

Experiment2: 函数逼近

杨乐园 PB18010496

问题描述

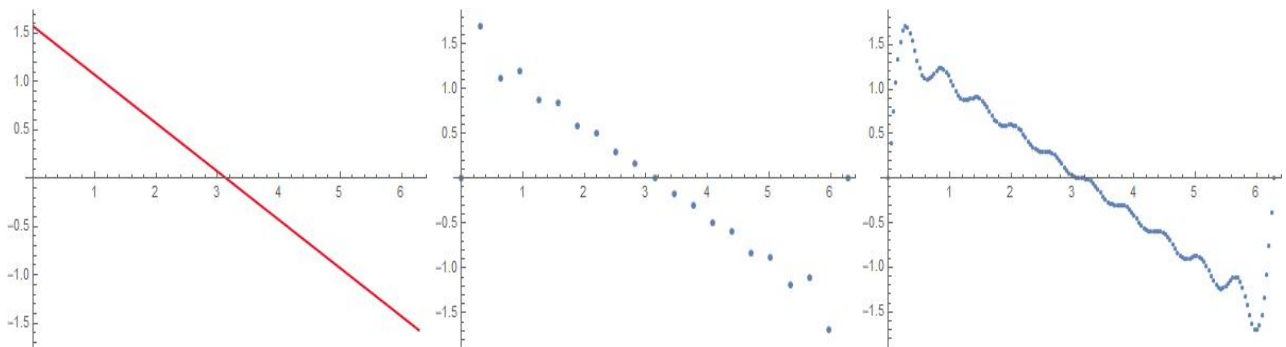
对函数 $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$, ($0 < x \leq 2\pi$)分别利用如下两个函数, 取 $N = 10, 100$ 进行逼近:

$$f_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin wx}{w}$$
$$\tilde{f}_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin \frac{w\pi}{N}}{\frac{w\pi}{N}} \frac{\sin wx}{w}$$

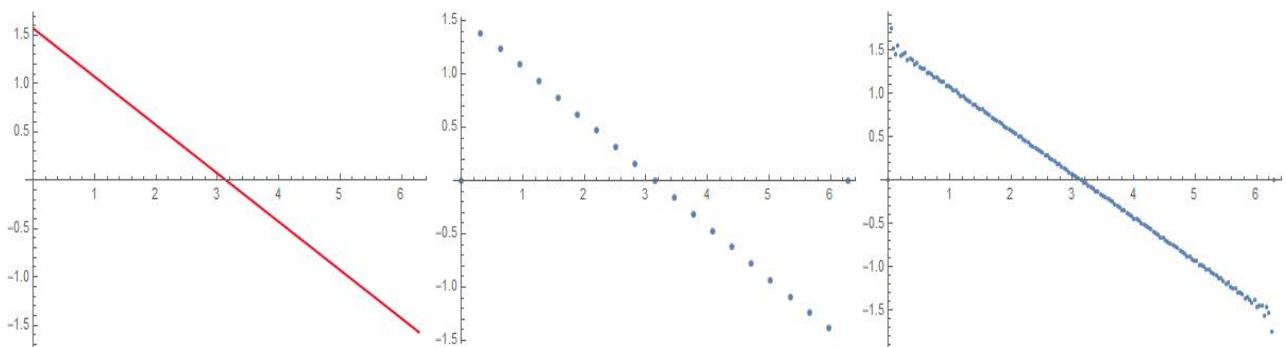
通过离散变量绘制相应图像并比较, 其中 $\Delta x = \frac{2\pi}{m}$, $m = 20, 160$ 。

数值结果

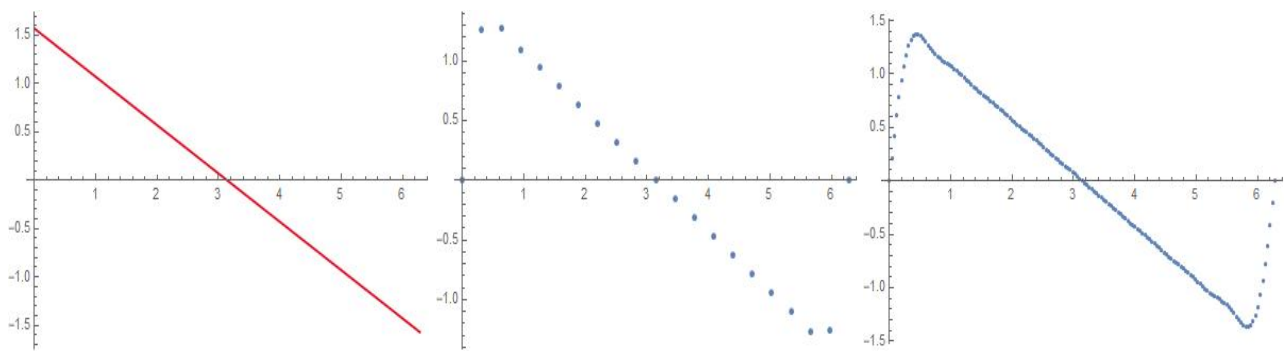
1. 函数 $f_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin wx}{w}$ 在 $N = 10, m = 20, 160$ 结果, 其中最左侧为原函数图像:



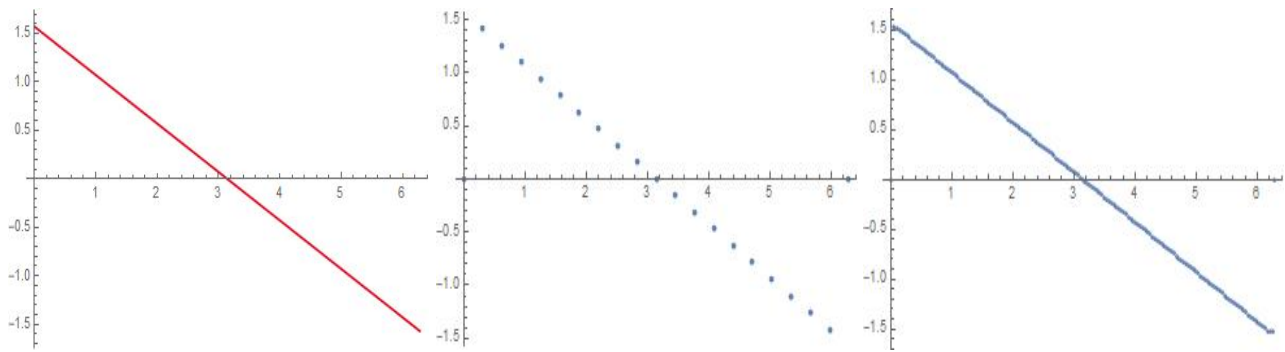
函数 $f_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin wx}{w}$ 在 $N = 100, m = 20, 160$ 结果, 其中最左侧为原函数图像:



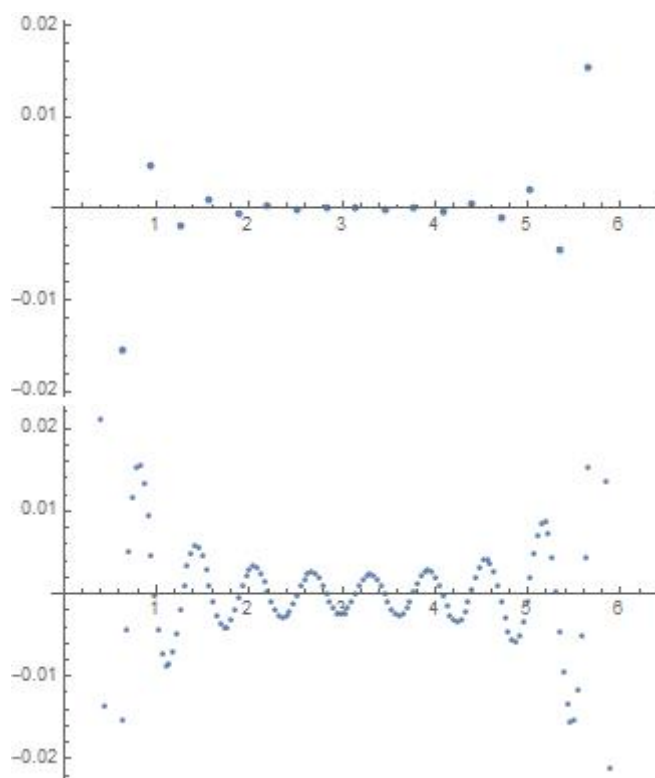
2. 函数 $\tilde{f}_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin \frac{w\pi}{N}}{\frac{w\pi}{N}} \frac{\sin wx}{w}$ 在 $N = 10, m = 20, 160$ 结果, 其中最左侧为原函数图像:



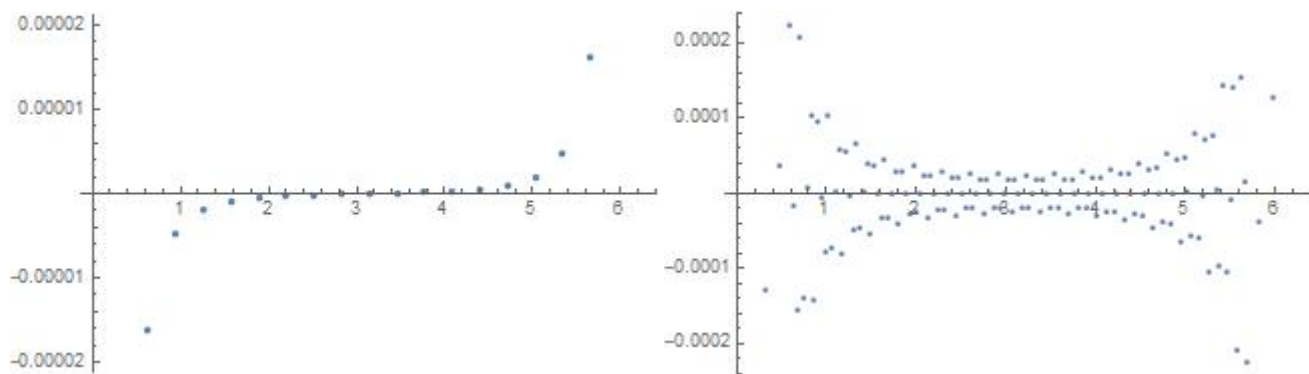
函数 $\tilde{f}_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin \frac{w\pi}{N}}{\frac{w\pi}{N}} \frac{\sin wx}{w}$ 在 $N = 100, m = 20, 160$ 结果, 其中最左侧为原函数图像:



3. 差值 $f(x) - \tilde{f}_N(x)$ 在 $N = 10, m = 20, 160$ 结果:



差值 $f(x) - \tilde{f}_N(x)$ 在 $N = 100, m = 20, 160$ 结果:



讨论

通过对比两结果可以发现：两函数在逼近结果上，随着求和项数 N 的增大逼近结果越好，即越趋近于原函数；在 N 相同的情况下，函数 $\tilde{f}_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin \frac{w\pi}{N}}{\frac{w\pi}{N}} \frac{\sin wx}{w}$ 的逼近结果要优于函数 $f_N(x) = \sum_{w=1}^N \frac{\sin wx}{w}$ 的逼近结果。