目次 目次

恐竜本 補足資料

前川 大空 *

2025年10月8日

目次

1	潜仕結果モアルと凶果効果	2
2	無作為化実験	5
3	推定・検定の諸問題	9

はしがき

- ■p.i 構造推定アプローチ 経済理論による均衡条件の構造型の導出 → その誘導型の導出 → 最小 2 乗推定量 → 操作変数法 → 一般化積率法 (GMM) と進む流れ (Ex. Wooldridge, 2010). 潜在結果アプローチはこの中に埋め込まれる型で説明されている, らしい. DDR *1にせよ『構造推定アプローチ』への批判が最近の潮流なのかもしれない.
- ■p.i 構造推定アプローチの問題点 既存教科書の説明スタイルは、制度の記述から始まる 近年のミクロ経済 学の実証研究における因果推論の実践とは必ずしも一致する型とはなっていない. 一般均衡理論のみならない 分析、ゲームなどを想定する点で異なるといったはなし? → 実制度の話を意図しているだけ?
- ■p.ii 『経済学訛り』の因果推論 経済学においては DiD や RDD など, 疑似実験の手法が頻繁に活用される.
- ■p.iii モチベーション 『既存の知識は暗黙知も含めてドキュメント化してさっさと共有してしまおう. 人々の貴重な時間はもっと新しくて未解決の問題について考えるために使おう』. マジでアツい.
- ■p.iv **コンテンツについて** R の実装についてはウェブ付録の **実践編** において記載されている. **Lec5,6** の 実装でも参考に出来るかもしれない.

^{*} 一橋大学経済学部 4年、五年一貫専修コース公共経済プログラム

^{*1} 末石 (2024), データ駆動型回帰分析, 日本評論社, 第1版

序章 経済学の因果推論アプローチ

- ■p.1 教科書の流れ 第 2 ~ 5 章: RCT, 第 6 ~ 8 章: DiD, 第 9 ~ 11 章: RDD 第 1 章: 潜在結果モデル導入, 第 2 章: ATE の推定, 第 3 章: 統計的推測, 第 4 章: 非遵守者, 第 5 章: 実践
- ■p.3 潜在結果モデルの導入法 『筆者らは, 本書のように潜在結果モデルだけに依拠して議論を進めたほうが 初学者にとっては理解しやすいのではないかと考えている.』 構造型を背後に (明示的には) 想定しない, DDR でも同じような議論は見受けられた.
- ■p.4 『経済学訛り』の因果推論 行動反応を考えることが訛りの原因、非遵守者を考えるのはこのため.
- ■p.4 同値観測性の問題 Ex. 上向きの需要関数, Lec1 のひとまとめにしたことによる上向き傾向. 解決策として識別のための誘導型が導入された.
- ■p.5 **信頼性革命** 自然実験や疑似実験に注目すべき, との近年の計量経済学研究における潮流. <mark>構造推定アプローチはここに対応できない点でも近年の評価を落としている</mark>?
- ■p.5 提示されている問い 本書を読み進めるにあたって答えを出せるようになろう.
 - RDD を局所線型モデルで推定するとき、推定対象範囲を定めるためのバンド幅はの選び方は?
 - 処置群と統制群を分けるスコア変数が離散的なときはどのように対処すべきだろうか?
 - DiD で因果効果を推定しようとするとき, 処置が個体間で一斉に行われるのではなくタイミングがずれている場合にはどのような定式化を用いるべきだろうか?
- ■p.7 **構造推定アプローチと IV(GMM) の別** 構造型を内生変数について解き, 外生変数だけの誘導型に直して推定するのが構造推定アプローチ. 一方で, ショックについて解き, そのモーメントに関する条件 (積率条件) を利用してパラメータ推定するのが GMM, 定式化の範囲を限定したものが IV method.
- ■p.8 構造推定アプローチと潜在結果アプローチの別 構造推定モデルは推定対象である誘導型を導出するために、経済モデルから導き出された構造型を利用している時点で、検証不可能な仮定を置いていることとなる. 一方の潜在結果アプローチは実験デザインなどの制約を変更することによってのみ推定の方法を変更しており、経済理論は結果の解釈にのみ用いられる.
- ■p.9 『**誘導型の推定』との言い方の不適切性** 潜在結果モデルは経済理論 (構造型) から導出されるとは限らないため、誤解を招く不適切ないいかた.

1 潜在結果モデルと因果効果

■p.12 諸定義の導入 以下のように定義されている.

- Def. 実験,無作為化実験 ——

個体への処置割当が既知な状況のこと,特に個体への処置割当が無作為に行われているようなことが既知な状況を無作為化実験と呼ぶ.

Def. タイプ —

潜在結果はあらかじめ個体ごとに定まっているものとして、この対応結果を潜在結果のタイプと呼ぶ、

- Def. 因果関係 -

タイプの集合のうち幾つかのタイプに属するものを因果効果として定義する.

- ■p.16 潜在結果と健在結果の別 潜在結果は関数だが、健在結果は値である、 *2* について足したため.
- ■p.17 潜在結果モデル $(\mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(\cdot))$ を潜在結果モデルと呼ぶ. うち潜在結果 $\mathbf{Y}^*(\cdot)$ は観測不可能.
- ■p.18 SUTVA 2項処置モデルとして定義してしまおう:

- Assumption: SUTVA —

潜在的結果が以下のように表されることを指す.

$$Y_i = Y_i^*(Z_i) = \begin{cases} Y_i^*(1) & \text{if } Z_i = 1 \\ Y_i^*(0) & \text{if } Z_i = 0 \end{cases}$$
 where $Z_i \in \{0, 1\}$

つまり、以下の2条件がこの式で表現されている:

- 1. no spillover: 潜在的結果は他者の処置の影響を受けない (引数が Z_i のみ)
- 2. consistency: 処置が施されたとき, 観測されるのは潜在結果をその処置で評価した値
- 3. binary treatment: 処置が均一 (デジタルな処置)
- **■**p.21 **処置割当メカニズム** 処置割当メカニズムとは、 $(\mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1))$ から \mathbf{Z} への行の交換に対して不変な非負の関数 $\mathbb{P}[\mathbf{Z} \mid \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)]$ で、任意の $(\mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1))$ に対して以下が成り立つものである.

$$\sum_{\mathbf{Z} \in \{0,1\}^n} \mathbb{P}[\mathbf{Z} \mid \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)] = 1$$
(1.3)

つまり、プロファイルの選び取り方全体にわたって定義された確率測度と言えよう。 $\mathbf{Y}^*(0)$ 、 $\mathbf{Y}^*(1)$ に依存しており、これらは正規処置割当メカニズムを考慮すれば除外されることとなる。

- ■p.22 個体処置割当確率 p_i . 2^{n-1} 個を足し合わせており $1-p_i$ が個人非割り当て確率となる.
- **■**p.22 **傾向スコア** $e(\mathbf{w})$. 引数として顕わには \mathbf{w} のみがあるが, 実際には $\mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)$ にも依存する.
- ■p.23 正規処置割当メカニズム 以下の条件を満たすものが正規処置割当メカニズムと呼ばれる.
 - 1. 個別割当: p_i が $p_i[\mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(1), \mathbf{Y}^*(0)] = q[\mathbf{W}_i, \mathbf{Y}^*_i(1), \mathbf{Y}^*_i(0)]$ と個人の情報のみに依存する
 - 2. 確率割当: すべての個人の p_i が $0 < p_i[\mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(1), \mathbf{Y}^*(0)] < 1$
 - 3. 条件付き独立割当: p_i が 潜在結果に依存せず, $\mathbb{P}[\mathbf{Z} \mid \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)] = \mathbb{P}[\mathbf{Z} \mid \mathbf{W}]$

これは以下のように単純化された:

正規処置割当メカニズム 一

ある集合 A が存在し、任意の $(\mathbf{Z}, \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)) \in A$ について.

$$\mathbb{P}[\mathbf{Z} \mid \mathbf{W}, \mathbf{Y}^*(0), \mathbf{Y}^*(1)] \propto \prod_{i=1}^n q(\mathbf{W}_i)^{Z_i} [1 - q(\mathbf{W}_i)]^{1 - Z_i}$$
(1.6)

であり、それ以外の処置割当メカニズムの値は 0.

このとき、傾向スコアはその個体の個体処置割当確率と一致する: $e(\mathbf{w}) = q(\mathbf{w})$.

■p.24 抽出・割当に起因する不確実性 母集団から標本 n を抽出する際の不確実性が 抽出に起因する不確実性 で、処置 Z_i 決定に際する不確実性が 割当に起因する不確実性 である. p.25 の説明に詳しい.

■p.27 識別 2項処置モデルを前提とした識別の具体的説明がかなりのページを割いて行われる.

- 大まかな認識: 識別可能性 -

観測されるデータの同時分布が既知の時, $oldsymbol{ heta}$ の値が一意に定まるならば, $oldsymbol{ heta}$ は識別されるという.

Ex. **学習塾に通う** 5 人を標本とした ATE の識別 2 項処置モデルで、3 人に特別講習を 無作為に 割り当てることを考える. 処置割当メカニズム (\mathbf{Z} に割り当てられる条件付確率測度) は $\mathbf{P}_{\mathbf{Z}}$ で表される. ありうる \mathbf{Y}^* , $\mathbf{P}_{\mathbf{Z}}$ の集合を \mathcal{M} と書く. ここで $m=(\mathbf{y}^*,\mathbf{p}_{\mathbf{Z}})$ に値が定まると モデルは一意に定まる. *2 モデル、特に \mathbf{y}^* が一意に定まったことで、今回識別の対象である ATE も一意に定まる:

$$\theta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [y_i^*(1) - y_i^*(0)]$$

しかしこれは観測不可能な \mathbf{y}^* が含まれているため、識別に関しては現状何も言えない. そこで観測される データの同時分布 $\mathbf{p}_{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}$ について考えると、これも一意に定まり、 $\mathbf{p}_{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}[\mathbf{z},\mathbf{y}] = \mathbf{p}_{\mathbf{Z}}[\mathbf{z}]\mathbb{1}\{\mathbf{y}^*(\mathbf{z}) = \mathbf{y}\}$. ϕ にはこの (観測可能な) 同時分布 $\mathbf{p}_{\mathbf{Z}\mathbf{Y}}$ と観測可能なすべての情報が含まれている. この例では割当が分析者にとって既知であるため、 $\mathbf{p}_{\mathbf{Z}}$ も ϕ に含まれる. モデルの値 $m=(\mathbf{y}^*,\mathbf{p}_{\mathbf{Z}})$ を定めれば、 ϕ も一意に定まる.

しかし、**複数の異なるモデルが同じ** ϕ **を生成する可能性がある**. ここで、構造 $s(\phi,\theta)\subset \mathcal{M}$ を、 ϕ,θ を生成する モデル m **の値の集合** と定義し、この問題を明確化するために **観測上同値性** を定義する:

今回の例における定義: 観測上同値性 -

ATE θ , $\tilde{\theta}$ について, ある ϕ が存在して, 構造 $s(\phi,\theta),s(\phi,\tilde{\theta})$ がともに空でないとき, 観測上同値という.

つまり, θ , θ を生成する異なるモデル (m,m') が観測上同じ情報 ϕ を生成する可能性があり, 逆に言えば, その異なる ATE を生成する 2 モデルのうちどちらから ϕ が生成されているかを, 観測される情報からでは **原理的に** (非常に小さい可能性だろうが) 区別できない場合があることを意味する. 観測上同値性を回避するための方法としては以下が挙げられている:

- 1. 割当メカニズムの知識 $\mathbf{p}_{\mathbf{Z}}$ を得ること: この例では既に満たしている
- 2. モデルの値の幅 (M) を狭くする: 正規処置割当メカニズムへの限定, $\mathbf{Z} \perp \mathbf{Y}^*$ の条件追加 (今回)

さて, 例に立ち戻り, $\mathbf{p_Z}$ が ϕ に含まれていることを思い出そう. 定義より $\mathbf{p_{ZY}}$ も ϕ に含まれる. $\mathbf{Z} \perp \mathbf{Y}^*$ を

 $^{^{*2}}$ ${f Z}$ の分布 ${f p_Z}$ は無作為割当から均等に割り振られ、常に ${f p_Z}[{f Z}]=rac{1}{{}_5C_3}$ と一定の値をとるために、単に『値』と書かれる.

利用することによって、観測可能な変数で構成された、処置群と統制群の平均値の差は:

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n} Z_i Y_i - \frac{1}{n_0}\sum_{i=1}^{n} (1 - Z_i) Y_i\right] = \theta(\mathbf{Y}^*) = \theta$$
(1.7)

と 興味の対象である ATE に対して不偏性を持つ ことが示される. つまり, 今回の例では, 情報 ϕ ($\mathbf{p}_{\mathbf{ZY}}, \mathbf{p}_{\mathbf{Z}}, \mathbf{y}$ など) が 1 つ与えられると, それと整合的なモデルの値 $m = (\mathbf{y}^*, \mathbf{p}_{\mathbf{Z}})$ が含意するパラメータ θ の値は一意に定められる. より詳しく言えば, 異なるモデル $(m, m') = ((\mathbf{y}^*, \mathbf{p}_{\mathbf{Z}}), (\mathbf{y}^{*'}, \mathbf{p}_{\mathbf{Z}}))$ で, ATE $(\theta, \tilde{\theta}) = (\theta(\mathbf{y}^*), \tilde{\theta}(\mathbf{y}^{*'}))$ について $\theta \neq \tilde{\theta}$ となるケースを考えると, 情報 ϕ ($\mathbf{p}_{\mathbf{ZY}}, \mathbf{p}_{\mathbf{Z}}, \mathbf{y}$ など) は, 特に割当の独立性による \mathbf{y} の不一致によりそれぞれのモデルで異なり ($\mathbf{y} \neq \mathbf{y}' \implies \phi \neq \phi'$), 従って $(\theta, \tilde{\theta})$ は観測的同値になり得ない. つまり, $\mathbf{Z} \perp \mathbf{Y}^*$ は「 \mathbf{y} をそのままに \mathbf{y}^* を変える」ことを許してくれない のである. この状態をもって, ATE はこの例において 識別 されていると定義する.

今回の例における定義: 識別可能性 -

情報を増やす、またはモデルのとりうる値を減らすなどといった何らかの方法を経て、ある ATE θ に対してそれと観測上同値な別のパラメータ $\tilde{\theta}$ が存在しないとき、そのパラメータ θ が識別されるという.

今回は, $\mathbf{p_Z}$ が既知 (情報を増やす), ($\mathbf{Z} \perp \mathbf{Y}^*$) であることによって M の範囲が狭まっており, 故に識別が可能となったことを認識せよ.

定義: ⊖ のグローバルな識別可能性 ──

モデル M が生成しうるパラメータの集合 Θ の任意の要素 θ が識別されること.

■識別の構成的な証明 例は、観測可能なものが、興味のあるパラメータに一致することを示すものだった。

定義: 推定対象 (estimand) -

必ずしも興味はないが、情報 ϕ に含まれる観測から構成できる対象一般のこと.

この例の平均値の差 (1.7) 式 も推定対象である.

定義: 識別の構成的な証明 ―

推定対象の1つが仮定のもとで興味のあるパラメータに一致することを示す方法.

つまり, 例の識別の証明手順は, 構成的な証明である.

■p.32 **識別が成立しないケース** 先述の例から、無差別割当を取り去っている.これによって、異なる θ , $\tilde{\theta}$ を生成する異なるモデル $(m,m')=((\mathbf{y}^*,\mathbf{p_Z}),(\mathbf{y}^{*'},\mathbf{p_Z}))$ が $\mathbf{p_{ZY^*}}$ の違いをのこして、観測上同じ情報 ϕ $(\mathbf{p_{ZY}},\mathbf{p_{Z}},\mathbf{y}$ など)を生成しており、モデルを区別できないために、識別が出来ていない.

■Lewbel(2019): 一般的な識別の定義 M が何故か関数の集合として定義されているが意図が分からない.

2 無作為化実験

■p.35 答えたい疑問点

- 1. 実験を行うことで ATE を推定できる理由は?
- 2. 無作為化実験・層化無作為化実験など実験方法における差異の、推定への影響は?

- ■p.36 実験データの定義 本書では、「処置割当メカニズムが確率的かつ既知」な状況から得られたデータを「(無作為化) 実験データ」と呼び、それ以外の状況で得られたデータを「観察データ」と呼ぶ。つまり、先述の学習塾の例で得られるデータは実験データといえる。
- ■p.36 **自然実験**, **疑似実験** 本書では以下のような定義をされている. 図 2.1 に詳しい.
 - 1. 自然実験: 処置割当メカニズムは確率的かつ既知だが, 設計者が分析者以外の主体である状況
 - 2. 疑似実験: 処置割当メカニズムは未知だが、望ましい性質 (Ex. 条件付独立割当) が正当化できる状況
- ■p.38 無作為化実験 本書では以下のような定義をされている.
 - 1. 無作為化実験: 確率割当であり、関数形が分析者にとって既知な処置割当メカニズム
 - 2. 古典的な無作為化実験: 無作為化実験のうち, 正規処置割当メカニズム であるもの

関数形については実験の設計段階で操作可能と考えることも可能.

- ■p.38 古典的な無作為化実験 4 つの代表的な例が提示されている.
- Ex.1 完全無作為化実験 n 個から n_1 個の個体を無作為に抽出して介入を行う実験, 学習塾の例はこれ.
- Ex.2 **層化無作為化実験** n 個の個体をまず共変量の値に従って G 個の層に分け, それぞれの層 g の中から規定の数 n_{1g} の個体を抽出して, 全体としては n_1 の個体に対して介入を行う実験
- Ex.3 対応化無作為化実験 層化無作為化実験の $n_q=2, n_{1q}=1$ の特殊ケース
- Ex.4 **クラスター化無作為化実験** 層化無作為化実験と同様に個体を共変量に基づいてクラスターに分け、規定数のクラスターを無作為に抽出し、**そのクラスターに含まれる個体すべて** に介入を行う実験

■p.40 クラスター化無作為化実験の特徴

- 1. 実施コストが比較的安価 人材を派遣すべきエリア数を減らせる
- 2. クラスター単位の効果測定に利用可能 Ex. 学校でのワクチン接種: 生徒個人への効果は波及効果で測定困難 (SUTVA に違反), 学校単位の効果測定は可能
- ■p.41 明確な帰無仮説 以下のように定義される.

定義:明確な帰無仮説 ---

その仮説下で、顕在結果から各個体の観測されていない潜在結果がすべてわかるような帰無仮説

具体的には,以下のような帰無仮説が当てはまる.

$$H_0: Y_i^*(0) = Y_i^*(1), \quad i = 1, \dots, n.$$

ATE が 0, は明確な帰無仮説とはならないことに注意.

■p.42 フィッシャーの *p* 値

- **■**p.59 **完全無作為化実験における確率割当** 全ての処置ベクトルに等しい確率を割り当てる, とあるが, これはあくまで処置群の個体数が n になる処置ベクトルに限定した話であることを忘れないように.
- ■p.60 バランスが取れた層を重視するウェイト 他にして一定で $e_q = 1/2$ で最大.
- ■p.60 答えたい疑問 フィッシャーの p 値や ATE の推定量の, 完全無作為化実験との違いは?
- **■**p.61 **層化無作為化実験におけるフィッシャーの** p 値 $p = \mathbb{P}[|T_{\lambda}(\mathbf{Z},\mathbf{y})| \geq |T_{\lambda}(\mathbf{z},\mathbf{y})|]$ で計算される.
- ■p.61 **層化無作為化実験における ATE の不偏推定量** 以下で定義される.

$$\widehat{\tau} = \sum_{g=1}^{G} q_g \widehat{\tau}_g$$
 where $q_g = \frac{n_g}{n}, \ \widehat{\tau}_g = \bar{Y}_{1g} - \bar{Y}_{0g}$

Proof. 不偏性を示そう, 以下のように (全体の) ATE の不偏推定量と一致する.

$$\mathbb{E}[\widehat{\tau}] = \sum_{g=1}^{G} \frac{n_g}{n} \frac{1}{n_g} \sum_{i=1}^{n} G_{ig}[Y_i^*(1) - Y_i^*(0)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{G} G_{ig}[Y_i^*(1) - Y_i^*(0)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [Y_i^*(1) - Y_i^*(0)]$$

なお, 再三になるが期待値は処置割当に関してとられており, 潜在効果は確定的である.

また分散は、各層の独立性より $\mathbb{V}[\hat{\tau}] = \sum_{g=1}^G q_g^2 \mathbb{V}[\hat{\tau}_g]$ で与えられ、neyman 推定量を用いることで:

$$\widehat{\mathbb{V}}[\widehat{\tau}] = \sum_{g=1}^{G} q_g^2 \widehat{\mathbb{V}}_{\text{neyman},g}$$

が推定量として考えられる. **Ch 2.4** で見た neyman 推定量の性質より, 割当に起因する不確実性のみを考えるならば過剰推定で, 割当・抽出両方に起因する不確実性を考える場合には不偏推定量となる.

■p.61 回帰分析と層化無作為化実験 OLS 回帰によっても同様の推定量を得られる. しかし層割当ダミーに適当に条件付けし, パラメータが層によって制約されない状況を作り出す必要がある.

定義: 飽和したモデル, Saturated Model

層割当ダミーが処置割当と完全に交差し、各層内の処置・統制群平均を完全に再現できるモデルのこと.

以下のようなモデルを指す: *3

$$Y_i = \sum_{g=1}^{G} \alpha_g G_{ig} + \sum_{g=1}^{G} \beta_g G_{ig} Z_i + \varepsilon_i.$$

各層 g に対し以下が成り立つ、条件付平均が完全に再現できていることが伺える.

$$\begin{split} \mathbb{E}[Y_i \mid G_{ig} = 1, Z_i = 0] &= \alpha_g, \\ \mathbb{E}[Y_i \mid G_{ig} = 1, Z_i = 1] &= \alpha_g + \beta_g, \end{split}$$

^{*3} 定数項を落としているのでダミー変数の罠が回避されている.

したがって、OLS による層別処置効果の推定量は

$$\widehat{\beta}_g = \bar{Y}_{1g} - \bar{Y}_{0g},$$

すなわち層 g における処置群と対照群の平均値の差に等しい。一致性の証明は上の不偏性の証明で得た標本対応の形を用いれば確認できると思われる。これを加重平均してやれば集計推定量:

$$\widehat{\beta} = \sum_{g=1}^{G} q_g \widehat{\beta}_g$$

が ATE に不偏性と一致性を持つ推定量として求まる.

■クラスター化無作為化実験 クラスター化無作為化実験を行うときには、先述した spillover effect の問題から、興味のある推定対象として、クラスターごとの ATE と、その単純平均 が考えられる.

定義: クラスターごとの ATE とその単純平均効果 -

$$\tau_g = \frac{1}{n_g} \sum_{i=1}^n G_{ig}[Y_i^*(1) - Y_i^*(0)], \quad \tau_C = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G \tau_g$$
 (2.9)

後者はクラスターを個人と見なした完全無作為化実験として考えられ, 統計的分析もそれに従う. 前者に関しては以下の線形回帰モデルの OLSE によって推定が可能:

$$Y_i = \alpha + \beta Z_i + \varepsilon_i$$
.

クラスター内標本では Z_i が完全に相関しているため, **クラスター頑健標準誤差** を考える (Ch 3.1.1). *4

■クラスター化無作為化実験における相関構造 クラスター化無作為化実験では、個人ではなくクラスター $g=1,\ldots,G$ を単位として処置が割り当てられる。 クラスター g に属する個体 $i=1,\ldots,n_g$ に対しては、クラスター共通の処置指示変数 $Z_g \in \{0,1\}$ が与えられ、個人レベルの処置変数は $Z_i = Z_g$ で表される。 このとき、個人レベルの回帰モデル:

$$Y_i = \alpha + \beta Z_i + \varepsilon_i$$

を考えると、クラスター内では $Z_i=Z_g$ が同一であるため、 Z_i 同士が完全に相関しているとみなされるわけだが、この「 Z_i の相関」は、次のように定式化できる。個人レベルの処置ベクトル ${\bf Z}$ を以下のように定義する:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} \\ \vdots \\ Z_{n_1,1} \\ \vdots \\ Z_{1G} \\ \vdots \\ Z_{n_G,G} \end{pmatrix}$$

クラスター g の処置変数 Z_g は確率 $p=1/_G\mathbf{C}_{G_1}$ で独立に割り当てられるため, クラスター内の共分散は:

$$Cov(Z_{ig}, Z_{jg}) = \begin{cases} p(1-p) & (i, j \in g) \\ 0 & (i, j \notin g) \end{cases}$$

^{*4} 何をもって相関? q と Z_i の対応とか見ればそうだろうけど定式化が分からない.

したがって、全体の共分散行列は以下で与えられる:

$$\operatorname{Var}(\mathbf{Z}) = p(1-p) \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{n_1} \mathbf{1}_{n_1}^\top & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_{n_2} \mathbf{1}_{n_2}^\top & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{1}_{n_G} \mathbf{1}_{n_G}^\top \end{pmatrix}$$

$$G \text{ のうち } G_1 \text{ は } \mathbf{1}_{n_G} \mathbf{1}_{n_G}^\top \text{ が処置として入る}$$

で与えられ, クラスター内では全ての Z_i が完全に相関 (同一値) することが分かった.

■p.66 政策判断基準 「平均処置効果の推定値が正であれば、執行のコストを無視すれば、その処置を政策として実現したほうがよい」という素朴な判断は、ミニマックスリグレット基準 のもとで最適な意思決定. 共変量ごとに処置を選択するような判断を下したい際には、とくに共変量が連続なケースでは困難が生じる. これに対して 経験的厚生最大化 なるアプローチがあるらしい.

3 推定・検定の諸問題

- **■クラスター頑健分散推定量** 末石先生の講義資料の方が分かりやすいと思います. 講義資料
- ■**多重検定問題** 様々な種類の潜在結果を考える際に、ただ仮説検定を繰り返すだけでは、本来制御の対象である検定のサイズを制御することが出来ないという問題.
- ■ボンフェロー二検定 多重検定問題の対策として、和集合不等式に基づいて、それぞれの過誤率を 5/m% と することで族過誤率 (FWER) を 5% に抑える検定.
- **■ボンフェローニ・ホルム検定** 明らかに帰無仮説から生成されていない検定統計量を逐次的に消去し棄却水準を下げて、検出力をボンフェローニ検定よりも高める一方で、族過誤率 (FWER) は依然 5% に抑える検定. 少なくとも一つの帰無仮説を棄却する確率自体はボンフェローニ検定と変わらない (5/m%).
- ■適切な制御対象と分析結果の利用目的 ある処置が企業における複数の業績指標に及ぼす効果を評価するような場合, どの項目に差があるかによって異なる対応をとるような場合は族過誤率を気にする必要がある. 一方で, ある処置が企業の業績に何らかの影響があるかを見るだけならば気にする必要がなく, 偽検出比率 (FDP) を考えれば十分である.