COGNOME *NOME* *MATRICOLA*

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina. 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, sia $A_n = \left[\frac{1}{n}, n\right] \subset \mathbb{R}$. Determinare

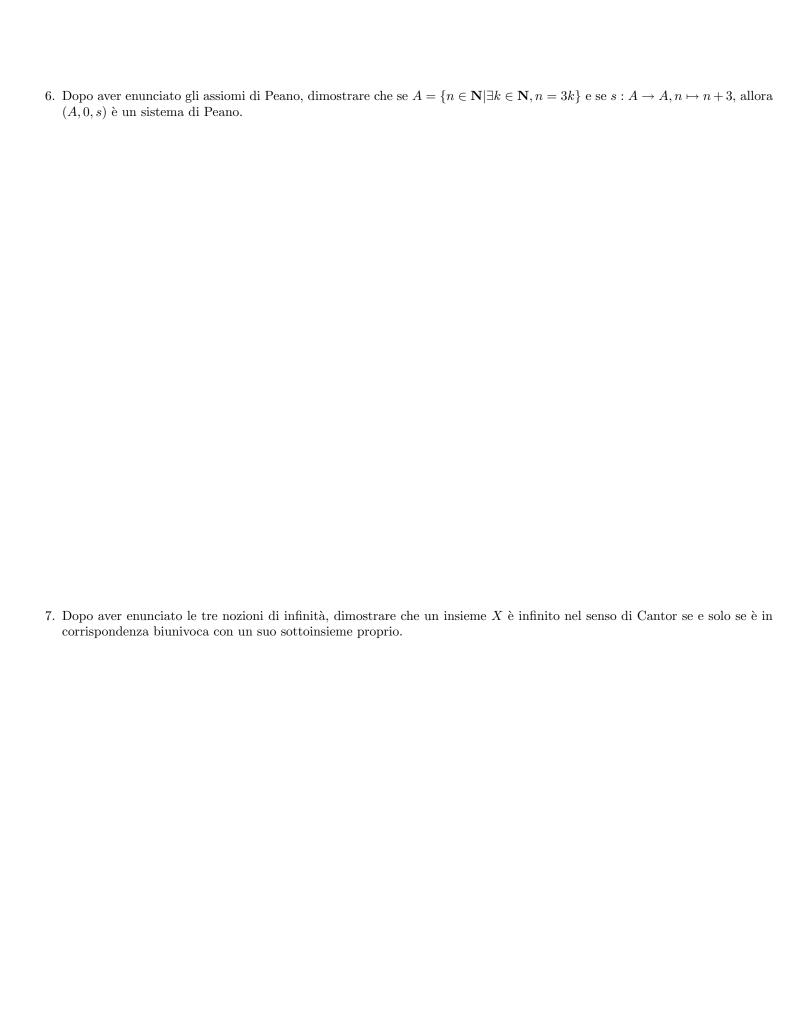
$$\bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n \qquad e \qquad \bigcap_{n \in \mathbf{N}} \mathbf{R} \setminus A_n$$

2. Dopo aver definito la nozione di partizione di un insieme, si consideri $X = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ e si descrivano tutte le possibili partizioni di X.

- 3. Sia $X=\{a,b,c,d\},\,Y=\{1,2,3\}.$ i. Fornire un esempio di applicazione iniettiva e non suriettiva $f:Y\to X;$ ii. Fornire un esempio di applicazione suriettiva e non iniettiva $f:X\to Y;$ iii. Fornire un esempio di applicazione né suriettiva né iniettiva $f:X\to X.$

4. Sia X un insieme e $f: X \to X$ una funzione tale che $f \circ f \circ f = f$. Dimostrare che f è iniettiva se e solo se è suriettiva.

5. Dimostrare usando il metodo dell'induzione, che per ogni $n \in \mathbb{N}$ il numero $10^{n+1} + 3 \cdot 10^n + 5$ è divisibile per 9.



8.	Sia	$X = \{ a$	a,b,c	per	ciascuna	delle seguent	i relaz	ioni	stabilire	se sono	riflessive.	simmetriche.	antisimmetriche.	transitive:

$$R_1 = \{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(a,c)\}, \quad R_2 = \{(a,b),(b,c),(a,c)\}, \quad R_3 = \{(a,b),(b,a),(c,c)\}.$$

9. Considerare la seguente relazione in $N_{>}$:

$$a \leq b \Longleftrightarrow \frac{a}{b} \in \mathbf{N}.$$

Dimostrare che \leq è un ordine parziale. Dire se si tratta di un ordine totale e se esistono massimo e minimo. Costruire una catena rispetto a tale ordine formata da 7 elementi.