

Calcul des caractéristiques électriques d'une ligne aérienne double terre

Constantes

$$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \quad I_{cons} := \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \quad \varepsilon_0 := 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \quad C_{cons} := 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0$$

Fréquence de calcul

$$freq := 50 \text{ Hz}$$

Résistivité du sol

$$\rho := 100 \text{ ohm m}$$

Résistance des conducteurs (6 premiers phases et câbles de garde 2 suivants)

Géométrie de la ligne

Hauteurs par rapport au sol (6 premiers phases et câbles de garde)

$$H := \begin{pmatrix} 21,2 \\ 32 \\ 21,2 \\ 21,2 \\ 32 \\ 21,2 \\ 38,2 \\ 38,2 \end{pmatrix} m$$

$$R_{cond} := 10^{-3} \cdot \begin{pmatrix} 0,058 \\ 0,058 \\ 0,058 \\ 0,058 \\ 0,058 \\ 0,058 \\ 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix}$$

Positions horizontales par rapport à l'axe du pylône

$$X := \begin{pmatrix} -13,7 \\ -7,2 \\ -5,2 \\ 13,2 \\ 7,2 \\ 5,2 \\ -9,6 \\ 9,6 \end{pmatrix} m$$

Conducteur équivalent pour un faisceau de conducteurs

nombre de conducteurs du faisceau:

$$n_{condfaisc} = 2$$

distance entre conducteurs:

$$distfaisc = 0,6$$

section des conducteurs de phase

$$sect := 570 \text{ mm}^2$$

$$r_{cond} := \sqrt{\frac{sect \cdot 10^{-6}}{\pi}} \quad r_{cond} = 0,0135 \text{ m}$$

Rayon géométrique équivalent

for in ∈ 1 .. 6

$$r_{in} := n_{condfaisc} \sqrt{n_{condfaisc} r_{cond} \cdot \left(\frac{distfaisc}{2} \right)^{n_{condfaisc} - 1}}$$

Section des câbles de garde

$$sectgard = 228 \text{ mm}^2$$

$$r_7 := \sqrt{sectgard \cdot \frac{10^{-6}}{\pi}} \quad r_8 := r_7$$

Calcul de la matrice des capacités

calcul des distances entre conducteurs et entre conducteurs et images

```

for in ∈ 1..8
  for jn ∈ 1..8
    D_in_jn := ((H_in - H_jn)^2 + (X_in - X_jn)^2)
    HC_in_jn := ((H_in + H_jn)^2 + (X_in - X_jn)^2)
    D_in_in := r_in^2
    P_in_jn := ln((HC_in_jn / D_in_jn)) * (1 / (Ccons * 2))

```

le séparateur entre indice est le ;

Pnf := P · 10⁻⁹

Matrice des capacités

$Pnf^{-1} \cdot 1000 =$

10,1556	-1,3046	-1,986	-0,2083	-0,3485	-0,4823	-0,6083	-0,1906
-1,3046	10,3455	-1,3986	-0,3557	-1,084	-0,6916	-1,9512	-0,5928
-1,986	-1,3986	10,6029	-0,5021	-0,6936	-1,4691	-0,4405	-0,2634
-0,2083	-0,3557	-0,5021	10,2173	-1,3198	-2,0912	-0,1913	-0,6019
-0,3485	-1,084	-0,6936	-1,3198	10,348	-1,3845	-0,5926	-1,9517
-0,4823	-0,6916	-1,4691	-2,0912	-1,3845	10,6408	-0,2621	-0,4366
-0,6083	-1,9512	-0,4405	-0,1913	-0,5926	-0,2621	6,9675	-0,4659
-0,1906	-0,5928	-0,2634	-0,6019	-1,9517	-0,4366	-0,4659	6,9665

 $\frac{nF}{km}$

Capa := eval(P⁻¹)

Calcul de la matrice impédance

Impédance propre des conducteurs

```

for in ∈ 1..6
  for jn ∈ 1..6
    z_in_jn := 0
    z_in_in := (Rcond_in + (Icons / 4) * 2 * π * freq * i) * (1 / ncondfaisc)

for in ∈ 7..8
  z_in_in := (Rcond_in + (Icons / 4) * 2 * π * freq * i)

```

Profondeur de pénétration dans le sol des filets de courant

$$hsol := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot freq \cdot \frac{\mu_0}{\rho}}} \cdot i \quad hsol = -503,2921 \cdot i$$

```
for in ∈ 1..8
  Hin := Hin + hsol
```

Calcul de la matrice des distances entre conducteurs et de leur distance par rapport au sol fictif

```
for in ∈ 1..8
  for jn ∈ 1..8
    DLin jn :=  $\sqrt{(H_{in} - H_{jn})^2 + (X_{in} - X_{jn})^2}$ 
    HLin jn :=  $\sqrt{(H_{in} + H_{jn})^2 + (X_{in} - X_{jn})^2}$ 
    DLin in := rin2
    Zin jn :=  $\ln \left( \frac{HL_{in jn}}{DL_{in jn}} \right) + i \cdot \arg \left( \frac{HL_{in jn}}{DL_{in jn}} \right) \cdot I_{cons} \cdot 2 \cdot \pi \cdot freq \cdot \frac{i}{2}$ 
```

Remplacement du ln(complexe) par la fonction équivalente ln(|z|)+jarg(z)

Matrice des impédances linéiques

```
Zlin := Z + z
```

$$Zlin = \begin{pmatrix} 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i \\ 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i \\ 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i \\ 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,6049 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 0,0001+0,0006 \cdot i & 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i \\ 9,5377 \cdot 10^{-5}+0,0002 \cdot i & 9,4706 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i \\ 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,5378 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,6051 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i \\ 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4321 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i \\ 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4321 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i & 9,4992 \cdot 10^{-5}+0,0003 \cdot i \end{pmatrix}$$

Réduction des matrices

```
P1 := submatrix(P; 1; 6; 1; 6)
```

```
P4 := submatrix(P; 7; 8; 7; 8)
```

```
P2 := submatrix(P; 1; 6; 7; 8)
```

```
P3 := submatrix(P; 7; 8; 1; 6)
```

```
Pred := P1 - P2 · P4-1 · P3
```

Capacité réduite

$$\text{Cred} := \text{eval}(\text{Pred}^{-1}) \cdot 10^{12}$$

$$\text{Cred} = \begin{pmatrix} 10,156 & -1,305 & -1,986 & -0,208 & -0,348 & -0,482 \\ -1,305 & 10,346 & -1,399 & -0,356 & -1,084 & -0,692 \\ -1,986 & -1,399 & 10,603 & -0,502 & -0,694 & -1,469 \\ -0,208 & -0,356 & -0,502 & 10,217 & -1,32 & -2,091 \\ -0,348 & -1,084 & -0,694 & -1,32 & 10,348 & -1,384 \\ -0,482 & -0,692 & -1,469 & -2,091 & -1,384 & 10,641 \end{pmatrix} \quad \frac{nF}{km}$$

$$\text{P1} := \text{submatrix}(\text{Zlin}; 1; 6; 1; 6) \quad \text{P2} := \text{submatrix}(\text{Zlin}; 1; 6; 7; 8)$$

$$\text{P3} := \text{submatrix}(\text{Zlin}; 7; 8; 1; 6) \quad \text{P4} := \text{submatrix}(\text{Zlin}; 7; 8; 7; 8)$$

$$\text{Zred} := \text{P1} - \text{P2} \cdot \text{P4}^{-1} \cdot \text{P3}$$

Impédance réduite

$$\text{Zred} \cdot 1000 = \begin{pmatrix} 0,0902+0,4793 \cdot i & 0,0627+0,1393 \cdot i & 0,0611+0,1825 \cdot i & 0,0602+0,1144 \cdot i & 0,0611+0,1029 \cdot i & 0,0607+0,133 \cdot i \\ 0,0627+0,1393 \cdot i & 0,0957+0,4321 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i & 0,0611+0,1038 \cdot i & 0,0631+0,1207 \cdot i & 0,0628+0,0957 \cdot i \\ 0,0611+0,1825 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i & 0,0905+0,4728 \cdot i & 0,0607+0,1344 \cdot i & 0,0628+0,1402 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i \\ 0,0602+0,1144 \cdot i & 0,0611+0,1038 \cdot i & 0,0607+0,1344 \cdot i & 0,0902+0,4788 \cdot i & 0,0628+0,1402 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i \\ 0,0611+0,1029 \cdot i & 0,0631+0,111 \cdot i & 0,062+0,1207 \cdot i & 0,0628+0,1402 \cdot i & 0,0957+0,4321 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i \\ 0,0607+0,133 \cdot i & 0,062+0,1207 \cdot i & 0,0611+0,1668 \cdot i & 0,0611+0,186 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i & 0,0628+0,1446 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$\text{Rred} := \text{Re}(\text{Zred}) \cdot 1000$$

$$\text{Selfred} := \text{Im}(\text{Zred}) \cdot 1000$$

$$\text{Rred} = \begin{pmatrix} 0,0902 & 0,0627 & 0,0611 & 0,0602 & 0,0611 & 0,0607 \\ 0,0627 & 0,0957 & 0,0628 & 0,0611 & 0,0631 & 0,0628 \\ 0,0611 & 0,0628 & 0,0905 & 0,0607 & 0,062 & 0,0611 \\ 0,0602 & 0,0611 & 0,0607 & 0,0902 & 0,0628 & 0,0611 \\ 0,0611 & 0,0631 & 0,062 & 0,0628 & 0,0957 & 0,0628 \\ 0,0607 & 0,062 & 0,0611 & 0,0611 & 0,0628 & 0,0905 \end{pmatrix}$$

$$\text{Selfred} = \begin{pmatrix} 0,4793 & 0,1393 & 0,1825 & 0,1144 & 0,1029 & 0,133 \\ 0,1393 & 0,4321 & 0,1446 & 0,1038 & 0,111 & 0,1207 \\ 0,1825 & 0,1446 & 0,4728 & 0,1344 & 0,1207 & 0,1668 \\ 0,1144 & 0,1038 & 0,1344 & 0,4788 & 0,1402 & 0,186 \\ 0,1029 & 0,111 & 0,1207 & 0,1402 & 0,4321 & 0,1446 \\ 0,133 & 0,1207 & 0,1668 & 0,186 & 0,1446 & 0,4728 \end{pmatrix}$$

Calcul des modes de propagation

$$\text{Lred} := \text{Im}(\text{Zred})$$

$$\text{T1} := \text{invert}(\text{Pred}) \cdot \text{Lred}$$

$$\text{evA} := \text{dn_LinAlgEigenvalues}(\text{T1})$$

$$\text{Tmde} := \text{dn_LinAlgEigenvectors}(\text{T1})$$

$$\text{evA} = \begin{pmatrix} 6,0703 \cdot 10^{-15} \\ 3,6991 \cdot 10^{-15} \\ 3,6156 \cdot 10^{-15} \\ 3,6052 \cdot 10^{-15} \\ 3,5955 \cdot 10^{-15} \\ 3,597 \cdot 10^{-15} \end{pmatrix} \quad \text{Tmode} := \frac{1}{\text{norme}(\text{Tmde})} \cdot \text{Tmde}$$

Matrices de transformation phases /modes et modes / phases

$$T_{mode} = \begin{pmatrix} -0,18 & 0,2511 & -0,0453 & -0,1005 & -0,2102 & 0,0145 \\ -0,1377 & 0,1101 & 0,2605 & 0,2676 & 0,0684 & 0,0065 \\ -0,1791 & 0,0883 & -0,1173 & -0,0404 & 0,2756 & -0,1963 \\ -0,1797 & -0,2483 & -0,049 & 0,1012 & -0,1655 & -0,1406 \\ -0,1376 & -0,115 & 0,2595 & -0,2671 & 0,0569 & 0,0323 \\ -0,179 & -0,094 & -0,1152 & 0,0416 & 0,1058 & 0,3272 \end{pmatrix}$$

$$T_{mode}^{-1} = \begin{pmatrix} -1,2635 & -0,6789 & -1,0154 & -1,2441 & -0,6794 & -1,0072 \\ 1,5689 & 0,6401 & 0,415 & -1,5399 & -0,6628 & -0,4299 \\ -0,3245 & 1,5005 & -0,8255 & -0,3437 & 1,495 & -0,8059 \\ -0,6206 & 1,5946 & -0,2657 & 0,6246 & -1,595 & 0,2623 \\ -1,4219 & 0,2636 & 1,5861 & -1,0665 & 0,2372 & 0,5279 \\ 0,184 & 0,0527 & -1,206 & -0,9784 & 0,0901 & 1,894 \end{pmatrix}$$

$$L_{red1} := \text{eval}\left(\frac{L_{red}}{2 \cdot \pi \cdot \text{freq}}\right)$$

$$C_{red} := \text{eval}\left(P_{red}^{-1}\right)$$

$$L_{model} := L_{red1} \cdot T_{mode}$$

$$C_{model} := C_{red} \cdot T_{mode}$$

Impédances caractéristiques calculées suivant deux modalités

$$L_{mode} := \text{eval}\left(T_{mode}^{-1} \cdot L_{model}\right) \quad C_{modeinv} := \text{eval}\left(C_{model}^{-1} \cdot T_{mode}\right) \quad ZC2 := \text{eval}\left(L_{mode} \cdot C_{modeinv}\right)$$

$$ZC_{11} := \sqrt{ZC2_{11}}$$

$$ZC_{22} := \sqrt{ZC2_{22}}$$

$$ZC_{33} := \sqrt{ZC2_{33}}$$

$$ZC_{44} := \sqrt{ZC2_{44}}$$

$$ZC_{55} := \sqrt{ZC2_{55}}$$

$$ZC_{66} := \sqrt{ZC2_{66}}$$

$$ZC_1 = 829,6492$$

$$ZC_2 = 379,8058$$

$$ZC_3 = 312,427$$

$$ZC_4 = 283,064$$

$$ZC_5 = 289,502$$

$$ZC_6 = 268,0542$$

$$T1b := \text{eval}\left(\frac{T1}{2 \cdot \pi \cdot \text{freq}}\right)$$

$$\lambda := \text{eval}\left(T_{mode}^{-1} \cdot T1b \cdot T_{mode}\right)$$

$$\lambda_{11} := \sqrt{\lambda_{11}}$$

$$\lambda_{22} := \sqrt{\lambda_{22}}$$

$$\lambda_{33} := \sqrt{\lambda_{33}}$$

$$\lambda_{44} := \sqrt{\lambda_{44}}$$

$$\lambda_{55} := \sqrt{\lambda_{55}}$$

$$\lambda_{66} := \sqrt{\lambda_{66}}$$

$$ZC := \text{eval}\left(\lambda^{-1} \cdot T_{mode}^{-1} \cdot L_{red1} \cdot T_{mode}\right)$$

$$ZC = \begin{pmatrix} 826,0431 & 5,3945 & -64,4654 & -1,9686 & -89,1282 & -30,1963 \\ 2,4746 & 378,9253 & 0,2411 & 5,2736 & 8,3934 & -28,4822 \\ -24,2177 & 0,1975 & 310,3197 & -0,0658 & 10,5993 & 3,0505 \\ -0,6745 & 3,9389 & -0,06 & 283,022 & 1,284 & -1,7633 \\ -30,8058 & 6,3242 & 9,7519 & 1,2953 & 285,5097 & 5,156 \\ -9,7425 & -20,0327 & 2,6198 & -1,6605 & 4,813 & 266,5136 \end{pmatrix}$$