**روش حذفی گاوس جردن :** پیچیدگی زمانی از مرتبه O(N3) و پیچیدگی مکانی از مرتبه O(N2)

**روش بسط لاپلاس :** پیچیدگی زمانی از مرتبه O(N!) و پیچیدگی مکانی از مرتبه O(N3)

**روش امید رضایی فر :** پیچیدگی زمانی از مرتبه O(4N) و پیچیدگی مکانی از مرتبه O(N3)

در ادامه دقت و کارایی سه روش را در ماتریس های با ابعاد مختلف مقایسه میکنیم و در نهایت بهترین روش را انتخاب میکنیم :

**(1 روش گاوس-جردن**

**دقت**

* روش گاوس-جردن با استفاده از عملیات‌های خطی و ضرب ماتریس‌ها، دقت بالایی دارد. اما در صورتی که اعداد موجود در ماتریس بسیار بزرگ یا بسیار کوچک باشند، ممکن است به دلیل خطاهای عددی دقت کاهش یابد

**کارایی**

* **زمان اجرا** **:** O(N3)
  + برای ماتریس‌های کوچک و متوسط (تا حدود 100 \* 100) کارایی بسیار خوبی دارد
  + برای ماتریس‌های بزرگ‌تر، زمان اجرا به دلیل پیچیدگی O(N3) ممکن است طولانی شود

**فضای مورد نیاز**

* **فضای ذخیره‌سازی:** O(N2)
  + نیاز به فضای N2 برای ذخیره‌ سازی ماتریس اصلی و ماتریس‌های میانی

**(2 روش گسترش لاپلاس**

**دقت**

* گسترش لاپلاس یکی از روش‌های کلاسیک و دقیق برای محاسبه دترمینان است. اما در ماتریس‌های بزرگ به دلیل تعداد زیاد محاسبات، خطاهای عددی ممکن است افزایش یابد

**کارایی**

* **زمان اجرا** **:** O(N!)
  + برای ماتریس‌های کوچک (تا حدود 10 \* 10) مناسب است
  + برای ماتریس‌های بزرگ‌تر، پیچیدگی فاکتوریل باعث می‌شود که زمان اجرا به شدت افزایش یابد و این روش عملاً غیرقابل استفاده شود

**فضای مورد نیاز**

* **فضای ذخیره‌سازی** **:** O(N3)
  + برای هر زیرماتریس نیاز به فضای ذخیره‌سازی جدید دارد، اما به دلیل بازگشت به عقب، فضای مورد نیاز تا حدی کاهش می‌یابد

**(3 روش امید رضایی فر**

**دقت**

* این روش دقت بالایی دارد، اما مانند دیگر روش‌ها، ممکن است در اعداد بسیار بزرگ یا کوچک خطاهای عددی رخ دهد

**کارایی**

* **زمان اجرا** **:** O(4N)
  + برای ماتریس‌های کوچک تا متوسط(تا حدود 15 \* 15) مناسب است.
  + برای ماتریس‌های بزرگ‌تر، پیچیدگی نمایی باعث می‌شود که زمان اجرا به شدت افزایش یابد و این روش عملاً غیرقابل استفاده شود

**فضای مورد نیاز**

* **فضای ذخیره‌سازی** **:** O(N3)
  + نیاز به فضای N2 برای ذخیره‌سازی ماتریس اصلی و فضای اضافی برای ذخیره‌سازی گراف و ماتریس‌های میانی

**مقایسه کلی**

**برای ماتریس‌های کوچک (تا حدود 10 \* 10) :**

* **روش گسترش لاپلاس:**  دقیق و مناسب، اما زمان اجرا بالا
* **روش گاوس-جردن:**  دقیق و کارا
* **روش امید رضایی فر :** دقیق، اما زمان اجرا بالا

**برای ماتریس‌های متوسط (تا حدود 50 \* 50) :**

* **روش گاوس-جردن:**  دقیق و کارا، پیچیدگی O(N3) نسبت به سایر روش‌ها بهتر است
* **روش امید رضایی فر :** زمان اجرا بالا
* **روش گسترش لاپلاس:** زمان اجرا بسیار بالا

**برای ماتریس‌های بزرگ‌تر(بیشتر از 50 \* 50) :**

* **روش گاوس-جردن:** دقیق و کارا، مناسب‌ترین روش از نظر زمان اجرا
* **روش امید رضایی فر** و **روش گسترش لاپلاس:** زمان اجرا بسیار بالا و عملاً غیرقابل استفاده

**بهترین روش**

روش گاوس جردن به دلیل پیچیدگی زمانی O(N3)و فضای ذخیره‌سازی O(N2)، به‌ ویژه برای ماتریس‌های بزرگ، از نظر کارایی برتری دارد و همچنان دقت بالایی را حفظ می‌کند. روش بسط لاپلاس تنها برای ماتریس‌های بسیار کوچک مناسب است و روش امید رضایی فر برای موارد خاص و ماتریس‌های کوچک تا متوسط کاربرد دارد.

در نتیجه ما روش گاوس جردن را برای محاسبه دترمینان در الگوریتم hill cipher استفاده میکنیم