

Homework-Lagrange Interpolation Polynomials

PB18010496 杨乐园

2021 年 3 月 13 日

1 Introduction

通过对函数

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad x \in [-5, 5]$$

在不同插值点处构造Lagrange插值多项式，并将插值多项式与原函数在 $[-5, 5]$ 的一百等分点处的差值的绝对值最大值作为误差，进而观察插值多项式与原函数相近程度。

2 Method

通过Mathematica编程，先构造插值点与区间一百等分点的列表，再构造插值点处原函数取值列表，然后根据Lagrange基函数构造代码构造多项式，最后计算二者在一百等分点处的差值的绝对值，为便于操作，将过程Module化。

3 Results

输出结果见下页：

4 Discussion

通过对数据的观察我们发现：

当取第一类插值点

$$x_i = 5 - \frac{10}{N}i, \quad i = 0, 1, \dots, N$$

随着插值点个数 N 的增大，误差逐渐增大，最后甚至达到78689.03748516。

相反，当取第二类插值点

$$x_i = -5 \cos\left(\frac{2i+1}{2N+2}\pi\right), \quad i = 0, 1, \dots, N$$

随着插值点个数 N 的增大，误差逐渐减小，最后甚至达到0.00027385978993257。

5 Computer Code

代码部分请参见附件。

MaxError[5]

N=5

Max Error grid(1):0.4326923076923

Max Error grid(2):0.55591133881240

MaxError[10]

N=10

Max Error grid(1):1.915643050219

Max Error grid(2):0.10892903989245

MaxError[20]

N=20

Max Error grid(1):58.27812510773

Max Error grid(2):0.015325088543827

MaxError[40]

N=40

Max Error grid(1):78689.03748516

Max Error grid(2):0.00027385978993257