Corrige des exemples du cours Chapitre 1: suites révisions.

🦪 Capacité 1 Modéliser une situation par une suite

On s'intéresse à une population de phoques vivant sur une île et dont le nombre d'individus diminue de façon inquiétante.

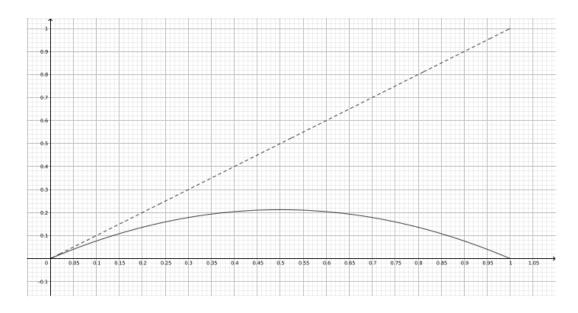
Au début de l'an 2000, on comptait 500 phoques. Une étude a permis de modéliser ce nombre de phoques par la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0.5 \\ u_{n+1} = 0.85u_n(1-u_n) \end{cases}$$

où pour tout entier naturel n, u_n modélise le nombre de phoques, en milliers, au début de l'année 2000 + n.

Dans les calculs, on arrondira les nombres de phoques à l'unité.

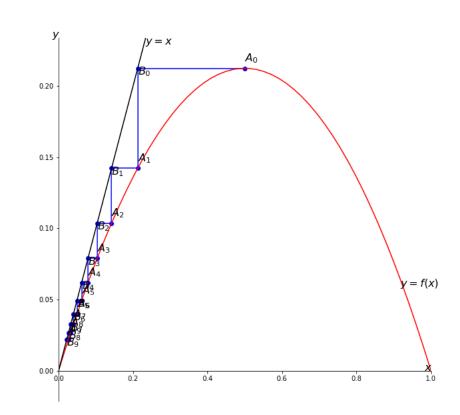
- 1. Calculer, dans ce modèle, le nombre de phoques au début de l'année 2001 puis de l'année 2002.
- **2.** On a représenté sur le graphique ci-dessous la courbe \mathscr{C}_f de la fonction définie sur [0;1] par $f: x \mapsto 0,85x(1-x)$ et la droite Δ d'équation y=x.



1)
. Nombre de phorques en 2001: $\mu_{\chi} = 0,85 \,\mu_{0}(1-\mu_{0}) = 0,85 \times 0,5 \times (1-0,5)$ $\mu_{\chi} = 0,85 \times 0,25 = 0,2125 \text{ milliers}$ soil: environ 213 que esces

Nombre de phoques en 2003: 29 = U,85 19, (1-11)

M2=0,85×92125×(1-92125)≈9162 millions



3) a)	deg	SE	QUENCES	
	Sequences		Graph	Table
	Set the interva	al		
	n		un	
	_	0	0.5	
		1	0.2125	
		2	0.1422422	
	_	3	0.1037079	
		4	0.07900972	
		5	0.0618521	
	_	6	0.04932246	
		7	0 03005530	

- a. Calculer des valeurs approchées des dix premiers termes de la suite (un) avec le mode suite de sa calculatrice.
 - **b.** Reporter les premiers termes dans la capture de feuille de tableur ci-dessous. Quelle formule faudrait-il saisir en A3 et B3 pour compléter la feuille de calcul?

Page 2/11

https://frederic-junier.org/



Suites et modèle discret

MathsComp

	A	В
1	n	u_n
2	0	0,5
3	1	
4	2	
5	3	

c. Compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie une liste avec les n premiers termes de la suite (u_n) :

4. Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la limite de la suite (u_n) ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

et que la population de phoques va s'éteindre

Capacité 2 *Utiliser la méthode du signe de la différence*Soit (u_n) la suite définie pour tout entier $n \ge 0$ par $u_0 = 99$ et $u_{n+1} = u_n - n^2 + 2n + 8$. Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ et en déduire l'étude des variations de la suite (u_n) .

1) Pour tout entier n > 0:

Mm+- M = - m2 +2m+8

On étudie le signe du trinôme - n°+2m+8

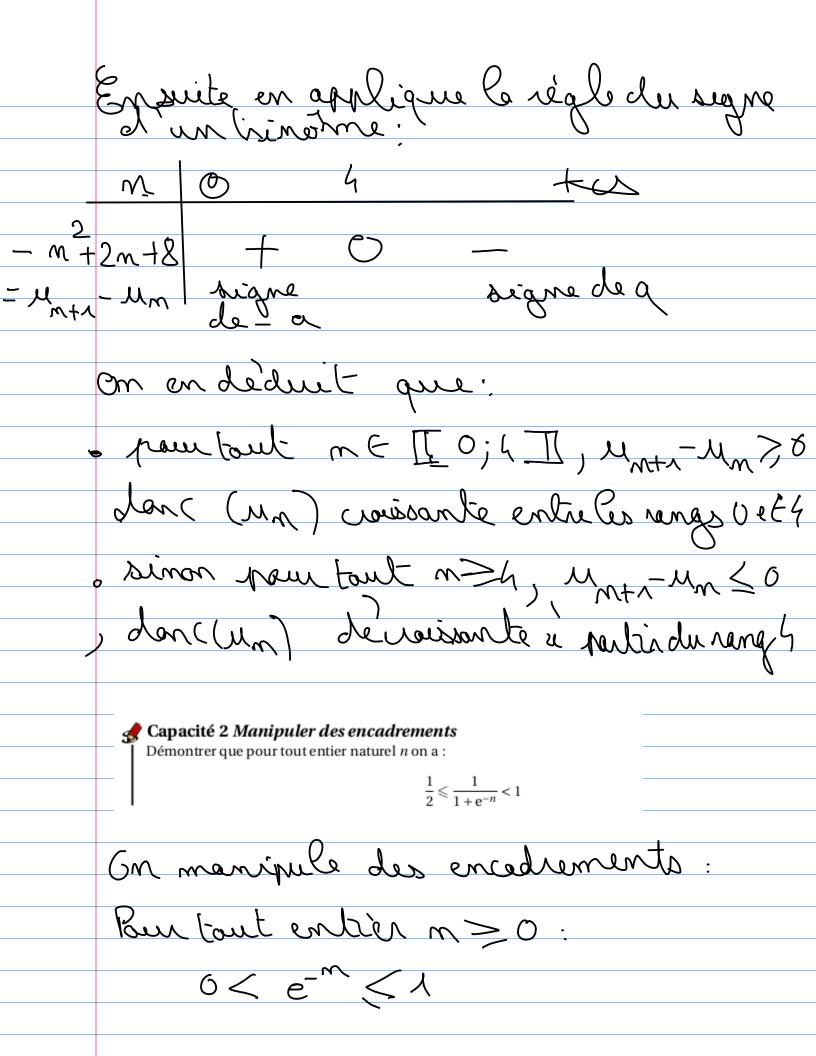
Dobord en détermine ses ravines.

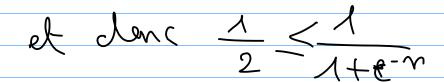
D = 6 - 4a(= 22-4x(-1)x8=36

1 > 0 donc 2 racines distinctes.

 $\alpha_{1} = -b - \sqrt{0} = -2 - 6 - 4$ at $\alpha_{2} = \frac{C}{a}$









🦼 Capacité 4 Choisir une méthode adaptée pour étudier le sens de variation d'une suite

1. Méthode 1 : $Si u_n = f(n)$, étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier $n \ge 0$, par $u_n = \frac{e^n}{e^n + 1}$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$. On a pour tout entier $n \ge 0$, $u_n = f(n)$.

Iustifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et déterminer l'expression de f'(x). ATTENTION, on peut dériver la fonction f mais pas la suite (u_n) car celle-ci n'est pas définie sur un intervalle!!!

Page 5/11

https://frederic-junier.org/



Suites et modèle discret

MathsComp

- En déduire le sens de variation de la fonction f sur \mathbb{R} , puis le signe de $u_{n+1} u_n$ pour tout entier $n \ge 0$ et le sens de variation de (u_n) .
- **2. Méthode 2** : Etudier le signe de $u_{n+1} u_n$

Soit la suite (u_n) définie par $u_0=5$ et pour tout entier $n\in\mathbb{N}$, par $u_{n+1}=u_n(1-2u_n)$.

- Étudier le signe de $u_{n+1} u_n$ pour $n \in \mathbb{N}$.
- Conclure sur le sens de variation de la suite (u_n) .

pour tout n E [] par : $M^{-\frac{b_{W}+\gamma}{\epsilon_{W}}} = \beta(w)$ avec l'affinie sur $(x) = \frac{e^{x}}{e^{x}}$, , , 6-1 avec net v derivulles dont fderivable sur PR Pour tout réel se: $M(x) = e^{x}$ $M(x) = e^{x}$ $N(x) = e^{x}$ $N(x) = e^{x}$ Dapies une formule du cours.

(M) = MN - MN

N2 donc: $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{x}+1}{e^{x}}\right) - \frac{e^{x}(e^{x}+1)^{2}}{(e^{x}+1)^{2}}$

denc ((x) - (ex)2 Pour tout red se, on e² >0 et-(271)>0 den()(x) >0 La fontion fest don strictement Crainsonte sur R. La suite (un) definir pour bout entier n > oper un= (n) est donc craissante ar l'ensem - Redesentiers naturels Her-Inclus dans R.

27 Boit la suite (um) définie pour tout enlier naturel n vou: Suo=5 VmE AU, vm+= ven (1-2 um) Pour tout entier naturel n, on a: Mm+1-1m= Mm (1-2Mm) -Mm 10- 10 - 10 - 2 mg - Mn Um cared est tourgours positif (pour un réel)

Nonc un 20 et donc Mm+ - Mm < 0 On en déduit que jour tout entir naturel n, on a: Hours Elm et que la suite (um) est décraissante

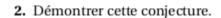
A Capacité 7 Démontrer qu'une suite est bornée

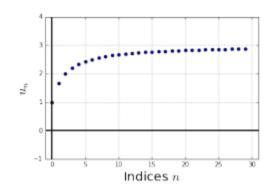
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier $n \ge 0$ par $u_n = 3n + 2$

 $\overline{n+2}$

 On donne ci-contre la représentation graphique des premiers termes de la suite (u_n) dans un repère orthonormal.

Émettre une conjecture sur un minorant et un majorant possibles de la suite (u_n) .





1) Graphiquement, en peut consecturer que pour tout entier n>0, en a:

1< Un 23

et donc que l'est minarant à un majorant de la suite (un

2) Demontrons alte ansectus en appliquant deux fair la mélhod du signe de la défférence:

Pour bout entier nso:

3 - 4n = 3 - 3n+2 - 3(n+2) - (3n+2)

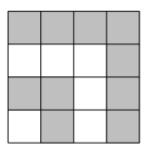
Gn a don (3 - 4 m > c E> nu sobte 3 est donc un majorant de (un) D'outre part: $y_{1} - 1 = \frac{3m+2}{m+2} - \frac{m+2}{m+2}$ Gm a dong um-1>0 et donc 1 \le um 1 est donc un minorant de (up Remarque: On rent dementier que (un) est voissante et donc mi-noise par son quemier termo ero.

de Capacité 8 Étudier une suite arithmétique

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ des entiers impairs successifs :

$$u_1 = 1$$
, $u_2 = 3$, $u_3 = 5$,...

- 1. Justifier que $(u_n)_{n\geqslant 1}$ est une suite arithmétique.
- Soit n un entier naturel positif, exprimer un en fonction de n.
- **3.** Démontrer que pour tout entier $n \ge 1$, on a $\sum_{k=1}^{n} u_k = n^2$.



1) Pour tout entier naturel m, on a'

La suite des entiers impairs successifs est donc orithmètique de reison. 2.

2) D'après une propriété du cours, pour tout entier naturel n, on a:

Um=U,+(m-1)×2=1+2m-2=2m-1

3) D'après une propriété du ours, pour tout entier nobrel n, on a

2 ME = M1 + - .. + M = W X M1 + MW

🚀 Capacité 7 Étudier une suite géométrique

Un globe-trotter a comme objectif de parcourir 2000 km à pied. Il peut parcourir 40 km en une journée, mais, la fatigue s'accumulant, la distance qu'il parcourt diminue de 3 % chaque nouvelle journée. On note la distance D_n la distance parcourue durant le n-ième jour. Le premier jour de son périple, il parcourt donc $D_1 = 40 \, km$.

- 1. Calculer la distance parcourue le deuxième jour.
- **2.** Quelle est la nature de la suite (D_n) ? Donnez ses éléments caractéristiques.
- **3.** Pour tout entier naturel $n \ge 1$, déterminer l'expression de D_n en fonction de n.
- **4.** Pour calculer le nombre de jours qu'il faudra au globe-trotter pour atteindre son objectif, on a écrit la fonction Python suivante :

```
def nb_jours():
    j = 1
    u = 40
    S = 40
    while .....:
        u = 0.97 * u
        S = S + u
        j = .....
    return j
```

Compléter les deux lignes incomplètes de cette fonction.

5. Déterminer une expression en fonction de n de la distance totale T_n parcourue au bout de n jours :

$$T_n = D_1 + D_2 + \ldots + D_n$$

6. Réaliser un tableau de valeurs de *T_n* avec le mode suite de sa calculatrice et en déduire le nombre de jours qu'il qu'il faudra au globe-trotter pour atteindre son objectif.