Ramanujan (Srinivasa) (1887-1920)

Génial en mathématiques dès son enfance, Srinivasa Ramanujan, né dans une famille pauvre du sud de l'Inde, a eu une vie peuplée de formules et de théorèmes qu'en parfait autodidacte il a inventés seul, écrits dans ses carnets souvent sans démonstration et qu'aujourd'hui encore des mathématiciens continuent à étudier.

Il n'a jamais eu dans sa jeunesse qu'un seul livre de mathématiques, *A Synopsis of elementary results in pure mathematics* de George Carr (1856), dans lequel il a appris les rudiments et qui lui a insufflé sa passion pour les mathématiques. En 1902 déjà, après avoir inventé sa propre méthode pour résoudre les équations de degré 3 ou 4, il ne savait pas qu'on ne pouvait pas résoudre celles de degré 5 par radicaux… et il s'y essaya, évidemment sans succès. Passionné toujours, il commence ses recherches sur les séries dès 1904, avant même son entrée à l'université. Il fréquente par la suite un collège universitaire, mais se voit refuser l'accès à l'université de Madras (trop bon en mathématiques, mais pas assez ailleurs !) Qu'à cela ne tienne, il poursuit avec ténacité, malgré sa santé fragile, ses travaux en solitaire : fractions continues, séries divergentes (1908). Les problèmes qu'il pose dans le *Journal of Indian Mathematical Society* et un article brillant sur les nombres de Bernoulli dans cette même publication font de lui un mathématicien reconnu et génial, même sans formation universitaire.

Lassé de vivre de petits travaux et d'aides financières, il envoie en 1913 au mathématicien britannique Godfrey Hardy une liste impressionnante de résultats de son cru, que celui-ci et son collègue John Littlewood prennent très au sérieux, si bien que G. Hardy fera venir le jeune Ramanujan à Trinity College à Cambridge en 1914. Leur collaboration a été très fructueuse et en 1916, Ramanujan est diplômé de Cambridge, grâce à son mémoire portant sur les *nombres hautement composés* (voir ci-dessous). Cependant, il supporte mal le climat et le régime alimentaire de l'Angleterre et tombe sérieusement malade en 1917, au point de devoir aller en maison de repos.

En 1918, il devient à la fois membre du Trinity College et de la Royal Society of London, proposé par une liste impressionnante de mathématiciens. Ses ennuis de santé s'estompent un peu, puis reprennent ; en 1919 il retourne dans son pays, où il décède malheureusement l'année suivante.

Les trouvailles de Ramanujan

« *Tout entier positif est un ami personnel de Ramanujan* » disait de lui J. Littlewood et il est vrai que nombre des résultats énoncés par le mathématicien indien concernant les nombres entiers… ou presque…

- Les *nombres presque entiers* : Ramanujan avait déjà remarqué que les nombres du type $e^{\pi\sqrt{n}}$ étaient, pour certaines valeurs de n (22, 37, 58, …), très proches d'un entier ($e^{\pi\sqrt{58}} = 24\,591\,257\,751{,}9999982\ldots$). Il existe même un nombre *presqu'entier* qu'on appelle *constante de Ramanujan*, mais que le mathématicien français Charles Hermite avait mentionné dès 1859 : c'est $e^{\pi\sqrt{163}}$ = 262 537 412 640 768 743, 999 999 999 999 250 0… Cette appellation tient à un canular lancé par Martin Gardner dans la revue *Scientific American* en 1975. Comme « poisson d'avril », le ludologue américain avait prétendu que ce nombre était véritablement un entier, inventé par Ramanujan lui-même.
- Les *nombres hautement composés* : ce sont des nombres qui ont un nombre record de diviseurs, comme 48 (10 diviseurs), 60 (12 diviseurs) et dont le plus grand trouvé par Ramanujan est 6 746 328 388 800 $= 2^6 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23$ (10 080 diviseurs).
- *Partitions d'un entier* : la plus célèbre des recherches du mathématicien indien, bien souvent en collaboration avec G. Hardy, a sans doute été celle du nombre $p(n)$ de partitions d'un entier n. Il s'agit de « découper » un entier en une somme d'entiers : $p(2)=2$ (puisque $2=1+1$) et $p(5)=7$ (car $5=1+1+1+1+1=1+1+1+2=1+1+3=1+4=2+3=2+2+1$). Ramanujan apporte des réponses aux questions sur cette mystérieuse fonction p, par exemple $p(5k+4)$ est un multiple de 5, $p(7k+5)$ un multiple de 7 et $p(11k+6)$ un multiple de 11 et donne entre autres de $p(n)$ une formule d'approximation.

D'autres trouvailles portent sur le nombre π et on reste impressionné par son intuition et son inventivité dans les résultats qu'il donne. De la plus simple :

$$\frac{\pi}{2} = 1 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 9\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^3 - 5\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^3 + \ldots$$

à la plus compliquée : $\dfrac{1}{\pi} = \dfrac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(4n)!}{(n!)^4} \times \dfrac{1103 + 26390n}{(4\times 99)^{4n}}$, trouvée en 1910, mais démontrée seulement en 1985 !

Le fabuleux nombre 1729

G. Hardy raconte que, lors d'une visite à Ramanujan malade, il est arrivé dans un taxi portant le numéro 1729, en lui faisant remarquer que ce nombre était somme toute assez banal, espérant, dit-il que ce ne serait pas un mauvais présage.

– Pas du tout, répondit Ramanujan, c'est un nombre au contraire très intéressant : c'est le plus petit entier décomposable de deux manières différentes en somme de deux cubes ; en effet, $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$.

Randomisation

Le mot est directement issu de l'
en médecine pour une répartitio
des fins d'étude d'efficacité de m

Une telle étude compare un gr
un groupe témoin prenant un pl
groupes se fait de façon aléatoire
se fait à l'insu des patients (étu
soignants (en double aveugle).

Raisonnement par l'ab

Ce mode de raisonnement (*reduc*
philosophique) consiste à dém
contraire, afin d'aboutir à une c

Euclide déjà, 300 ans avant notr
$\sqrt{2}$, dans une démonstration re

« *Qu'il soit commensurable, si c*
même nombre serait pair et i
du Livre X des *Éléments*. Voic
d'aujourd'hui :

- **L'hypothèse « absurde »** :
aujourd'hui « rationnel »), il
eux, p et q, tels que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$
- **Le raisonnement** : dans ce ca
seuls les nombres pairs ont d
$4p'^2 = 2q^2$ ou, après simplif
et donc q aussi.
- **La contradiction** : p et q pai
$\frac{p}{q}$ est irréductible.
- **La conclusion** : c'est que l'hy
n'est donc pas rationnel.