COGNOME ...... NOME ...... MATRICOLA .....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

- 1. Costruire tutte le soluzioni dell'equazione diofantea X 5Y + 6Z = -3.
- 2. Enunciare e dimostrare il Teorema Cinese dei Resti e spiegare come utilizzarlo per ridurre il problema dello studio delle congruenze polinomiali modulo n a quello delle congruenze polinomiali modulo una potenza di un numero primo.
- 3. Determinare il numero di soluzioni di  $32X^{20} + 2X^2 + 8X + 4 \equiv 0 \pmod{16}$ .
- 4. Enunciare e dimostrare il Teorema di Eulero per il calcolo del simbolo di Legendre.
- 5. Determinare (se esistono) tutte le radici primitive di  $\mathbb{Z}/18\mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ .
- 6. Dimostrare che in  $(\mathbf{Z}/p\mathbf{Z})^*$  è un gruppo ciclico.
- 7. Calcolare il seguente simbolo di Jacobi/Legendre:  $\left(\frac{3335}{3137}\right)$ .
- 8. Supponiamo che n sia un intero i cui fattori primi sono tutti congruenti a 1 modulo 4 e che n abbia 5 fattori primi distinti. Quante soluzioni ha la congruenza  $X^2 + 4 \equiv 0 \mod n$ ?
- 9. Calcolare  $(\tau * \mu * \phi)(2340)$  giustificando ogni passaggio.
- 10. Enunciare de dimostrare il Teorema di classificazione delle terne pitagoriche.
- 11. Scrivere 2340 in tutti i modi possibili come somma di due quadrati di interi positivi.
- 12. Enunciare il Teorema dei quattro quadrati e illustrare cenni della dimostrazione.

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.