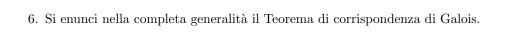
| TE1 AA09/10 (Teoria delle Eq                          | uazioni)       |                      |                   |         | APP]              | ELLC         | ) A (S        | Scritte             | o)                   |                                      | Roma, 18 Giugno 2010.   |
|---|----------------|----------------------|-------------------|---------|-------------------|--------------|---------------|---------------------|----------------------|--------------------------------------|---|
| COGNOME   | esercizi accor | NOM<br>mpagi<br>SPOS | ME . nande $STES$ | o le ri | <br>ispost<br>TTE | e con        | $\sup_{LTRI}$ | <br>gazior<br>I FOC | MA<br>ni chi<br>GLI. | TRICOI<br>are ed esse<br>Scrivere il | LAenziali. Inserire le risposte negli<br>proprio nome anche nell'ultimo |
|   | FIRMA          | 1                    | 2                 | 3       | 4                 | 5            | 6             | 7                   | 8                    | ТОТ.                                 |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
| 1. Rispondere alle sequenti do                        | mande forne    | ndo u                | ına g             | iustifi | cazio             | ne di        | una 1         | riga:               |                      |                                      | _   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
| a. È vero che se l' $n$ -agono                        | o è costruibi  | le allo              | ra lo             | è and   | che il            | $16 \cdot r$ | a-ago:        | no?                 |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         | • • • • •         |              |               |                     |                      | • • • • • • • •                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
| b. E' vero che dati due ca<br>finito che contiene due |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      | ore possibile costruire un campo  |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      | • • • • • • • • •                    |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
| ,   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
| c. É vero che esistono est                            | ensioni di gr  | ado a                | rbitra            | ariam   | ente              | elevat       | o che         | sono                | risol                | lubili?                              |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              | • • • • •     | • • • • •           |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |
|   |                |                      |                   |         |                   |              |               |                     |                      |                                      |   |

d. Dare un esempio di estensione separabile e non normale e un esempio di estensione normale e non separabile.

| 2. | Dimostrare che se un dominio di integrità $R$ contiene un campo $F$ e $\dim_F R$ è finita, allora $R$ è un campo.     |
|----|---|
|    |   |
|    |   |
|    |   |
|    |   |
|    |   |
| 3. | Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza di un campo di spezzamento di un polinomio a coefficienti in un campo. |
|    |   |
|    |   |
|    |   |
|    |   |
|    |   |

| 4 | Descrivere gli | elementi del | gruppo ( | di Calois | del polinomio | f(X) — | $(r + 3)^5 + 1$ | $\in \Omega[X]$ |
|---|----------------|--------------|----------|-----------|---------------|--------|-----------------|-----------------|

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio:  $(x^4-2)(x^3-1) \in \mathbf{Q}[X]$ .



7. Calcolare il grado del campo di spezzamento di  $(X^{3^{11}} - X^{3^4})(X^{54} + X^{27} + 1)(X^{54} + 1) \in \mathbf{F}_3[X]$ .

8. Dimostrare che il campo  $\mathbf{Q}[\sqrt{5}+\sqrt{7}]$  è contenuto in un estensione ciclotomica di  $\mathbf{Q}$ .