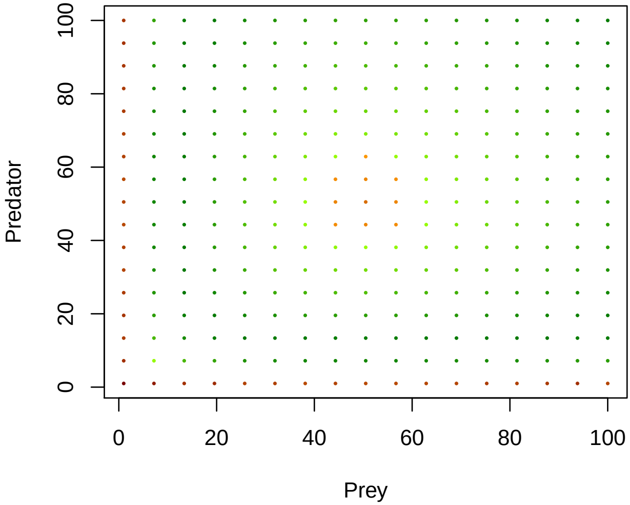
Průběh analýzy



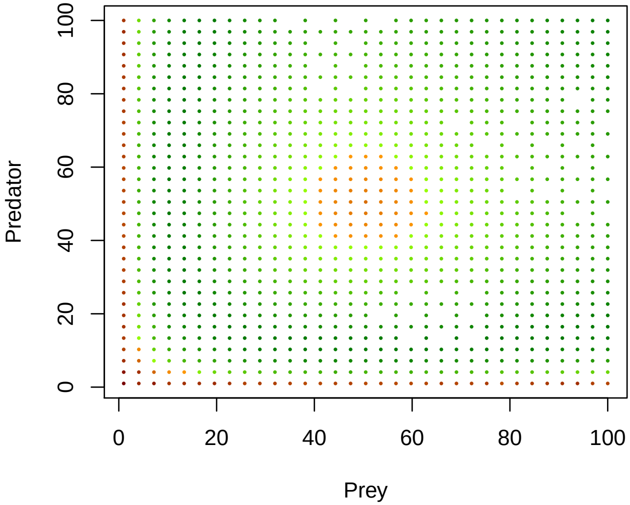
Průběh analýzy



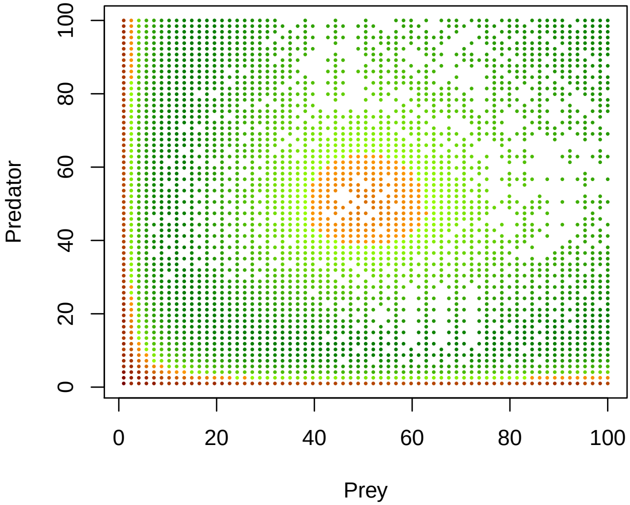
Průběh analýzy



Průběh analýzy

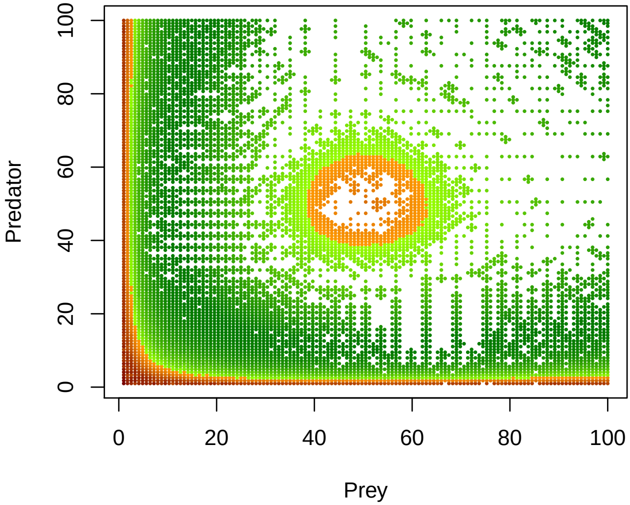


Průběh analýzy



sybila systems biology laboratory

Průběh analýzy



Implementace

Systém rozšíření

sybila
systems biology laboratory

Výpočetní model

Měření