Física de Partículas Elementales (G71)

4 Curso - Grado de Física - Primer parcial

Cuestión 1. El CERN produce un haz de neutrinos muónicos que es detectado en el experimento OPERA (Grand Saso, Italia). El haz de neutrinos se produce a través del decaimiento del pión cargado ($\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$). Si la energía de los piones es de 10 GeV y los muones que son detectados a un ángulo dado tienen una energía de 6 GeV, ¿Qué ángulo forman los neutrinos con la dirección de los muones?. Considera la masa de los neutrinos despreciable, y $m(\pi^+) = 0{,}140$ GeV y $m(\mu^+) = 0{,}106$ GeV. **(2 Puntos)**.

Cuestión 2. Define los siguientes conceptos indicando si se trata de magnitudes invariantes bajo transformaciones de Lorentz: tasa de transición, sección eficaz, densidad de estados, elemento de matriz T_{if}.**(2 Puntos)**.

Cuestión 3. Prueba las siguientes relaciones de las matrices γ **(1 Punto)**:

1. $\gamma_\mu \gamma^\mu = 4I$
2. $\gamma_\mu \gamma_\nu a^\nu \gamma^\mu = -2\gamma_\nu a^\nu$

Cuestión 4. Demuestra que cada una de las componentes de los espinores de Dirac cumple la ecuación de Klein-Gordon $(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\psi_i = 0$. Para ello multiplica a la ecuación de Dirac por $(i\gamma^\nu \partial_\nu + m)$ y opera sabiendo que $\gamma^\nu \gamma^\mu a_\mu a_\nu = \frac{1}{2}(\gamma^\nu \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^\nu) a_\mu a_\nu$. **(1 Punto)**.

Cuestión 5. Definir el concepto de helicidad. ¿Por qué se dice que el momento angular orbital no es una buena magnitud para estudiar las soluciones de la ecuación de Dirac? **(1 Punto)**.

Cuestión 6. ¿A qué llamamos operador conjugación de carga y cómo se relaciona con la interacción electromagnética?. Demuestra que si aplicamos el operador conjugación de carga a los espinores de partícula en **??**, obtenemos los espinores de antipartícula. **(1 Punto)**.

Cuestión 7. Usando el espinor para una partícula de helicidad negativa, demuestra que su cuadricorriente de probabilidad asociada es $j^\mu = 2p$. Para ello ayúdate de las matrices de Dirac (**??**) y recuerda que la normalización de los spinores viene dada por $N = \sqrt{E+m}$. **(2 Puntos)**.

$$u_\uparrow = N\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \frac{|\vec{p}|}{E+m}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \frac{|\vec{p}|}{E+m}e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \qquad u_\downarrow = N\begin{pmatrix} -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \frac{|\vec{p}|}{E+m}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ -\frac{|\vec{p}|}{E+m}e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$v_\uparrow = N\begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+m}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ -\frac{|\vec{p}|}{E+m}e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \qquad v_\downarrow = N\begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E+m}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \frac{|\vec{p}|}{E+m}e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Figura 0.1: Espinores solución a la ecuación de Dirac y autoestados del operador helicidad.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Figura 0.2: Matrices de Dirac.