Automatismes en premiére 2022/2023

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

7 septembre 2022

Plan

Automatisme 1 *thème : Puissances*

1. Écrire $(3^2 \times 3^5)^4$ sous la forme d'une puissance de 3.
2. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 5$ et $BC = 13$, calculer la longueur AC.
3. Simplifier $\left(2\sqrt{3}\right)^4$
4. Simplifier $\frac{4+\sqrt{60}}{2}$
5. Soit a et b des réels avec $b \geqslant 0$, simplifier $\frac{a-\sqrt{b}}{2} - \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$
6. Développer et réduire $\left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2$

Automatisme 2 *thème : Fractions*

Réduire au même dénominateur et simplifier les expressions suivantes définies pour l'indéterminée x ou n.

- $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
- $\frac{1}{n-4} - n$
- $\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$
- $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$
- $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$

Automatisme 3 *thème : Factoriser*

Soit a un réel.

- Factoriser $a^4 - 16$
- Factoriser $a^2 - 1 + 3a - 3$ par $a - 1$
- Factoriser $2a^2 + 5a + 2$ par $a + 2$
- Factoriser $a^2 + a - 2$
- Factoriser $a^2 + a - 6$

Plan

Automatisme 4 *thème : Résoudre une équation du second degré*

- Déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = m$ si $m > 0$
- Déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = m$ si $m = 0$
- Déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = m$ si $m < 0$
- Résoudre mentalement dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-1)^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans $\mathbb{R}$ l'équation $16-(x-1)^2 = 7$

Automatisme 5 *thème : Déterminer l'axe de symétrie d'une parabole*

- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = 3 - x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x-3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x+3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (3-x)^2 - 1$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = -3x^2 - 6x + 1$

Automatisme 6 *thème : Déterminer les racines d'un trinôme*

- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = -3(x+2)(1-x)$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 - x^2$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = x^2 + 1$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 - (x-1)^2$

Automatisme 7 *thème : second degré*

Pour chacun des trinômes suivants déterminer le signe de son discriminant sans le calculer.

- f_1 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x) = x^2 + 100$
- f_2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x) = (x - 100)^2$
- f_3 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_3(x) = (x + 100)^2$
- f_4 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_4(x) = x^2 - 100$

Plan

Automatisme 8 *thème : dérivation locale*

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0[$ par $f(x)=\frac{1}{x}$.

- Soit un réel $a<0$ et un réel $h\neq 0$ tel que $a+h<0$, démontrer que $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\frac{-h}{(a+h)a}$.
- En déduire que f est dérivable en tout réel $a<0$ et déterminer l'expression de $f'(a)$.
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -2.

Plan

Automatisme 9 *thème : dérivation*

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I.

- $f : x \mapsto \frac{x^3-1}{5x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$;
- $f : x \mapsto x^2\sqrt{x}$ sur $]0\,;+\infty[$;
- $f : x \mapsto (8-3x)^7$ sur $]0\,;+\infty[$;
- $f : x \mapsto 4x - \frac{1}{x-3}$ sur $]3\,;+\infty[$.

Automatisme 10 *thème : dérivation*

Soit f une fonction dérivable sur $[-8;6]$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous.

x	-8		-5		2		3		6
$f(x)$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	

1. Dresser le tableau de signes de la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle $[-8;6]$.
2. Dresser le tableau de variations d'une fonction F dérivable sur l'intervalle $[-8;6]$ et dont la dérivée est f.

Automatisme 11 *thème : dérivation*

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I.

- $f : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ sur $\left]-\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$;
- $f : x \mapsto (5x-3)\sqrt{x}$ sur $]0\,;+\infty[$;
- $f : x \mapsto (605x-3)^{607}$ sur $\mathbb{R}$;
- $f : x \mapsto \frac{1}{3} - \frac{2}{3-x}$ sur $]3\,;+\infty[$.

Plan

Automatisme 12 *thème : suites*

- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - n$. Calculer u_4 et u_7.
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$. Calculer u_1, u_2 et u_3.
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et $u_n = u_{n-1} - n + 1$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

Automatisme 13 *thème : suites*

```
#On définit la suite (Un) par Un=f(n)
def f(n):
  if n==0:
    return 1
  else:
    return 1/n**2
# n**2 signifie le carré de n
```

Interpréteur en ligne :
https://repl.it/@Reformelycee/suite-explicite.

- $u_0 = 1$ Vrai ou Faux ?
- $u_1 = 0,5$ Vrai ou Faux ?
- $u_{50} = 0,0004$ Vrai ou Faux ?
- La suite n'est pas définie en 0. Vrai ou Faux ?

Plan

Automatisme 14 *thème : Application du produit scalaire*

On se place dans un repère orthonormé.
Dans chacun des cas suivants, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

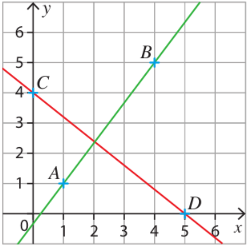
a. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\15\end{pmatrix}$

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{10}\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\\sqrt{5}\end{pmatrix}$

Automatisme 15 *thème : Application du produit scalaire*

Dans le repère orthonormé ci-dessous, les points A, B, C et D ont des coordonnées entières.
Les droites (AB) et (CD)sont-elles perpendiculaires ?



Automatisme 16 *thème : Application du produit scalaire*

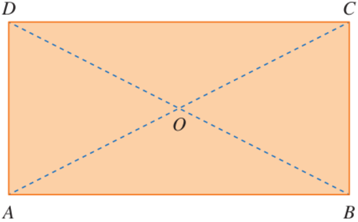
Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = 60°$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \ldots$$

Automatisme 17 *thème : Application du produit scalaire*

QCM une seule réponse exacte

$ABCD$ est un rectangle de centre O tel que $AB = 4$ et $AD = 2$.



$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{AB}$ vaut :

a 8 b -8 c $-4\sqrt{5}$

Automatisme 18 *thème : Application du produit scalaire*

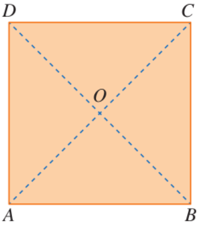
VRAI ou FAUX

$ABCD$ est un carré
de centre O et de côté 1.
Indiquer si les égalités suivantes
sont vraies ou fausses.

a. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 0$

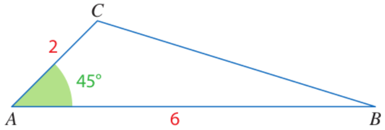
b. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

c. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$



Automatisme 19 *thème : Application du produit scalaire*

Calculer la valeur exacte de la longueur BC.



Automatisme 20 *thème : Application du produit scalaire*

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

a est une droite ;

b est un cercle ;

c n'est ni une droite ni un cercle.

Automatisme 21 *thème : Application du produit scalaire*

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

a) est une droite ;

b) est un cercle ;

c) n'est ni une droite ni un cercle.