

# **Teoría de las Comunicaciones 2017 - Trabajo Práctico de Simulación**

Adrián Pardini - 54024

## Parte 1 - Sistemas en canal AWGN, sincronismo de portadora.

El objetivo del presente trabajo consiste en simular el desempeño de sistemas de modulación digitales en un canal AWGN y contrastarlos con lo esperado teóricamente.

Con el fin de reducir los requerimientos de cómputo y almacenamiento en las simulaciones se asume que el canal no posee distorsión y su único efecto es añadir ruido.

Bajo esas condiciones pueden eliminarse los procesos de modulación y demodulación y trabajar en espacio de señal.

### Ejercicio 1

En primer lugar se visualizan los símbolos de esquemas BPSK, QPSK y QAM16 junto con 250 realizaciones de cada uno afectados por ruido con una relación  $E_b/N_0 = 10dB$ .

Se desarrollaron por cada uno módulos de codificación que toman bits en vectores fila y devuelven los símbolos con una energía promedio por bit unitaria a fin de simplificar cálculos posteriores.

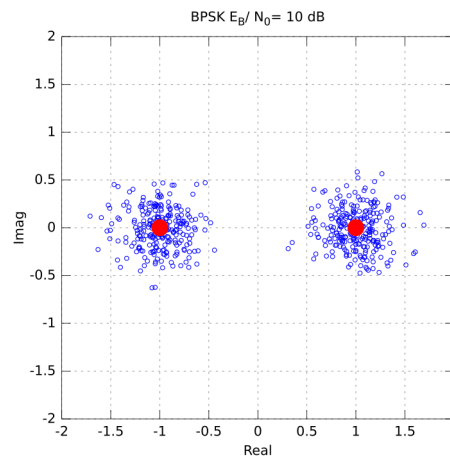


Figura 1: Coordenadas BPSK

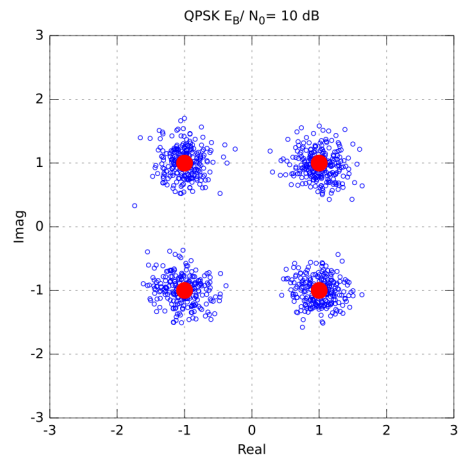


Figura 2: Coordenadas QPSK

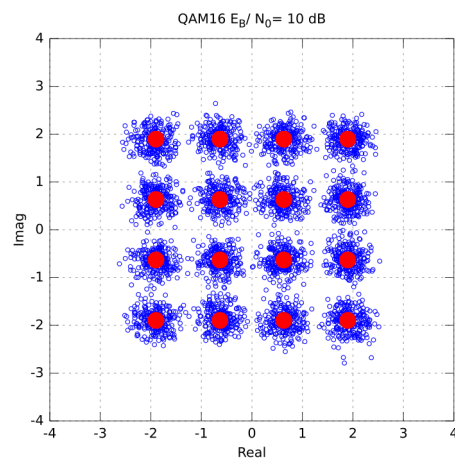


Figura 3: Coordenadas QAM16

Luego se analizó el desempeño de cada uno en presencia de ruido hasta lograr una probabilidad de error de bit igual o menor a  $10^{-5}$  para  $E_b/N_0$  ente 0 dB y 20dB.

Para determinar la probabilidad de error en cada caso se parte de símbolos correspondientes a cien mil constelaciones completas, se los afecta con ruido y demodula en forma repetida hasta lograr cien o más errores de bit en total. De esta forma se reduce notablemente el tiempo total frente a una búsqueda por fuerza bruta.

## BPSK

En este caso la probabilidad de error de bit es (exacta):

$$P_{eb} = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{N_0}}\right)$$

Se observa un alto grado de similitud entre los valores experimentales y teóricos.

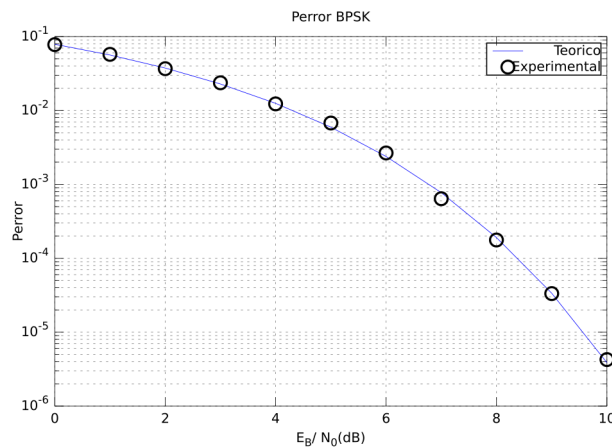


Figura 4: Desempeño BPSK frente al ruido

## QPSK

En este caso la probabilidad de error de bit también es

$$P_{eb} = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{N_0}}\right)$$

considerando al sistema como dos sistemas BPSK trabajando en paralelo y cada uno independiente del otro respecto a los efectos del ruido.

Nuevamente se observa un alto grado de similitud entre los valores experimentales y teóricos.

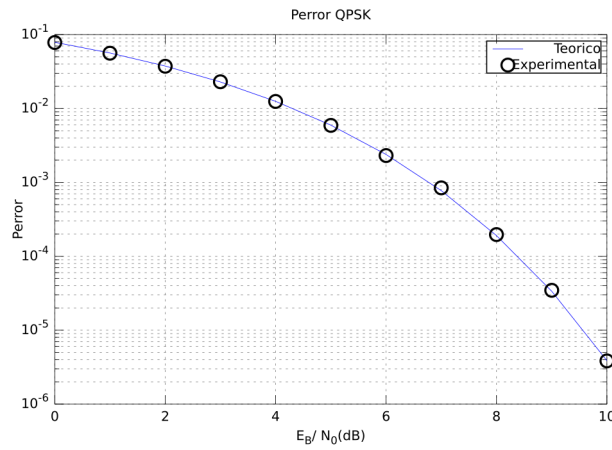


Figura 5: Desempeño QPSK frente al ruido

## QAM16

Una constelación QAM cuadrada de M símbolos puede verse como dos sistemas PAM en cuadratura con  $\sqrt{M}$  niveles cada uno.

La probabilidad de recibir un símbolo correcto es:

$$P_c = (1 - P_{\sqrt{M}})^2$$

Donde  $P_{\sqrt{M}}$  es la probabilidad de error de un sistema PAM con la mitad de energía que la constelación original y  $\sqrt{M}$  niveles.

$$P_{\sqrt{M}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E}{N_0}} \right)$$

En la expresión anterior E es la energía promedio del sistema QAM. Al haber 4 bits por símbolo y cada uno ser de energía unitaria la relación  $E/N_0$  es igual a  $4E_b/N_0$

Finalmente la probabilidad de error de símbolo es:

$$P_M = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2$$

(Proakis, Digital Communications 5.2.79)

Al emplear un esquema de codificación Gray la diferencia entre símbolos adyacentes es de un solo bit. Asumiendo que la mayoría de los errores sólo afectan la decisión hacia uno de los símbolos vecinos la probabilidad de error de bit es:

$$P_{eb} = \frac{P_M}{4}$$

(cuatro bits por símbolo en el caso de QAM16)

En este caso se observa que los resultados teóricos y experimentales concuerdan para altas relaciones señal a ruido y son ligeramente distintos para valores bajos de la misma.

## Ejercicio 2: Error de fase de portadora

En esta parte se analizará nuevamente el desempeño de los sistemas pero en este caso junto con el ruido se incluye una diferencia de fase en la portadora del receptor de  $\pi/8$  radianes.

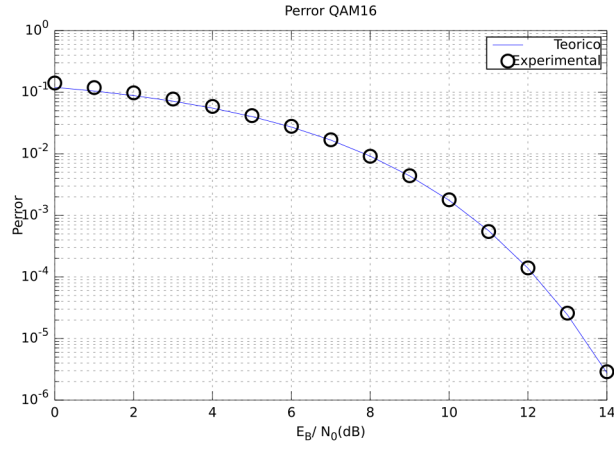


Figura 6: Desempeño QAM16 frente al ruido

## BPSK

En este caso se observa que la magnitud de la componente real de la señal recibida es menor:

$$R_I = S_I \cdot \cos(\theta)$$

Por lo tanto la energía de bit es:

$$E_B(\theta) = E_B \cdot \cos^2(\theta)$$

Y la probabilidad de error:

$$P_{eb} = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b \cos^2(\theta)}{N_0}}\right)$$

Nuevamente se observa que los resultados experimentales concuerdan con los teóricos

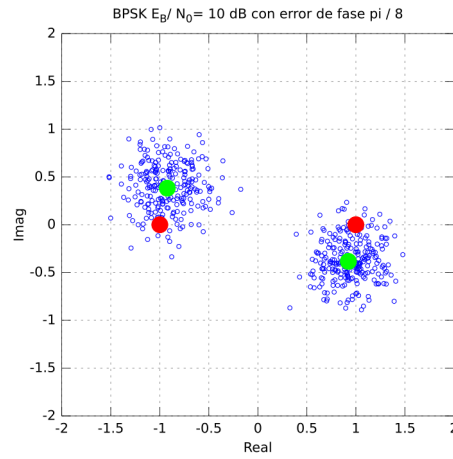


Figura 7: Coordenadas BPSK con error de fase

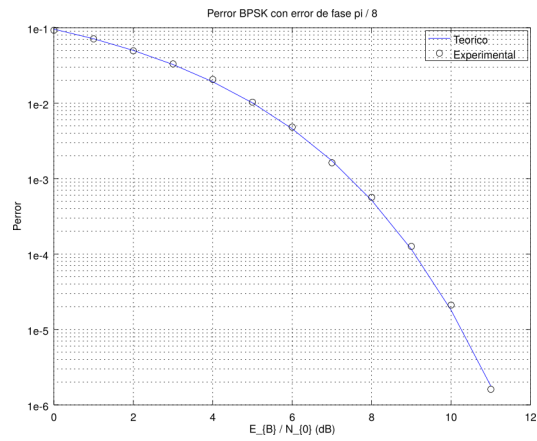


Figura 8: Desempeño BPSK frente a ruido y error de fase



## QPSK

Para simplificar y acotar la probabilidad de error se asume que tanto la componente en fase como en cuadratura de la señal recibida fueron reducidas en el factor  $\min\{\cos(\theta), \sin(\theta)\}$ :

$$I = Q = E_s \cdot \min\{\cos(\theta), \sin(\theta)\} = \sqrt{E_b}$$

$$\min\{\cos(\theta), \sin(\theta)\} = \sin(\theta) \approx 0,382$$

Reemplazando en la expresión obtenida anteriormente la probabilidad de error de bit es menor o igual a:

$$P_{eb} \leq Q \left( \sqrt{\frac{2 \cdot E_b \sin^2(\theta)}{N_0}} \right)$$

Si bien para altas relaciones señal a ruido se observa una diferencia de aproximadamente un orden de magnitud entre la cota y la tasa de error experimental para valores bajos de la misma es aceptable.

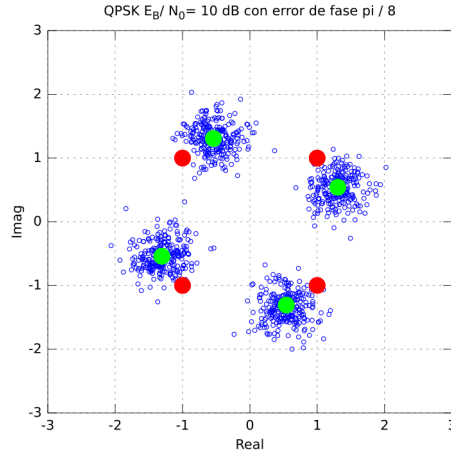


Figura 9: Coordenadas QPSK con error de fase

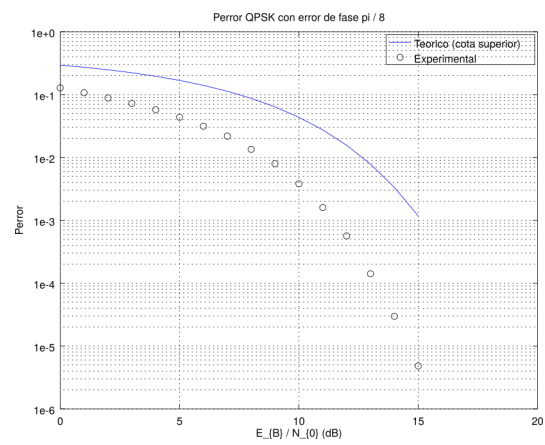


Figura 10: Desempeño QPSK frente a ruido y error de fase