最適相続課税 全訳・補足

前川 大空 *

2025 年 9 月 16 日

目次

* 一橋大学経済学部 4 年, 五年一貫専修コース公共経済プログラム

Abstruct

本稿では, 主要な **公平性/効率性のトレードオフ** を捉え, 推定可能な **十分統計量** で表現され, **選好の構造に対して頑健** な, **最適相続税公式**を導出する. 本稿では, 一般性 (?) , および **相続への選好と労働生産性の異質性** を考慮した **動的確率モデル** を考察する. 扱いやすい算定式を得るために, 単純だが現実的な **線形または 2 区分** の税制構造に限定する. 長期的な最適相続税率は, 常に, **分布パラメータ, 再分配に対する社会的選好, そして, 総所得および相続の税率弾力性** によって表すことができる. これらの結果は, 扱いやすい修正を加えることで, (a) **社会的割引** (×定常状態の厚生最大化), (b) 部分的に偶発的な相続, (c) **Barro–Becker 王朝モデル**, にも適用できる. **相続の税率弾力性が低く, 相続集中度が高く, 社会が相続財産の少ない層を最も重視する場合, 最適税率は正で, 量的に大きくなる.** 米仏のミクロデータを用いて, このカリブレーションを提示する. 現実的なパラメータを用いると, **最適相続税率は** 50〜60%, あるいは過去の経験から見て **相続額最上位ではさらに高くなる可能性がある** ことがわかった.

1 はじめに

相続財産に対する適切な課税水準については, 公共政策の議論においても経済学者の間でも, 相当な論争が繰り広げられている. 公共の議論は, 公平性と効率性のトレードオフを軸に展開される. 一方で経済学者は, 最適相続税に関する様々なモデルと結果を提示している. これらのモデルは, 主に **貯蓄/相続への選好** と **経済ショックの構造** において異なる. 確率的ショックを考慮しない Chamley (1986), Judd (1985) による無限期間の王朝的解釈では, 相続税率が一定であると, 異時点間の選択に歪みが生じるため, **長期的には最適な相続税はゼロ** となります. しかし, その後の多くの研究は, この **有名なゼロ課税の結論は, 主要な仮説の緩和で覆される可能性がある** ことを示した. [*1] 両親が資産を持たずにスタートするが, 労働能力は不均一で, 子供 (収入なし) に相続する 2 世代モデルにおいて, 社会厚生が両親の視点のみから測定される場合, 両親に最適な所得税を課すと相続税は無意味となる (Atkinson and Stiglitz (1976)). 子供の効用も社会厚生に直接寄与するならば, 負の相続税が望ましい (Kaplow (2001), Farhi and Werning (2010)). **したがって, 最適相続税理論は, 相続行動に関する異なる (しかも検証困難な) 仮定が, 異なる公式と規模をもたらすため, 明確な政策的含意を欠いた散漫な理論となっている.**

本稿では, 最適相続税公式が, 行動弾力性, 分布パラメータ, 再分配に対する社会的選好といった推定可能な十分統計量で表現できることを示すことで, この問題の解決に前進をもたらす. この公式は, モデルの基礎的な要素に対して頑健であり, 公平/効率トレードオフを透明性のある方法で捉えている. このアプローチは, 最適労働所得税の分析で効果的に利用されてきた (サーベイ: Piketty and Saez (2013a)) . 我々は同様のアプローチを辿り, 公平/効率トレードオフが相続税にも当てはまることを示す. このアプローチは, 散在する既存の研

[*1] 相続税がゼロでない状況に至る最も研究されている拡張は, (a) 特異な労働所得ショックの存在, (b) 偶発的な相続, (c) 子息が相続人の効用よりも税引き前/後の相続税を重視すること, (d) 長期定常状態の厚生最大化, (e) 時間不変の税金, (f) 政府のコミットメントの欠如, である. (Cremer and Pestiau (2004), Kopczuk (2013))

究成果の多くをうまく統合する.

まず, 相続と労働能力に関する一般的で異質な選好の下での動学的確率モデルを考察する. この場合, 被相続人は相続人に残す税控除後額のみを気にし, 社会計画者は長期定常状態の厚生を最大化する (**Ch.2.2**). これは, 重要な公平/効率トレードオフを明瞭に示す最も単純なケースである. 重要なのは, 我々の結果が, 扱いやすい修正を加えることで, (a) 定常状態の厚生最大化ではなく社会的割引を用いたケース (**Ch.2.3**), (b) 部分的に偶発的な相続を用いたケース (**Ch.2.5**), (c) 利他主義を考慮した標準的な Barro–Becker 王朝モデル (**Ch.3**) にも適用できることである.

いずれの問題も公平/効率トレードオフとして捉えることができ, 最適相続税率は, 総相続額の, 税引後手取り率 ($\equiv 1 -$ 税率) に対する弾力性が高まるにつれて低下し, また, 社会が被相続人・相続人の限界消費に高い価値を置くほど低下する. 弾力性が低く, 相続額が大きく集中度が高く, 社会が主に相続額の少ない人々に配慮している場合, 最適税率は正で量的に大きくなる. 一方, 社会が主に相続人に配慮している場合, 最適税率は負になりうる.

一般的な議論と同様に, 相続課税の是非は, 主に富の不平等と流動性, そして社会限界厚生重み (SMWW) の分布による. 相続の弾力性が無限大の場合, 最適税率はゼロとなり, これはゼロ税率の Chamley–Judd の (長期の) 結果を包含する. Farhi and Werning (2010) とは対照的に, 相続税は, 最適労働課税下でもプラスとなる. これは, 相続を考慮した我々のモデルでは, **不平等は二次元的** (所得と相続) であり, 所得はもはや生涯資産の唯一の決定要因ではないためである. その結果, 有名な **Atkinson and Stiglitz (1976) によるゼロ税率の結論は成り立たない.** [*2]

重要なのは, 相続税と労働所得に対する税制を極めて単純な線形 (または 2 区分) に限定することで, 選好の異質性が極めて高いモデルにおいて扱いやすい公式を導出できるようにすることである. その利点は, 必然的に我々の税制が現行の慣行の範囲内にあり, 経済的なトレードオフが透明に現れることである. この「単純な税制」アプローチは, 情報構造を前提とした完全最適メカニズムを考察する最近の新動的財政学 (NDPF) 文献 (サーベイ: Kocherlakota (2010)) とは対照的である. 結果として得られる税制は, 個人の選好に関する強い均質性仮定を置いているにもかかわらず複雑であるが, 厚生向上への潜在的により強力な効果を持つ. したがって, 筆者たちは **本文献のアプローチを NDPF アプローチの補完的なもの** とみなしている.

政策提言のための十分統計量として我々の公式を用いる例として, フランスとアメリカ合衆国の事例について, ミクロデータを用いて較正した数値シミュレーションを提案する (**Ch.4**). 現実的なパラメータを用いると, 最適な相続税率は 50〜60%, あるいは過去の経験に沿って, 高額相続の場合はさらに高くなりうる.

2　遺贈を効用に組み込んだ最適相続税

2.1　モデル

離散的な世代集合 $0, 1, \ldots, t, \ldots$ および成長のない動学的経済を考える. 各世代は測度 1 を持ち, 1 期を生き, 次の世代に置き換えられる. 個人 ti (世代 t に居住する王朝 i の個人) は, t 期の初めに世代 $t-1$ から税引前相続 $b_{ti} \geq 0$ を受け取る. 相続 b_{0i} の初期分布は外生的に与えられる. 相続は世代ごとに外生的な粗収益率 R を生み出す. **Ch.2.3** の最後で, 成長なし, 小規模開放経済における要素価格固定の仮定 (類似の議論：国

*2 形式的には, 我々のモデルは Farhi–Werning の二期間モデル (**Ch.2.5**) を内包する. その場合, 不平等は一次元的となり, Farhi–Werning の結果 (の線形税版) が得られる. 最適な相続税率は, 親の厚生を最大化する場合はゼロ, 社会計画者が子供にも重きを置く場合はマイナス. (2 期間なことが効いている？)

際経済学の要素価格均等化定理の直感, 小国の仮定) を緩和する. 関連する Statement だけ掲載しておこう.

Thm: 要素価格均等化定理

In a Standard model under perfect competition and free trade, if both countries face the same relative goods prices, then the **real returns to factors** are equalized across countries.

■個人の効用最大化　個人 ti は, 任意だが定常な ergodic な[*3] 分布 (世代間で個人の引き出しに潜在的な相関がある) から引き出される, 外生的な税引前賃金率 w_{ti} を持つ. 個人 ti は l_{ti} 働き, 期末に $y_{Lti} = w_{ti}l_{ti}$ を稼ぎ, 生涯資源 (税引後労働所得と資本化相続の合計) を消費 c_{ti} と遺贈 $b_{(t+1)\,i} \geq 0$ に分割する. 税率 τ_{Lt} の線形労働所得税, 資本化遺贈に対する線形税率 τ_{Bt}, および一括補助金 (lump-sum grant) E_t があると仮定する. [*4] [*5] 個人 ti は, 消費 $c = c_{ti}$ と税引き後の資本化遺贈[*6] $\underline{b} = R\,b_{(t+1)\,i}\,(1-\tau_{B(t+1)})$ で増加し, 労働供給 $l = l_{ti}$ で減少する効用関数 $V^{ti}(c, \underline{b}, l)$ を持つ. [*7] w_{ti} と同様に, 選好 V^{ti} も任意の ergodic な分布から抽出される. したがって, 個人 ti は次式を解く: [*8]

$$
\begin{aligned}
&\max_{l_{ti}, c_{ti}, b_{(t+1)\,i} \geq 0} V^{ti}(c_{ti}, R\,b_{(t+1)i}\,(1-\tau_{B(t+1)}), l_{ti}) \\
&\qquad \text{s.t. } c_{ti} + b_{(t+1)\,i} = R\,b_{ti}\,(1-\tau_{Bt}) + w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt}) + E_t.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

この $b_{(t+1)\,i}$ に関する一階条件は以下で与えられる:

$$
V^{ti}_c = R\,(1-\tau_{B(t+1)})\,V^{ti}_{\underline{b}} \quad \text{if } b_{(t+1)\,i} > 0.
$$

Proof. ラグランジアンは以下のように構成される:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}\,(l_{ti}, c_{ti}, b_{(t+1)\,i}, \lambda) \equiv\ & V^{ti}(c_{ti}, R\,b_{(t+1)\,i}\,(1-\tau_{B(t+1)}), l_{ti}) \\
& -\lambda\big[c_{ti} + b_{(t+1)\,i} - R\,b_{ti}\,(1-\tau_{Bt}) - w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt}) - E_t\big].
\end{aligned}
$$

一階条件は以下の通り:

$$
\begin{aligned}
&l_{ti}:\ V^{ti}_l - \lambda\big[-w_{ti}(1-\tau_{Lt})\big] = 0, \quad c_{ti}:\ V^{ti}_c - \lambda = 0, \quad b_{(t+1)\,i}:\ R\,(1-\tau_{B(t+1)})\,V^{ti}_{\underline{b}} - \lambda = 0, \\
&\lambda:\ c_{ti} + b_{(t+1)\,i} = R\,b_{ti}\,(1-\tau_{Bt}) + w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt}) + E_t.
\end{aligned}
$$

$c_{ti}, b_{(t+1)\,i}$ の条件より, 内点解 $b_{(t+1)\,i} > 0$ では $V^{ti}_c = \lambda = R\,(1-\tau_{B(t+1)})\,V^{ti}_{\underline{b}}$ が成り立つ. □

■均衡の定義　世代 t の総相続額, 消費額, 労働所得を各々 b_t, c_t, y_{Lt} で表す. 効用関数 V^{ti} と賃金率 w_{ti} の確率過程は, 税率と一括補助金が一定であれば, 相続の初期分布 $(b_{0i})_i$ に依存しない唯一の ergodic な定常均衡に経済が収束するようなものだと仮定する. 仮定する必要があるのは, V^{ti} と w_{ti} の確率過程にエルゴード性 (ergodicity) 条件があることだけである. 親の選好や能力がどうであれ, 常に他の選好や生産性を引き出す

[*3] すべての実現可能な微小状態が長い目で見ると等しい確率で起こる状況. 統計力学の概念を応用しているようだ. これを用いることによって, あたかも t によらないように計算を進められているように見える.

[*4] τ_{Bt} は, 受け取ったそのままの相続 b_{ti} と, 相続からの生涯収益 $(R-1)\cdot b_{ti}$ の両方に課税することに注意されたい. したがって, これは狭義の相続税ではなく, 広義の資本税として解釈されるべきである.

[*5] 消費税を考慮しないのは標準化のため.

[*6] この訳出では, 相続人として受け取った資産を『相続』, 被相続人として引き渡した財産を『遺贈』と表現する.

[*7] 異質性を許容する定式化であることに注意せよ. ただし一階条件の導出からしても一般的な効用関数の形状を想定している.

[*8] 間接効用ではなく目的関数が V として記載されていることに注意せよ.

ことができる. [*9]均衡においては, 全個人が **(1) 式** のように効用を最大化し, 結果的に相続と所得のエルゴート定常均衡分布 $(b_{ti}, y_{Lti})_i$ が得られる. 長期的には, 各王朝 i の位置は初期の位置 (b_{0i}, y_{L0i}) とは無関係.

2.2 定常状態の厚生最大化

教育的配慮から, 我々はまず政府が経済の長期定常状態均衡を考慮し, 定常的な長期政策 E, τ_L, τ_B [*10] を選択して定常状態の社会厚生を最大化する場合を扱う. 社会厚生はパレート重み $\omega_{ti} \geq 0$ を用いた個々の効用の重み付き総和として定義される. 期間ごとの財政中立制約は $E = \tau_B R b_t + \tau_L y_{Lt}$ である. つまり:

$$\begin{aligned}\mathrm{SWF} &\equiv \max_{\tau_L, \tau_B} \int_i \omega_{ti} V^{ti}\big(c,\ \underline{b},\ l\big)\, di \\ &= \max_{\tau_L, \tau_B} \int_i \omega_{ti} V^{ti}\big(Rb_{ti}(1-\tau_B) + w_{ti} l_{ti}(1-\tau_L) + E - b_{(t+1)\,i},\ Rb_{(t+1)\,i}(1-\tau_B),\ l_{ti}\big)\, di. \qquad (2)\end{aligned}$$

エルゴード均衡においては, 社会厚生は時間を通じて一定である. 一括補助金 E を固定とみなすと, τ_L と τ_B は予算制約を満たすように連動している, すなわち $E = \tau_B R b_t + \tau_L y_{Lt}$. 以下に示すように, 最適な τ_B は, 弾力性で表される行動反応の規模, 再分配に対する社会選好と相続・所得の分布を表す分布パラメータに依存する. これらについては **(7) 式** で詳述される.

■弾力性パラメータ 集計変数 b_t は $1-\tau_B$ の関数であり (仮定: τ_L が調整される), 同様に y_{Lt} は $1-\tau_L$ の関数である. 形式的には長期弾力性を次のように定義できる:

$$e_B \equiv \frac{1-\tau_B}{b_t} \frac{db_t}{d(1-\tau_B)}\bigg|_E \quad \text{および} \quad e_L \equiv \frac{1-\tau_L}{y_{Lt}} \frac{dy_{Lt}}{d(1-\tau_L)}\bigg|_E . \qquad (3)$$

ここで e_B は総相続のフロー (= 総資本蓄積) の手取り率 $1-\tau_B$ に対する長期弾力性を, e_L は総労働供給の手取り率 $1-\tau_L$ に対する長期弾力性を表す. 重要なのは, これらが, **予算中立な** (τ_L, τ_B) **の同時変更への反応を捕捉する「政策弾力性」なこと**だ. ゆえに, これらは自己・交差両方の価格効果を含む. 実証的には, e_L と e_B は, (τ_L, τ_B) の予算中立的な同時変化を (そのような政策を自然実験として) 使用して直接推定することも, e_L と e_B を自己/交差価格弾力性に分解し, これらを個別に推定して, 間接的に推定もできる. [*11]

■分布パラメータ 個人 ti の SMWW を以下のように定義する:

$$g_{ti} \equiv \omega_{ti} V_c^{ti} \Big/ \int_j \omega_{tj} V_c^{tj}\, dj, \quad \text{by construction,} \quad \int_i g_{ti}\, di = 1.$$

g_{ti} は, 個体 ti だけの消費を 1 ドル増やすことの, 1 ドルを全員に給付することと比較したときの, 相対的な社会的価値を測る. 再分配的な選好の下では, 所得や相続の大きい有利な個体に対し g_{ti} は低く, 不利な個人では高くなる. 相続・遺贈・所得の分布パラメータは, SMWW での加重平均と単純平均の比で各々表現可能:

$$\bar{b}^{\text{received}} \equiv \frac{\int_i g_{ti}\, b_{ti}\, di}{b_t}, \quad \bar{b}^{\text{left}} \equiv \frac{\int_i g_{ti}\, b_{t+1,i}\, di}{b_{t+1}}, \quad \bar{y}_L \equiv \frac{\int_i g_{ti}\, y_{Lti}\, di}{y_{Lt}}. \qquad (4)$$

[*9] 正確な数学的記述と例: Piketty and Saez (2012). ランダムな選好ショックは, 現実的な水準の富の集中を伴うパレート分布を生み出す可能性があるが, これは労働生産性ショックだけでは実現が難しい. 収益率へのランダムなショックも同様に有効である. **つまり, 格差の発生過程をモデル化するためには, 労働生産性も収益率も変動させる必要がある！**

[*10] 時間を表す t の添え字が落ちていることを確認せよ.

[*11] **税制改革は同時に起こりうる. (3) 式 は通常の偏微分ではなく, 全微分で定義された弾力性として定義されていることに注意せよ. この弾力性は, 税収中立的な改革さえあれば推計できる点で面白い?**

Proof. 人口も 1 に標準化しているため, 単純平均は集計変数と一致し, 上記の表現を得る. □

これらの比は, もし変数が SMWW の高い者に対して低ければ 1 未満となる. 再分配志向の標準的な基準では, 対象の変数が上位層に集中しているほど分布パラメータは小さくなる.

■最適 τ_B の導出 τ_L を所与として, 最適な τ_B を求めるために, 小さい改革 $d\tau_B > 0$ を考える. [*12] 財政中立を $dE = 0$ のまま保つためには $d\tau_L < 0$ として次が成り立つ:

$$Rb_t\, d\tau_B + \tau_B R\, db_t + y_{Lt}\, d\tau_L + \tau_L\, dy_{Lt} = 0.$$

弾力性の定義 **(3) 式** を用いると, これは次の形に書ける:

$$Rb_t\, d\tau_B \left(1 - e_B\, \frac{\tau_B}{1-\tau_B}\right) \;=\; -d\tau_L\, y_{Lt} \left(1 - e_L\, \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\right). \tag{5}$$

Proof. chain rule と弾力性の定義より直ちに従う. □

ここで, 個人は $b_{(t+1)\,i}, l_{ti}$ を効用最大化において選択することに注意すれば, **包絡線定理** を用いることができ, 改革 $d\tau_B, d\tau_L$ が定常状態の社会厚生に与える効果は次のように書ける: [*13]

$$d\,\mathrm{SWF} = \int_i \Big[\omega_{ti} V_c^{ti} \cdot \big(R\, db_{ti}(1-\tau_B) - Rb_{ti}\, d\tau_B - d\tau_L\, y_{Lti}\big) \;+\; \omega_{ti} V_{\underline{b}}^{ti} \cdot \big(-d\tau_B R b_{(t+1)\,i}\big)\Big]\, di.$$

Proof. まず SWF は以下のように定義されている:

$$\mathrm{SWF} \equiv \max_{\tau_L, \tau_B} \int_i \omega_{ti}\, V^{ti}\, di,$$

改革 $d\tau_B$, $d\tau_L$ への, SWF の変動を測るためには, 個々の VF の変分の総和を考えればよく:

$$d\,\mathrm{SWF} = \max_{\tau_L, \tau_B} \int_i \omega_{ti}\, dV^{ti}\, di.$$

であるから dV^{ti} が分かれば十分である. 個体 ti は, $(c_{ti},\, b_{(t+1)\,i},\, l_{ti})$ を選んで, V^{ti} を予算制約の下で最大化する. 個人 ti のラグランジアンは次の通り:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{ti}\,(l_{ti}, c_{ti}, b_{(t+1)\,i}, \lambda) \equiv V^{ti}(c_{ti}, R\, b_{(t+1)\,i}\,(1-\tau_{B(t+1)}), l_{ti}) \\ -\lambda\big[c_{ti} + b_{(t+1)\,i} - R\, b_{ti}\,(1-\tau_{Bt}) - w_{ti} l_{ti}(1-\tau_{Lt}) - E_t\big].\end{aligned}$$

ここで λ は予算制約に対する乗数で, 実際 $V_c^{ti} = \lambda^*$. **包絡線定理** により, $V^{ti}|_{\mathrm{OPT}}$ のパラメータ偏微分は, 制御変数を最適値に固定したままラグランジアンをパラメータで偏微分したものに等しい:

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} V^{ti}(\boldsymbol{\theta})|_{\mathrm{OPT}} = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \mathcal{L}^{ti}\big(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta}, \lambda^*(\boldsymbol{\theta})\big), \tag{包絡線定理}$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\tau},\, b_{ti}} V^{ti}(\boldsymbol{\tau}, b_{ti})|_{\mathrm{OPT}} = \nabla_{\boldsymbol{\tau},\, b_{ti}} \mathcal{L}^{ti}\big(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\tau}, b_{ti}), \boldsymbol{\tau}, b_{ti}, V_c^{ti}\big).$$

[*12] 変分法, 若しくは摂動理論的なアプローチ. 労働所得税で利用した議論とおよそ同じ.
[*13] 個人が選べない変数相続が存在している！

したがって, コントロール変数を最適水準 $(c^*_{ti}, b^*_{(t+1)\,i}, l^*_{ti})$ に固定して:

$$V^{ti}_{\tau_B}|_{\mathrm{OPT}} = \mathcal{L}^{ti}_{\tau_B} = V^{ti}_{\underline{b}}\,\frac{\partial\,\underline{b}_{ti}}{\partial\,\tau_B} + \lambda\,\frac{\partial\,g(\tau_B,\cdot)}{\partial\tau_B} = V^{ti}_{\underline{b}}\cdot(-Rb_{(t+1)\,i}) + \lambda\cdot(-Rb_{ti}).$$

最適点であることから, $\lambda^* = V^{ti}_c$ を用いることができ, 更に τ_L についても同様に以下が成り立つ:

$$\left.\frac{\partial\,V^{ti}}{\partial\,\tau_B}\right|_{\mathrm{OPT}} = -V^{ti}_c\,Rb_{ti} \;-\; V^{ti}_{\underline{b}}\,Rb_{(t+1)\,i}, \qquad \left.\frac{\partial\,V^{ti}}{\partial\,\tau_L}\right|_{\mathrm{OPT}} = -V^{ti}_c\,y_{Lti}.$$

さらに, c_{ti} は項 $R(1-\tau_B)\,b_{ti}$ を含むため, 現世代の選択で左右できない前世代の遺贈も関係し:

$$\left.\frac{\partial\,V^{ti}}{\partial\,b_{ti}}\right|_{\mathrm{OPT}} = V^{ti}_c\cdot R(1-\tau_B).$$

これらを全微分の式に代入することで変形が可能:

$$dV^{ti} = V^{ti}_c\,\big(R(1-\tau_B)\,db_{ti} - Rb_{ti}\,d\tau_B - d\tau_L\,y_{Lti}\big) \;+\; V^{ti}_{\underline{b}}\,\big(-Rb_{(t+1)\,i}\,d\tau_B\big),$$

$$d\,\mathrm{SWF} = \int_i \Big[\omega_{ti}V^{ti}_c\cdot\big(Rdb_{ti}(1-\tau_B) - Rb_{ti}\,d\tau_B - d\tau_L\,y_{Lti}\big) \;+\; \omega_{ti}V^{ti}_{\underline{b}}\cdot\big(-d\tau_B Rb_{(t+1)\,i}\big)\Big]\,di.$$

これは目標の等式である. □

Thm: 包絡線定理 (Envelope Theorem)

ベクトル $\mathbf{x}\in\mathcal{X}\subset\mathbb{R}^n_+$, $\boldsymbol{\theta}\in\Theta\subset\mathbb{R}^k$, 狭義凹関数で連続微分可能な (C^1) $f:\mathcal{X}\times\Theta\to\mathbb{R}$, 凸関数で C^1 の制約関数: $g_j:\mathcal{X}\times\Theta\to\mathbb{R}$, $l\in\{1,\ldots,m\}$ を定義して, 不等号制約付き最適化問題を考える. ここで, f に制約の下で最大値が存在すると仮定すれば, 以下のように価値関数 (VF) を定義できる:

$$V(\boldsymbol{\theta}) \equiv \max_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} f(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}), \quad \text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) \le \mathbf{0}$$

ここで, $\mathbf{x}$ はコントロール変数, $\boldsymbol{\theta}$ はパラメータ. 以下が成り立つと仮定する:

1. 任意の $\boldsymbol{\theta}\in\Theta$ で, (一意な) 内点最適解 $\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}) = \arg\max_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} f(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}), \in \mathcal{X}^i$ が存在する.
2. 制約想定 (CQ, Ex: $\{\nabla_{\mathbf{x}} g_j(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{\theta})\}_{j=1}^m$ が線形独立) が成り立つ.
3. 最適解 $\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta})$ が $\boldsymbol{\theta}$ の関数として C^1 である.
4. 最適解の下でのラグランジュ乗数 $\boldsymbol{\lambda}^*(\boldsymbol{\theta})\in\mathbf{R}^k_{++}$ は常にただ一つ定まり, C^1 である.

C^1 の仮定より $\boldsymbol{\theta}$ に関する勾配ベクトル $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} f(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})$ は存在し, $\boldsymbol{\theta}$ に関して連続である. ここで V は微分可能で, その微分はラグランジアンの最適解におけるパラメータでの偏微分で与えられる, つまり:

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} V(\boldsymbol{\theta}) = \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}\big(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\lambda}^*(\boldsymbol{\theta})\big) = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} f\big(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{\theta}\big) + \boldsymbol{\lambda}^*(\boldsymbol{\theta})\cdot\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathbf{g}\big(\mathbf{x}^*(\boldsymbol{\theta}),\boldsymbol{\theta}\big).$$

制約式と独立なパラメータに対応する第二項の成分は 0 となる.

最適点では $d\,\mathrm{SWF}=0$ である. 一階条件 $V^{ti}_c = R(1-\tau_B)V^{ti}_{\underline{b}}$ $(b_{(t+1)\,i}>0)$ と **(5) 式** を用いて, g_{ti} の定

義 $g_{ti} \equiv \dfrac{\omega_{ti} V_c^{ti}}{\int_j \omega_{tj} V_c^{tj}}$ を用いると, 次が得られる:

$$0 = \int_i g_{ti} \cdot \left(-d\tau_B R b_{ti} \, (1 + e_{Bti}) \; + \; \frac{1 - e_B \, \dfrac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1 - e_L \, \dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}} \, \frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} \, R b_t \, d\tau_B \; - \; d\tau_B \frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B} \right) di. \qquad (6)$$

ここで, db_{ti} は個別相続の弾力性 $e_{Bti} \equiv \dfrac{1-\tau_B}{b_{ti}} \dfrac{db_{ti}}{d(1-\tau_B)} \big|_E$ で表現される. [*14]

Proof. 最適点では $d\,\mathrm{SWF} = 0$ であるため:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_i \Big[\omega_{ti} V_c^{ti} \cdot \big(R db_{ti} (1-\tau_B) - R b_{ti} \, d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} \big) \; + \; \omega_{ti} V_{\underline{b}}^{ti} \cdot \big(-d\tau_B R b_{(t+1)\,i} \big) \Big] \, di, \\ &= \frac{1}{\int_j \omega_{tj} V_c^{tj}} \int_i g_{ti} \cdot \Big[\big(R db_{ti} (1-\tau_B) - R b_{ti} \, d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} \big) \; + \; \frac{V_{\underline{b}}^{ti}}{V_c^{ti}} \cdot \big(-d\tau_B R b_{(t+1)\,i} \big) \Big] \, di, \end{aligned}$$

ここで $[\cdot]$ の中身を変形して適切な表現に帰着させたい. まず **(5) 式** は以下の変形ができる:

$$\begin{aligned} R b_t \, d\tau_B \Big(1 - e_B \, \frac{\tau_B}{1-\tau_B} \Big) &= -d\tau_L \, y_{Lt} \Big(1 - e_L \, \frac{\tau_L}{1-\tau_L} \Big), \\ \frac{1 - e_B \, \frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1 - e_L \, \frac{\tau_L}{1-\tau_L}} \frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} R b_t \, d\tau_B &= -d\tau_L \, y_{Lt} \frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} = -d\tau_L \, y_{Lti}. \end{aligned}$$

そして, 諸定義と, **(5) 式** から得た関係式を利用することによって, 以下のように変形が可能:

$$\begin{aligned} & - d\tau_B R b_{ti} \, (1 + e_{Bti}) \; + \; \frac{1 - e_B \, \frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1 - e_L \, \frac{\tau_L}{1-\tau_L}} \, \frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} \, R b_t \, d\tau_B \; - \; d\tau_B \frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B}, \\ =& - d\tau_B R b_{ti} \, (1 + \frac{1-\tau_B}{b_{ti}} \frac{db_{ti}}{d(1-\tau_B)}) - d\tau_L \, y_{Lti} \; - \; d\tau_B \frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B}, \\ =& - R db_{ti} (1-\tau_B) \frac{d\tau_B}{d(1-\tau_B)} - R b_{ti} d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} - d\tau_B \frac{R b_{(t+1)\,i}}{R(1-\tau_B)}, \\ =& R db_{ti} (1-\tau_B) - R b_{ti} d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} - d\tau_B R b_{(t+1)\,i} \frac{1}{R(1-\tau_B)}, \\ =& R db_{ti} (1-\tau_B) - R b_{ti} \, d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} - d\tau_B R b_{(t+1)\,i} \frac{V_{\underline{b}}^{ti}}{V_c^{ti}}. \end{aligned}$$

この関係式を利用して:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_i g_{ti} \cdot \Big[\big(R db_{ti} (1-\tau_B) - R b_{ti} \, d\tau_B - d\tau_L \, y_{Lti} \big) \; + \; \frac{V_{\underline{b}}^{ti}}{V_c^{ti}} \cdot \big(-d\tau_B R b_{(t+1)\,i} \big) \Big] \, di, \\ &= \int_i g_{ti} \cdot \Big[-d\tau_B R b_{ti} \, (1 + e_{Bti}) \; + \; \frac{1 - e_B \, \frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1 - e_L \, \frac{\tau_L}{1-\tau_L}} \, \frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} \, R b_t \, d\tau_B \; - \; d\tau_B \frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B} \Big] \, di. \qquad (6) \end{aligned}$$

これは目標の等式を達成する. □

(6) 式 については, 第 1 項は受取相続の減少による負の効果 (直接効果と, 税引き前遺贈の減少を通じた動的効果) を, 第 2 項は労働所得税の低下による正の効果を, 第 3 項は被相続人に対する負の効果を表す. 最後

[*14] e_B は, これを相続で加重平均したもの.

に, $\hat{e}_B$ を $g_{ti}b_{ti}$ で重みづけした e_{Bti} の平均とし, [*15] 上式を $Rb_t d\tau_B$ で割り, 分布パラメータ **(4) 式** を用いると, 一階条件は次の形に書き直せる:

$$0 = -\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + \frac{1-e_B\dfrac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\bar{y}_L - \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{R(1-\tau_B)}.$$

Proof. **(6) 式** を $Rb_t d\tau_B$ で割り:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_i g_{ti}\cdot\left[\frac{-d\tau_B Rb_{ti}\,(1+e_{Bti})}{Rb_t\,d\tau_B} + \frac{1-e_B\,\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\,\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\frac{y_{Lti}}{y_{Lt}}\,\frac{Rb_t\,d\tau_B}{Rb_t\,d\tau_B} - \frac{d\tau_B}{Rb_t\,d\tau_B}\,\frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B}\right]di,\\ &= \int_i g_{ti}\cdot\left[\frac{-b_{ti}\,(1+e_{Bti})}{b_t} + \frac{1-e_B\,\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\,\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} - \frac{1}{Rb_t}\,\frac{b_{(t+1)\,i}}{1-\tau_B}\right]di \end{aligned}$$

(4) 式 などから, 分布パラメータは以下のように定義されていた:

$$\hat{e}_B \equiv \frac{\int_i g_{ti}b_{ti}e_{Bti}\,di}{\int_i g_{ti}b_{ti}\,di},\quad \bar{b}^{\text{received}} \equiv \frac{\int_i g_{ti}\,b_{ti}\,di}{b_t},\quad \bar{b}^{\text{left}} \equiv \frac{\int_i g_{ti}\,b_{(t+1)\,i}\,di}{b_{t+1}},\quad \bar{y}_L \equiv \frac{\int_i g_{ti}\,y_{Lti}\,di}{y_{Lt}}.$$

これを利用して, 以下のように書き換えが可能:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{\int_i g_{ti}b_{ti}\,(1+e_{Bti})\,di}{b_t} + \frac{1-e_B\,\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\,\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\frac{\int_i g_{ti}y_{Lti}\,di}{y_{Lt}} - \frac{1}{R(1-\tau_B)}\,\frac{\int_i g_{ti}b_{(t+1)\,i}\,di}{b_t},\\ &= -\left(\bar{b}^{\text{received}} + \frac{\int_i g_{ti}b_{ti}\,e_{Bti}\,di}{\int_i g_{ti}b_{ti}\,di}\,\frac{\int_i g_{ti}b_{ti}\,di}{b_t}\right) + \frac{1-e_B\,\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\,\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\bar{y}_L - \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{R(1-\tau_B)},\\ &= -\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + \frac{1-e_B\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\bar{y}_L - \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{R(1-\tau_B)}. \end{aligned}$$

よって, 目標の表現を得た. □

定常状態均衡　以上で得た結果を整理しよう. 所与の τ_L に対して, 長期定常状態の SW を, 各期の予算均衡の下で最大化する, 最適相続税率 τ_B は以下の形で与えられる:

$$\tau_B = \frac{1 - \left[1-e_L\dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\left[\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B) + \dfrac{1}{R}\,\dfrac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\right]}{1+e_B - \left[1-e_L\dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)} \tag{7}$$

Proof. 先ほど得た一階条件:

$$0 = -\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + \frac{1-e_B\frac{\tau_B}{1-\tau_B}}{1-e_L\frac{\tau_L}{1-\tau_L}}\,\bar{y}_L - \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{R(1-\tau_B)}$$

[*15] 個人の相続弾力性が g_{ti} と相関しなければ, $\hat{e}_B$ は e_B (b_{ti} での e_{Bti} の加重平均) と等しい. おおかた積分が分離可能なため?

を変形する．$A \equiv 1 - e_L \dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}$ とし，両辺に $AR(1-\tau_B)$ を掛けて整理すると:

$$\begin{aligned}
0 &= -R(1-\tau_B)A\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + R\big(1-\tau_B(1+e_B)\big)\bar{y}_L - A\bar{b}^{\text{left}},\\
\tau_B\, R\Big(A\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) - (1+e_B)\bar{y}_L\Big) &= RA\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + A\bar{b}^{\text{left}} - R\bar{y}_L,\\
\tau_B &= \frac{RA\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) + A\bar{b}^{\text{left}} - R\bar{y}_L}{R\Big(A\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) - (1+e_B)\bar{y}_L\Big)}.
\end{aligned}$$

分母・分子を $-R\bar{y}_L$ で割り，A を代入すると:

$$\tau_B = \frac{1 \;-\; \left[\,1 - e_L\frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right]\cdot\left[\,\frac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}(1+\hat{e}_B) \;+\; \frac{1}{R}\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\,\right]}{1+e_B \;-\; \left[\,1 - e_L\frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right]\cdot\frac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}(1+\hat{e}_B)}, \tag{7}$$

が得られる．これは目標としていた **(7) 式** と一致する． □

e_B, e_L は **(3) 式** の集計弾力性で，$\bar{b}_{\text{received}}, \bar{b}_{\text{left}}, \bar{y}_L$ は **(4) 式** の分布パラメータ．重要なのは以下の 5 点:

1. **R の役割**: **(7) 式** における R は定常状態最大化，すなわち社会的割引を行わない仮定の結果である．**Ch.2.3** で示すように，社会的割引率 $\Delta < 1$ を用いる場合には R は $R\Delta$ に置き換わる．さらに，政府債務を認める閉鎖経済においては，動的効率性は修正黄金律 $R\Delta = 1$ の成立を意味する．したがって，割引と動的効率性が共に成立する標準的な場合には，**(7) 式** の R を 1 に置き換えることで同様に適用できる．この結論は外生的経済成長がある場合にも同様である．したがって，自然なベンチマークとして，動的効率・社会的割引を行わない ($\Delta = 1$) ケースを考えれば，**(7) 式** を $R = 1$ として利用可能．しかし，数値計算の局面でどれが最も関連性が高いかは不明確な点に注意せよ．
2. **右辺パラメータの内生性**: ほとんどすべての最適税公式と同様に，$e_B, e_L, \bar{b}^{\text{left}}, \bar{b}^{\text{received}}, \bar{y}_L$ は税率 τ_B, τ_L に依存し，したがって内生的である．*16 数値計算には，**これらのパラメータの税改革に対する変化の仮定を置く必要がある**．*17 これらの十分統計量公式の有用性を示すために，我々は **Ch.4** で米仏の実際の $(b^{\text{received}}, b^{\text{left}}, y_L)$ *18 の同時個票データを用いた演習を提案する．また，**(7) 式** は現在の税率付近での相続税改革の評価にも用いることができる．現在の τ_B が **(7) 式** によって示される値よりも低ければ，τ_B を引き上げる (かつ τ_L を引き下げる) べきであり，逆もまた同様である．**(7) 式** は，政府予算を満たす任意の τ_L に対して成立し，τ_L が最適であることを要求しない点にも注意されたい．*19
3. **比較静学**: 標準的な効率性の理由により，τ_B は総相続の弾力性 e_B の減少関数．一方で，総労働供給の弾力性 e_L が高いほど，τ_L を引き下げるために τ_B を引き上げることが望ましくなるため，τ_B は e_L の増加関数である．また，τ_B は $\bar{b}^{\text{received}}$, $\bar{b}^{\text{left}}$ の減少関数．この分布パラメータは，相続人／被相続人への社会的重みづけ．可処分所得の限界効用逓減の仮定下での標準的功利主義基準の下では，遺贈や稼得が大きい個体に対する厚生重み g_{ti} は小さくなる．遺贈が賃金よりも集中している (Piketty, 2011) ことを考慮すると，通常 $\bar{b}^{\text{received}} < \bar{y}_L$ と $\bar{b}^{\text{left}} < \bar{y}_L$ が期待される．さらに，遺贈が極端に集中し，$\bar{b}^{\text{received}}/\bar{y}_L$

---

*16 複数の税の均衡が **(7) 式** を満たし，そのうち一つのみが大域的最適解を特徴づける場合がある．
*17 実際に税制改革がない限りは，内生的な他パラメータは観測することができず，仮定が無ければ関数も不明だから．
*18 未定義．恐らく平均をとる前の変数の分布のことを指示したいのだろう．
*19 最適な τ_L を発見，固定したのちに τ_B を最適に調整，といった流れでの両者の制定は可能なのか？ 恐らく予算中立の制約で両者が連動するので両方の最適化は不可能なように思われるが ･･･ ？

および $\bar{b}^{\text{left}}/\bar{y}_L$ が 0 に近づくならば, **(7) 式** は **税収最大化税率**[*20]である以下に帰着する:

$$\tau_B \;=\; \frac{1}{1+e_B}.$$

逆に, g_{ti} で相続の多いほど重み付けがされれば, $\bar{b}^{\text{received}} > 1$ となり, τ_B は負になりうる.

4. **相続課税の長短**: 相続課税は, 相続の無い **世代重複モデル** (OLG) の資本課税と比べて 2 点で異なる:
   (a) τ_B は遺贈者 ($\bar{b}^{\text{left}}$) と相続人 ($\bar{b}^{\text{received}}$) の双方を傷つけ, **相続課税は相対的に望ましくない**. [*21]
   (b) 相続は生涯資源の不平等の新たな次元を導入し, $\frac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}$, $\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}$ を低下させ, 課税を正当化する.
   この直観は, **Ch.2.4** で Farhi–Werning の二期間モデルに特化してより厳密に示される.
5. **一般的な社会限界厚生重み**: 一般の SMWW は, 社会厚生基準の選択に大きな柔軟性を与える (Saez and Stantcheva, 2013). 規範的に魅力的な一つの考え方は, 個人に責任がない不平等 (Ex. **相続**) は**補償されるべき**だが, 個人に責任のある不平等 (Ex. **労働所得**) は**補償すべきでない**というものである (Fleurbaey, 2008). これは実質的に, 全相続人の SMWW g_{ti} をゼロに設定し, 相続していない者に一様かつ正の重みを与えることに相当する. フランスや米国では人口の約半分が実質的に無視できる相続しか受けないことを考えると (**Ch.4**), この**「能力主義・ロールス的」最適は標準的なロールス的ケースよりも広く受け入れられる可能性がある**.

Proof. **3.** で記載されている, 相続・遺贈が稼得に比して極端に集中するケースについて考察しよう. $\bar{b}^{\text{received}}/\bar{y}_L, \bar{b}^{\text{left}}/\bar{y}_L \to 0$ であるから, 以下が成り立つ:

$$\tau_B = \frac{1 \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \left[\,\frac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B) \;+\; \frac{1}{R}\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\,\right]}{1+e_B \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \frac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)}, \tag{7}$$

$$\to \frac{1 \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \left[\,0\,(1+\hat{e}_B) \;+\; \frac{1}{R}0\,\right]}{1+e_B \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot 0\,(1+\hat{e}_B)} = \frac{1}{1+e_B}.$$

よって目的の表現を得た. □

能力主義のロールズ的定常均衡　先ほどの議論に沿った設定として, 相続を受け取らない者の長期厚生を考慮しこれを最大化する, 期次ごとの予算均衡を課した場合の最適税率 τ_B は次のように与えられる:

$$\tau_B \;=\; \frac{1 \;-\; \left[1 - e_L \dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}\right] \cdot \dfrac{1}{R}\dfrac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1+e_B}. \tag{8}$$

$\bar{b}^{\text{received}} = 0$ で, $\bar{b}^{\text{left}}$, $\bar{y}_L$ は零受給者の平均遺贈, 労働稼得を, 全体平均で割った比率である.

Proof. $\bar{b}^{\text{received}} = 0$ の代入により:

$$\tau_B = \frac{1 \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \left[\,\frac{0}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B) \;+\; \frac{1}{R}\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\,\right]}{1+e_B \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \frac{0}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)} = \frac{1 \;-\; \left[\,1 - e_L \frac{\tau_L}{1-\tau_L}\,\right] \cdot \frac{1}{R}\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1+e_B}, \tag{8}$$

と目的の表現を得た. □

[*20] 導出は補足を確認せよ

[*21] **注 4** の繰り返しになるが, τ_{Bt} は受け取った元本 b_{ti} と, その相続から生じる生涯収益 $(R-1)\,b_{ti}$ の両方に課税する. したがって, 本稿で扱う τ_B は, 相続とそれに由来する資本所得の両方を抑制する **広義の資本税** として捉えられる. この点が, **(7) 式** において $\bar{b}^{\text{received}}$ と $\bar{b}^{\text{left}}$ の両方が重要となり, また OLG の資本課税と比較できる理由である.

零相続者の労働賃金が平均的でも ($\bar{y}_L = 1$), 生涯資源で相続が量的に重要ならば, 零相続者は平均未満の遺贈を遺すだろうから, $\bar{b}^{\text{left}} < 1$ となる. 従って **(8) 式** は $R = 1$ かつ $e_L = 0$ の場合でも $\tau_B > 0$ を示唆する.

Proof. $\bar{b}^{\text{left}} < 1$ までの議論は直感的ゆえ, $R = 1$, $e_L = 0$ が正の最適税率をもたらすことを示そう. $\bar{y}_L = 1$, $\bar{b}^{\text{left}} < 1$ とする. ここで, 課税公式に $R = 1$, $e_L = 0$ を代入すると:

$$\tau_B = \frac{1 \;-\; \left[\, 1 - 0\frac{\tau_L}{1-\tau_L} \,\right] \cdot \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1 + e_B} = \frac{1 - \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1 + e_B} > \frac{1 - \frac{1}{1}}{1 + e_B} = 0 \quad \text{if } e_B > -1,$$

が成り立つ. **(3) 式** での e_B の定義を思い出せば, これは手取り率 $1 - \tau_B$ に対する相続の弾力性:

$$e_B \equiv \frac{1 - \tau_B}{b_t} \frac{db_t}{d(1 - \tau_B)}\Big|_E$$

だった. 直観的には, $db_t/d(1 - \tau_B) \geq 0$ が期待されるため, $e_B \geq 0$ が自然な **仮定** である. つまり, 「手取り率 $1 - \tau_B$ が上がれば総相続額 b_t は増える」という常識的仮定さえ成り立てば, $\tau_B > 0$ が成立する. なお, この仮定は τ_B が上昇すれば e_B は減少する関係だった ことにも整合している. □

労働が非弾力的である場合, **(8) 式** はさらに簡略化され, 次を与える:

$$\tau_B \;=\; \frac{1 \;-\; \dfrac{\bar{b}_{\text{left}}}{R\bar{y}_L}}{1 + e_B}$$

Proof. $e_L = 0$ の代入により得られる. □

さらに $e_B = 0$, $R = 1$ を仮定すれば ($R = 1$: 動的効率的, 社会割引がないベンチマーク):

$$\tau_B \;=\; 1 \;-\; \frac{\bar{b}_{\text{left}}}{\bar{y}_L}$$

という, 零相続者が, 遺贈額と労働所得の分布の中で, どのような相対的な位置を占めているかということを表す, 分布パラメータのみに依存する直観的な式に帰着する.

Proof. 明らか. □

例 1: $\bar{b}^{\text{left}}/\bar{y}_L = 50\%$ (零相続者は平均遺贈のちょうど半分を遺し, 平均労働収入を得ると期待される): その零相続者にとっては, 50% の相続課税が望ましい. このとき, 遺贈に充てられた 1 ドルの限界効用価値は, 消費に充てられた 1 ドルの追加効用価値の 2 倍になる.
例 2: $\bar{b}^{\text{left}}/\bar{y}_L = 100\%$ だが, $R = 2$: 同様の考え方で $\tau_B = 50\%$. 資本収益率が相続価値を倍増させる場合, たとえ平均と同じ数の遺贈を残す予定でも, 零相続者には, 資本化遺贈に 50% の税率を課すことが望ましい.

税率 τ_B が高くなると, 遺贈の余地が縮小されるので, 零相続者の相対的恩恵が増し, それゆえ彼等の厚生を最大化する 能力主義 Rawlsian の観点からは遺贈課税に正当化が生じうる. これらの直感は, 分配パラメータ, そして認識の重要性を示している. もし誰もが多額の遺贈を遺すと予想するなら, 主観的に最適な τ_B はかなり小さくなるか, あるいは負になる可能性すらある.

2.3 社会的割引, 政務負債, 動的効率性

この節では, 政府は世代割引率 $\Delta \le 1$ (**Ch.2.2**: $\Delta = 1$ の特殊例) で期間にわたって社会厚生の割引流列を最大化するために政策 $(\tau_{Bt}, \tau_{Lt})_t$ を選択する. 全変数が収束した際の長期最適 τ_B を導出する: **(2) 式** とは違い最大化で定義されていないことに注意. FOC を利用している時点で最大化は念頭に置いている.

$$\mathrm{SWF} = \sum_{t\ge 0} \Delta^t \int_i \omega_{ti} V^{ti}\big(Rb_{ti}(1-\tau_{Bt}) + w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt}) + E - b_{(t+1)\,i},\ Rb_{(t+1)\,i}(1-\tau_{B(t+1)}),\ l_{ti}\big)\, di.$$

■予算均衡と開放経済　まず, 期間ごとの予算均衡 $E_t = \tau_{Bt} R b_t + \tau_{Lt} y_{Lt}$ を維持し, かつ 小規模開放経済における R 外生の仮定 を置くとしよう. ここで, 改革として $d\tau_B$ を考え, $t \ge T$ に対して $d\tau_{Bt} = d\tau_B$ (それに対応して E_t を一定に保つよう $d\tau_{Lt}$ を調整する) とし, T は十分に大きい (全変数が収束する) と仮定する:

$$\begin{aligned} d\,\mathrm{SWF} = & \sum_{t\ge T} \Delta^t \int_i \omega_{ti} V_c^{ti} \cdot \big(R db_{ti}(1-\tau_B) - R b_{ti} d\tau_B - d\tau_{Lt} y_{Lti}\big)\, di \\ & + \sum_{t \ge T-1} \Delta^t \int_i \omega_{ti} V_{\underline{b}}^{ti} \cdot \big(-d\tau_B R b_{(t+1)\,i}\big)\, di. \end{aligned}$$

Proof. 定常状態の場合 とおおよそ同様に証明可能. 各期の個人 ti の効用は:

$$V^{ti}\big(c_{ti},\, \underline{b}_{(t+1)\,i},\, l_{ti}\big),$$
$$\text{where}\quad c_{ti} = R\,b_{ti}\,(1-\tau_{Bt}) + w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt}) + E_t - b_{(t+1)\,i}, \quad \underline{b}_{(t+1)\,i} = R\,b_{(t+1)\,i}\,(1-\tau_{B(t+1)}).$$

$t \ge T$ で小改革 $d\tau_{Bt} = d\tau_B$ を課し, 予算均衡 $E_t = \tau_{Bt} R b_t + \tau_{Lt} y_{Lt}$ を各期で維持するために $dE_t = 0$ を課す. R は外生. t 期の個人 ti について全微分をとると, 包絡線定理より最適点近傍では:

$$dV^{ti} = \frac{\partial V^{ti}}{\partial b_{ti}}\, db_{ti} + \frac{\partial V^{ti}}{\partial d\tau_{Lt}}\, d\tau_{Lt} + \frac{\partial V^{ti}}{\partial d\tau_{Bt}}\, d\tau_{Bt} + \frac{\partial V^{ti}}{\partial \tau_{B(t+1)}}\, d\tau_{B(t+1)},$$
$$dV^{ti} = V_c^{ti}\,\big(R(1-\tau_B)\, db_{ti} - R b_{ti}\, d\tau_{Bt} - d\tau_{Lt}\, y_{Lti}\big) + V_{\underline{b}}^{ti}\,\big(-R b_{(t+1)\,i}\, d\tau_{B(t+1)}\big).$$

ここで, $d\tau_B$ **は時間によって異なる改革として表現される** ことに注意せよ. 改革は $t \ge T$ で恒久的に実施されるが, $d\tau_{B(t+1)} = d\tau_B$ が効くのは $t+1 \ge T$, すなわち $t \ge T-1$ の世代からである. 以上の変動を SWF の変動にまとめ, 各期で社会割引を考慮して足せば:

$$\begin{aligned} d\,\mathrm{SWF} = & \sum_{t\ge T} \Delta^t \int_i \omega_{ti}\, V_c^{ti} \cdot \Big(R\, db_{ti}\,(1-\tau_B) - R\, b_{ti}\, d\tau_B - y_{Lti}\, d\tau_{Lt}\Big)\, di \\ & + \sum_{t\ge T-1} \Delta^t \int_i \omega_{ti}\, V_{\underline{b}}^{ti} \cdot \Big(-R\, b_{(t+1)\,i}\, d\tau_{B(t+1)}\Big)\, di, \end{aligned}$$

となり, $d\tau_B$ に各期の改革を書き換えれば主張の式が得られる. □

定常状態最大化の場合と異なり, $t \ge T$ について効果を総和する必要がある. 恒常的な小さい税率変更への応答は, $t \ge T$ の世代を通じて累積する可能性があり, **これらの項は同一ではない**. [*22] しかし, 我々は以前の

[*22] エルゴート性を外したということ?

分析に対応する形で, 割引平均弾力性 e_B, $\hat{e}_B$, e_L を定義することができる (定義: **(A.2) 式**, **(A.3) 式**). このような割引弾力性の定義が必要となることは, 割引厚生の場合の完全な提示を, 定常状態厚生最大化の場合と比べて複雑にする. 定常状態最大化とのもう一つの重要な違いは, 時点 T から始まる改革が, 世代 $T-1$ の遺贈者にも損害を与えることである (導出: **A.1**).

社会的割引のある長期最適 最適長期相続税率 τ_B は, 期間毎の予算均衡下での割引社会厚生を最大化し:

$$\tau_B \;=\; \frac{1 \;-\; \left[1-\dfrac{e_L\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\left[\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)\;+\;\dfrac{1}{R\Delta}\dfrac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\right]}{1+e_B\;-\;\left[1-\dfrac{e_L\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)} \tag{9}$$

として与えられる. ここで, e_B, $\hat{e}_B$, e_L は **A.1** の **(A.2) 式** , **(A.3) 式** で定義される割引加重された集計的な遺贈および稼得の弾力性であり, $\bar{b}^{\text{received}}$, $\bar{b}^{\text{left}}$, $\bar{y}_L$ は **(4) 式** で定義した分布パラメータである.

(7) 式 との唯一の相違は, 遺贈を残す者の効用損失を表す項において分母の R と $R\Delta$ の別. 直観的には, 遺贈を残す者の効用損失は税制改革の実施より一世代早く生じるため, その効用損失は割引率 Δ によって拡大される (より正確には $1/\Delta$ の乗数が掛かる) ことを意味する. 具体的には, 将来 30 年後に実施される相続税引上げは, 30 年間税収を生まないにもかかわらず, すでに将来遺贈を残す現在の成人に損害を与える. [*23] 自然に $\Delta=1$ の場合には, **(7) 式** と **(9) 式** は一致する.

■閉鎖経済の政府債務 政府が債務を利用可能 (同率 R で運用される) と仮定する. 政府の純資産を a_t とすると, $R\Delta>1$ の場合には世代 t の消費を削って世代 $t+1$ の消費を増やすことが望ましくなり, したがって政府は無限の資本を蓄積しようとする. 逆に $R\Delta<1$ の場合には政府は無限の債務を積み上げようとする. いずれの場合も小さな開放経済の仮定は成り立たなくなる. ゆえに **定常状態均衡が存在するためには修正黄金律 $R\Delta=1$ が成り立つ必要がある** . したがって, 内生的な資本ストック $K_t=b_t+a_t$ を持ち, CRS 生産関数 $F(K_t,L_t)$ を仮定する閉鎖経済を考えるのは自然である. ここで L_t は総労働供給であり, 資本および労働の利益率はそれぞれ $R_t=1+F_K$ および $w_t=F_L$ で与えられるとする. 税引き後要素価格を $\underline{R}_t=R_t(1-\tau_{Bt})$ および $\underline{w}_t=w_t(1-\tau_{Lt})$ と表すと, 政府の資本遷移式は次式で与えられる:

$$a_{t+1} \;=\; R_t a_t \;+\; \big(R_t-\underline{R}_t\big)b_t \;+\; \big(w_t-\underline{w}_t\big)L_t \;-\; E_t.$$

Proof. a_t は政府の純資産 (政府保有の資本) であり, b_t は私的保有の資本で, 総資本を $K_t=b_t+a_t$ と定義した. CRS の生産関数 $F(K_t,L_t)$ を仮定すれば, 限界生産物と要素価格が一致し:

$$R_t = 1+F_K(K_t,L_t), \qquad w_t = F_L(K_t,L_t),$$

ここで R_t は元本 1 を期末に返す総収益率であり, 純利益率は $R_t-1=F_K$. 次に資本遷移式を導く. t 期の政府資本 a_t は期末に $R_t a_t$ に成長する. 更に政府は相続・労働課税から歳入を得る. ここに政府の支出 (一括補助金) E_t を差し引くと各期資本の関係性を得る:

$$a_{t+1} = R_t a_t + \tau_{Bt}R_t b_t + \tau_{Lt} w_t L_t - E_t,$$

税引き後要素価格を用いれば, $\tau_{Bt}R_t b_t=(R_t-\underline{R}_t)b_t$, $\tau_{Lt}w_tL_t=(w_t-\underline{w}_t)L_t$. 従って資本遷移式は:

$$a_{t+1} = R_t a_t + \big(R_t-\underline{R}_t\big)b_t + \big(w_t-\underline{w}_t\big)L_t - E_t.$$

ここで, **要素価格 R_t, w_t は資本・労働の限界生産物により内生的に決まる**. □

[*23] ここでいう 1 期間は 1 年間ではなく, 1 世代に相当するのでこのように長いスパンでの税制改革を議論していることに注意せよ.

この文脈では, **2 つの結果** が得られる.

1. **期間ごとの予算均衡を考えれば (9) 式 は保持される**:
   Diamond and Mirrlees (1971) による標準的な最適課税の結果の帰結で, **固定・内生価格で最適税公式が不変** という事実に由来する. 重要な点は, e_B **と** e_L **が純粋な供給弾力性となる** (要素価格を一定に保った下での弾力性) こと. 直観的には, 政府は税引き後価格 $\underline{R}_t$ と $\underline{w}_t$ を選び, 資源制約は:
   $$0 \;=\; b_t + F(b_t, L_t) - \underline{R}_t b_t - \underline{w}_t L_t - E_t,$$
   より, 税引き前価格は最適化問題から事実上取り除かれ, 同様の証明が成立する (詳細: **C.1.1**) .
2. **債務導入時の長期最適解は (10) 式 となる**.

Proof. **1.** の遷移式の表現を確認する. 生産関数が CRS かつ完全競争で要素価格が決定される場合, 完全分配が成立し, 総供給と要素所得の合計は一致する. 政府の資本遷移式は以下のように変形できる:

$$\begin{aligned}
a_{t+1} &= R_t a_t + \big(R_t - \underline{R}_t\big) b_t + \big(w_t - \underline{w}_t\big) L_t - E_t \\
&= R_t a_t + (R_t b_t + w_t L_t) - \underline{R}_t b_t - \underline{w}_t L_t - E_t \\
&= R_t a_t + b_t + ((R_t - 1) b_t + w_t L_t) - \underline{R}_t b_t - \underline{w}_t L_t - E_t \\
&= R_t a_t + b_t + F(b_t, L_t) - \underline{R}_t b_t - \underline{w}_t L_t - E_t.
\end{aligned}$$

各期で政府の予算を均衡させるためには $a_t = 0 \; \forall t$ となるため:

$$0 = b_t + F(b_t, L_t) - \underline{R}_t b_t - \underline{w}_t L_t - E_t$$

を得る. これは目的の表現であり, かつ**内生的な税引き前要素価格には依存していない**. □

社会的割引のある長期最適, 閉鎖経済, 政府債務 長期的最適化では修正黄金律が成立し, $R\Delta = 1$ となる. この場合, 長期最適の相続税率 τ_B は **(9) 式** で $R\Delta = 1$ の下で与えられ, すなわち次式が成立する:

$$\tau_B \;=\; \frac{1 \;-\; \left[1 - e_L \dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}\right] \cdot \left[\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B) \;+\; \dfrac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\right]}{1 + e_B \;-\; \left[1 - e_L \dfrac{\tau_L}{1-\tau_L}\right] \cdot \dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}\,(1+\hat{e}_B)} \tag{10}$$

Proof. まず長期における修正黄金律 $R\Delta = 1$ が成立することを示す. 充分大きな時点 T での小改革 $d\underline{w}_T = d\underline{w} > 0$ を考えると, これは時点 T における割引厚生 $d\,\text{SWF}$ と長期政府債務 da に対してそれぞれ比例的な (本文の書き振りとしては dw を経由して) 影響を与える. 次に時点 $T+1$ のみで $d\underline{w}_{T+1} = -R\,d\underline{w} < 0$ という反対符号の改革を行うと, 小改革での線形性の下で厚生効果は $d\text{SWF}' = -R\Delta\, d\text{SWF}$ となる ($-R$ 倍で発生時期が 1 期遅れるため) . 政府債務に対する影響は時点 $T+1$ としては $da' = -Rda$ で, 時点 T の評価では $-da$ となるため, 二つの改革の合算は政府債務に対して中立. したがって **社会厚生が最大化されていれば, 2 改革の合計は厚生の観点からも中立** で $d\text{SWF} + d\text{SWF}' = 0$ となる必要があり, $R\Delta = 1$ が導かれる. 要素価格が内生化される場合にも拡張可能である (詳細: **C.1.1**) . よって **(10) 式** は $R\Delta = 1$ の下で成立する. □

これは, **動的効率性 (最適な資本蓄積) と横断的な (一時点での) 再分配の間での, 概念的直交** を示す. すなわち, 動的効率性にかかわらず, 相続課税を支持する分配的理由と課税による歪みを示す効率的理由とが存在し, それらは世代間を通じた総資本蓄積の問題とは大筋で独立に公平／効率のトレードオフをもたらす. *24

一つの自然なベンチマークは我々が修正黄金律にあると仮定すること (非現実的) . その場合, 最適税公式 **(10) 式** は R や Δ に依存せず, 弾力性 e_B, e_L と分布的要因 $\bar{b}^{\text{received}}, \bar{b}^{\text{left}}, \bar{y}_L$ のみで決定される.

もし修正黄金律が成立しない (現実的) 場合で, 資本が不足していて, かつ $R\Delta > 1$ なら, 遺贈者に対する課税の厚生コストは小さくなるため, 他の条件が同じなら最適税率は高くなる. この結果の直観は単純で, 将来へ資源を移すことが望ましく, かつ T **期の相続税引上げは** $T-1$ 期の遺贈者に打撃を与え, T 期の労働所得者を利することになり, **実質的には** $T-1$ **期から** T **期への移転を作り出す** からである. この結果と直観は, **「世代** $t-1$ **の遺贈が世代** t **の生涯資源の一部として課税される」** 仮定に依存する. **これは実務にも合致しており**, 相続税は定義上遺贈者の生涯の終わりに課され, 一方で相続人の中年期に支払われることが多い. *25

代わりに「時点 t の課税が $\tau_{Bt} b_{t+1} + \tau_{Lt} y_{Lt}$ の形で行われる (**相続人のみへの課税**)」と仮定すると, **(9) 式** では $\bar{b}^{\text{left}}$ を割る項から $R\Delta$ が消え, 反対に $\bar{b}^{\text{received}}$ に関わる全ての項が $R\Delta$ によって乗じられる. したがって, 「能力主義のロールズ的最適」 ($\bar{b}^{\text{received}} = 0$) の下では, $\tau_{Bt} b_{t+1} + \tau_{Lt} y_{Lt} = E_t$ の制約下で定常状態最大化を考えれば, 動的効率性の問題を考慮せずに **(10) 式** を得られる (直感的ではある, **C.2**) .

要点:

政府債務と動的効率性 ($R\Delta = 1$) があれば, **(10) 式** は課税の支払時期に依存しなくなる.

■経済成長　規範的には, 将来世代の厚生を割引すること, すなわち $\Delta < 1$ と仮定する根拠は乏しい. しかし $\Delta = 1$ の場合, 修正黄金律は $R = 1$ を意味し, 資本蓄積が無限大になる という望ましくない帰結をもたらす. モデルをより現実的にする標準的な方法は, **世代ごとに労働を増強する形の経済成長を導入** し, 世代ごとの成長率を $G > 1$ とすることである. 全変数が世代毎に成長率 G で成長する定常状態には, 個人効用に以下のように標準的な同次性の仮定を課す必要がある:

$$V^{ti}(c, \underline{b}, l) = \frac{\left(U^{ti}(c, \underline{b})\, e^{-h_{ti}(l)}\right)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad U^{ti}(c, \underline{b}) : 1 \text{ 次同次}$$

この形をとれば成長は労働供給には影響を与えない. また, リスク回避パラメータ γ は世代内外にわたる再分配の社会的評価を反映する*26 次の帰結が得られる (導出: **C.1.2**).

1. **(7) 式 (定常状態) の** R **を** R/G **に置き換えたものが最適税率**:
   相対的な遺贈 $b_{(t+1)i}/b_{t+1}$ を残すためには, 現在の同じ相対的遺贈 b_{ti}/b_t を残すときの G 倍の名目遺贈を残さねばならない. したがって, 遺贈者にとっての課税コストは G 倍される.
2. **社会的割引** Δ **を考慮すると, 限界効用は世代ごとに率** $G^{-\gamma} < 1$ **で変化**:
   将来世代は豊かになり, 全マクロ変数は成長率 G で増加するため. dSWF では, Δ を $\Delta G^{1-\gamma}$ に置き換えることに相当する. 両者を考慮すれば, **(9) 式** では ΔR を $\Delta R G^{-\gamma}$ に置き換えればよい.

*24 ライフサイクル貯蓄のみを対象とする OLG モデルにおいても, 線形ラムゼイ課税と世代ごとの代表的個人を盛り込んだモデルで, 同様の分離結果が証明されている (King (1980), Atkinson and Sandmo (1980)).

*25 Piketty and Saez (2012) は, **連続的な世代重複モデル** を用いてこの点を正式に示した. 会計上の予算均衡を仮定すると, 今日遺贈課税を引き上げれば今日の労働税を引き下げる余地が生じるため, 遺贈する高齢者は不利になり, 現在の若年労働者は有利になる (高齢者の労働税を今から下げることはできない) .

*26 リスク回避度は簡単のため同質としているが, 異質性があり, それが社会的再分配選好を表す γ と一致しない可能性もある.

3. **閉鎖経済で政府債務を許容する場合, 修正黄金律は** $\Delta RG^{-\gamma}=1$:
従来の純即時利益率で表現すると $r=\delta+\gamma g$ と同じ. 世代 $t+1$ における 1 ドルの消費は, 社会的割引 Δ と世代間の限界効用比 $G^{-\gamma}$ のために, 世代 t における $\Delta G^{-\gamma}$ ドルの価値を持つ. 動学的効率性の下では, この現在価値は政府債の利益率 R と等しくならねばならない. ゆえに **修正黄金律が成り立つ場合, 成長を導入しても (10) 式 は不変**.

■R と G の役割　どの公式を用いるべきだろうか? 純粋に理論的観点からは, 資本蓄積の最適問題を最適再分配の問題と完全に切り離す ために, **(7) 式** における R を $\Delta RG^{-\gamma}=1$ に置き換えるのがより自然である. この場合, 最適な資本蓄積の問題は, 無成長モデルでの資本収益をすべて取り去ること ($R=1$ に帰着させること) と同値になる. しかし実務的な政策の観点からは, **(7) 式** では R を R/G に置き換え, 観測される R と G を用いて公式をカリブレーションする方が妥当であろう. 最適な資本蓄積の問題は極めて複雑であり, 修正黄金律 $\Delta RG^{-\gamma}=1$ (成長・割引・閉鎖経済・債務) が現実世界で厳密に守られているとは考えにくい. 実際, 真に最適な資本水準を把握することは非常に困難である. その結果としてか, **政府は総資本蓄積プロセスに大規模に介入することを控え, この複雑な問題を私人の力に委ねる傾向がある** (純政府資産は典型的に純民間資産よりも小さい) . 実務上の一つの現実的な見方は, これらの理由を前提として各期ごとの予算制約を課し (すなわち政府が総資本蓄積に介入しない) *27 , (均衡成長経路にある) 定常状態最大化を考えることである. この場合には **(7) 式** は R/G を用いる形で得られる. 重要な点は, 動的効率性が成立する場合でも, 利回り R と成長率 G は相続税率の最適値にとって重要であるということである. より大きな R/G は総相続フローの大きさをもたらし (Piketty, 2011) , また相続財産の集中度を高める. *28 したがって, R/G が大きいほど $\bar{b}^{\text{received}}, \bar{b}^{\text{left}}$ は小さくなり, それゆえに最適相続税率 τ_B はより高くなる傾向がある.

2.4　二次元不平等の役割: Farhi–Werning との対比

我々の相続課税に関する正の課税結果 (特定の再分配的社会基準の下で) は, 重要な点に依存している. すなわち, 相続が存在すると労働所得はもはや生涯資源の完全な指標ではなくなる, つまり本モデルは **二次元的不平等** (労働所得と相続の二軸) を持つという点である.

これを理解するために, Farhi and Werning (2010) の二期間モデルを考える. 同モデルでは各王朝は親と子の二世代から成り, 働く親は初期に相続せず, 子は相続を受け取り働かない設定である. このモデルでは, すべての親が同一の効用関数を持つため, 稼得と遺贈は完全に相関し, したがって **不平等は一次元的** (親の稼得能力に起因するもののみ) である. 我々の扱った経済のクラスの中にこのモデルを埋め込むことは容易である. すなわち, 各王朝を (重複しない) 二期間の親子ペアの連続として扱い, 子どもの, 賃金率と遺贈への嗜好をゼロにすればよい. 正式には親の選好は $V^P(c,b,l)$ の形を取り, 子の選好はより単純な $V^C(c)$ となる. 子は完全に受動的であり, 受け取った税後相続を消費するだけなので, このモデルにおいては親の効用関数は実質的に利他的 (すなわち子の効用に依存する) である. *29 一般均衡では, 任意の横断面において親と子は等しい比率で存在する. 動的効率性 $R\Delta=1$ を仮定すると, 我々の以前の **(10) 式** はこの特定モデルにも自然に適用される (**A.2**) .

*27 動的効率性 (最適な資本蓄積) と横断的な (一時点での) 再分配は, 概念的に直交しているから.
*28 皆さんご存じ $r>g$ ならば資産不平等の拡大, の議論との整合性.
*29 ここでは子が一括補助金 E_t を受け取らないことを仮定している (補助金は親のみに帰属する) . 子への一括補助金を考慮しても, 親の選好が利他的であれば, 親は子の受け取る一括補助金を考慮するため, 表現上の損失はなく排除できる. Farhi and Werning (2010) はこの利他的ケースを扱っている.

Farhi and Werning (2010) は **非線形課税** の一般ケースを, 親の効用が弱分離形 $U^i(u(c,\underline{b}),l)$ を満たす場合に解析した. 社会厚生が親のみ (子の効用は利他的な親の効用を通じてのみ間接的に考慮される) に重みを置くならば, **Atkinson–Stiglitz の定理が適用され, 最適相続税率はゼロ** となる. 一方, **社会厚生が子に対しても直接的に正の重みを置くならば, 相続税は望ましくなくなり, 最適税率は自然に負** (つまり相続補助) となる. *30 我々はさらに 部分効用 $u(c,\underline{b})$ を一次同次と仮定すれば, これらの結果の線形税版を導出できる. この仮定は Atkinson–Stiglitz の線形税への帰結 (Deaton, 1979) を得るために必要である.

Proof. 未確認. □

Thm: 我々のモデルでの Farhi–Werning 版最適相続税

親の効用が $V^{ti}(c,\underline{b},l) = U^{ti}\big(u(c,\underline{b}),l\big)$ であり, かつ $u(c,\underline{b})$ が同質的で一次同次であり, 動的効率性 $R\Delta = 1$ を仮定すると, 次が成り立つ:

- 社会厚生関数が子に対して直接的な重みを一切置かない場合, 最適相続税率は $\tau_B = 0$,
- 社会厚生関数が子に対して正の直接的重みを置く場合, 最適相続税率は $\tau_B < 0$ (相続補助) .

証明は **A.2** にあり, 任意の税制 (τ_B, τ_L, E) が, すべての親の効用を維持しつつより多くの歳入を生む税制 $(\tau'_B = 0, \tau'_L, E')$ に置き換えられることを示している. *31 直観は **(10) 式** で理解できる: 便宜上一括補助金がない場合を考える. $u(c,\underline{b})$ が一次同次であると, 生涯資源に対する遺贈の決定は線形になり,

$$b^i_{t+1} = s \cdot y_{Lti}(1-\tau_{Lt}),$$

となる. ここで s は人口にわたって同質であるとする. すると

$$\frac{\mathbb{E}[\omega_{ti} V^{ti}_c b_{(t+1)i}]}{b_{t+1}} = \frac{\mathbb{E}[\omega_{ti} V^{ti}_c y_{Lti}]}{y_L},$$

が成り立つため, $\bar{b}^{\text{left}} = \bar{y}_L$ が導かれる.

Proof. 未確認. □

行動反応が無いと仮定すると, 相続税は分配上は労働税と等価である (不平等の次元が一つしか残らないため) . さらに相続税 τ_B は所得の利用量を減らすため労働供給を同一比率で低下させ, ちょうど労働税と同じ効果をもたらす. したがって労働税から相続税へのシフトは労働供給に対して純粋な影響を持たず, $e_L = 0$ となる. このモデルでは親は受け取り側ではないので, 社会厚生が親の厚生のみを数える場合には $\bar{b}^{\text{received}} = 0$ である. 従って $\bar{b}^{\text{left}} = \bar{y}_L$ かつ $e_L = 0$ を代入した **(10) 式** は $\tau_B = 0$ を示す.

Proof. 代入すれば直ちに示される. □

一方, 子 (遺贈受領者) も社会厚生に直接含めるならば $\bar{b}^{\text{received}} > 0$ となり, その場合は $\bar{b}^{\text{left}} = \bar{y}_L$ かつ $e_L = 0$ を代入した **(10) 式** から $\tau_B < 0$ が導かれる.

*30 Farhi and Werning (2010) は, 線形枠組みでは捉えられない最適遺贈税補助の累進性に関する有益な結果も得ている.
*31 Atkinson–Stiglitz 命題の証明と同様の流れ.

Proof. 代入すれば, $1+\widehat{e}_B > 0$ ならば成立する. □

しかし我々の分析が明らかにするように, Farhi–Werning (2010) の二期間モデルは相続税問題の不完全な記述にとどまる. なぜならこのモデルは生涯資源の不平等が二次元的であるという事実, すなわち **個人が稼得も相続も行う可能性を捕らえていない** からである. この二次元的特徴こそが, ある再分配的社会厚生基準の下で正の相続課税を望ましくする鍵である.

拡張として考えられる最も単純な案は, 労働稼得に対して非線形 (ただし静的な) 課税を導入することである. この場合, Atkinson–Stiglitz の結果はもはや成立しない. なぜなら, 労働稼得を条件付けると, 残される遺贈は相続のシグナルとなり得, したがって SMWW に相関するためであり, これは Saez (2002) による異質人口への Atkinson–Stiglitz 拡張の仮定 1 を破ることになる. 最も単純に見せる方法は, 労働稼得が一様である場合を考えることである. その場合, 不平等は相続によってのみ生じ, 労働課税は再分配に役立たず, 相続課税が唯一の再分配手段となるからである.

2.5 予期しない遺贈, 資産を好む人々 (守銭奴)

個人は利他性以外の理由で遺贈を残すこともある. 例えば富そのものを評価する者 (社会的威信や権力をもたらす等) や予防的動機, 不完全年金化に起因する偶発的遺贈などである. こうした非利他的動機は定量的に重要であることが示されている (Kopczuk and Lupton, 2007) . 個人が自らが残す税引き後遺贈を気にしないのであれば, その者は自らの遺贈への課税によって傷つけられない. 一方で相続人は相続課税で引き続き不利を被る. したがって **我々の公式の分子に現れる最後の項 $\bar{b}^{\text{left}}$ は, 遺贈を残す者に対する τ_B の負の影響を捕らえている点で, 割引されるべきである.**

形式的には, 事は容易に一般化できる. 効用関数を $V^{ti}(c, b, \underline{b}, l)$ の形に拡張し, ここで b は課税前の遺贈額 (資産への嗜好を表現する) を表すようにすればよい. この場合の個人の一階条件は:

$$V_c^{ti} \;=\; R(1-\tau_{B\,t+1})\, V_{\underline{b}}^{ti} \;+\; V_b^{ti},$$

Proof. **(1) 式** の一階条件 と同様に求められる. □

のようになる. また,

$$\nu_{ti} \;\equiv\; \frac{R(1-\tau_{B\,t+1})\, V_{\underline{b}}^{ti}}{V_c^{ti}} = 1 - \frac{V_b^{ti}}{V_c^{ti}},$$

は **遺贈動機における利他性の相対的重要度** となる. 公式は, 単に $\bar{b}^{\text{left}}$ を $\nu \cdot \bar{b}^{\text{left}}$ に置き換えることでそのまま成り立つ. ここで ν は ν_{ti} の $g_{ti}b_{t+1,i}$ による加重人口平均である. **Ch.4** で示すように, 既存の調査データで ν は測定でき, 最適 τ_B のカリブレーションに用いることができる. したがって **我々のアプローチは, 経験的に一時的な効果である富を好む効果を取り込む点で頑健かつ柔軟** である.

3 動学的最適相続税

3.1 "王朝"モデル

3.2 Optimum Long-Run τ_B in Steady-State Welfare Maximization

Dynastic Model Long-Run Optimmum, Steady-State Utilitarian Perspective

3.3 Optimum Long-Run τ_B From Period Zero Perspective

Dynastic Model Long-Run Optimum, Period 0 Perspective, Inelestic Labor Supply

4　数値計算

我々はフランス (Enquête Patrimoine 2010) と米国 (Survey of Consumer Finances 2010) の資産調査を用いて, 一般的な定常状態公式をカリブレーションした (**C.3**) .

$$\tau_B = \frac{1 - \left[1 - \dfrac{e_L \tau_L}{1 - \tau_L}\right] \cdot \left[\dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}(1 + \hat{e}_B) + \dfrac{\nu}{(R/G)} \dfrac{\bar{b}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}\right]}{1 + e_B - \left[1 - \dfrac{e_L \tau_L}{1 - \tau_L}\right] \dfrac{\bar{b}^{\text{received}}}{\bar{y}_L}(1 + \hat{e}_B)} \tag{17}$$

この公式は成長 G (**Ch 2.3**) と資産への嗜好 ν (**Ch 2.5**) を組み込んでいる. ベンチマーク値として以下を採用した: $e_B = \hat{e}_B = 0.2,\ e_L = 0.2,\ \tau_L = 30\%,\ R/G = e^{(r-g)H} = 1.82$ (ここで $r - g = 2\%,\ H = 30$ 年) , および $\nu = 1$ (純粋な遺贈動機) . [*32] これらのパラメータ選択の議論と感度分析は **表 I** に示す. [*33]

Proof. $R/G = e^{(r-g)H} = 1.82,\ r - g = 2\%,\ H = 30$ 年, テイラー近似を利用している. □

	Elasticity $e_B = 0$ (Low-End Estimate)		Elasticity $e_B = 0.2$ (Middle-End Estimate)		Elasticity $e_B = 0.5$ (High-End Estimate)		Elasticity $e_B = 1$ (Extreme Estimate)	
	France (1)	U.S. (2)	France (3)	U.S. (4)	France (5)	U.S. (6)	France (7)	U.S. (8)
0. Basic Specification: Optimal Tax for Zero Receivers (Bottom 50%), $r-g=2\%$ $(R/G=1.82)$, $\nu=70\%$, $e_L=0.2$, No Exemption (Linear Tax τ_B)								
P0–50, $r-g=2\%$, $\nu=70\%$, $e_L=0.2$	76%	70%	63%	59%	50%	47%	38%	35%
1. Optimal Linear Tax Rate for Other Groups by Percentile of Bequests Received								
P50–70	75%	70%	62%	59%	48%	47 %	35%	35%
P70–90	45%	60%	31%	46%	16%	31%	2%	17%
P90–95	−283%	−43%	−330%	−84%	−376%	−126%	−423%	−167%
2. Sensitivity to Capitalization Factor $R/G = e^{(r-g)H}$								
$r-g=0\%$ $(R/G=1)$ or dynamic efficiency	56%	46%	46%	38%	37%	31%	28%	23%
$r-g=3\%$ $(R/G=2.46)$	82%	78%	68%	65%	55%	52%	41%	39%
3. Sensitivity to Bequests Motives ν								
$\nu=1$ (100% bequest motives)	65%	58%	54%	48%	43%	39%	33%	29%
$\nu=0$ (no bequest motives)	100%	100%	83%	83%	67%	67%	50%	50%
4. Sensitivity to Labor Income Elasticity e_L								
$e_L=0$	73%	68%	61%	56%	49%	45%	37%	34%
$e_L=0.5$	79%	75%	66%	62%	53%	50%	40%	37%
5. Optimal Linear Tax Rate in Rentier Society (France 1872–1937) for Zero Receivers (Bottom 80%) With $b^{\text{left}}=25\%$ and $\tau_L=15\%$								
P0–80, $r-g=2\%$, $\nu=70\%$, $e_L=0.2$	90%		75%		60%		45%	
6. Optimal Top Tax Rate Above Positive Exemption Amount for Zero Receivers (Bottom 50%)								
Exemption amount: 500,000	88%	73%	65%	58%	46%	44%	32%	31%
Exemption amount: 1,000,000	92%	73%	66%	57%	46%	43%	30%	31%

表 1　最適相続税 τ_B のカリブレーション

我々は個票データ $(b_{ti},\ b_{(t+1)i},\ y_{Lti})$ を用いて **(4) 式** に基づき分布パラメータ $(\bar{b}^{\text{received}}, \bar{b}^{\text{left}}, \bar{y}_L)$ を計算した. これは SMWW g_{ti} を指定することを要する. 我々は不可知論的に (知り得ないものもあるとの立場で) 最適 τ_B の分布上の異質性を探るために, p **% tile 重み (p-weights)** を用いた. 具体的には, 重み g_{ti} を相

[*32] **図 1** と **図 2** では $\nu = 1$ を用いる. Kopczuk and Lupton (2007) の推定に基づく, より現実的かつ保守的な値はおそらく $\nu = 0.7$ である (**表 I**, **0**, **5** で利用されている) .

[*33] この表は, 本文の **(17) 式** を用いて, フランスとアメリカ合衆国について様々なパラメータ値で最適相続税率 τ_B をシミュレーションした結果を示す. **(17) 式** では, **5** を除き, $\tau_L = 30\%$ (労働所得税率) を用いる. パラメータ $b^{\text{received}}, b^{\text{left}}, y_L$ は調査データ (米国については SCF 2010, フランスについては Enquête Patrimoine 2010, **5** については Piketty, Postel-Vinay, and Rosenthal (2011)) から得た.

続分布の p % tile に一様に集中させる．したがって p-weights の下での $(\bar{b}^{\text{received}}, \bar{b}^{\text{left}}, \bar{y}_L)$ は，相続分布の上位 p % tile に属する者のうちの平均相続額・遺贈額・稼得 (**母集団平均に対する比**) を意味する．定義により $\bar{b}^{\text{received}}$ は p とともに増加する．また $\bar{b}^{\text{left}}$ も p とともに増加する傾向がある，なぜなら高位の相続人は自らも平均以上の遺贈する傾向があるためである．一方で $\bar{y}_L$ は p とともに僅かに上昇するにとどまる．これらの分布パラメータは 70 歳以上の個体の母集団内で計算した．[*34] 両調査で利用可能な相続 と，贈与の回顧的質問とを用いて $\bar{b}^{\text{received}}$ を算出し，現時点の純資産に関する質問から $\bar{b}^{\text{left}}$ を推定し，賃金・自営業・年金収入の和 (過去の稼得と比例) から $\bar{y}_L$ を算出した．既婚者の資産は世帯資産を 2 で割った値と定義し，相続は夫婦双方の相続・贈与の合計を 2 で割った値 と定義した．[*35]

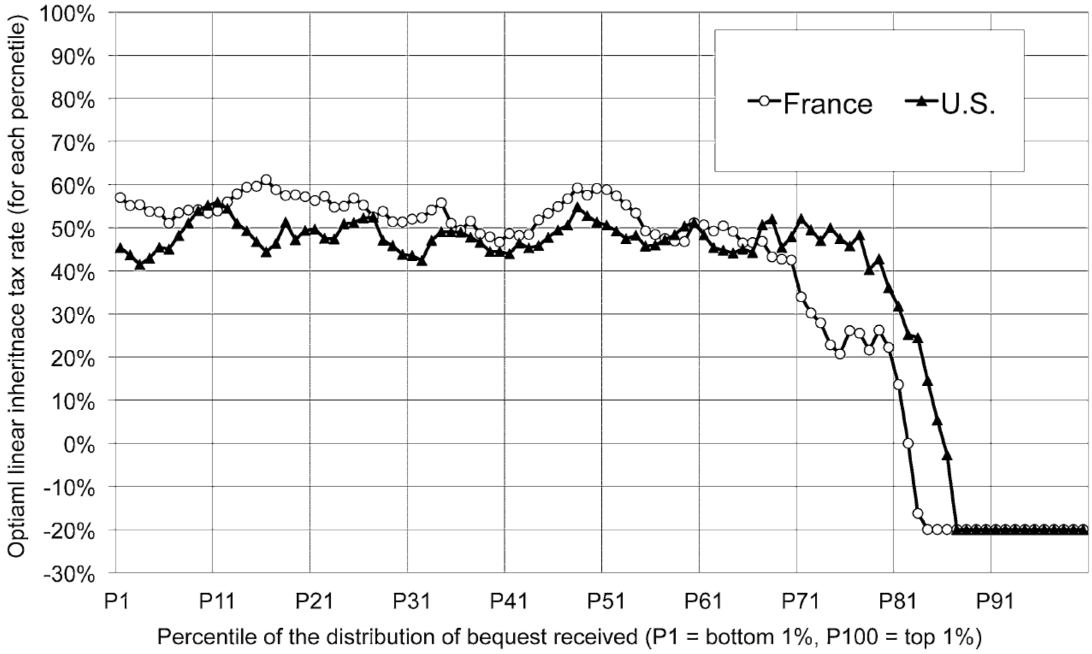

図 1　p-weights を用いた最適線形相続税 τ_B

図 1 は受贈分布の各 % tile p の視点から見た最適線形相続税率 τ_B を描いたものである．[*36] 我々は米仏両国で，人口下位 70% に対して最適税率がおよそ 50% であり，その後急落して上位 20% の相続人では負となる (特に上位 10% で顕著)，という結果を得た．[*37] 相続財産の極端な集中のために，下位 50% は米仏ともに総相続の約 5% しか受け取らない．したがって下位 50% では $\bar{b}^{\text{received}}$ はほぼ 0% であり，次の 20% でも僅かにしか高くない．両国とも下位 50% の受贈者の稼得は国全体平均にかなり近く ($\bar{y}_L$ はおよそ 90%–95%)，しかし相続資産は平均より相当に少ない ($\bar{b}^{\text{left}}$ はおよそ 60%–70%)．これが **図 1** における下位 70% での τ_B の安定性を説明する．下位 70% の相続人は相続を享受していても，労働税負担を減らすために比較的大きな

[*34] 高齢コホートに注目するのは，彼らが既に相続しており，まもなく子へ遺贈するので，相続・遺贈分布を両者推定できるため．晩年の消費や慈善寄付をとらえていないため，遺贈額は過大評価されうる．年齢層 60–69, 70–79, 80–89 で別々に計算してもほぼ同様の結果が得られるため，**この懸念はある程度解消される**．

[*35] 年金資金を除く移転可能純資産を用いる場合や過去の職業情報を用いて $\bar{y}_L$ を推定する場合でも推定値への影響は小さい．

[*36] この図は **(17) 式** に基づき、相続人の p-weights の観点からみた最適線形税率 τ_B を示している． パラメータとして、$e_B = 0.2, e_L = 0.2, \tau_L = 30\%, \nu = 1$ (純粋遺贈動機)、$R/G = 1.8, y_L, b^{\text{received}}, b^{\text{left}}$ は、各 % tile のミクロデータから推定されている (米国については SCF 2010、フランスについては Enquête Patrimoine 2010)．

[*37] 最適値が上位 % tile で無限に負になることがあるため，図の可読性のため下限を $\tau_B = -20\%$ としている．

相続税率を課すことが彼らの利益になる. [38]

最適税率は両国で近似しているが, フランスでは下降がより低い % tile で始まる. これは米国での相続財産の集中度がより高いためであり (すなわち米国では $\bar{b}^{\text{received}}$ は 80 % tile まで非常に小さいままであるが, フランスでは 70 % tile 後に有意になる) . 逆に下位 50% 相続人における $\bar{b}^{\text{left}}$ は米国の方が大きく, 資産のモビリティが高い ことを示唆する. これらの差は報告バイアス (**米国では相続が過小報告されがち** であり, これが両所見を説明しうる) を反映する可能性があり, 今後の研究で更に分析されるべき (詳細: **C.3**) .

我々の結果が示す通り, 相続課税は深刻な利害対立を伴う政策問題である: 下位受贈者は高い相続税率の恩恵を受ける一方, 多数の上位層は相続補助を望むだろう. 資産の流動性に関する信念も重要である. 将来自分が大きな遺贈ができる過度の楽観は, 許容される最適税率を低下させるだろう.

次に **表 I** で, ベンチマーク ($e_L = 0.2, \tau_L = 30\%, R/G = e^{(r-g)H} = 1.82, \nu = 0.7$) と能力主義のロールズ的最適 (受贈下位 50% の厚生最大化, **相続が無視できる**) を中心に **主要パラメータ付近での最適 τ_B の感応度を示す**. 全パネルで, 主要弾力性パラメータ $e_B = \hat{e}_B$ を $0, 0.2, 0.5, 1$ と変化させた場合の米仏の最適税率を表示している. それぞれのパネルに対応する主要な結果は以下の通り:

1. **相続弾力性 e_B は不確実だが, τ_B はこの変化にある程度頑健:**
   主要な相続弾力性 e_B については **図 1** でベンチマーク $e_B = 0.2$ を採用した. Kopczuk and Slemrod (2001) は米国の時系列・横断データの変動から e_B をおよそ 0.1–0.2 と推定したが, e_B にはなお相当な不確実性があり, さらなる実証研究が望まれる. $e_B = 0$ の場合, 下位受贈者の最適相続税率は約 70% となる. $e_B = 0.5$ の場合は約 50% である. 高すぎると考えられるが $e_B = 1$ でも, 両国で約 35% の最適税率が得られる (**表 I 1** と **図 C.1–C.2**) .
2. **R/G に応じて最適税率は上昇する:**
   ベンチマーク $R/G = e^{(r-g)H} = 1.82$ は $r - g = 2\%, H = 30$ 年に対応する. 歴史的には富の平均リターンと成長率の差は 3%–4% あるいはそれ以上であったことがある (Piketty (2011), Table II, p.1122) . もし $r - g = 3\%$ とすれば, フランス・米国ともに最適相続税率は約 70% に近づく. 逆に $r - g = 0\%$ (すなわち $R/G = 1$, **動的効率かつ最適資本蓄積**) を仮定すると, 最適税率は両国で約 40% に低下する (**表 I 2** と **図 C.3–C.4**) .
3. **ν に応じて最適税率は下落し, ベンチマークは少し高め:**
   表 I では遺贈動機の強さ ν のベンチマーク値を 70% とする. Kopczuk and Lupton (2007) は資産蓄積動機の分布にかなりの異質性があることを示した. 人口の平均的な「遺贈動機を持つ者の割合」は $1/2 \sim 2/3$ で, $\nu = 70\%$ は高めの設定である. $\nu = 0\%$ (遺贈動機が完全に存在しない) ならば, e_B が最適税率を制約する唯一の要因となり, 最適税率は 80% 超になる. 逆に $\nu = 100\%$ (資本蓄積が完全に遺贈動機に駆動される) ならば, 最適税率は約 50% に低下する (**表 I 3** と **図 C.5–C.6**) .
4. **労働弾力性 e_L の変化に相続税率は頑健:**
   表 I 4 は労働弾力性 e_L が増加すると最適相続税率が増加することを示すが, その変化は緩やかである: 広範な実証研究の上限値 $e_L = 0.5$ でも, $e_L = 0$ と比べ最適 τ_B はわずかに高くなるのみ. [39]
5. **フランスの具体例:**
   富の不平等と流動性が果たす役割を明示するため, 1872–1937 年期のパリ公文書館に残る Piketty, Postel-Vinay, Rosenthal (2011) の相続税申告のミクロデータを用いた推定も示す. この期間は大きな

[38] 財政中立的な改革を前提とした記述.
[39] これ財政中立な弾力性を考慮したうえでも当てはまる推定値が他にあるということ?

遺贈フローと極端な資産集中が特徴である (上位 10% による総相続が 90% 超). このデータは 2 世代にわたる資産データを網羅する非常に信頼できるものである. 我々は下位 80% 相続人 (ほぼゼロ相続) で $\bar{b}^{\text{left}}$ が 20%–30% と非常に低いことを見いだし, これは中程度の弾力性 e_B のもとで下位相続人にとって最適相続税率が 75% 超と非常に高くなることを示唆する (**表 I 5** と **図 C.3**).

6. **控除を考慮することで, 高い控除額が求められる理由が示唆された：**
最適線形税公式を, 控除枠を設けた単純な 2 区分課税 (控除額以下は免税, 控除額超は一定税率) に拡張することが可能である. 我々の公式は, ほぼそのまま控除額を超える課税対象遺贈に置き換えることで適用可能である (詳細: **C.4**). [*40] **図 2** は, 両国において, 免税水準（100 万ドルまたは 100 万ユーロ）を超える部分に対する **最適 (最高) 税率が, 最適線形相続税率とおおむね同程度** であることを示している. フランスではやや高くなっているが, これは下位 50% の相続受領者がそのような高額遺産を残す確率が比較的小さいことによる. このフランスと米国の差異は, 再び **報告バイアス** による可能性もある（**C.3**）. **表 I 6** は, 適度な e_B の場合には, **最適非線形税率が最適線形税率よりも高くなる** ことを示している（ただし e_B が大きい場合にはそうならない）. 注目すべきは, このような高い最高相続税率（およそ 60%）が, とりわけ 1930 ~ 80 **年代のアングロサクソン諸国における歴史的経験と非常に整合的** であること. 当時のトップ相続税率は一貫して 60% を超えていた（**図 3**）. 1980 年代以降の米国におけるトップ税率の低下は, **下位 80% から上位 10% への政治的パワーの移行** による可能性がある. 最後に, **図 1** と **図 2** を比較すると, 線形相続税よりもトップ相続税に反対する上位層の割合が小さく, これが, **実際の相続税がしばしば高い免税水準を伴っている理由** を説明する可能性がある.

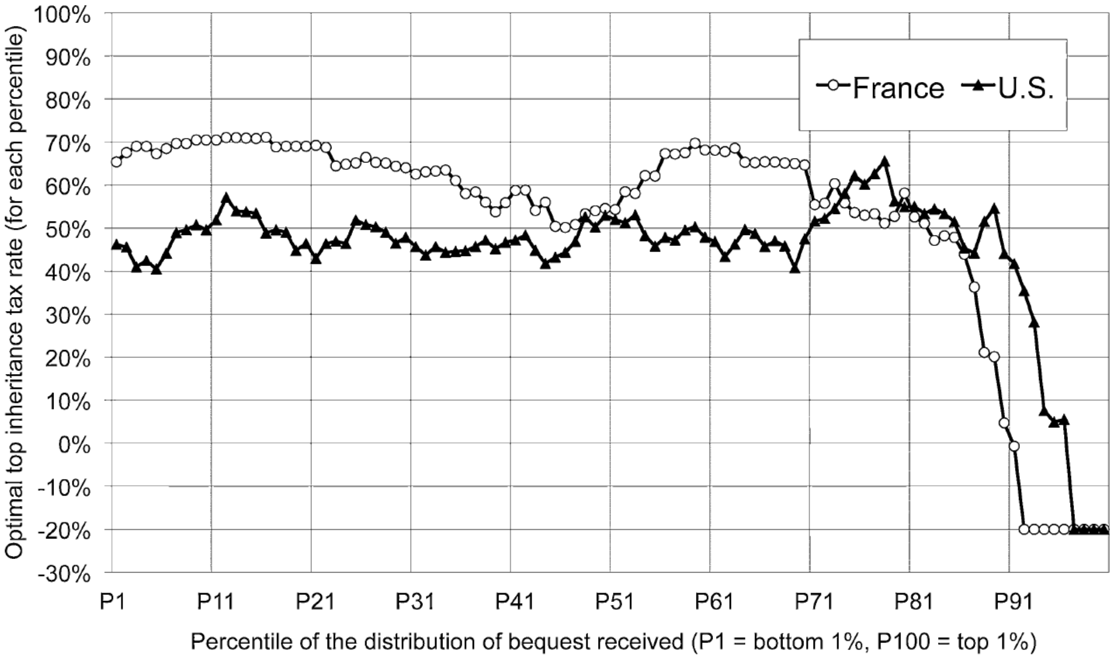

図 2　控除を考慮した最適非線形相続税 τ_B

[*40] 最適控除額を求めるのは計算的に難しい (多数区分の最適非線形課税はさらに困難) ため, **図 2** と **表 I 6** では控除額を米国で $500,000 または $1,000,000, フランスで 500,000 または 1,000,000 ユーロと仮定している.

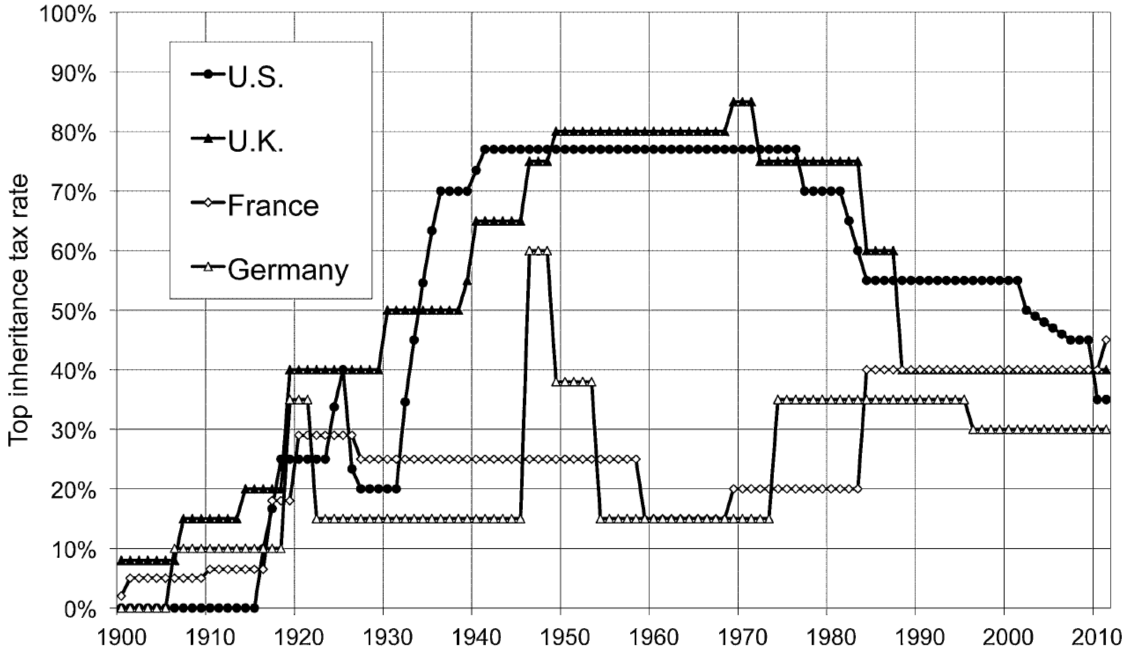

図 3　最高相続税率 τ_B の変遷

5　結論と拡張

本稿は, 十分統計量で表される頑健な最適相続税の公式を導出した. このアプローチは問題に有益な光を投げかけ, 既存の一見ばらばらな結果を統一する. 公的議論に一致するように, 最適税率は衡平・効率トレードオフを反映する. このトレードオフは, 相続に対する課税の手取り弾力性が無限大でなく, 相続が生涯資源や社会的選好にとって重要である場合に一意の (nondegenerate) 解を持つ. 弾力性が低く, 相続の集中度が高く, 社会が相続の少ない者を重視するならば, 最適税率は高くなる. 我々の分析は様々な方向に拡張可能：

1. **(二区分に限らず) 非線形最適課税問題を考えるべき：**
   解析は複雑になるが, 本質は根本的に変わらない.
2. **政府債務がある場合, 相続の存在下でも労働課税 τ_L は消費課税 τ_C と等価：**
   ただしこれは 政府が労働税から消費税へ切り替える際に, 初期財産に暗黙的に課された税分を個人に補償することを前提とする. 故に, 相続・消費課税トレードオフを考える場合にも τ_B に関する同じ公式が適用される. **「消費課税で, 働かない裕福な相続人へうまく課税できる」との考えは誤り**. なぜなら労働所得課税が存在すれば, 次世代の相続額を小さく出来るためである. 非線形課税のもとでは, 労働課税と消費課税の完全な同等性は当然崩れる. とはいえ, 相続税が利用できない場合を除き, 消費課税は相続人を標的にするための劣った手段であることに変わりはない. [*41]
3. **本稿の議論は資本化相続への課税：**
   相続 b_{ti} と相続からの生涯収益 $(R-1)b_{ti}$ の双方に同一税率 τ_B を適用していた. 我々の一期間生存モ

[*41] この単純な指摘 (すなわち, 相続税や資本課税が十分に機能しない場合に累進消費課税で富裕な後継者を課税しうるという点) は Kaldor (1955) が最初に示した. 参照: Piketty and Saez (2012, Appendix B.4).

デルでは, 資本化相続税 τ_B は純資本所得税 τ_K と同値になりうる. $R(1-\tau_B) = 1 + (R-1)(1-\tau_K)$ ならば両者は等価で, 我々の結果は資本所得課税論としても解釈しうる (**注 4**). 実務上は, 資本所得課税や富裕税は相続税よりも重要であることが多い. [*42] 資本所得課税はさらに興味深い問題を提起する:

(a) **ライフサイクル貯蓄課税は異時点間選択を歪め, 再分配の便益をもたらさない：**
相続のみを課税し資本所得は課税しない方向に働く可能性がある.

(b) $\tau_K = \tau_L$ **の必要性：**
資本所得と労働所得の境界があいまいな場合, 資本所得をゼロにすると労働所得が資本所得に再分類されるという再包装問題が生じる. この抜け穴を閉じるために政府は $\tau_K = \tau_L$ を設定し, そのうえで τ_B を減らして[*43] 資本化相続にかかる総合的な税ウェッジ が我々の公式と一致するように調整できる (参照: Piketty and Saez (2012)).

(c) **資本所得課税が望ましい他の理由：**
相続課税は信用制約の存在下で非分割資産の非効率的売却を強制するかもしれない (あるいは年度ごとの少額な資本所得税や富裕税よりも財政的錯覚のために嫌われるかもしれない) . もっと重要なのは, 資本収益率が個人間で大きく異なることである. そのようなリスクが最適に分散されていない限り, 資本所得課税はリターン保険の観点から望ましい可能性がある. つまり資本市場の不完全性がある場合には, 生涯の資本所得・富裕課税が最適相続税を実現する効率的な手段となりうる (Piketty and Saez (2012) はこの方向に沿った基本的モデルを提示している) .

[*42] **日本ではそうとも限らないと思うが.**
[*43] 財政中立のため? τ_K が 0 から上がることを想定しているから減少させる必要があるのかな.

付録 A

A.1 社会的割引のある (9) 式 の証明

我々は e_{Bt} を，税制改革 $d\tau = (d\tau_{Bt} = d\tau_B, d\tau_{Lt})_{t\geq T}$ に対する総相続 b_t の弾性的として定義し:

$$\frac{db_t}{b_t} \;=\; -\,e_{Bt}\,\frac{d\tau_B}{1-\tau_B},$$

である．ここで db_t は全面的改革 $d\tau$ に対する総相続の応答である．相続の応答は, 遺贈者が残す税引き後相続のみを気にするため，効果は期 T から開始する．この応答は世代を越えて蓄積し，最終的には **(3) 式** で定義した長期弾力性 e_B に収束する．同様に e_{Lt} を次のように定義する:

$$\frac{dy_{Lt}}{y_{Lt}} \;=\; -\,e_{Lt}\,\frac{d\tau_{Lt}}{1-\tau_L},$$

ここで dy_{Lt} は全面的改革 $d\tau$ に対する総労働供給の応答である．期ごとの予算均衡は次を要求する:

$$Rb_t\,d\tau_B\left(1-e_{Bt}\frac{\tau_B}{1-\tau_B}\right) \;=\; -\,d\tau_{Lt}\,y_{Lt}\left(1-e_{Lt}\frac{\tau_L}{1-\tau_L}\right). \tag{A.1}$$

個別一階条件 $V_c^{ti} = R(1-\tau_B)V_{\underline{b}}^{ti}$（$b_{t+1,i}>0$）と **(A.1) 式** を用いると，一階条件は以下のとおり:

$$0 \;=\; \sum_{t\geq T}\Delta^t\int_i g_{ti}\left[-d\tau_B\,R\,b_{ti}\,(1+e_{Bt}) + \frac{1-\dfrac{e_{Bt}\tau_B}{(1-\tau_B)}}{1-\dfrac{e_{Lt}\tau_L}{(1-\tau_L)}}\,\frac{y_{Lti}}{y_{Lt}}\,Rb_t d\tau_B\right] - \sum_{t\geq T-1}\Delta^t\int_i g_{ti}\,d\tau_B\,\frac{b_{(t+1)i}}{1-\tau_B}.$$

第 3 項は改革が世代 $T-1$ の遺贈者を傷つけ始めるため，和が $T-1$ から始まる点に注意されたい．また $t\geq T$ ではすべての変数が収束していると仮定するので，両辺を $Rb_t d\tau_B$ で割り，(4) 式で定義した分布パラメータ $\bar{y}_L$, $\bar{b}^{\text{received}}$, $\bar{b}^{\text{left}}$ および

$$\hat{e}_{Bt} \equiv \frac{\sum_i g_{ti}b_{ti}e_{Bti}}{\sum_i g_{ti}b_{ti}}$$

を用いれば，一階条件は次のように簡潔化される:

$$0 \;=\; -\sum_{t\geq T}\Delta^t\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_{Bt}) \;+\; \sum_{t\geq T}\Delta^t\,\frac{1-e_{Bt}\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_{Lt}\tau_L/(1-\tau_L)}\,\bar{y}_L \;-\; \sum_{t\geq T-1}\Delta^t\,\frac{\bar{b}^{\text{left}}}{R(1-\tau_B)}.$$

Ch.2.2 の分析に平行させるために, 我々は「**割引弾力性**」 e_B, $\hat{e}_B$, e_L を次のように定義する.

$$\begin{aligned} \text{割引相続弾力性:}\qquad e_B \;&=\; (1-\Delta)\sum_{t\geq T}\Delta^{t-T}e_{Bt},\\ \hat{e}_B \;&=\; (1-\Delta)\sum_{t\geq T}\Delta^{t-T}\hat{e}_{Bt}, \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\text{割引労働弾力性:}\qquad \frac{1-e_B\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_L\tau_L/(1-\tau_L)} \;=\; (1-\Delta)\sum_{t\geq T}\Delta^{t-T}\frac{1-e_{Bt}\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_{Lt}\tau_L/(1-\tau_L)}. \tag{A.3}$$

もし e_{Lt} が時点 t に関して定数であれば，$e_{Lt}\equiv e_L$ となる．これは等弾力的効用関数 $U^{ti}(c-l^{1+1/e_L}, b)$ の場合に相当する．以上の定義を用いれば，一階条件は次のように簡潔に書き換えられる:

$$0 \;=\; -\bar{b}^{\text{received}}(1+\hat{e}_B) \;+\; \frac{1-e_B\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_L\tau_L/(1-\tau_L)}\,\bar{y}_L \;-\; \frac{\bar{b}^{\text{left}}}{\Delta R(1-\tau_B)}.$$

ここで第 3 項の分母に Δ が現れるのは，第 3 項の和が $T-1$ から始まるためである．この式を整理すれば，直ちに本文の **(9) 式** が得られる．

A.2 Farhi–Werning Model の最適課税

A.3 Anticipated and Long-Run Elasticities in the Dynastic Model

■Nonstochastic Wages (Chamley–Judd)

付録 B 税収最大化税率の導出

労働所得税のそれと, 今回の税収最大化相続税率の違いについて導出を通じて検討してみよう.

B.1 税収最大化労働所得税率

■設定 政府は一括補助金 E を賄うために, 税率 τ の線形労働所得課税を用いる．個人 i の効用関数を $u^i(c,z)$ とする．ここで c は消費, z は課税前労働所得であり, $u^i(c,z)$ は c に関して増加, z に関して減少と仮定する．個人の予算制約は以下で与えられる:

$$c = (1-\tau)z + E.$$

■個人の最適化問題: 労働供給 Intensive margin の設定下では, 個人 i は以下の効用最大化問題:

$$\max_{z \geq 0} \; u^i\big((1-\tau)z + E,\, z\big),$$

を解き **労働供給量** を選択する．このときの一階条件は:

$$(1-\tau)\,\frac{\partial u^i}{\partial c} + \frac{\partial u^i}{\partial z} = 0.$$

各個人は (政府が制定し) 与えられた純税率 $1-\tau$ と一括補助金 E の下で, **予算制約** $c = (1-\tau)z + E$ **を満たしつつ効用を最大化するように** 労働所得 (供給) z を選択する．結果, 最適化問題の解として,

$$z = z_u^i(1-\tau, E),$$

なる, 労働供給が $(1-\tau)$ や E の値に応じてどう変化するかを記述する, **非補償労働供給関数** を得る．ここで「非補償」とは, 他の変数 (E や価格体系) を固定し, 予算制約を満たし, **効用水準は維持せず, その変動は気にせずに**, $1-\tau$ の変化に対する労働供給の応答を見ていることを意味する．すなわち, 所得効果 (Ex. 増税による実質的な所得の目減り) を取り除かない包括的な労働供給関数である (ref: Slutsky 方程式, $e_c^i = e_u^i - \eta^i$). **実際の制度変更が労働供給に与える影響を直接に表現している** と言えよう．なお, $1-\tau$ に対する個人労働供給の非補償弾力性は, z_u^i を利用して以下のように定義される: *44

$$e_u^i \;\equiv\; \frac{1-\tau}{z_u^i} \cdot \frac{\partial z_u^i}{\partial(1-\tau)}.$$

*44 また, 一括補助金 E に対する労働供給の反応を以下のように定義する:

$$\eta^i \;\equiv\; (1-\tau)\,\frac{\partial z_u^i}{\partial E}.$$

これを **所得効果** と呼ぶ．余暇が通常財なら $\eta^i \leq 0$, つまり非労働所得が増えると個人は消費・余暇を増やし, 労働供給を減らす.

■政府の問題: 税収最大化税率　政府は一括補助金 E を賄うために, 税率 τ の線形労働所得課税を用いる. 個人 i の非補償労働供給関数を $z_u^i(1-\tau, E)$ とし, これを合計した:

$$Z_u(1-\tau, E) \equiv \sum_i z_u^i(1-\tau, E),$$

を **総所得** とする. 先述の通り総所得は予算制約を満たす形で定義されていたため, 政府予算制約は:

$$E = \tau Z_u(1-\tau, E),$$

であり, E は暗に τ の関数とみなせる. よって総所得は:

$$Z(1-\tau) \equiv Z_u(1-\tau, E(\tau)),$$

と表せる. このとき税収関数は:

$$T(\tau) \equiv \tau Z(1-\tau),$$

である. $\tau = 0$ (無税) および $\tau = 1$ (完全課税, このとき労働供給ゼロ) では $T(\tau) = 0$ となり, 税収関数は逆 U 字型 (ラッファーカーブ) となる. 純税率 $1-\tau$ に対する総収益の弾力性を:

$$e \equiv \frac{1-\tau}{Z(1-\tau)} \cdot \frac{dZ(1-\tau)}{d(1-\tau)} \; = \; \sum_i \frac{z_u^i}{Z}\, e_u^i,$$

と定義でき, 個別の弾力性との関連性も確認できる. 税収最大化線形税率 τ^* は次式で与えられる:

$$\tau^* = \frac{1}{1+e}.$$

Proof. 税収最大化問題は

$$\max_{\tau \in [0,1]} \; T(\tau) = \tau Z(1-\tau),$$

である. ラッファーカーブの形状より明らかに内点解を考慮すればよいため, 一階条件は:

$$\frac{dT}{d\tau} = Z(1-\tau) - \tau \frac{dZ}{d(1-\tau)} = 0.$$

両辺を $Z(1-\tau) > 0$ で割って整理すると

$$1 = \frac{\tau}{1-\tau} \cdot \frac{1-\tau}{Z} \cdot \frac{dZ}{d(1-\tau)} = \frac{\tau}{1-\tau}\, e, \quad \frac{\tau^*}{1-\tau^*} = \frac{1}{e} \;\Leftrightarrow\; \tau^* = \frac{1}{1+e}.$$

すなわち目標の式を得る. □

B.2　税収最大化相続税率

労働所得税の場合と同様に, しかし財政中立的な弾力性を用いて相続税の税収最大化税率を導出する. 相続税率を τ_B とする. 個々の相続額を集計した総相続額を $b(1-\tau_B)$ と表し, 資本化総相続 B を:

$$B(1-\tau_B) \equiv Rb(1-\tau_B)$$

と定義する. 予算均衡制約は E を一括補助金として:

$$E = \tau_B Rb + \tau_L y_L = \tau_B B + \tau_L y_L \quad \Longleftrightarrow \quad E - \tau_L y_L = \tau_B\, B(1-\tau_B)$$

で表される．財政中立的な税制改革では, τ_B の変化に応じて (E, τ_L) が調整されるため, これらで構成される左辺も暗に τ_B の関数である．e_B の定義を思い出せば, これは手取り率 $1-\tau_B$ に対する相続の弾力性で:

$$e_B \equiv \frac{1-\tau_B}{b}\frac{db}{d(1-\tau_B)}\Big|_E = \frac{1-\tau_B}{Rb}\frac{dRb}{d(1-\tau_B)}\Big|_E = \frac{1-\tau_B}{B}\frac{dB}{d(1-\tau_B)}\Big|_E$$

といったように 資本化総相続 B の弾力性として変形できる．[*45] 相続税収関数は:

$$T_B(\tau_B) \;=\; \tau_B\, B(1-\tau_B).$$

これを最大化する税率 τ_B^* を求める．税収最大化相続税率 τ_B^* は次で与えられる:

$$\frac{\tau_B^*}{1-\tau_B^*} \;=\; \frac{1}{e_B} \quad\Longleftrightarrow\quad \tau_B^* \;=\; \frac{1}{1+e_B}.$$

Proof. 相続税のみに注目した税収最大化問題は

$$\max_{\tau_B\in[0,1]} \; T_B(\tau_B) = \tau_B B(1-\tau_B),$$

である．あとは労働所得税と同様の議論と, 上記の弾力性の変形によって示される． □

主要な結論

1. e_B **は財政中立弾力性**:
   他の税率や補助金が調整される影響を織り込んだ反応で, 単純な弾力性とは異なる．
2. **公式の保持**:
   税収最大化に限れば, 労働所得税と同様に, 逆弾力性を利用した関係が成立する．

付録 C　追加的解説

C.1　本文で省略された証明

C.1.1　内生的要素価格

C.1.2　経済成長

C.1.3　Optimal Long-Run τ B in Dynastic Model With Elastic Labor Supply

C.1.4　Modified Golden Rule in the Dynastic Model

C.2　RAWLSIAN OPTIMAL FORMULA WITH GENERATIONAL BUDGET

C.3　数値計算の詳細

詳細なカリブレーションの結果, 計算コード, および公式はオンライン補遺ファイル (**Data Appendix**) に掲載してある．主要な感度分析は **図 S.1–S.6** に報告され, **Ch.4** で解説している．**図 S.1–S.6** は **(17)**

[*45] なお e_B は非補償弾力性を集計したものとしても表現可能で, 前節と同様に $e_B = \sum_i \frac{b_i}{B} e_{Bi}$ の形をとる．ここで, 個別相続の弾力性は $e_{Bi} \equiv \frac{1-\tau_B}{b_i}\frac{db_i}{d(1-\tau_B)}\big|_E$ として定義されていた．b_i は予算均衡制約を満たす税制改革を所与として, 個人が決定するため, 非補償供給関数と同様の建付けであることに注目すれば, 前節の議論との類似性も確認できる．

式 を用い, パラメータのベンチマーク値として $e_B = \hat{e}_B = 0.2$, $e_L = 0.2$, $\tau_L = 30\%$, $\nu = 70\%$, $R/G = e^{(r-g)H} = 1.82$ $(r - g = 2\%$, $H = 30$ 年) を採用して算出した. p % tile に対する最適税率 $\tau_B(p)$ を表示している. 多くの補助的な感応度チェックを Excel ファイルに含めている. 同ファイルではパラメータを変更し, 線形税制および控除付き二区分税制 (閾値 $500,000 または $1,000,000 等) について最適税率列をプロットすることができる. ここではカリブレーションに関するいくつかの **技術的問題と制約** を明確にし, 今後の研究でより適切に扱われるべき点を強調する.

■報告バイアス　最も重要なのは, EP 2010 あるいは SCF 2010 のいずれに対しても報告バイアスを補正していない点である. これは重大な問題になり得る. なぜなら資産調査の回答者は遺贈・相続を大幅に過小報告する傾向が知られているからである. フランスでは, 家計資産調査で報告される年次の相続・贈与フローは, 税務データで観測されるフローの 50% 未満であり, 税務データは生命保険などの非課税資産を無視しているため真の経済フローの下限となる点で問題がある (参照: Piketty (2011)). つまり過少推定である財務データ以上の過少申告となってしまう.

受贈者全体で同じ割合で過小報告が起きているなら, 分布比率 $\bar{b}^{\text{received}}$ および $\bar{b}^{\text{left}}$ は影響を受けず, 最適税率は変わらない. しかし報告率はランダムでない可能性が高い. 例えば, 過去に大きな相続を受けたがその後財産が減少した者は相続の報告を忘れるかもしれない. 逆に現在高い純資産を持つ者は「自分は自力で成功した」と見せたくて報告しないかもしれない. 単に相続を受けたことを忘れて過小報告する可能性もある.

初期的なデータ分析は後者 (実力の顕示) のバイアスが実際に起きていることを示唆しており, 特に米国で顕著である. 回顧的質問票では大きな相続額を報告する個体が不足している. [*46] 両国とも相当数が相続を一切報告していないが, 富の極端な集中を考えると, 下位 50% は総相続の 5% 未満に過ぎず, **下位半分がほとんど相続を報告しないこと自体は必ずしも問題とは限らない**. そこで我々は連続的な分布を得て実際の資産シェアを再現するために, 資産のランダム割当てを下位 % tile に対して行った. [*47]

フランスでは 70 歳以上の約 50% が正の相続・贈与を報告しており, これは税データと整合的である. 一方米国では 30% である. これは資産不平等度の高さで部分的に説明できるが, それだけでは十分でない. 別の説明としては, 米国社会における相続のスティグマや, 回顧的質問票の詳細度の違い (フランス調査は配偶者別に相続を問うが SCF は配偶者双方について単一質問のため応募者が自分だけを回答する場合がある等) がある. いずれにせよ, 自己報告フローと理論的に期待されるフロー[*48] との間に不整合があるため, これが最適税率を下方にバイアスする可能性が高い. (人口のごく一部しか正の相続を申告していない場合, 構造上, 相続人ゼロの人が人口の大多数を占め, 平均とほぼ同じ額を蓄積するため, $\bar{b}^{\text{left}}$ は 100% に近づき, τ_B は低下する). これは今後の研究で対処されるべきである.

我々は, 資産流動性に由来する違いではなく, 報告バイアスが存在するためにフランスと米国の差異 (下位 50% 受贈者の $\bar{b}^{\text{left}}$ が米国で 70%–80%, フランスで 60%–70% など) が反映されている可能性を強調する. 本稿のカリブレーション結果は探索的であり, 主要パラメータや最適税率のおおよそのオーダーを示すもので, **政策提言や国間比較の厳密な結論には用いるべきでない**.

資産不平等・流動性の重要性を明確にするため, 補遺には 1872–1937 年のパリ公文書館にある相続税申告のミクロデータに基づく詳細推定を示す. この期間は相続フローと資産集中が極めて大きかった時期であり, 上位 10% が総相続の 90% 超を受け取るような時代である. これらの行政データは世代を跨いだ資産を網羅し,

[*46] 過去の大きな資産を持つ子息数に関する調査と比して, 具体的な比較基準は?
[*47] 上限を下位報告相続額とする一様分布を用いた. この選択の影響は小さかった. 詳細は Excel ファイル参照.
[*48] 過去の資産調査から得た親の資産データと, 死亡率の逆数によって導かれる. Saez & Zucman (2019) で詳細に推計されていた.

自己申告バイアスを受けにくい．このデータでは下位 80% 受贈者で $\bar{b}^{\text{left}}$ が 20%–30% と非常に低く，この場合は最適相続税率が中程度の弾力性でも 80% を超える結果になる．[*49] こうした事実は，パリ 1872–1937 と現代 (France 2010, US 2010) との間で **資産流動性が劇的に増加した** ことを示唆する (相続財産のフロー総額と相続財産の集中度の両方が低下していることを考えると当然のこと) が，現代データのバイアスのために正確な比較は難しい．やはり信頼できる行政データ整備が待たれる．

■個別の遺贈動機と収益率の取り扱い　個別に遺贈動機 ν と資本化係数を推定してモデルに導入することは有益である (利用可能な質問票を用いて個別 ν を用いる等)．本稿ではすべての遺贈に同一の実質利回りを適用しているが，これが最適税率に与える影響は限定的である (詳細は Excel ファイル)．

■功利主義的最適　我々の推定値を用いて各種の社会厚生関数，特に功利主義的最適を計算することは興味深い課題である．実質的には **図 1** に示す各 % tile の最適税率の **SMWW による加重平均**[*50] を計算することに相当する．結果は曲率 γ に依存するが，十分大きな曲率 (下位 % tile に十分な重みを置く) であれば，功利主義的最適は下位 70% 受贈者が好む税率に非常に近くなるであろう．より複雑な課題は，各 % tile 内で労働所得が異なる個体間の再分配をどう扱うかである．本稿のカリブレーションは，相続 % tile 内の個体間の **労働所得差に基づく再分配を無視している** ため，完全な社会厚生最適はこの次元を導入すべきである．

■分布比率への τ_B の効果　カリブレーションに構造をより導入することが望ましい．基準推定では観測された分布比率を単純に最適公式に代入して最適税率を計算したが，実際には分布比率は税率の変化に応答するはずで，**基準推定には上方バイアスがある可能性がある**．特に $\bar{b}^{\text{left}}$ が τ_B に依存する最小限の構造は導入すべきである．例えば $\tau_B = 100\%$ の場合には $\bar{b}^{\text{left}} = \bar{y}_L$ が自然である (ゼロ相続人はもはや不利ではないため)．最も簡単な仮定は，現在の税率 τ_B^{current} における $\bar{b}^{\text{left}}$ を推定し，$\bar{b}^{\text{left}}(\tau_B)$ の τ_B に関する線形性を仮定することである (線形貯蓄モデルにおいて得られる形, Piketty & Saez (2012))．すなわち:

$$\bar{b}^{\text{left}}(\tau_B) = \frac{\bar{b}^{\text{left}}(\tau_B^{\text{current}})(1-\tau_B) + (\tau_B - \tau_B^{\text{current}})\bar{y}_L}{1-\tau_B^{\text{current}}}.$$

この方法の主な困難は，現行の税制が高度に非線形であり，年次の資本所得課税，法人税，資産税，相続税など複数の課税形態が絡み合っているために，現在の平均的な効果を単純に一つの τ_B^{current} にまとめるのが難しい点である．実務的には全ての形態を含めた平均的な有効資本課税率は米仏ともに約 30%–40% 程度である．この単純化した見方を用いた予備推定では，最適税率が現在の税率と大きく乖離しない限り，線形構造による追加効果はそれほど大きくない．たとえば $\tau_B^{\text{current}} = 40\%$，初期状況で $\tau_B = 60\%$ (米仏両国で，下位 70% の相続人にとってほぼ最適な相続税率，**図 1**) から出発した場合，新たに上の線形補正を入れると修正後の最適値はおよそ $\tau_B \approx 55\%$ となる．非線形税制を考慮したより精緻なカリブレーションは今後の課題である．

■コホート別最適 τ_B　本カリブレーションの別の限界は，単一コホート (2010 年時点の 70 歳以上) を対象に最適税率を算出する点である．これは 1920–30 年代生まれのコホートで，親からの相続は主に 1970–80 年代に行われ，2010–20 年代に子へ遺贈する世代である．**重要な点は我々が定常状態にないことである．** フランスでは 70 年代に相続フローは国民所得の約 5% だったが，近年は約 15% に増加している (Piketty, 2011)．米

[*49] 賃得効果 $\bar{y}_L$ が同じ方向に影響する可能性もある: レンティア的社会 (自ら働くのではなく，資産からの収益，レントで生活する人が多い社会) では非常に富裕な者は働かないために，貧困層・中間層の $\bar{y}_L$ が 100% を超えることもありうるが，歴史データには労働所得が観測されないため評価は困難である．

[*50] 相続財産の分布の異なる % tile における追加所得の限界社会的価値，恐らく SMWW のことだが．

国でも同様の傾向があるが, 増加傾向はやや緩やかである. *51 言い換えれば, 我々は総じて「受けた相続が将来の遺贈より少ない」コホートを基に最適税率を計算しており, これが下方バイアスの原因になりうる.

■総相続フローを用いる式　Piketty & Saez (2012) では最適税式を総相続フロー $b_y = B/Y$ で書き直すことができ, 同じ選好とショック構造の下では最適税率が by の急激な増加関数になることを示した. 直観は次の通りである: by が低い場合, 同一コホート内の高額相続人を課税しても得るものが少なく, 相続額によって資産水準はそれほど乖離しない. 将来の研究では本稿のミクロカリブレーションと ワーキングペーパーで示したマクロカリブレーション を統合し, コホート依存かつ非定常状態を考慮した最適税率を導出することが望まれる. **最近のコホート視点からの最適税率は, 古いコホートのそれよりかなり大きくなる可能性が高い.**

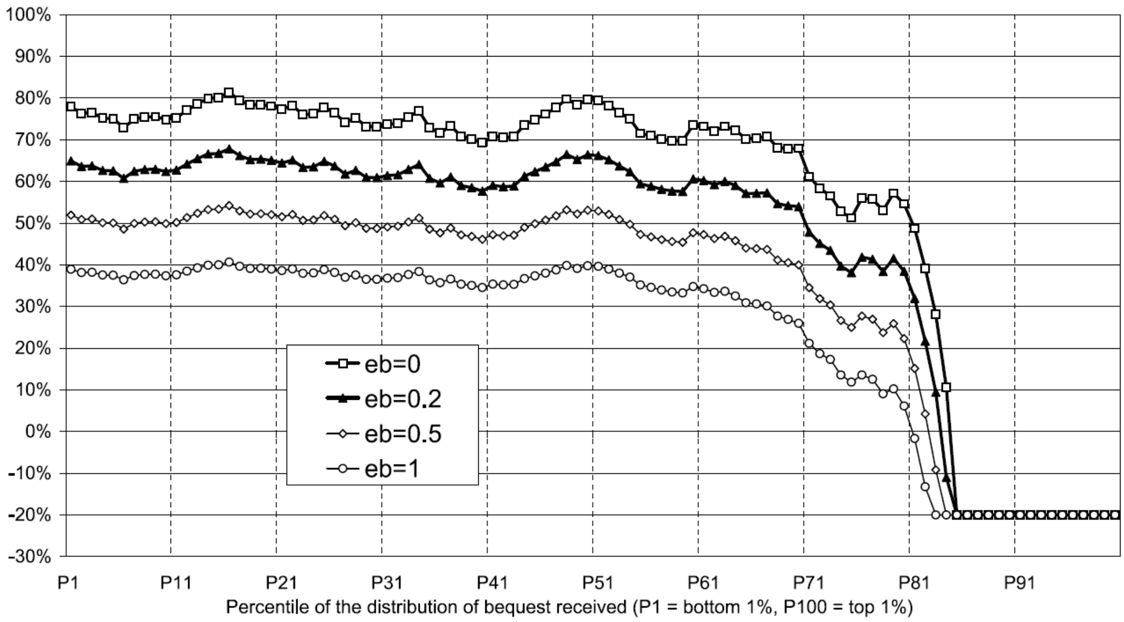

図 4　最適線形相続税率 (フランス, 長期相続弾力性の感応度)

C.4　最適非線形相続税

我々の公式は, 非線形の相続課税にも拡張可能であり, 実務的かつ単純な形として次を考える. 相続 b_{ti} が閾値 b_t^* 未満であれば免税, 閾値を超える部分のみが定率の限界税率 τ_{Bt} で課税される. 実質的には, b_{ti} に対する税は $\tau_{Bt}(b_{ti} - b_t^*)^+$ となる. 実際の遺贈税制度はしばしばこのような形をとる. **異なる税率を持つ複数の税率区分を考慮することは困難 (後述).** ここでは, **Ch.2.2** の基本モデルと能力主義的ロールズ基準のみを考慮する (他のモデルにも拡張可能). 動学的効率性と整合するように, 「世代間」予算均衡のケースを考慮する (**C.2** のように, ゼロ相続人最適値を考慮する場合に可能). 個別の課税対象相続は $B_{ti} = (b_{ti} - b_t^*)^+$ で, 総課税対象相続は $B_t = \int_i B_{ti}$. 個人の問題は次のように書ける:

$$\max_{c_{ti},\, b_{(t+1)i} \geq 0} V^{ti}\big(c_{ti},\, R\left[b_{(t+1)i} - \tau_{B,t+1}(b_{(t+1)i} - b^*_{t+1})^+\right],\, l_{ti}\big)$$

*51 Piketty & Zucman (2013) の一連の研究は, 米国における資産所得比率の上昇を示しているが, 欧州ほど急激ではない. 米国は人口増加率が高く (高い若年人口比や低い死亡率), 非移転型年金資産 (年金基金) の割合が大きいこともあり, 総相続フローの上昇は欧州より抑制される可能性がある.

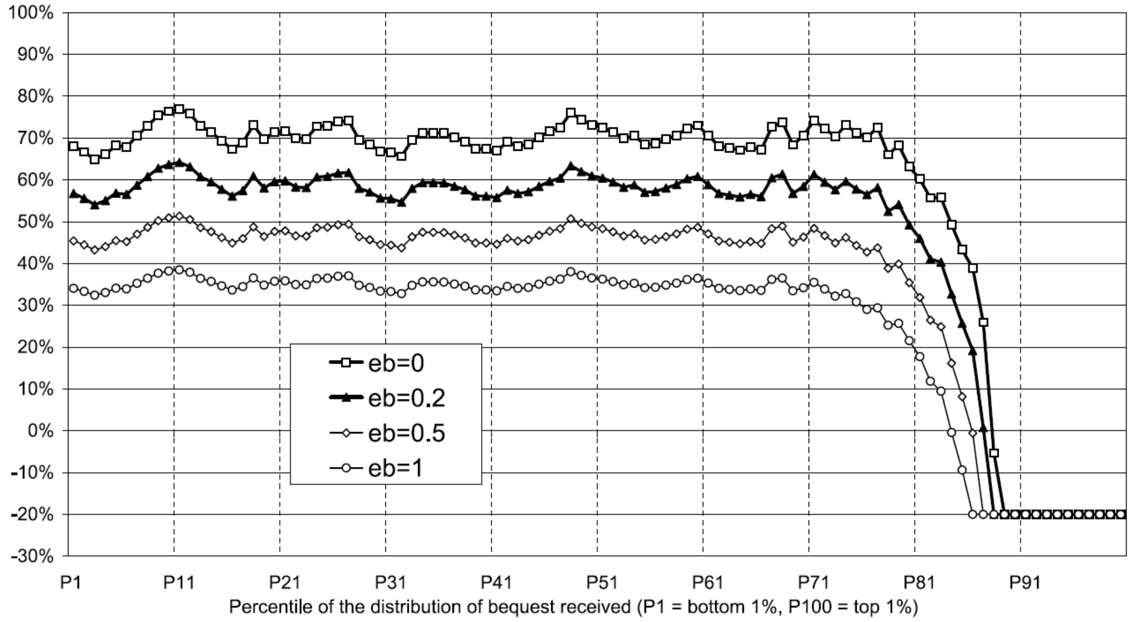

図 5　最適線形相続税率 (アメリカ, 長期相続弾力性の感応度)

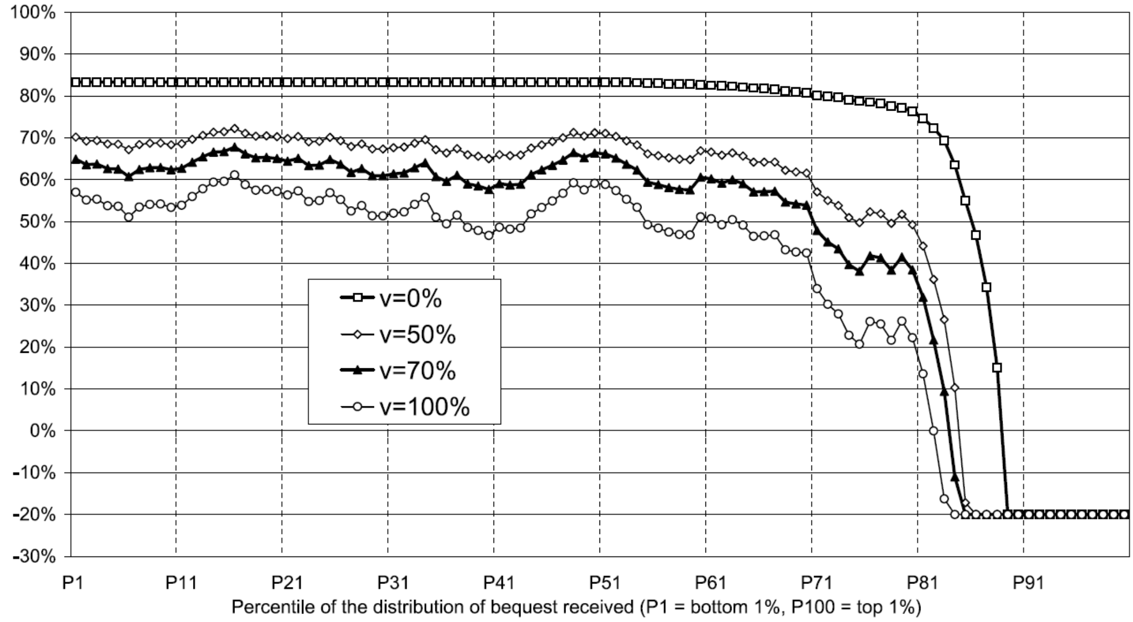

図 6　最適線形相続税率 (フランス, ν の感応度)

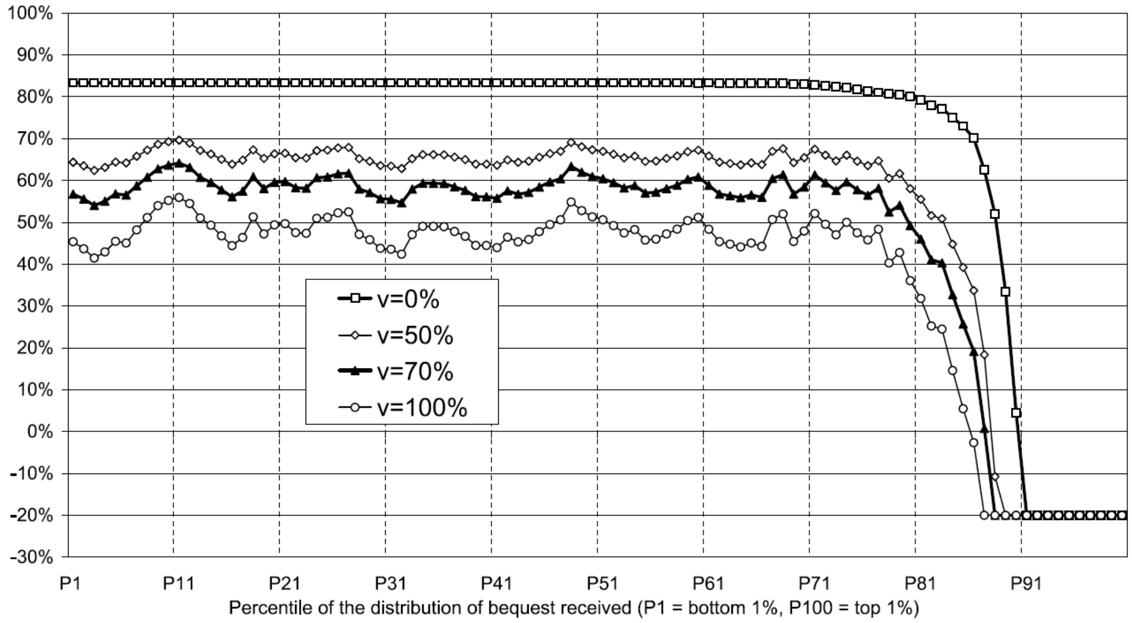

図 7　最適線形相続税率 (アメリカ, ν の感応度)

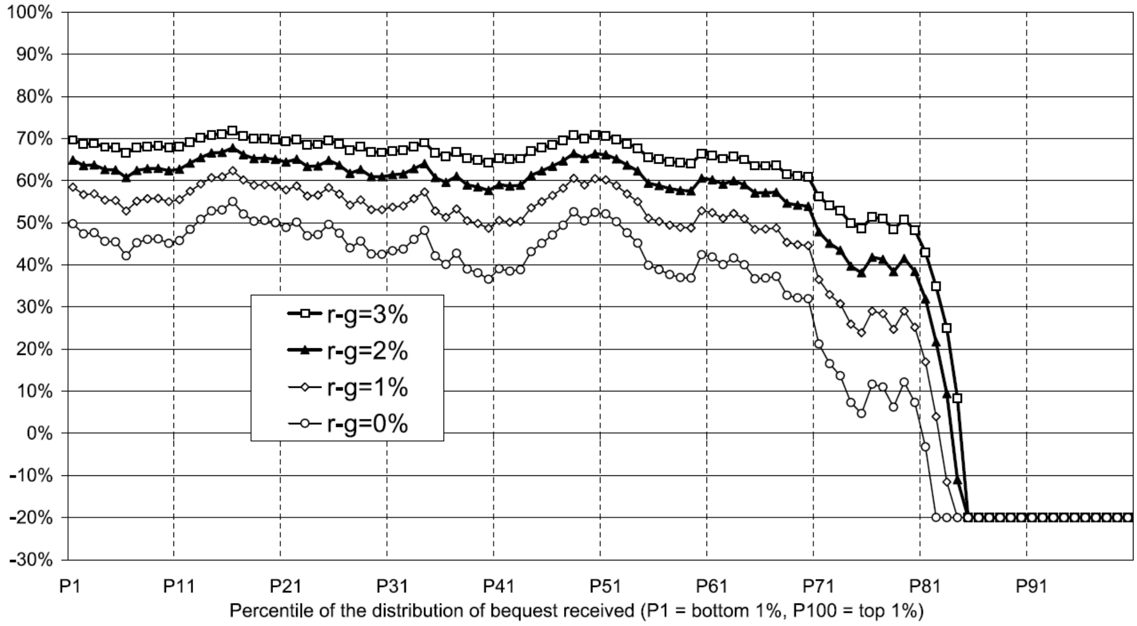

図 8　最適線形相続税率 (フランス, $r-g$ の感応度)

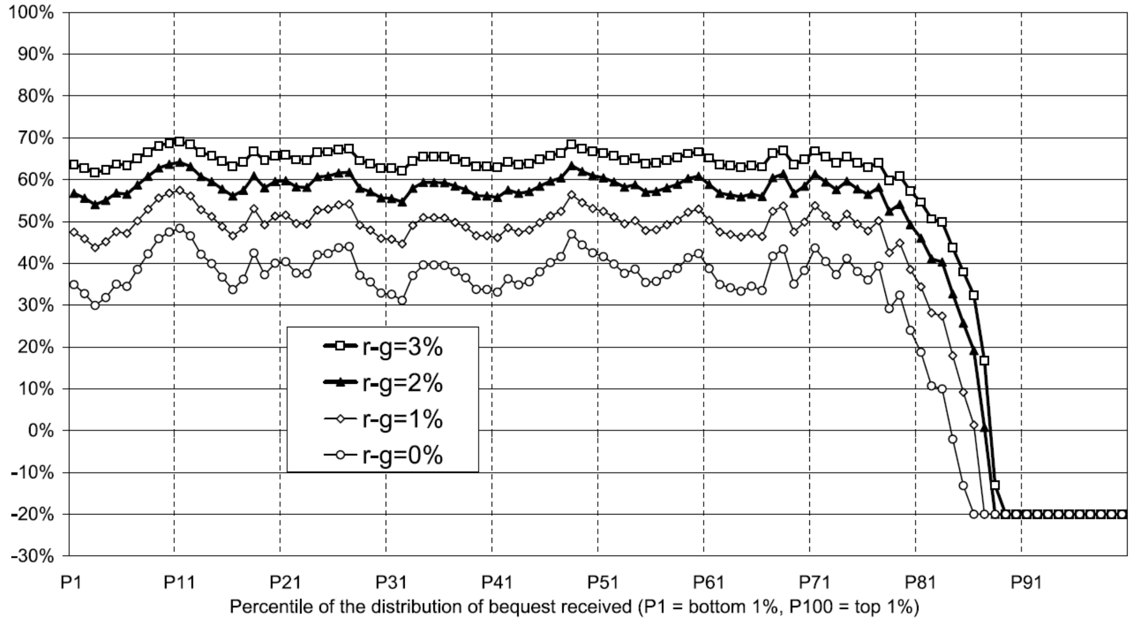

図 9　最適線形相続税率 (アメリカ, $r-g$ の感応度)

$$\text{s.t.}\quad c_{ti}+b_{(t+1)i}=R\big[b_{ti}-\tau_{Bt}B_{ti}\big]+w_{ti}l_{ti}(1-\tau_{Lt})+E_t.$$

個別の遺贈に関する一階条件は, $B_{(t+1)i}>0$ のとき

$$V_c^{ti}=R(1-\tau_{B,t+1})\,V_{\underline{b}}^{ti},$$

かつ $0<b_{(t+1)i}<b_{t+1}^*$ のとき

$$V_c^{ti}=R\,V_{\underline{b}}^{ti}.$$

重要な恒等式として, 常に

$$B_{(t+1)i}V_c^{ti}=R(1-\tau_{B,t+1})B_{(t+1)i}V_{\underline{b}}^{ti}$$

が成立することに留意せよ. 定常状態では b^* を所与かつ一定とする. 政府は次の社会厚生を最大化する:

$$\mathrm{SWF}\;=\;\max_{\tau_L,\tau_B}\;\sum_i\omega_{ti}\,V^{ti}\Big(R(b_{ti}-\tau_BB_{ti})+w_{ti}l_{ti}(1-\tau_L)+E_t-b_{(t+1)i},\;R(b_{(t+1)i}-\tau_BB_{(t+1)i}),\;l_{ti}\Big),\tag{S.9}$$

ここで E は所与で, τ_L と τ_B は結びつき, 「世代別」予算制約

$$E=\tau_BB_{t+1}+\tau_Ly_{Lt}$$

を満たす. ここで集計変数 B_{t+1} は $1-\tau_B$ の関数として決まり（τ_L が調整されるとき）, y_{Lt} は $1-\tau_L$ の関数として決まる（τ_B が調整されるとき）. 正式には, 対応する長期弾力性を次のように定義できる:

$$e_B\equiv\frac{1-\tau_B}{B_t}\,\frac{dB_t}{d(1-\tau_B)}\bigg|_E,\quad e_L\equiv\frac{1-\tau_L}{y_{Lt}}\,\frac{dy_{Lt}}{d(1-\tau_L)}\bigg|_E.$$

小さな改革 $d\tau_B>0$ を考える. 予算均衡の下で $dE=0$ を要請すると, $d\tau_L$ は次を満たす:

$$B_{t+1}\,d\tau_B\left(1-e_B\frac{\tau_B}{1-\tau_B}\right)=-\,d\tau_L\,y_{Lt}\left(1-e_L\frac{\tau_L}{1-\tau_L}\right).$$

個人が効用を最大化することと包絡線定理を用い, 非相続人については $R(b_{ti} - \tau_B B_{ti}) \equiv 0$ であることを用いると, $d\tau_B, d\tau_L$ による SWF の変化は次の形になる:

$$dSWF \;=\; \sum_i \omega_{ti}\Big[V_c^{ti}\cdot(-d\tau_L y_{Lti}) + V_{\underline{b}}^{ti}\cdot(-d\tau_B R B_{(t+1)i})\Big].$$

最適点では $dSWF = 0$ である. 個別一階条件より $V_c^{ti} B_{t+1i} = R(1-\tau_B) B_{t+1i} V_{\underline{b}}^{ti}$ を代入し, 上の $d\tau_L$ の式と g_{ti} の定義を用いれば, 次が得られる:

$$0 = \int_i g_{ti}\left[\frac{1-e_B\,\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_L\,\tau_L/(1-\tau_L)}\,\frac{y_{Lti}}{y_{Lt}} B_{t+1} d\tau_B \;-\; \frac{d\tau_B B_{(t+1)i}}{1-\tau_B}\right].$$

$\bar{y}_L$, $\overline{B}^{\text{left}}$ をそれぞれ $g_{ti}\cdot y_{Lti}/y_{Lt}$ と $g_{ti}\cdot B_{t+1i}/B_{t+1}$ の人口加重平均とし, $B_{t+1}d\tau_B$ で一階条件を割ると:

$$0 \;=\; \frac{1-e_B\tau_B/(1-\tau_B)}{1-e_L\tau_L/(1-\tau_L)}\,\bar{y}_L \;-\; \frac{\overline{B}^{\text{left}}}{1-\tau_B}.$$

最後に, トップ相続（すなわち課税対象となる相続全体）の $1-\tau_B$ に対する弾力性を e_b と定義する. **労働所得課税と類似の議論である.** これは課税対象相続の集合と課税閾値 b^* によるパレート分布の特性と次の単純な関係で結ばれる. すなわち総課税対象相続弾力性 e_B と e_b の間には,

$$e_B = a\cdot e_b, \quad \text{where } a \equiv \frac{b^m(b^*)}{b^m(b^*)-b^*},$$

という関係が成り立つ. ここで $b^m(b^*)$ は閾値 b^* を超える相続の平均で, a はパレートパラメータ.

Proof. 課税可能な相続については $b_{ti} - b^* = B_{ti}$ より, 全微分は $db_{ti} = dB_{ti}$ であるから:

$$b_{ti}\frac{db_{ti}}{b_{ti}} = (b_{ti}-b^*)\frac{dB_{ti}}{B_{ti}}, \quad b_{ti}e_{bti} = (b_{ti}-b^*)e_{Bti}$$

が個人で成り立ち, 集計すると

$$b^m(b^*)e_b = (b^m(b^*)-b^*)e_B \equiv ab^m(b^*)e_B$$

となることから導かれる. □

以上より次の命題が得られる:

■定常状態における能力主義のロールズ的最適非線形最高相続税率　閾値 b^* を超える部分に一定税率 τ_B を課す非線形相続税のもとで, 「世代別」予算均衡かつ非相続人の長期定常状態社会厚生を最大化する税率は:

$$\tau_B \;=\; \frac{1-\left[1-\dfrac{e_L\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\dfrac{\overline{B}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1+e_B} \;=\; \frac{1-\left[1-\dfrac{e_L\tau_L}{1-\tau_L}\right]\cdot\dfrac{\overline{B}^{\text{left}}}{\bar{y}_L}}{1+a\cdot e_b}. \tag{S.10}$$

$\overline{B}^{\text{left}}$, $\bar{y}_L$ は非相続人 ($\because$ 能力主義) の平均課税対象相続・労働所得 (母集団平均に対する比) を表し, e_B は総課税対象相続の弾力性, a は相続分布のパレートパラメータ, e_b は課税対象相続中の (完全相続) 弾力性.