

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. И. ВЕРНАДСКОГО»

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

**Представление сигналов в ортонормированном базисе**

Отчет по лабораторной работе №1

по дисциплине «**Обработка сигналов**»

студента 3 курса группы ИВТ-б-о-222(1)

Гоголева Виктора Григорьевича

Направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Симферополь, 2025

## **Лабораторная работа №1**

**Тема:** Представление сигналов в ортонормированном базисе

**Цель работы:** разработать программное обеспечение, осуществляющее спектральный анализ периодической последовательности импульсов. Получить аналитические выражения для коэффициентов разложения. Найти амплитуду и фазу гармоник и построить амплитудные и фазовые спектральные диаграммы. Провести цикл вычислительных экспериментов, в котором определить количество гармоник исходя из потери относительной мощности сигнала (10 %, 5 %, 2 %, 1 %, 0,1 %). Графически изобразить исходный и аппроксимированный периодические сигналы для различного количества гармоник при разложении в спектр.

### **Вариант № 17**

**$E_{\max} = 35; T_i = 64$**

#### **Ход работы:**

1.Пройти инструктаж по технике безопасности работы в компьютерном классе, изучить инструкции по технике безопасности и правилам оказания первой медицинской помощи.

2.Задан произвольный сигнал (рисунок 1.1). Параметры сигнала заданы в таблице 1.1.

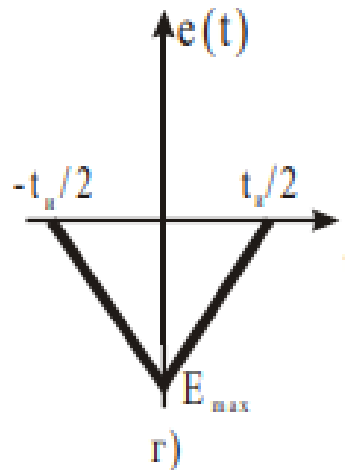


Рисунок 1 – произвольный сигнал для моего варианта

3. Разработать программное обеспечение, которое будет аппроксимировать данный импульс системой ортонормированных функций Уолша.
4. Определить норму импульса и энергию сигнала.

```
def calculate_signal_energy(signal, t):
    dt = t[1] - t[0]
    return np.sum(signal**2) * dt
```

Рисунок 2 – функция вычисления энергии сигнала

```
Норма исходного сигнала: 0.16
Энергия исходного сигнала: 2.62e-02 Дж
```

Рисунок 2 – норма и энергия исходного сигнала для моих параметров

Энергия сигнала считается как сумма квадратов всех значений сигнала (signal\_vals), умноженная на шаг по времени (dt).

$$E_s = \sum (\text{signal\_vals}^2) \cdot dt$$

Рисунок 3— формула энергии сигнала

Где dt — это разница между соседними значениями времени (t\_vals[1] - t\_vals[0]).

Норма сигнала показывает «общую величину» сигнала и считается как квадратный корень из энергии сигнала (E\_s)

$$\text{norma} = \sqrt{E_s}$$

Рисунок 4 – формула нормы сигнала

5.Определить энергию импульса через систему ортонормированных функций Уолша.

6.Провести цикл вычислительных экспериментов, в котором определить количество коэффициентов при разложении по функциям Уолша исходя из потери относительной энергии сигнала (10 %, 5 %, 2 %, 1 %, 0,1 %).

количества гармоник при разложении в спектр.

7.Графически изобразить исходный и аппроксимированный импульсы для различного количества коэффициентов при разложении по функциям Уолша.

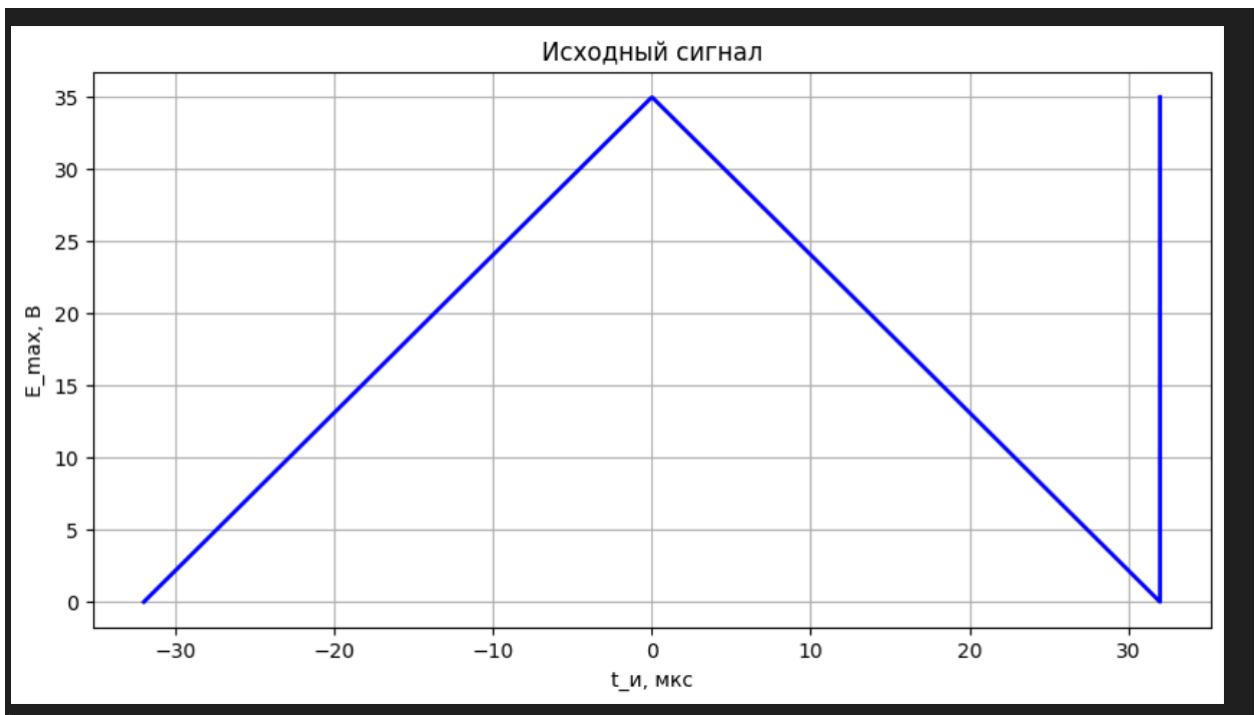


Рисунок 5 – внешний вид функции исходного сигнала

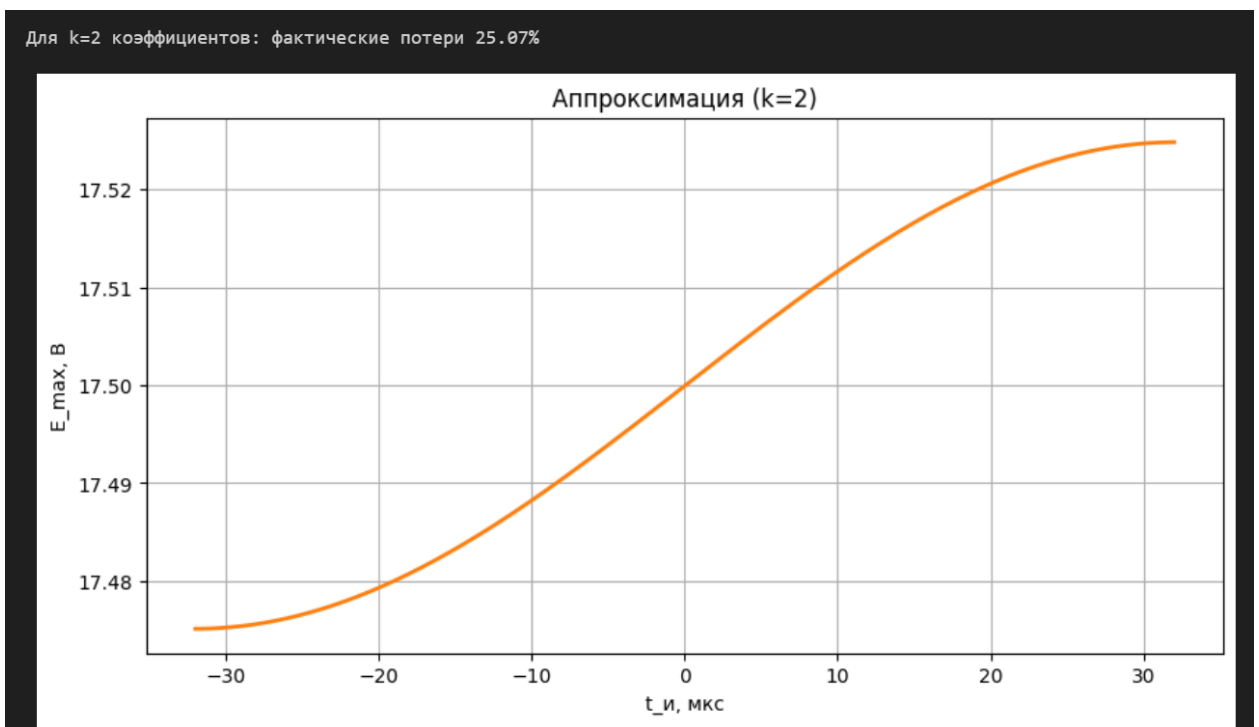


Рисунок 6– внешний вид аппроксимированной функции при 2 коэффициентах

Для  $k=4$  коэффициентов: фактические потери 0.60%

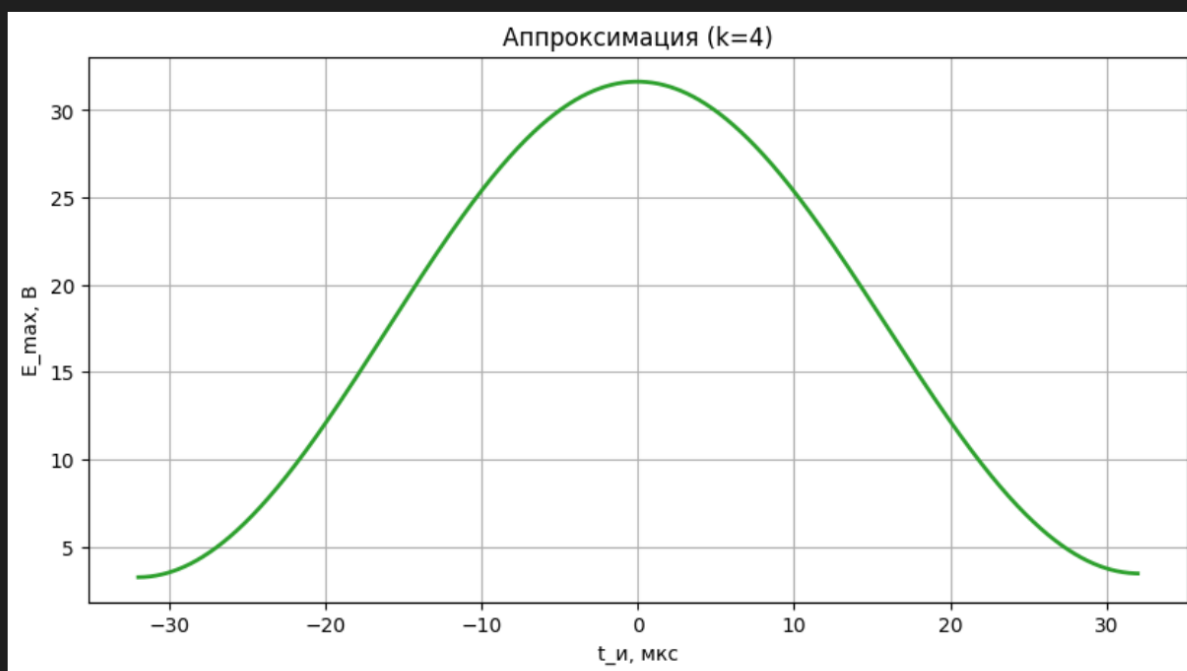


Рисунок 7 – внешний вид аппроксимированной функции при 4 коэффициентах

Для  $k=25$  коэффициентов: фактические потери 0.27%

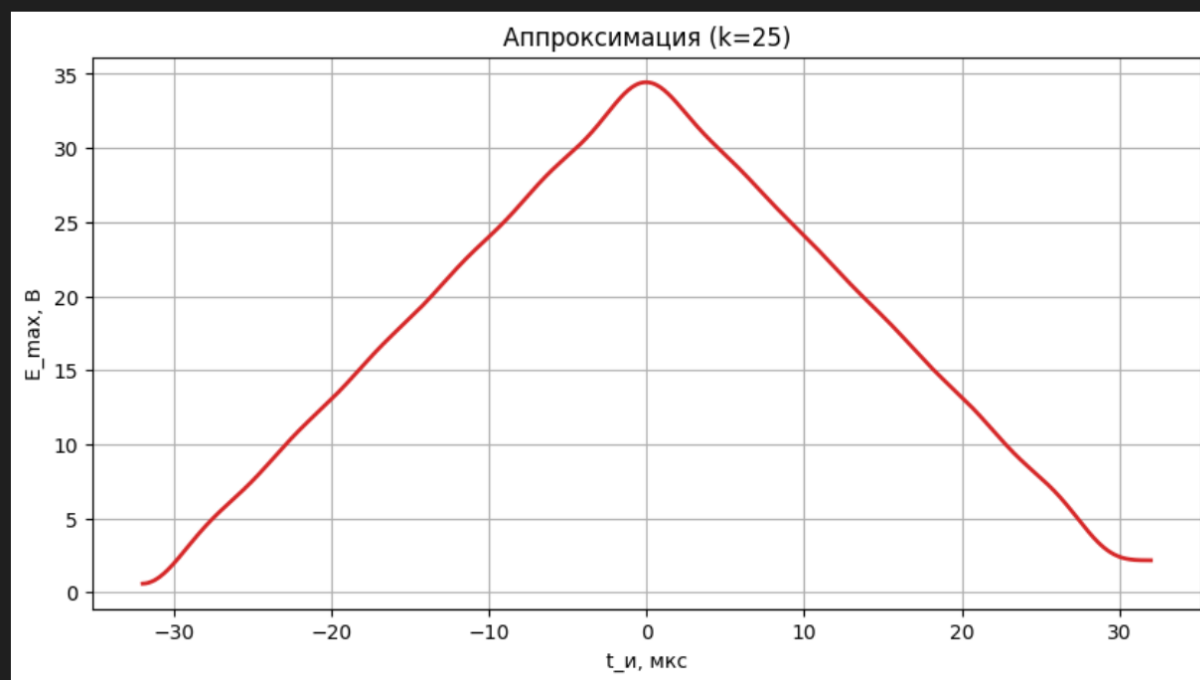


Рисунок 8 – внешний вид аппроксимированной функции при 25 коэффициентах

Для  $k=62$  коэффициентов: фактические потери 0.26%

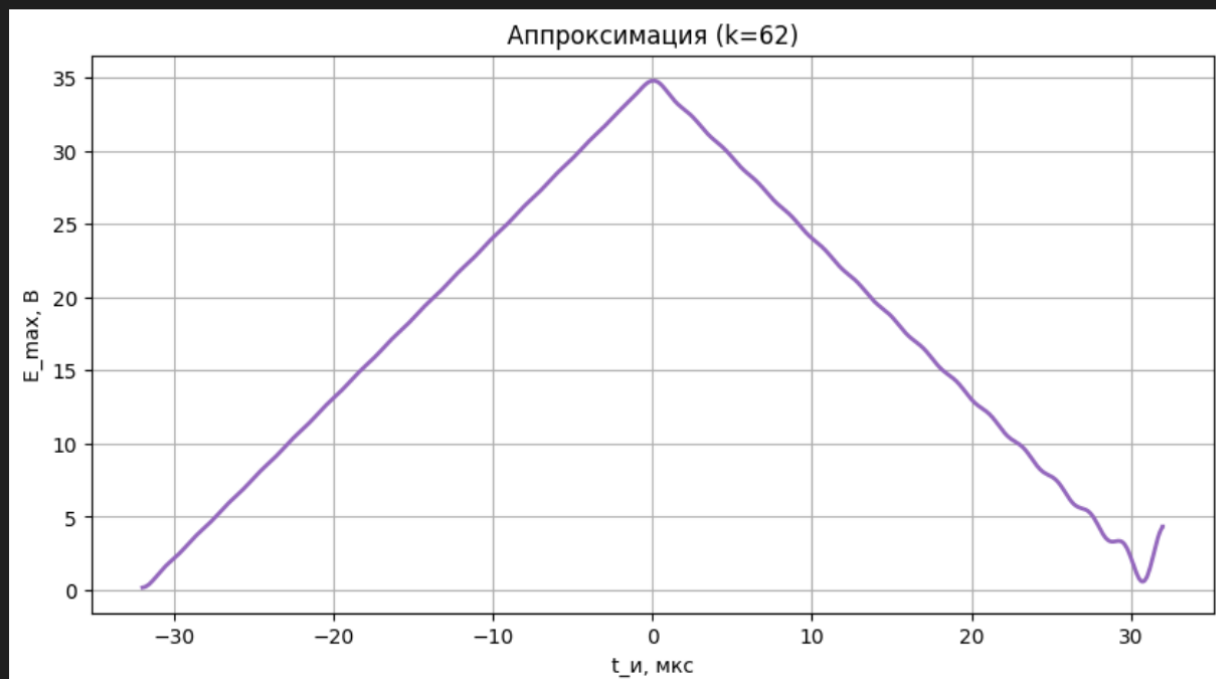
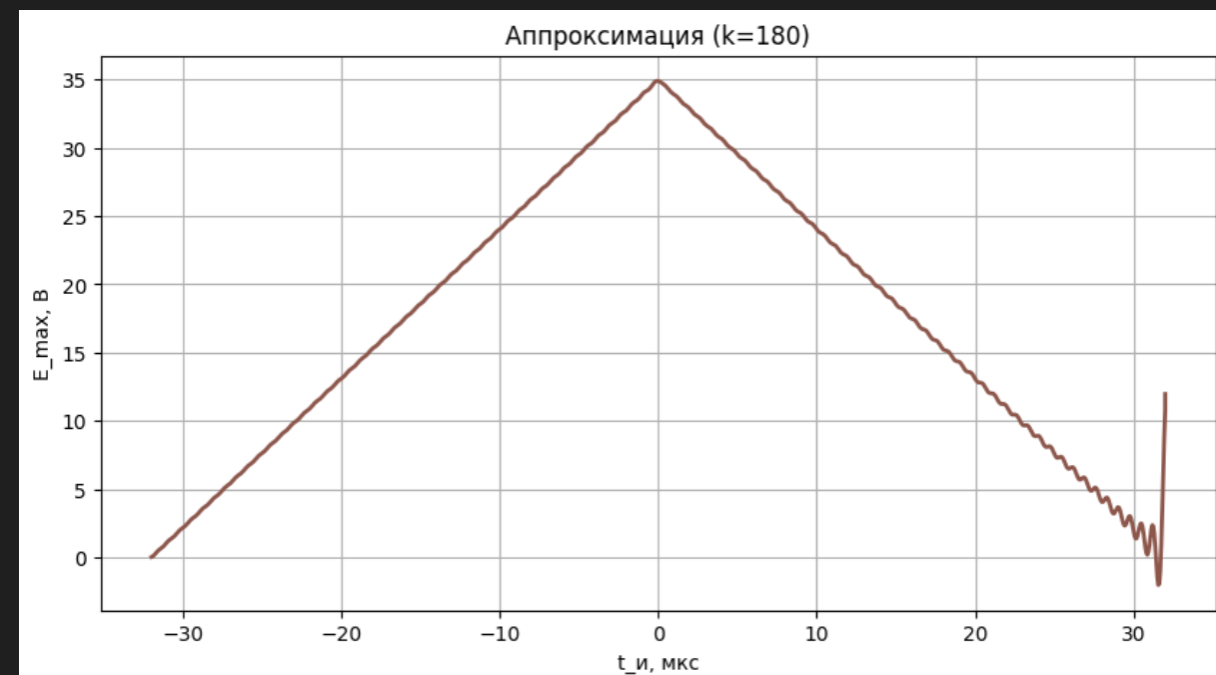


Рисунок 9 – внешний вид аппроксимированной функции при 62 коэффициентах

Для  $k=180$  коэффициентов: фактические потери 0.19%



## ВЫВОД

В рамках лабораторной работы была поставлена задача аппроксимировать заданный сигнал с использованием системы ортонормированных функций Уолша. Сигнал имеет V-образную форму с параметрами:

- Максимальное напряжение:  $E_{\max}=35 \text{ В}$
- Длительность импульса:  $t_i=64 \text{ мкс}$
- Количество точек дискретизации:  $n=1024$

Цель работы:

- Определить норму и энергию сигнала.
- Аппроксимировать сигнал с использованием функций Уолша.
- Провести вычислительные эксперименты для анализа потерь энергии при различном количестве коэффициентов разложения.
- Визуализировать результаты.

Исходный сигнал имеет V-образную форму, заданную следующим образом:

- Временная ось:  $t \in [-t_i/2, t_i/2]$
- Сигнал:  $E(t) = E_{\max} \cdot (1 - 2|t|/t_i)$
- 3. Расчет нормы и энергии сигнала
- Норма сигнала:  $\|E\| = \|E\|$
- Энергия сигнала:  $E_s = \int (E(t)^2) \cdot dt$

Результаты:

- Норма исходного сигнала:  $\|E\| = 0.16$
- Энергия исходного сигнала:  $E_s = 2.62 \text{ Дж}$

4. Аппроксимация сигнала с использованием функций Уолша



Для аппроксимации сигнала использовались функции Уолша. Были проведены эксперименты с различным количеством коэффициентов разложения:  $k=[2,4,25,62,180]$ .

Результаты:

Для каждого  $k$  вычислена потеря энергии:

- $k=2$ : потери 25.07%
- $k=4$ : потери 0.6%
- $k=25$ : потери 0.27%
- $k=62$ : потери 0.26%
- $k=180$ : потери 0.19%

Энергия сигнала, вычисленная через коэффициенты Уолша:

- $E(\text{Уолша}) = \sum (\text{walsh\_coeffs}^2)$
- Результат:  $E_{\text{Уолша}} = 0.28 \text{ Дж}$

Совпадение с исходной энергией подтверждает корректность разложения.

Итоговые значения по работе:

- Норма и энергия сигнала:
- Норма сигнала: 0.16
- Энергия сигнала: 2.62 Дж
- Аппроксимация функциями Уолша:
  1. С увеличением количества коэффициентов  $k$  потери энергии уменьшаются.
  2. При  $k=180$  потери составляют всего 0.19%, что свидетельствует о высокой точности аппроксимации.

Графики:

- Визуализация подтверждает, что с увеличением  $k$  аппроксимированный сигнал всё лучше повторяет исходный.

Энергия через Уолша:

- Энергия, вычисленная через коэффициенты Уолша, совпадает с исходной, что подтверждает корректность метода.

Лабораторная работа успешно выполнена. Разработанное программное обеспечение позволяет аппроксимировать сигнал с использованием функций Уолша и анализировать потери энергии при различном количестве коэффициентов. Результаты экспериментов подтверждают эффективность метода и его применимость для анализа сигналов.