

روش حذفی گاوس جردن : پیچیدگی زمانی از مرتبه $O(N^3)$ و پیچیدگی مکانی از مرتبه $O(N^2)$

روش بسط لاپلاس : پیچیدگی زمانی از مرتبه $O(N!)$ و پیچیدگی مکانی از مرتبه $O(N^3)$

روش امید رضایی فر : پیچیدگی زمانی از مرتبه $O(4^N)$ و پیچیدگی مکانی از مرتبه $O(N^3)$

در ادامه دقت و کارایی سه روش را در ماتریس های با ابعاد مختلف مقایسه میکنیم و در نهایت بهترین روش را انتخاب میکنیم :

1) روش گاوس-جردن

دقت

- روش گاوس-جردن با استفاده از عملیات های خطی و ضرب ماتریس ها، دقت بالایی دارد. اما در صورتی که اعداد موجود در ماتریس بسیار بزرگ یا بسیار کوچک باشند، ممکن است به دلیل خطاهای عددی دقت کاهش یابد

کارایی

- زمان اجرا : $O(N^3)$

- برای ماتریس های کوچک و متوسط (تا حدود $100 * 100$) کارایی بسیار خوبی دارد
- برای ماتریس های بزرگتر، زمان اجرا به دلیل پیچیدگی $O(N^3)$ ممکن است طولانی شود

فضای مورد نیاز

- فضای ذخیره سازی : $O(N^2)$

- نیاز به فضای N^2 برای ذخیره سازی ماتریس اصلی و ماتریس های میانی

2) روش گسترش لاپلاس

دقت

- گسترش لاپلاس یکی از روش های کلاسیک و دقیق برای محاسبه دترمینان است. اما در ماتریس های بزرگ به دلیل تعداد زیاد محاسبات، خطاهای عددی ممکن است افزایش یابد

کارایی

- زمان اجرا : $O(N!)$

- برای ماتریس‌های کوچک (تا حدود $10 * 10$) مناسب است
- برای ماتریس‌های بزرگ‌تر، پیچیدگی فاکتوریل باعث می‌شود که زمان اجرا به شدت افزایش یابد و این روش عملاً غیرقابل استفاده شود

فضای مورد نیاز

• فضای ذخیره‌سازی : $O(N^3)$

- برای هر زیرماتریس نیاز به فضای ذخیره‌سازی جدید دارد، اما به دلیل بازگشت به عقب، فضای مورد نیاز تا حدی کاهش می‌یابد

3) روش امید رضایی فر

دقت

- این روش دقت بالایی دارد، اما مانند دیگر روش‌ها، ممکن است در اعداد بسیار بزرگ یا کوچک خطاهای عددی رخ دهد

کارایی

• زمان اجرا : $O(4^N)$

- برای ماتریس‌های کوچک تا متوسط (تا حدود $15 * 15$) مناسب است.
- برای ماتریس‌های بزرگ‌تر، پیچیدگی نمایی باعث می‌شود که زمان اجرا به شدت افزایش یابد و این روش عملاً غیرقابل استفاده شود

فضای مورد نیاز

• فضای ذخیره‌سازی : $O(N^3)$

- نیاز به فضای N^2 برای ذخیره‌سازی ماتریس اصلی و فضای اضافی برای ذخیره‌سازی گراف و ماتریس‌های میانی

مقایسه کلی

برای ماتریس‌های کوچک (تا حدود $10 * 10$) :

- روش گسترش لاپلاس : دقیق و مناسب، اما زمان اجرا بالا
- روش گاوس-جردن : دقیق و کارا
- روش امید رضایی فر : دقیق، اما زمان اجرا بالا

برای ماتریس‌های متوسط (تا حدود $50 * 50$) :

- روش گاوس-جردن : دقیق و کارا، پیچیدگی $O(N^3)$ نسبت به سایر روش‌ها بهتر است
- روش امید رضایی فر : زمان اجرا بالا
- روش گسترش لاپلاس : زمان اجرا بسیار بالا
- برای ماتریس‌های بزرگ‌تر (بیشتر از $50 * 50$) :
- روش گاوس-جردن : دقیق و کارا، مناسب‌ترین روش از نظر زمان اجرا
- روش امید رضایی فر و روش گسترش لاپلاس : زمان اجرا بسیار بالا و عملاً غیرقابل استفاده

بهترین روش

روش گاوس-جردن به دلیل پیچیدگی زمانی $O(N^3)$ و فضای ذخیره‌سازی $O(N^2)$ ، به ویژه برای ماتریس‌های بزرگ، از نظر کارایی برتری دارد و همچنان دقت بالایی را حفظ می‌کند. روش بسط لاپلاس تنها برای ماتریس‌های بسیار کوچک مناسب است و روش امید رضایی فر برای موارد خاص و ماتریس‌های کوچک تا متوسط کاربرد دارد.

در نتیجه ما روش گاوس-جردن را برای محاسبه دترمینان در الگوریتم hill cipher استفاده می‌کنیم