

Homework-Richardson Extrapolate

PB18010496 杨乐园

2021 年 4 月 16 日

1 Introduction

编程实现用Richardson外推法计算一阶导数 $f'(x)$ 的值，其中默认 $h = 1$ 。分别对如下函数与对应的 x 值以及外推步数进行计算并输出。

$$\begin{array}{lll} \ln x & x = 3 & M = 3 \\ \tan x & x = \arcsin 0.8 & M = 4 \\ \sin(x^2 + \frac{1}{3}x) & x = 0 & M = 5 \end{array}$$

2 Method

这个实验并不需要设计算法，只需依照Richardson外推公式计算即可：

首先计算 $D(n, 0), n = 0, 1, \dots, M$ ，计算公式如下：

$$D(n, 0) = \phi\left(\frac{h}{2^n}\right), \quad \phi(h) = \frac{1}{2h}[f(x+h) - f(x-h)], \quad n = 0, 1, \dots, M$$

其次执行下列计算公式即可：

$$D(n, k) = \frac{4^k}{4^k - 1} D(n, k-1) - \frac{1}{4^k - 1} D(n-1, k-1), \quad k = 1, \dots, M, n = k, \dots, M$$

最后输出对应三角列即可。

3 Results

输出结果如下：

函数 $f(x) = \text{Log}[x]$ ，在 $x=3$ ， $M=3$ 处，Richardson外推三角列为：

$$\left(\begin{array}{cccc} 0.346573590279973 & & & \\ 0.336472236621213 & 0.333105118734960 & & \\ 0.334108169326332 & 0.333320146894706 & 0.333334482105355 & \\ 0.333526435756204 & 0.333332524566162 & 0.333333349744259 & 0.333333331770273 \end{array} \right)$$

函数 $f(x) = \tan[x]$ ，在 $x = \arcsin\left[\frac{4}{5}\right]$ ， $M=4$ 处，Richardson 外推三角列为：

```
(
-1.30618625136007
6.46533638648716 9.05584393243623
3.20909992478766 2.12368777088783 1.66154402678460
2.87298009393057 2.76094015031154 2.80342364227312 2.82154871553484
2.80090180851620 2.77687571337807 2.77793808424917 2.77753355158213 2.77736094309604
)
```

函数 $f(x) = \sin\left[\frac{x}{3} + x^2\right]$ ，在 $x=0$ ， $M=5$ 处，Richardson 外推三角列为：

```
(
0.176784049146788
0.321477647360814 0.369708846765490
0.332297588048290 0.335904234944115 0.333650594156023
0.333196213584317 0.333495755429660 0.33335190128696 0.33330183715564
0.333306678257969 0.333343499815853 0.33333349441599 0.33333320224344 0.33333332524378
0.333327146259626 0.333333968926844 0.33333333534244 0.33333333281746 0.3333333332952 0.33333333333742
)
```

4 Discussion

通过对以上三角列输出结果可以看到，其结果都较好的符合真实的导数值。

5 Computer Code

代码部分请参见附件!(Homework6_0415.nb)。