Automatismes en premiére 2022/2023

Frédéric Junier

Lycée du Parc 1 Boulevard Anatole France 69006 Lyon

17 septembre 2023



Plan

- Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 1 thème : Puissances

- Écrire $(3^2 \times 3^5)^4$ sous la forme d'une puissance de 3.
- ② Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 5 et BC = 13, calculer la longueur AC.
- Simplifier $(2\sqrt{3})^4$
- **Soit** *a* et *b* des réels avec $b \ge 0$, simplifier $\frac{a-\sqrt{b}}{2} \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$
- **o** Développer et réduire $\left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2 \left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2$



Automatisme 2 thème : Fractions

Réduire au même dénominateur et simplifier les expressions suivantes définies pour l'indéterminée x ou n.

$$\bullet \quad \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

•
$$\frac{1}{n-4} - n$$

$$\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$\bullet \ \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$$

Automatisme 3 thème : Factoriser

Soit a un réel.

- Factoriser $a^4 16$
- Factoriser $a^2 1 + 3a 3$ par a 1
- Factoriser $2a^2 + 5a + 2$ par a + 2
- Factoriser $a^2 + a 2$
- Factoriser $a^2 + a 6$

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- 2 Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 4 thème : Démontrer une égalité

Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} telles que pour tout réel x, f(x) = 10 - x et $g(x) = 3x^2$.

Démontrer que la proposition suivante est vraie :

pour tout réel
$$x$$
, on a $f(x)-g(x)=(2+x)(5-3x)$

Automatisme 5 thème : Démontrer qu'une proposition est fausse

Démontrer que la proposition suivante est fausse :

pour tout réel x, on a
$$(x+3)^2 = x^2 + 3^2$$

Plan

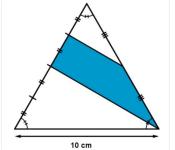
- 1 Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 6 thème : Calcul d'aire

Quelle fraction du triangle équilatéral est recouverte par l'aire bleue ? Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue ?

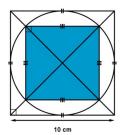
Source : Daniel Mentrard



Automatisme 7 thème : Calcul d'aire

Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue?

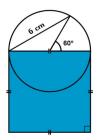
Source : Daniel Mentrard



Automatisme 8 thème : Calcul d'aire

Quelle est la valeur exacte de l'aire bleue?

Source : Daniel Mentrard



Plan

- Calcul algébrique et littéra
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- Second degré
- Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 9 thème : Résoudre une équation du second degré

- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si m > 0
- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si m = 0
- Déterminer le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = m$ si m < 0
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $(x-1)^2 = 9$
- Résoudre mentalement dans \mathbb{R} l'équation $16 (x-1)^2 = 7$

Automatisme 10 thème : Déterminer l'axe de symétrie d'une parabole

- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = 3 x^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x-3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (x + 3)^2$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = (3-x)^2 1$
- Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = -3x^2 6x + 1$



Automatisme 11 thème : Déterminer les racines d'un trinôme

- Déterminer les racines du trinôme d'expression f(x) = -3(x+2)(1-x)
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 x^2$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = x^2 + 1$
- Déterminer les racines du trinôme d'expression $f(x) = 16 (x-1)^2$



Automatisme 12 thème : second degré

Pour chacun des trinômes suivants déterminer le signe de son discriminant sans le calculer.

- f_1 définie sur \mathbb{R} par $f_1(x) = x^2 + 100$
- f_2 définie sur \mathbb{R} par $f_2(x) = (x 100)^2$
- f_3 définie sur \mathbb{R} par $f_3(x) = (x+100)^2$
- f_4 définie sur \mathbb{R} par $f_4(x) = x^2 100$

Automatisme 13 thème : second degré

Un problème :

Un batelier descend une rivière de 120 km. Il la remonte ensuite et met un jour de plus, car, chaque jour, il fait 6 km de moins qu'en descendant.

Combien de jours a-t-il mis pour descendre?

Automatisme 14 thème : second degré

- Déterminer deux réels dont la somme est 2002 et le produit 2002.
- Peut-on construire un rectangle d'aire 7 cm² et de périmètre 10,6 cm?

Automatisme 15 thème : équations avec changement d'inconnue

- Résoudre l'équation d'inconnue réelle $x : x^2 2x = 3$.
- 2 Avec le changement d'inconnue $X = x^2$, résoudre l'équation d'inconnue réelle $x : x^4 2x^2 = 3$.
- **3** Avec le changement d'inconnue $X = \sqrt{x}$, résoudre l'équation d'inconnue réelle $x : x 2\sqrt{x} = 3$.
- 4 Avec le changement d'inconnue $X = \frac{1}{x}$, résoudre l'équation d'inconnue réelle $x : \frac{1}{x^2} 2\frac{1}{x} = 3$.



Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- Raisonnement



On considère la fonction affine *f* telle que :

$$f(0) = 5 \text{ et } f(4) = 13.$$

En notant f(x) = mx + p, déterminer m puis p.

Raisonnement

On considère la fonction affine g telle que :

$$g(-2) = 7$$
 et $g(2) = 11$.

En notant g(x) = mx + p, déterminer m puis p.

Déterminer le coefficient directeur des droites suivantes.

- 1. \mathfrak{D}_{1} , droite passant par A(-1;5)et B(3;7).
- **2.** \mathfrak{D}_{γ} , droite passant par C(7;8)et D(-1:8).
- **3.** $\mathfrak{D}_{\mathfrak{Z}}$, droite passant par E(4; 0.25)et F(13:0.75).

Automatisme 19 thème : dérivation locale

Soit f la fonction définie sur $]-\infty$; 0[par $f(x) = \frac{1}{x}$.

- Soit un réel a < 0 et un réel $h \neq 0$ tel que a + h < 0, démontrer que $\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{-h}{(a+h)a}$.
- En déduire que f est dérivable en tout réel a < 0 et déterminer l'expression de f'(a).
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -2.

Automatisme 20 thème : dérivation locale

Soit f la fonction définie sur]-1; $+\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

- Démontrer que f est dérivable en 0 et que f'(0) = 3.
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

Plan

- Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- Second degré
- Dérivation locale
- 6 Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 21 thème : dérivation

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I.

•
$$f: x \mapsto \frac{x^3-1}{5x^2+1} \text{ sur } \mathbb{R}$$
;

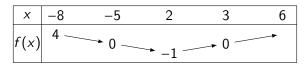
•
$$f: x \mapsto x^2 \sqrt{x} \text{ sur }]0; +\infty[;$$

•
$$f: x \mapsto (8-3x)^7 \text{ sur }]0; +\infty[;$$

•
$$f: x \mapsto 4x - \frac{1}{x-3} \text{ sur }]3; +\infty[.$$

Automatisme 22 thème : dérivation

Soit f une fonction dérivable sur [-8; 6] dont on donne le tableau de variation ci-dessous.



- Dresser le tableau de signes de la fonction dérivée f' de f sur l'intervalle [-8; 6].
- ② Dresser le tableau de variations d'une fonction F dérivable sur l'intervalle [-8; 6] et dont la dérivée est f.

Automatisme 23 thème : dérivation

Déterminer une expression de la fonction dérivée pour la fonction f dérivable sur l'intervalle I.

•
$$f: x \mapsto \sqrt{3x+1} \text{ sur }]-\frac{1}{3}; +\infty[;$$

•
$$f: x \mapsto (5x-3)\sqrt{x} \text{ sur }]0; +\infty[;$$

•
$$f: x \mapsto (605x - 3)^{607} \text{ sur } \mathbb{R};$$

•
$$f: x \mapsto \frac{1}{3} - \frac{2}{3-x} \text{ sur }]3; +\infty[.$$

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 24 thème : suites

On considère deux modèles d'évolution d'un abonnement mensuel d'électricité dont le tarif évolue au premier janvier de chaque année.

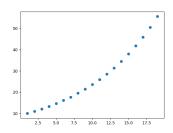
- Modèle 1 : l'abonnement coûte 10 euros la première anné puis augmente de 1,5 euros chaque année
- Modèle 2 : l'abonnement coûte 10 euros la première anné puis augmente de 8 % chaque année.
- Avec le modèle 1, quel est le prix de l'abonnement la deuxième année? la troisième année? la n^{ième} année?
- Avec le modèle 1, quel est le prix de l'abonnement la deuxième année? la troisième année? la nième année?

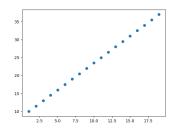
Automatisme 25 thème : suites

On reprende les deux modèles d'évolution de la question précédente. Associez un graphique à chaque modèle.

Graphique A

Graphique B





Automatisme 26 thème : suites

Pour tout n entier naturel, on définit l'expression $u(n) = 2n^2 - 3n + 1$.

- Calculer u(5). Peut-on calculer u(-5) et u(2,4) et u(12/3)?
- ② Soit m un entier naturel, exprimer u(m+1) en fonction de m.
- **3** Soit n un entier naturel, exprimer u(n+1) en fonction de n.
- 4 Soit m un entier strictement positif, exprimer u(m-1) en fonction de m.
- **5** Soit n un entier strictement positif, exprimer u(n-1) en fonction de n.



Automatisme 27 thème : suites

Pour tout *n* entier naturel, on définit l'expression $v(n) = \frac{3^{2n}}{2^n}$.

- **1** Exprimer v(1) et v(4) sous forme de fractions irréductibles.
- 2 Soit m un entier naturel, exprimer v(m+1) en fonction de m.
- **3** Soit *n* un entier naturel, exprimer $\frac{v(n+1)}{v(n)}$ en fonction de *n*.

Automatisme 28 thème : suites

Quel est le terme suivant de la suite logique ci-dessous?

```
0
1
2
3
4
4
5
6
```

Automatisme 29 thème : suites

- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 n$. Calculer u_4 et u_7 puis démontrer que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} u_n = 2n$.
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 2u_n 1$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_{30} .
- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_0 = 1$ et $u_n = u_{n-1} n + 1$. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et et u_{30} .

Automatisme 30 thème : suites

Pour tout *n* entier naturel, on définit l'expression $v(n) = \frac{3^{2n}}{2^n}$.

- **1** Exprimer v(1) et v(4) sous forme de fractions irréductibles.
- 2 Soit m un entier naturel, exprimer v(m+1) en fonction de m.
- **3** Soit *n* un entier naturel, exprimer $\frac{v(n+1)}{v(n)}$ en fonction de *n*.

Automatisme 31 thème : suites

QUELLE PLACE DE PARKING CACHE LA VOITURE ?



Automatisme 32 thème : suites : algorithme de seuil

On considère la suite u définie par $u_0 = 100$ et pour tout entier naturel n: $u_{n+1} = 0.8u_n + 2$. On admet qu'il existe un entier p tel que $u_p < 20$. Complétez l'algorithme de seuil ci-dessous pour qu'il détermine le plus petit entier n tel que $u_n < 20$.

```
def seuil():
    u = 100
    n = 0
    while ...:
        u = ...
        n = ...
    return n
```

Automatisme 33 thème : suites

```
#On définit la suite (Un) par Un=f(n)
def f(n):
   if n==0:
     return 1
   else:
     return 1/n**2
```

- $u_0 = 1$ Vrai ou Faux?
- $u_1 = 0.5 \text{ Vrai ou Faux}$?
- $u_{50} = 0,0004$ Vrai ou Faux?
- La suite n'est pas définie en 0. Vrai ou Faux?

Automatisme 34 thème : suites







Étape 1:1 découpe



On poursuit cette suite logique de construction de figures.

Combien de carrés blancs seront sur la figure de l'étape 12?

Automatisme 35 thème : suites

Déterminer la nature (arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre) des suites ci-dessous définies par leur terme général :

- Pour tout entier naturel n, $u_n = e^{3n+4}$.
- Pour tout entier naturel n, $v_n = e^3 n + 5$.
- Pour tout entier naturel n, $v_n = \frac{e^{3n}e^{-4n}}{e^{-5}}$.
- Pour tout entier naturel n, $v_n = e^n + e^{2n}$.

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéra
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 36 thème : Exponentielle

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1-2e^{-x}}{1+e^{-x}}$

- ① Démontrer que pour tout réel x, on a $f(x) = \frac{e^x 2}{e^x + 1}$.
- ② Déterminer une expression de f'(x) pour x réel.
- **3** En déduire le sens de variation de f sur \mathbb{R} .

Plan

- 1 Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 37 thème : Application du produit scalaire

On se place dans un repère orthonormé. Dans chacun des cas suivants, dire si les vecteurs \overrightarrow{u} et \overrightarrow{v} sont orthogonaux.

$$\mathbf{a}. \overrightarrow{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b.
$$\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$
 et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}$

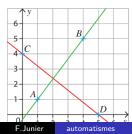
c.
$$\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{10} \\ -2 \end{pmatrix}$$
 et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}$



Automatisme 38 thème : Application du produit scalaire

Dans le repère orthonormé ci-dessous, les points A, B, C et D ont des coordonnées entières.

Les droites (AB) et (CD)sont-elles perpendiculaires ?



Automatisme 39 thème : Application du produit scalaire

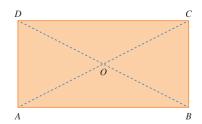
Soit ABC un triangle tel que AB = 4, AC = 5 et $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \dots$$

Automatisme 40 thème : Application du produit scalaire

QCM une seule réponse exacte

ABCD est un rectangle de centre O tel que AB = 4 et AD = 2.



$$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{AB}$$
 vaut :





Automatisme 41 thème : Application du produit scalaire

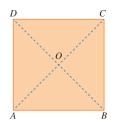
VRAI ou FAUX

ABCD est un carré de centre O et de côté 1. Indiquer si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 0$$

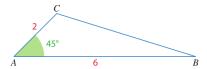
$$\overrightarrow{BD} = 0$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$$



Automatisme 42 thème : Application du produit scalaire

Calculer la valeur exacte de la longueur BC.



Automatisme 43 thème : Application du produit scalaire

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

- a est une droite;
- **b** est un cercle;
- c n'est ni une droite ni un cercle.

Automatisme 44 thème : Application du produit scalaire

QCM une seule réponse exacte

A et B sont deux points distincts.

L'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$:

- a est une droite;
- **b** est un cercle;
- (c) n'est ni une droite ni un cercle.

Plan

- Calcul algébrique et littéral
- Démontrer une égalité
- Calculs d'aire
- 4 Second degré
- Dérivation locale
- Dérivation Globale
- Suites numériques
- 8 Exponentielle
- 9 Application du produit scalaire
- Raisonnement



Automatisme 45 thème : Raisonnement par l'absurde

Soit une droite Δ d'équation $y=x\sqrt{2}$ dans un repère du plan. Démontrer que l'origine du repère est le seul point à coordonnées entières qui appartient à la droite Δ .