## 

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

- 1. Descrivere tutte le soluzioni dell'equazione diofantea 3x + y 7z = 70.
- 2. Determinare i valore del parametro  $\tau$  per cui is sistema di congruenze sotto non ammette un unica soluzione:

$$\begin{cases} X - \tau Y \equiv 3 \pmod{13} \\ X + \tau^2 Y \equiv 5 \pmod{13} \end{cases}.$$

- 3. Enunciare e dimostrare il Piccolo Teorema di Fermat e il Teorema di Wilson.
- 4. Calcolare il numero delle soluzioni modulo 125 della seguente congruenza polinomiale:  $X^3+11X^2+24X+14\equiv 0 \bmod 125$ .
- 5. Si enunci il Teorema del sollevamento per soluzioni di congruenze polinomiali.
- 6. Dopo aver definito la nozione di radice primitiva, mostrare direttamente che non esiste una radice primitiva modulo 12.
- 7. Calcolare il seguente simbolo di Jacobi  $\left(\frac{3333}{4567}\right)$ .
- 8. Quante e quali soluzioni ha la congruenza  $X^{15} \equiv 5 \bmod 93?$
- 9. Enunciare e dimostrare la formula di inversione di Möbius.
- 10. Enunciare il teorema di classificazione per le terne pitagoriche primitive positive.
- 11. Scrivere (se è possibile) 12182625 come somma di due quadrati.
- 12. Enunciare il teorema di caratterizzazione per i numeri che si possono esprimere come somma di due quadrati.

| NOME E COGNOME | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | TOT. |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|------|
|                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |      |
|                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |      |