

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Систем управления и робототехники

**Отчет по лабораторной работе № 1.01
Исследование распределения случайной величины
Вариант 3**

Состав группы:
Гырдымов Антон R3138
Карташова Екатерина R3135

Преподаватель:
Попов Антон Сергеевич

Санкт-Петербург

1) Цель работы:

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений десятисекундного интервала времени.

2) Задачи, решаемые при выполнении работы:

- Провести многократные измерения десятисекундного интервала времени.
- Построить гистограмму распределения результатов измерения.
- Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
- Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3) Объект исследования:

Распределение случайной величины

4) Метод экспериментального исследования:

Прямые многократные измерения

5) Рабочие формулы и исходные данные:

Плотность вероятности (1): $\rho(t) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$

Функция Гаусса (2): $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$

Среднее арифметическое всех результатов измерений (3): $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$

Выборочное среднеквадратичное отклонение (4): $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2}$

Максимальное значение плотности распределения (5): $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$

Вероятность попадания результата измерения в интервал $[1, 2]$ (6): $P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N}$

Вероятность при условии реализации нормального распределения случайной величины (7):

$t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], P_\sigma \approx \dots$

$t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + \sigma], P_{2\sigma} \approx \dots$

$t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + \sigma], P_{3\sigma} \approx \dots$

Формула вычисления границы интервалов (8):

$[\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N]$

$[\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N]$

$[\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N]$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения (9): $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2}$

Доверительная вероятность (10): $\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t])$

6) Измерительные приборы:

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Стрелочный	0 – 10,5 с	0.1
2	Секундомер	Цифровой	0 – 10,5 с	0.01

7) Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов)

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle, c$	$(t_i - \langle t \rangle)^2, c^2$
1	10,07	0,0096	0,00009216
2	10,1	0,0396	0,00156816
3	10,14	0,0796	0,00633616
4	10,22	0,1596	0,02547216
5	10,02	-0,0404	0,00163216
6	9,9	-0,1604	0,02572816
7	10,23	0,1696	0,02876416
8	10,24	0,1796	0,03225616
9	10,08	0,0196	0,00038416
10	9,99	-0,0704	0,00495616
11	10,04	-0,0204	0,00041616
12	10,25	0,1896	0,03594816
13	10,3	0,2396	0,05740816
14	10,07	0,0096	0,00009216
15	9,96	-0,1004	0,01008016
16	9,97	-0,0904	0,00817216
17	10,11	0,0496	0,00246016
18	9,77	-0,2904	0,08433216
19	10,08	0,0196	0,00038416
20	9,95	-0,1104	0,01218816
21	10,03	-0,0304	0,00092416
22	9,98	-0,0804	0,00646416
23	10,08	0,0196	0,00038416
24	10,08	0,0196	0,00038416
25	9,98	-0,0804	0,00646416
26	10,12	0,0596	0,00355216
27	10,36	0,2996	0,08976016
28	9,91	-0,1504	0,02262016
29	10,15	0,0896	0,00802816
30	9,99	-0,0704	0,00495616
31	10,02	-0,0404	0,00163216
32	9,97	-0,0904	0,00817216
33	9,95	-0,1104	0,01218816
34	9,87	-0,1904	0,03625216
35	9,88	-0,1804	0,03254416
36	10	-0,0604	0,00364816
37	10,22	0,1596	0,02547216
38	10,19	0,1296	0,01679616
39	10,14	0,0796	0,00633616
40	10,13	0,0696	0,00484416
41	9,98	-0,0804	0,00646416
42	10,2	0,1396	0,01948816
43	10,31	0,2496	0,06230016
44	10,05	-0,0104	0,00010816
45	10,01	-0,0504	0,00254016
46	10	-0,0604	0,00364816
47	9,8	-0,2604	0,06780816
48	10,15	0,0896	0,00802816
49	10,1	0,0396	0,00156816
50	9,88	-0,1804	0,03254416
$\langle t \rangle_{50} = 10,0604$		$\sum_{i=1}^{50} t_i - \langle t \rangle = 0,00c$	$\sigma_{50} = 0,1305085813$ $\rho_{max} = 3,056873038$

8) Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов):

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}, c^{-1}$	t, c	ρ, c^{-1}
9,77 9,85	2	0,5	9,81	2,533283478
9,86 9,94	5	1,25	9,9	3,047912544
9,95 10,03	16	4	9,99	2,533283478
10,04 10,12	12	3	10,08	3,047912544
10,13 10,21	7	1,75	10,17	2,533283478
10,22 10,3	6	1,5	10,26	3,056873038
10,31 10,39	2	0,5	10,35	3,056873038

$$[\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N] = [9,81 - 0,13; 9,81 + 0,13] = [9,68; 9,94]$$

$$[\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N] = [9,9 - 0,26; 9,9 + 0,26] = [9,64; 10,16]$$

$$[\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N] = [9,99 - 0,39; 9,99 + 0,39] = [9,73; 10,25]$$

	Интервал, с		ΔN	$P \approx \frac{\Delta N}{N}$
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	9,68	9,94	7	0,14
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	9,64	10,16	40	0,8
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	9,73	10,25	47	0,94

9) Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов)
Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \cdot 0,834592} = 0,0184567 \approx 0,02c$$

10) Графики

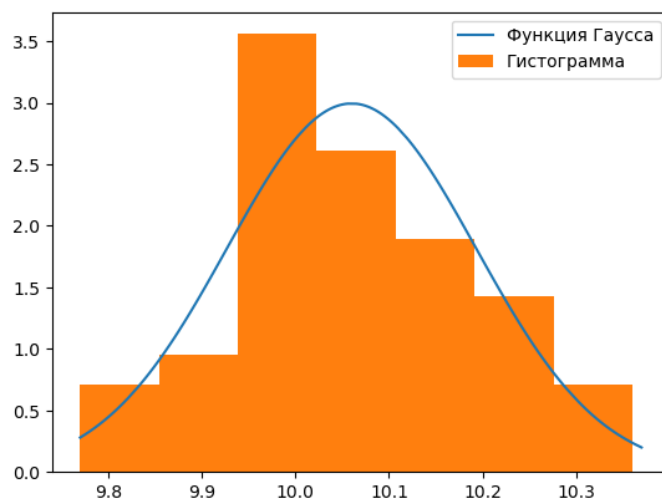


Рис. 1: Гистограмма и функция Гаусса

11) Окончательные результаты:

- Среднее арифметическое всех результатов измерений - $\langle t \rangle_{50} = 10,06c$
- Выборочное среднеквадратичное отклонение - $\sigma_{50} = 0,13c$
- Максимальное значение плотности распределения - $\rho_{max} = 3,06c^{-1}$
- Среднеквадратичное отклонение среднего значения - $\sigma_{\langle t \rangle} = 0,02c$