

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di AL310 - Istituzioni di Algebra superiore
A.A.2017/2018
Docente: Prof. F. Pappalardi
Tutori: Chiara Camerini e Gianclaudio Pietrazzini

Tutorato 5 del 27 Novembre 2017

Esercizio 1

Sia $f(x) = x^4 - 3$ in $\mathbb{Q}[x]$.

1. Determinare il campo di spezzamento Σ di f su \mathbb{Q} e calcolare $[\Sigma : \mathbb{Q}]$.
2. Scrivere gli elementi di $Gal(\Sigma : \mathbb{Q})$ come permutazione delle radici di f .
3. Descrivere il reticolo dei sottocampi di Σ .

Esercizio 2

Dopo aver calcolato il gruppo di Galois, determinare il reticolo dei sottocampi del campo di spezzamento del polinomio $(x^2 + 3)(x^3 - 2) \in \mathbb{Q}[x]$.

Esercizio 3

Descrivere il reticolo dei sottocampi di $\mathbb{Q}(\xi_{15})$ e di $\mathbb{Q}(\xi_{19})$.

Esercizio 4

Determinare il campo di spezzamento di $x^8 + 2x^4 + 2$ su \mathbb{Q} e dimostrare che è contenuto in un'estensione risolubile.

Esercizio 5

Rispondere alle seguenti domande fornendo una giustificazione di una riga:

- $a)$ è vero che esistono infiniti n tali che l' n -agono regolare è costruibile con riga e compasso?;
- $b)$ è vero che alcuni polinomi irriducibili di grado 5 sono risolubili per radicali?;
- $c)$ è vero che il numero $3 + \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{7} + 5^{1/4}}$ è costruibile?;
- $d)$ è vero che alcuni polinomi irriducibili di grado 7 sono risolubili per radicali?.