

Automatismes en première 2022/2023

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

1^{er} octobre 2023

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 1 *thème : Puissances*

- ❶ Écrire $(3^2 \times 3^5)^4$ sous la forme d'une puissance de 3.
- ❷ Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 5$ et $BC = 13$, calculer la longueur AC .
- ❸ Simplifier $(2\sqrt{3})^4$
- ❹ Simplifier $\frac{4+\sqrt{60}}{2}$
- ❺ Soit a et b des réels avec $b \geq 0$, simplifier $\frac{a-\sqrt{b}}{2} - \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$
- ❻ Développer et réduire $\left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2$

Automatisme 2 thème : Fractions

Réduire au même dénominateur et simplifier les expressions suivantes définies pour l'indéterminée x ou n .

- $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
- $\frac{1}{n-4} - n$
- $\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$
- $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$
- $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$

Automatisme 3 *thème : Factoriser*

Soit a un réel.

- Factoriser $a^4 - 16$
- Factoriser $a^2 - 1 + 3a - 3$ par $a - 1$
- Factoriser $2a^2 + 5a + 2$ par $a + 2$
- Factoriser $a^2 + a - 2$
- Factoriser $a^2 + a - 6$

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 4 *thème : Démontrer une égalité*

Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} telles que pour tout réel x , $f(x) = 10 - x$ et $g(x) = 3x^2$.

Démontrer que la proposition suivante est vraie :

$$\text{pour tout réel } x, \text{ on a } f(x) - g(x) = (2 + x)(5 - 3x)$$

Automatisme 5 *thème : Démontrer qu'une proposition est fausse*

Démontrer que la proposition suivante est fausse :

$$\text{pour tout réel } x, \text{ on a } (x + 3)^2 = x^2 + 3^2$$

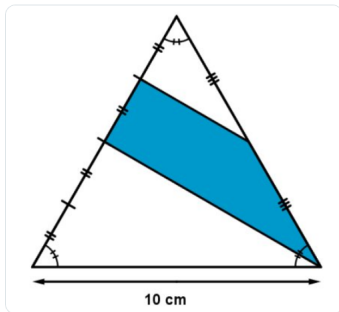
Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire**
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 6 *thème : Calcul d'aire*

Quelle fraction du triangle équilatéral est recouverte par l'aire bleue ? Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue ?

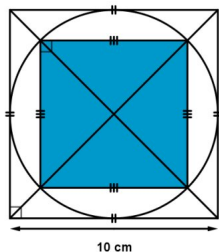
Source : Daniel Mentrard



Automatisme 7 thème : Calcul d'aire

Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue ?

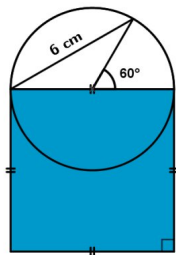
Source : Daniel Mentrard



Automatisme 8 *thème : Calcul d'aire*

Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue ?

Source : Daniel Mentrard



Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré**
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 9 *thème : Résoudre une équation du second degré*

- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si $m > 0$
- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si $m = 0$
- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si $m < 0$
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $(x - 1)^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $16 - (x - 1)^2 = 7$

Automatisme 10 *thème* : Déterminer l'axe de symétrie d'une parabole

- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = 3 - x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x - 3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x + 3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (3 - x)^2 - 1$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = -3x^2 - 6x + 1$

Automatisme 11 *thème : Déterminer les racines d'un trinôme*

- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = -3(x+2)(1-x)$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 - x^2$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = x^2 + 1$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 - (x-1)^2$

Automatisme 12 *thème : second degré*

Pour chacun des trinômes suivants déterminer le signe de son discriminant sans le calculer.

- f_1 définie sur \mathbb{R} par $f_1(x) = x^2 + 100$
- f_2 définie sur \mathbb{R} par $f_2(x) = (x - 100)^2$
- f_3 définie sur \mathbb{R} par $f_3(x) = (x + 100)^2$
- f_4 définie sur \mathbb{R} par $f_4(x) = x^2 - 100$

Automatisme 13 *thème : second degré*

Un problème :

Un batelier descend une rivière de 120 km. Il la remonte ensuite et met un jour de plus, car, chaque jour, il fait 6 km de moins qu'en descendant.

Combien de jours a-t-il mis pour descendre ?

Automatisme 14 *thème : second degré*

- 1 Déterminer deux réels dont la somme est 2002 et le produit 2002.
- 2 Peut-on construire un rectangle d'aire 7 cm^2 et de périmètre $10,6 \text{ cm}$?

Automatisme 15 *thème* : équations avec changement d'inconnue

- ➊ Résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $x^2 - 2x = 3$.
- ➋ Avec le changement d'inconnue $X = x^2$, résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $x^4 - 2x^2 = 3$.
- ➌ Avec le changement d'inconnue $X = \sqrt{x}$, résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $x - 2\sqrt{x} = 3$.
- ➍ Avec le changement d'inconnue $X = \frac{1}{x}$, résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $\frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x} = 3$.

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale**
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 16 *thème : dérivation locale*

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = 2x^2 - x$$

Soit h un réel, développer et réduire

$$f(-1 + h)$$

Automatisme 17 *thème : dérivation locale*

Soit h un réel non nul, simplifier la fraction

$$\frac{h}{h^2 + 3h}$$

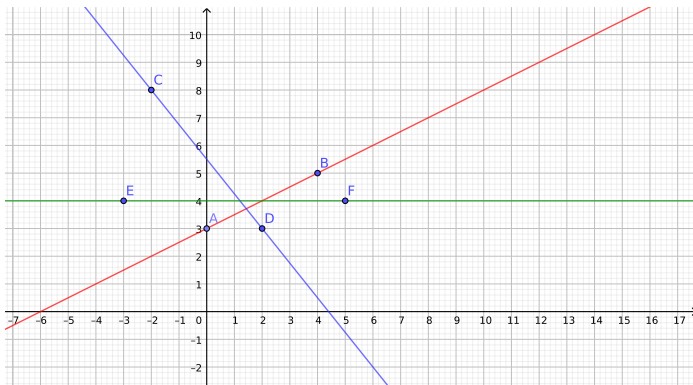
Automatisme 18 *thème : dérivation locale*

Soit h un réel non nul, simplifier la fraction

$$A(h) = \frac{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}{h}$$

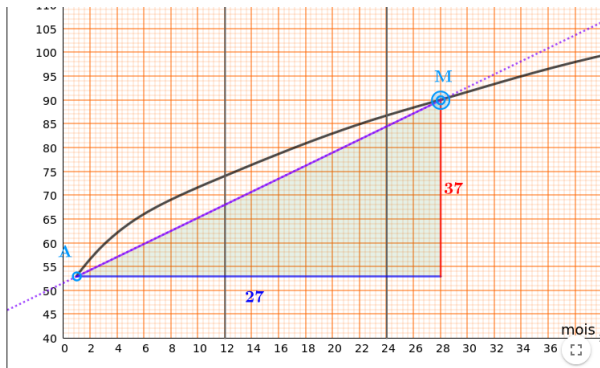
Automatisme 19 *thème : dérivation locale*

Déterminer une équation des droites (AB) , (CD) et (EF) .



Automatisme 20 thème : dérivation locale

On considère une courbe de fonction passant par le point A de coordonnées (1; 53). Déterminez une équation de la sécante (AM).



Automatisme 21 *thème : dérivation locale*

On considère la fonction affine f
telle que :

$$f(0) = 5 \text{ et } f(4) = 13.$$

En notant $f(x) = mx + p$, déterminer m
puis p .

Automatisme 22 *thème : dérivation locale*

On considère la fonction affine g
telle que :

$$g(-2) = 7 \text{ et } g(2) = 11.$$

En notant $g(x) = mx + p$, déterminer m
puis p .

Automatisme 23 *thème : dérivation locale*

Déterminer le coefficient directeur des droites suivantes.

1. \mathcal{D}_1 , droite passant par $A(-1 ; 5)$ et $B(3 ; 7)$.

2. \mathcal{D}_2 , droite passant par $C(7 ; 8)$ et $D(-1 ; 8)$.

3. \mathcal{D}_3 , droite passant par $E(4 ; 0,25)$ et $F(13 ; 0,75)$.

Automatisme 24 *thème : dérivation locale*

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = x^2 + x$$

Soit h un réel, développer et réduire

$$f(1+h)$$

Automatisme 25 *thème : dérivation locale*

Soit h un réel non nul, simplifier la fraction

$$\frac{h^2 + 3h}{h}$$

Automatisme 26 *thème : dérivation locale*

Soit f la fonction définie sur $] -\infty; 0[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

- Soit un réel $a < 0$ et un réel $h \neq 0$ tel que $a + h < 0$, démontrer que $\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{-h}{(a+h)a}$.
- En déduire que f est dérivable en tout réel $a < 0$ et déterminer l'expression de $f'(a)$.
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -2 .

Automatisme 27 *thème : dérivation locale*

Soit f la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

- Démontrer que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = 3$.
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale**
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 28 *thème : dérivation*

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I .

- $f : x \mapsto \frac{x^3-1}{5x^2+1}$ sur \mathbb{R} ;
- $f : x \mapsto x^2\sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$;
- $f : x \mapsto (8-3x)^7$ sur $]0; +\infty[$;
- $f : x \mapsto 4x - \frac{1}{x-3}$ sur $]3; +\infty[$.

Automatisme 29 *thème : dérivation*

Soit f une fonction dérivable sur $[-8; 6]$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous.

x	-8	-5	2	3	6
$f(x)$	4	0	-1	0	

Diagram illustrating the variation of $f(x)$ between key points:

- From $x = -8$ to $x = -5$, $f(x)$ decreases from 4 to 0.
- From $x = -5$ to $x = 2$, $f(x)$ decreases from 0 to -1.
- From $x = 2$ to $x = 3$, $f(x)$ increases from -1 to 0.
- From $x = 3$ to $x = 6$, $f(x)$ increases from 0 to an unknown value.

- 1 Dresser le tableau de signes de la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle $[-8; 6]$.
- 2 Dresser le tableau de variations d'une fonction F dérivable sur l'intervalle $[-8; 6]$ et dont la dérivée est f .

Automatisme 30 *thème : dérivation*

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I .

- $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ sur $] -\frac{1}{3}; +\infty[$;
- $f : x \mapsto (5x-3)\sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$;
- $f : x \mapsto (605x-3)^{607}$ sur \mathbb{R} ;
- $f : x \mapsto \frac{1}{3} - \frac{2}{3-x}$ sur $]3; +\infty[$.

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques**
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 31 *thème : suites*

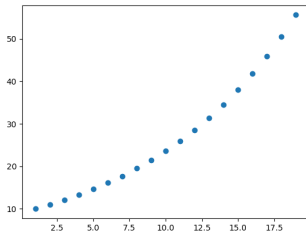
On considère deux modèles d'évolution d'un abonnement mensuel d'électricité dont le tarif évolue au premier janvier de chaque année.

- Modèle 1 : l'abonnement coûte 10 euros la première année puis augmente de 1,5 euros chaque année
 - Modèle 2 : l'abonnement coûte 10 euros la première année puis augmente de 8 % chaque année.
- 1 Avec le modèle 1, quel est le prix de l'abonnement la deuxième année ? la troisième année ? la $n^{\text{ième}}$ année ?
 - 2 Avec le modèle 1, quel est le prix de l'abonnement la deuxième année ? la troisième année ? la $n^{\text{ième}}$ année ?

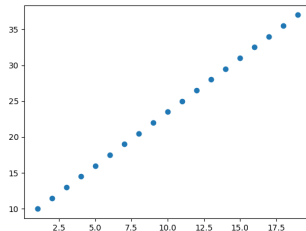
Automatisme 32 *thème : suites*

On reprend les deux modèles d'évolution de la question précédente. Associez un graphique à chaque modèle.

Graphique A



Graphique B



Automatisme 33 *thème : suites*

Pour tout n entier naturel, on définit l'expression
 $u(n) = 2n^2 - 3n + 1$.

- ① Calculer $u(5)$. Peut-on calculer $u(-5)$ et $u(2,4)$ et $u(12/3)$?
- ② Soit m un entier naturel, exprimer $u(m+1)$ en fonction de m .
- ③ Soit n un entier naturel, exprimer $u(n+1)$ en fonction de n .
- ④ Soit m un entier strictement positif, exprimer $u(m-1)$ en fonction de m .
- ⑤ Soit n un entier strictement positif, exprimer $u(n-1)$ en fonction de n .

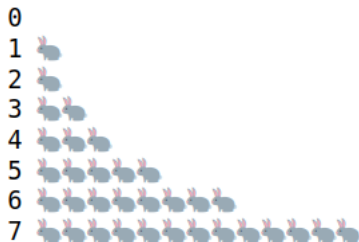
Automatisme 34 *thème : suites*

Pour tout n entier naturel, on définit l'expression $v(n) = \frac{3^{2n}}{2^n}$.

- 1 Exprimer $v(1)$ et $v(4)$ sous forme de fractions irréductibles.
- 2 Soit m un entier naturel, exprimer $v(m+1)$ en fonction de m .
- 3 Soit n un entier naturel, exprimer $\frac{v(n+1)}{v(n)}$ en fonction de n .

Automatisme 35 *thème : suites*

Quel est le terme suivant de la suite logique ci-dessous ?



Automatisme 36 *thème : suites*

- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - n$. Calculer u_4 et u_7 puis démontrer que pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} - u_n = 2n$.
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_{30} .
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et $u_n = u_{n-1} - n + 1$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_{30} .

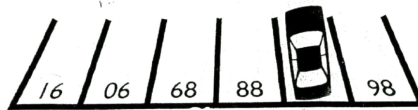
Automatisme 37 *thème : suites*

Pour tout n entier naturel, on définit l'expression $v(n) = \frac{3^{2n}}{2^n}$.

- 1 Exprimer $v(1)$ et $v(4)$ sous forme de fractions irréductibles.
- 2 Soit m un entier naturel, exprimer $v(m+1)$ en fonction de m .
- 3 Soit n un entier naturel, exprimer $\frac{v(n+1)}{v(n)}$ en fonction de n .

Automatisme 38 *thème : suites*

QUELLE PLACE DE PARKING CACHE LA VOITURE ?



Automatisme 39 *thème : suites : algorithme de seuil*

On considère la suite u définie par $u_0 = 100$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,8u_n + 2$. On admet qu'il existe un entier p tel que $u_p < 20$. Complétez l'algorithme de seuil ci-dessous pour qu'il détermine le plus petit entier n tel que $u_n < 20$.

```
def seuil():  
    u = 100  
    n = 0  
    while ... :  
        u = ...  
        n = ...  
    return n
```

Automatisme 40 *thème : suites*

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = (2n - 1)^2 - 1$$

Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a

$$u_n - u_{n-1} = -8n + 8$$

Automatisme 41 *thème : suites*

```
#On définit la suite (Un) par  $U_n = f(n)$   
def f(n):  
    if n==0:  
        return 1  
    else:  
        return 1/n**2
```

- $u_0 = 1$ Vrai ou Faux ?
- $u_1 = 0,5$ Vrai ou Faux ?
- $u_{50} = 0,0004$ Vrai ou Faux ?
- La suite n'est pas définie en 0. Vrai ou Faux ?

Automatisme 42 *thème : suites*



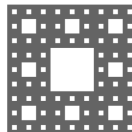
Étape 0 : 0 découpe



Étape 1 : 1 découpe



Étape 2 : 9 découpes



Étape 3 : 73 découpes

On poursuit cette suite logique de construction de figures.
Combien de carrés blancs seront sur la figure de l'étape 12 ?

Automatisme 43 *thème : suites*

Déterminer la nature (arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre) des suites ci-dessous définies par leur terme général :

- Pour tout entier naturel n , $u_n = e^{3n+4}$.
- Pour tout entier naturel n , $v_n = e^{3n+5}$.
- Pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{e^{3n}e^{-4n}}{e^{-5}}$.
- Pour tout entier naturel n , $v_n = e^n + e^{2n}$.

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle**
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 44 *thème : Exponentielle*

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1-2e^{-x}}{1+e^{-x}}$

- ① Démontrer que pour tout réel x , on a $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$.
- ② Déterminer une expression de $f'(x)$ pour x réel.
- ③ En déduire le sens de variation de f sur \mathbb{R} .

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire**
- 10 Raisonnement

Automatisme 45 thème : Application du produit scalaire

On se place dans un repère orthonormé.
Dans chacun des cas suivants, dire si les
vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

a. $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

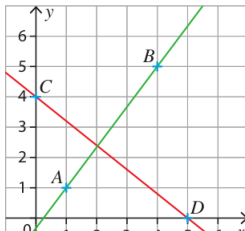
b. $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}$

c. $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{10} \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}$

Automatisme 46 *thème : Application du produit scalaire*

Dans le repère orthonormé ci-dessous, les points A , B , C et D ont des coordonnées entières.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles perpendiculaires ?



Automatisme 47 *thème : Application du produit scalaire*

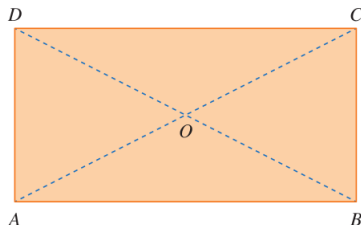
Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 5$
et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \dots$$

Automatisme 48 thème : Application du produit scalaire

QCM une seule réponse exacte

$ABCD$ est un rectangle de centre O tel que $AB = 4$ et $AD = 2$.



$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{AB}$ vaut :

(a) 8

(b) -8

(c) $-4\sqrt{5}$

Automatisme 49 *thème : Application du produit scalaire*

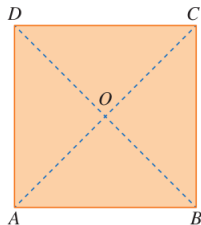
VRAI ou FAUX

$ABCD$ est un carré
de centre O et de côté 1.
Indiquer si les égalités suivantes
sont vraies ou fausses.

a. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 0$

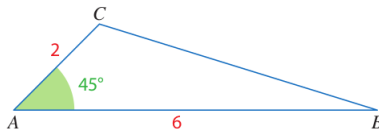
b. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

c. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$



Automatisme 50 *thème* : Application du produit scalaire

Calculer la valeur exacte de la longueur BC .



Automatisme 51 *thème : Application du produit scalaire*

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

- a** est une droite ;
- b** est un cercle ;
- c** n'est ni une droite ni un cercle.

Automatisme 52 *thème : Application du produit scalaire*

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

- a** est une droite ;
- b** est un cercle ;
- c** n'est ni une droite ni un cercle.

Calcul algébrique et littéral
Démontrer une égalité
Calculs d'aire
Second degré
Dérivation locale
Dérivation Globale
Suites numériques
Exponentielle
Application du produit scalaire
Raisonnement

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- 3 Calculs d'aire
- 4 Second degré
- 5 Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- 7 Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- 10 Raisonnement

Automatisme 53 *thème : Raisonnement par l'absurde*

Soit une droite Δ d'équation $y = x\sqrt{2}$ dans un repère du plan.
Démontrer que l'origine du repère est le seul point à coordonnées entières qui appartient à la droite Δ .