Università degli Studi Roma Tre Corso di Laurea in Matematica Tutorato di AL310 - Istituzioni di Algebra superiore A.A.2017/2018

Docente: Prof. F. Pappalardi Tutori: Chiara Camerini e Gianclaudio Pietrazzini

Tutorato 7 del 11 Dicembre 2017

Esercizio 1

Determinare un numero algebrico il cui polinomio minimo sui razionali ha un gruppo di Galois isomorfo a $\mathbb{C}_5 \times \mathbb{C}_{15} \times \mathbb{C}_{30}$.

Esercizio 2

Determinare il gruppo di Galois del polinomio $(x^4 + 3x^2 + 1)$ sia in $\mathbb{Q}[x]$ che in $\mathbb{F}_2[x]$.

Esercizio 3

Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $x^4 + 8x + 12$ (assumendo che è irriducibile).

Esercizio 4

Utilizzando il teorema di caratterizzazione per i numeri reali costruibili, si dimostri che $\sqrt{1+\sqrt{3-2^{1/8}}}$ è costruibile: esibendone una costruzione nel senso della teoria dei campi.

Dimostrare anche che $2^{1/5}$ non è costruibile.

Esercizio 5

Si calcoli il numero di elementi del campo di spezzamento del polinomio $(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^2 + x + 1)(x^3 + x + 1)$ su \mathbb{F}_2 .

Esercizio 6

Descrivere il reticolo dei sottocampi di $\mathbb{Q}(\xi_{17})$.