

# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien
- 4 Dérivation
- 5 Convexité
- 6 Probabilités

## Automatisme 1 *thème : calcul mental*

- ① Le triple de 24,16 est ...
- ②  $34 \times 11 = \dots$
- ③  $202 \times 198 = \dots$
- ④ Quel est le nombre de solutions de l'équation  $-2x^2 + 5 = -3$  ?
- ⑤ 40 % de 125 est égal à ...
- ⑥ Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un pile lorsqu'on lance trois fois de suite une pièce équilibrée ?
- ⑦ Écrire  $(3^2 \times 3^5)^4$  sous la forme d'une puissance de 3.

# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien
- 4 Dérivation
- 5 Convexité
- 6 Probabilités

## Automatisme 2 thème : *Calculs de termes*

- Soit la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_0 = 4$  et  $u_{n+1} = 2u_n - 1$ . Calculer  $u_1$  et  $u_2$  et  $u_3$ .
- Écrire une fonction Python qui renvoie le terme de rang  $n$  de la suite précédente.
- Soit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_0 = 1$  et  $v_{n+1} = v_n - n + 1$ . Calculer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .
- Écrire une fonction Python qui renvoie le terme de rang  $n$  de la suite précédente.

## Automatisme 3 thème : Suites arithmétiques

- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_4 = -1$  et  $u_{16} = 3$ . Déterminer la raison de cette suite et calculer  $u_{100}$ .
- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $-3$  et de premier terme  $u_1 = 10$ . Calculer la somme de termes successifs

$$u_{32} + u_{33} + \dots + u_{42} = \sum_{k=32}^{42} u_k.$$

## Automatisme 4 *thème : Suites arithmétiques et géométriques*

- Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_4 = -1$  et  $u_{10} = 9$ . Déterminer la raison de cette suite et calculer  $u_{20}$ .
- Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $v_0 = 3$  et telle que  $v_0 + v_1 + \dots + v_9 = 345$ . Calculer la raison de la suite  $(v_n)$ .
- Est-il vrai que pour tout entier  $n \geq 0$ , on a  $\sum_{k=0}^{n-1} 2^k = 2^n - 1$  ?

# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien**
- 4 Dérivation
- 5 Convexité
- 6 Probabilités

## Automatisme 5 *thème : logarithme*

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes

①  $e^{2-x} = 4$

②  $e^x = \ln(0,1)$

③  $e^x e^{-4x+1} = \ln(10)$



## Automatisme 6 *thème : logarithme*

- 1 Déterminer l'ensemble  $E$  des réels  $x$  tels que  $x^2 - 1 > 0$
- 2 Résoudre dans  $E$  l'équation  $\ln(x^2 - 1) = 0$
- 3 Résoudre dans  $E$  l'inéquation  $\ln(x^2 - 1) < 0$

## Automatisme 7 thème : *logarithme*

Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 20$  et de raison  $0,85$ .

- 1 Déterminer la limite de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
- 2 Déterminer le plus petit entier  $n \geq 0$  tel que  $u_n < 10^{-6}$ .

## Automatisme 8 *thème : logarithme*

On note  $p_n$  l'effectif d'une population de bactéries au bout de  $n$  jours. La population augmente de 10 % par jour et on a  $p_0 = 500$ .

- ❶ Déterminer la nature de la suite  $(p_n)_{n \geq 0}$ .
- ❷ Déterminer la limite de la suite  $(p_n)_{n \geq 0}$ .
- ❸ Au bout de combien de jours la population de bactéries dépassera-t-elle un million ?

## Automatisme 9 *thème : logarithme*

Exprimer en fonction de  $\ln(2)$  ou d'un entier les expressions suivantes :

①  $A = \ln(8 \times 3) - \ln(3) + \ln(e^2) - \ln(\sqrt{2})$

②  $B = \ln\left(\frac{2}{5}\right) + \ln(5)$

③  $C = \ln(8) \ln(4)$

④  $D = \frac{\ln(8)}{\ln(4)}$

# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien
- 4 Dérivation**
- 5 Convexité
- 6 Probabilités

## Automatisme 10 *thème : dérivation*

On admet que les fonctions suivantes sont dérivables sur  $]0; +\infty[$ ,  
déterminer une expression de leur fonction dérivée :

①  $f : x \mapsto x^2 - 4x + 1$

②  $f : x \mapsto e^x + e^1$

③  $f : x \mapsto (\sqrt{x} + x - 2)e^x$

④  $f : x \mapsto \frac{e^x}{x}$

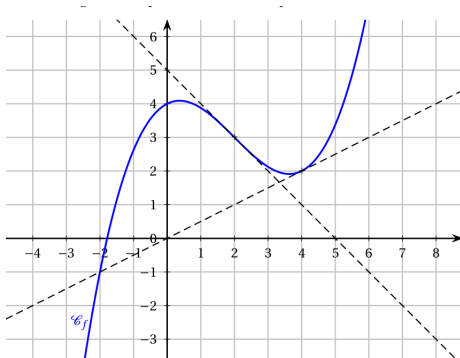
⑤  $f : x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x}$

⑥  $f : x \mapsto \frac{-2}{1+e^x}$

## Automatisme 11 *thème : dérivation*

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$  et ses tangentes aux points d'abscisses respectives 2 et 4.

Par lecture graphique, déterminer  $f'(2)$ ,  $f(2)$ ,  $f'(4)$ ,  $f(4)$  et des équations des deux tangentes.



# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien
- 4 Dérivation
- 5 Convexité**
- 6 Probabilités



## Automatisme 12 *thème : convexité*

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $]0; +\infty[$  telle que  $f(x) = \ln(x)$ .

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe dans un repère du plan.

- ❶ Déterminer une équation de la tangente  $\mathcal{T}$  à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 1.
- ❷ Soit la fonction  $d$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $d(x) = \ln(x) - (x - 1)$ .
  - ❶ Étudier les variations de  $d$  et en déduire son signe.
  - ❷ En déduire une étude de la position relative de  $\mathcal{T}$  par rapport à  $\mathcal{C}_f$ .
- ❸ Plus généralement, quelle conjecture peut-on faire sur la position relative de  $\mathcal{C}_f$  par rapport à sa tangente en un point d'abscisse  $a > 0$  ?

# Plan

- 1 Calcul mental
- 2 Suites
- 3 Logarithme népérien
- 4 Dérivation
- 5 Convexité
- 6 Probabilités**

## Automatisme 13 *thème : probabilités*

Parmi 25 calculettes, il y en a cinq qui sont défectueuses. Si on en prend quatre au hasard, quelle est la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse ?

## Automatisme 14 *thème : probabilités*

Soit  $Z$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres  $n = 70$  et  $p$  un réel compris entre 0 et 1.

On donne  $\mathbb{P}(Z = 10) = c$  et  $\mathbb{P}(Z > 10) = d$  avec  $c$  et  $d$  deux réels compris entre 0 et 1.

Exprimer en fonction de  $c$  et  $d$  les probabilités  $\mathbb{P}(Z \geq 10)$ ,  $\mathbb{P}(Z < 10)$  et  $\mathbb{P}(Z \leq 10)$ .

## Automatisme 15 *thème : probabilités*

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres  $n$  un entier strictement positif et  $p = 0,8$ .  
Déterminer le plus petit entier  $n$  tel que  $\mathbb{P}(X \geq 1) > 0,9999$ .