

小波分析课程第一次程序作业

2021.4.21

1 作业要求

实现切比雪夫插值，并验证切比雪夫插值多项式的逼近效果,详见chapter_2.3离散FFT.pdf P80~89。你需要完成：

1. 选择20, 40, 60, 80个切比雪夫节点在 $x \in [-1, 1]$ 上插值下列函数，并绘制原函数与插值函数。

$$f_1(x) = |\sin(6x)|^3 - \cos(5e^x)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{1+25x^2} - \sin(20x)$$

2. 选择合适的节点数，证明关于切比雪夫插值多项式的逼近结果（Theorem 2,3）。

如果觉得困难，你可以只验证误差阶。

如果定理不适用，请简要说明理由。

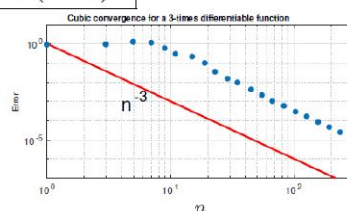
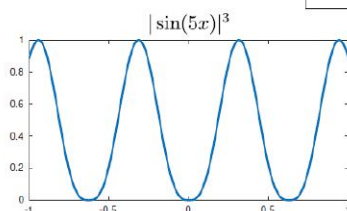
(Hint:Theorem 3更简单。如果你跳过Theorem 2，我也不会嫌弃你，但你可能会稍微丢失一些分数)

Theorem 2 (differentiable functions): For an integer $m \geq 0$, let f and its derivatives through $f^{(m-1)}$ be absolutely continuous on $[-1, 1]$ and suppose the m -th derivative $f^{(m)}$ is of bounded variation V . Then for $k \geq m+1$, the Chebyshev coefficients of f satisfy

$$|c_k| \leq \frac{2V}{\pi(k-m)^{m+1}}.$$

and the Chebyshev interpolants satisfy

$$\|f - p_n\| \leq \frac{4V}{\pi m(n-m)^m}.$$

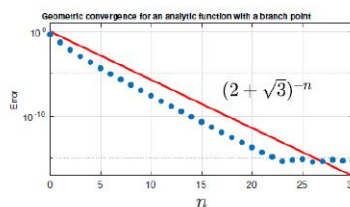
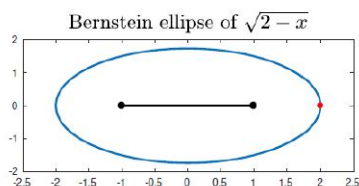


Theorem 3 (holomorphic functions): Let a function f analytic in $[-1, 1]$ be analytically continuable to and bounded by M in an open Bernstein ellipse E_ρ . The Bernstein ellipse E_ρ is an ellipse with foci at ± 1 and the length of its semimajor axis plus the length of its semiminor axis is ρ . The Chebyshev coefficients of f satisfy $|c_0| \leq M$ and

$$|c_k| \leq 2M\rho^{-k}, \quad k \geq 1.$$

and its Chebyshev interpolant p_n satisfies

$$\|f - p_n\|_\infty \leq \frac{4M\rho^{-n}}{\rho - 1}.$$



2 作业提交

提交的程序作业应包括程序源代码和报告。

程序语言仅限于MATLAB（推荐），C（C++、C#），Mathematica。代码必须可以直接运行，有良好的变量名和程序相关注释。如果使用C，请说明使用的IDE，如有引用的库文件等需要说明并一并提交。

报告需要包含问题说明、使用的算法、结果图、结果分析等内容。报告请提交pdf（推荐）或word格式。

如有任何疑问，请于Deadline与助教联系。

Deadline： 5月9日晚12点。

提交邮箱： 3516179467@qq.com

提交时请将文件压缩，文件名格式：“学号+姓名”