# Homework-$RKF45$ and $RKF54$

PB18010496 杨乐园

2021 年 5 月 20 日

## 1 Introduction

应用$RKF45$与$RKF54$方法，设计实现自适应方法，求解如下常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = e^{xy} + \cos(y-x) \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

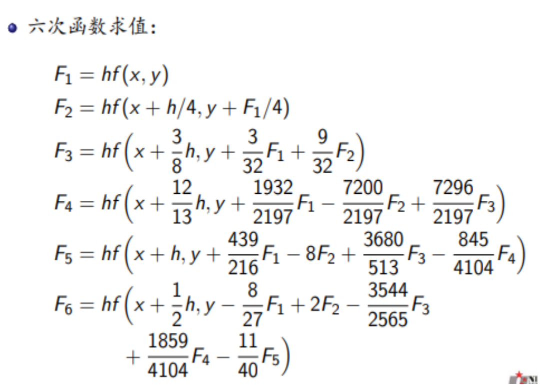
取初值步长$h = 0.01$，在自适应方法中步长的选取采用如下策略：

$$h = 0.9h(\frac{\delta}{|e|})^{\frac{1}{1+p}}$$

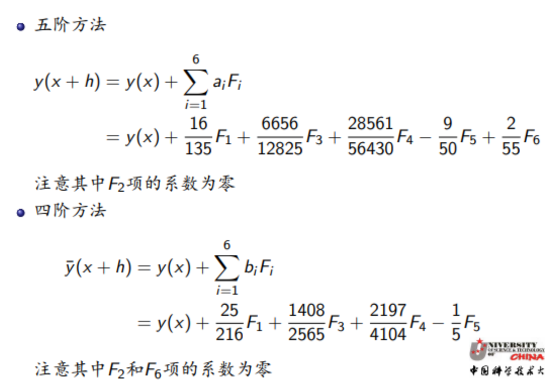
并且计算在解溢出时终止，程序输出解的范围$[1, ?]$，并提示出入一个介入该范围的值，应用简单的线性插值计算出相应的函数值。

## 2 Method

由于$RKF45$与$RKF54$本质上就是迭代求解，所以只需根据如下公式直接编写即可




(a) 对应公式




(b) 迭代形式

从而我们直接编写相关代码即可

```
delta = 10^(-7);(*此处修改delta值*)
p = 4;x = 1; y = 3; h = 0.01;numsolution = {{1, 3}};
While[True,
```

```
F1 = N[h*f[x, y], 30];
F2 = h*f[x + h/4, y + F1/4];
F3 = h*f[x + 3/8*h, y + 3/32*F1 + 9/32*F2];
F4 = h*f[x + 12/13*h, y + 1932/2197*F1 - 7200/2197*F2 + 7296/2197*F3];
F5 = h*f[x + h, y + 439/216*F1 - 8*F2 + 3680/513*F3 - 845/4104*F4];
F6 = h*f[x + 1/2*h, y - 8/27*F1 + 2*F2 - 3544/2565*F3 + 1859/4104*F4 - 11/40*F5];
y5 = y + 16/135*F1 + 6656/12825*F3 + 28561/56430*F4 - 9/50*F5 + 2/55*F6;
y4 = y + 25/216*F1 + 1408/2565*F3 + 2197/4104*F4 - F5/5;
x = h + x;
y = y5;
AppendTo[numsolution, {N[x, 10], y}];
e = Abs[y5 - y4];
h = 9/10 h (delta/e)ˆ(1/(1 + p));
If[h < 10ˆ(-7), Break[]];]
numsolution = Sort[numsolution]
n = Length[numsolution];(*求出长度*)
max = numsolution[[n, 1]];(*输出区间右端点*)
Print["解的范围区间为[", 1, ",", max, "]"]
```

而对于求解区间范围内的函数值，只需运用两点确定直线的公式直接带入求得即可。

# 3 Results

输出结果如下：

解的范围区间为[1,1.04564]

我们选取几个点求解对应处的函数值，具体代码如下：

```
require = {1.02153, 1.04001, 1.04558};(*在下面输入所求的点，我们以如下三个点为代表*)
value = {};
For[i = 1, i ¡= Length[require], i++,
For[j = 1, j ¡= n, j++,If[numsolution[[j, 1]] ¿= require[[i]], Break[]]];
AppendTo[value, (numsolution[[j, 2]] -numsolution[[j - 1, 2]])/(numsolution[[j, 1]] - numsolution[[j - 1, 1]])*(require[[i]] - numsolution[[j, 1]]) +numsolution[[j, 2]]];
Print[require[[i]], "处的函数值为：", value[[i]]]]
```

相关计算值为：

1.02153处的函数值为：3.59247

1.04001处的函数值为：4.93411

1.04558处的函数值为：9.2001

## 4 Computer Code

代码部分请参见附件!(Homework11_0518.nb)。