COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

- 1. Descrivere tutte le soluzioni dell'equazione diofantea x + y + z = 1 con $\max\{|x|, |y|, |z|\} \le 5$.
- 2. Per quali valori del parametro λ , il seguente sistema di congruenze non ammette un unica soluzione?

$$\begin{cases} 2x - y \equiv 0 \pmod{11} \\ 3x + \lambda^2 y \equiv 1 \pmod{11}. \end{cases}$$

- 3. Enunciare e dimostrare il Teorema cinese dei resti.
- 4. Calcolare il numero delle soluzioni modulo 125 della seguente congruenza polinomiale $55x^3 + 120x + 50 \equiv 0 \pmod{125}$.
- 5. Descrivere l'algoritmo di Gauß per calcolare radici primitive.
- 6. Determinare il numero di radici primitive modulo 125 giustificando la risposta.
- 7. Calcolare il seguente simbolo di Jacobi $\left(\frac{1999}{2003}\right)$.
- 8. Usare il lemma di Gausß per dimostrare che $\left(\frac{2}{p}\right) = (-1)^{(p^2-1)/8}$.
- 9. Stabilire quando una funzione aritmetia è invertibile rispetto al prodotto di Dirichlet fornendo una formula per l'inversa.
- 10. Calcolare $\mu * \tau * \mu(360)$.
- 11. Scrivere 8330 come somma di due quadrati.
- 12. Mostrare che l'insieme dei numeri che si possono scrivere come la somma di un quadrato e il triplo di un quadrato è chiuso rispetto al prodotto (cioè che se $n = x^2 + 3y^2$ e $m = a^2 + 3b^2$, allora esistono interi r, s tali che $nm = r^2 + 3s^2$).

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.