PUCP

PROCESAMIENTO DE SEÑALES E IMÁGENES DIGITALES

IEE239

INGENIERÍA MECATRÓNICA

Facultad de Ciencias e Ingeniería

PUCP

TRANSFORMACIONES DE INTENSIDAD

- La manipulación de los pixeles de una imagen para que den como resultado una imagen que sea más útil en la aplicación que se esté dando.
  - Ej: Generación de falso color para resaltar un objeto en particular.
- El término *Dominio Espacial* refiere al total de píxeles que componen una imagen.
  - La clase más simple en procesamiento de imágenes es el *Operador de Punto*.
- En el curso tomaremos en cuenta dos categorías importantes de procesamiento en el dominio espacial:
  - Las transformaciones de intensidad (o escala de grises)
  - Filtrado espacial

FUNCIONES DE TRANSFORMACIÓN

Operador de Punto

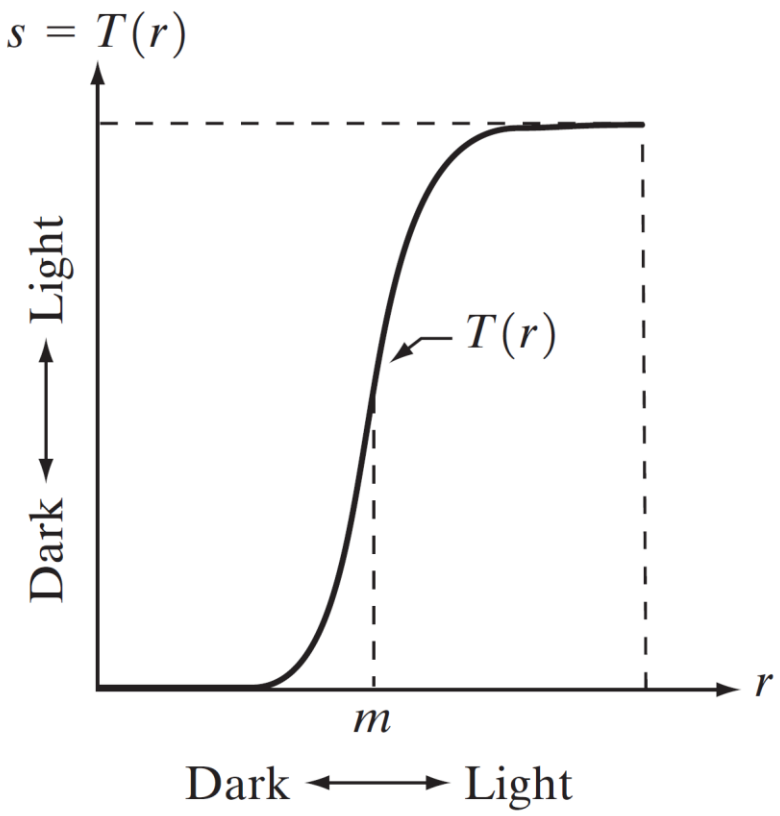
- La siguiente expresión es la forma general de una transformación en el dominio espacial (transformación de intensidad):

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

  - Esto quiere decir que cada píxel de salida depende del valor del píxel de entrada. El valor depende solo del valor de f en el punto (x, y):

$$s = T(r)$$

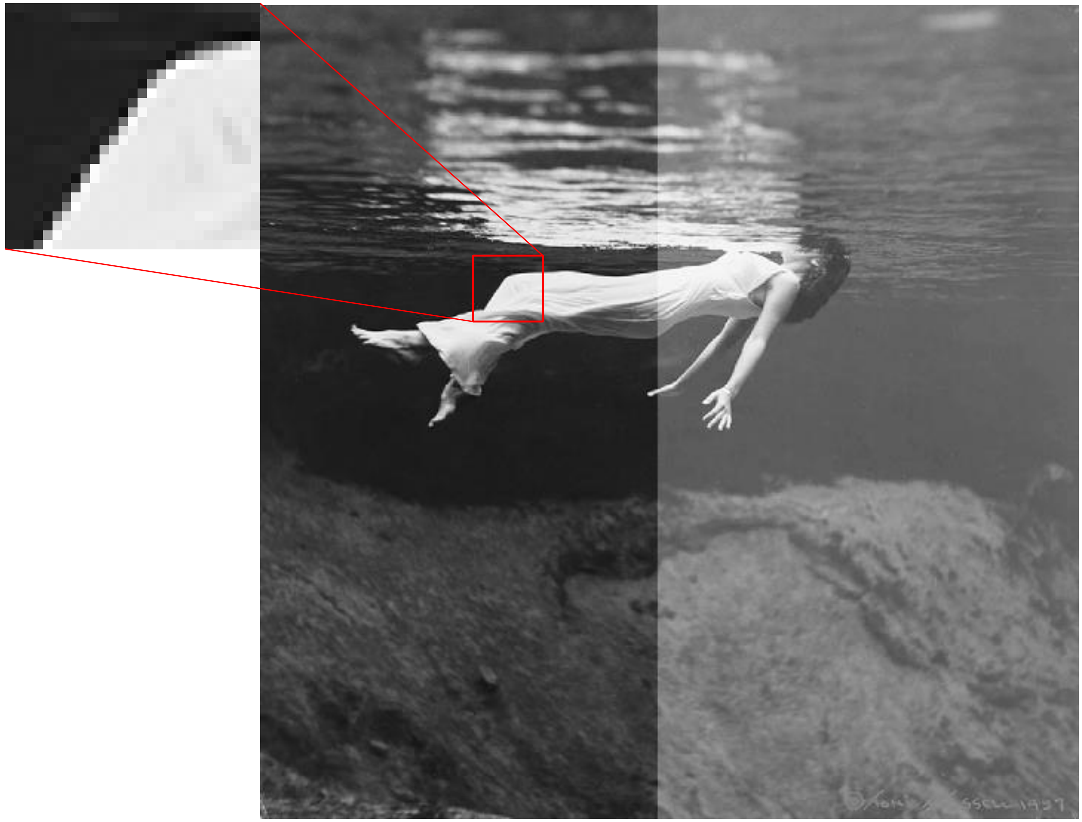
    - donde r y s son los valores de intensidad de $f(x, y)$ y $g(x, y)$, respectivamente.



Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

TRANSFORMACIÓN DE INTENSIDAD

- La transformación de intensidad modifica el contraste y el brillo.
  - El contraste en un imagen es el efecto de resaltar o diferenciar un aspecto en la imagen en comparación con otros elementos presentes en la misma imagen.
  - El brillo es la distribución de valores de intensidad.



OPERADORES DE PUNTO

- Negativo

$$s = L - 1 - r$$

- Logarítmica

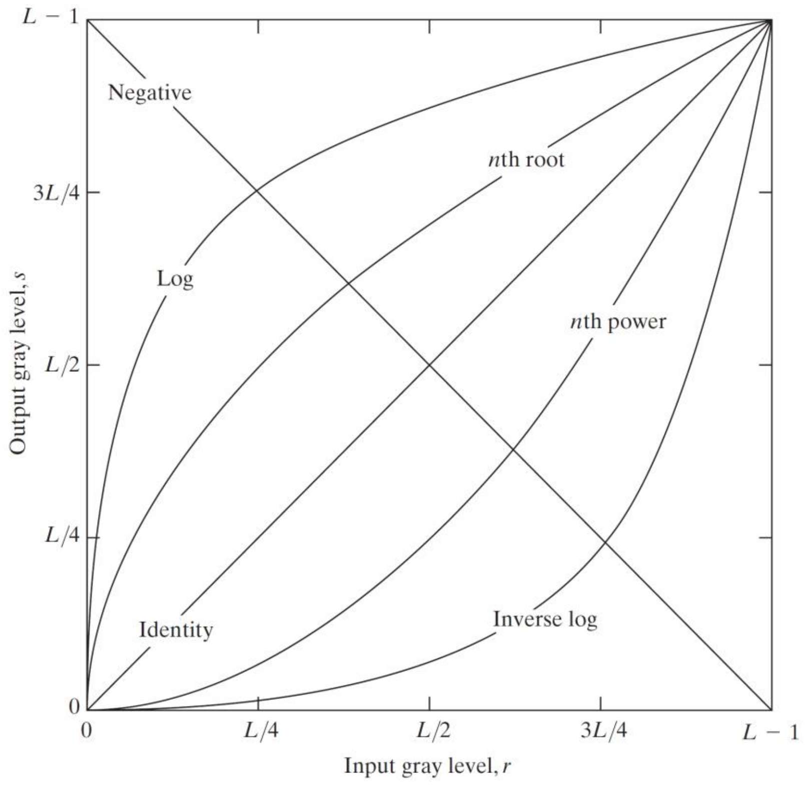
$$s = clog(1 + r)$$

- Potencia

$$s = cr^{\gamma}$$

- Sigmoidea

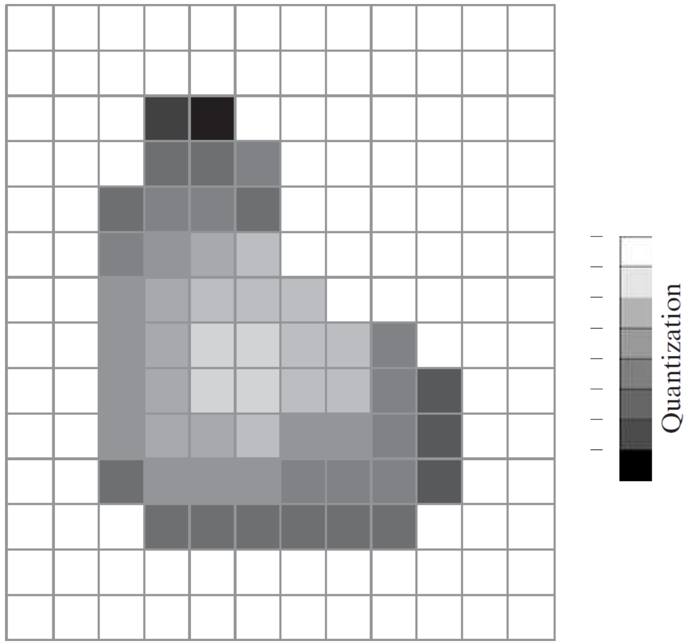
$$s = \frac{c}{1 - e^{-\left(\frac{(r-r_0)}{d}\right)}}$$



Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

HISTOGRAMA EN UNA IMAGEN

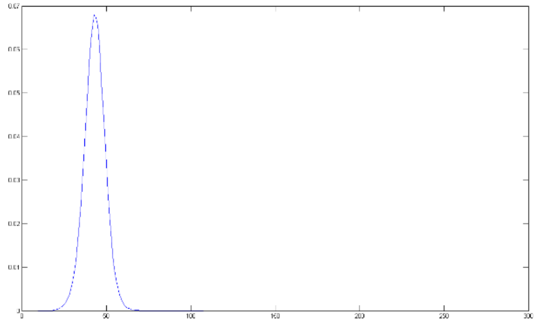
- Los histogramas en una imagen digital resumen visualmente la distribución de los valores de los píxeles presente en la imagen.
  - El abscisa (eje x) represente los valores de los píxeles presentes en la imagen; así como el rango de valores con la que trabaja la imagen.
  - La ordenada (eje y) representa la cantidad de píxeles de una valor específico que contiene la imagen.
- El histograma de una imagen digital en niveles de gris, rango $[0, L-1]$, es una función discreta $h_{(r_k)} = n_k$, donde r_k es el Kesimo nivel de gris y n_k el número de píxeles.

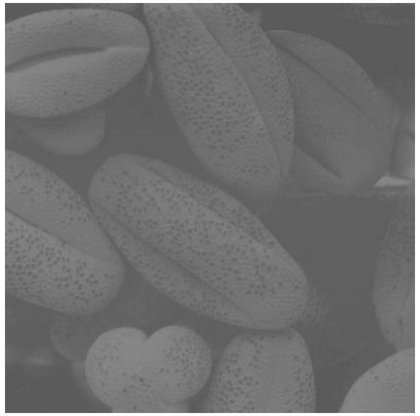


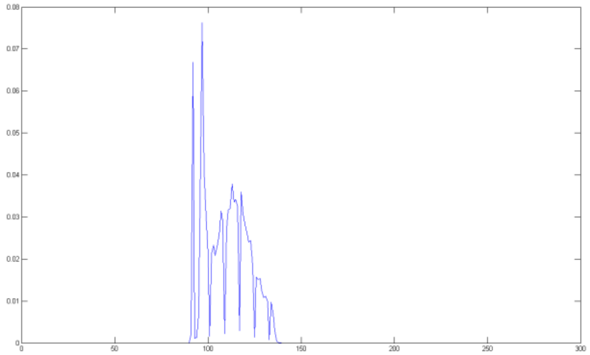
Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

PROCESAMIENTO DEL HISTOGRAMA

- Un histograma normalizado $p_{(r_k)} = \frac{n_k}{n}$; donde $k = 0,1,\dots,L-1$, y n es el total de píxeles.
  - La gráfica de $p_r(r_k)$ versus r_k se le llama histograma; también Función Densidad de Probabilidad de ocurrencia (pdf) de r_k.
- Los histogramas son la base de numerosas técnicas de procesamiento en el dominio del espacio.
- Información sobre el brillo y el contraste de la imagen. Puede ser utilizado para ajustar estos parámetros, eliminar ciertas tonalidades, entre otras.







Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

ECUALIZACIÓN DE HISTOGRAMA

- Sea r la variable que represente el nivel de gris de una imagen, donde r está en el intervalo $[0,1]$, siendo $r = 0$ la representación del color negro y $r = 1$ la representación del color blanco.

$$s = T(r) \qquad\qquad 0 \leq r \leq 1$$

- La función $T(r)$ satisface las condiciones:
  a) $T(r)$ es un único valor y de monotonía incremental, en el intervalo $0 \leq r \leq 1$
  b) $0 \leq T(r) \leq 1$ para $0 \leq r \leq 1$

- La transformación inversa de s, regresando a r, se denota como:

$$r = T^{-1}(s) \qquad\qquad 0 \leq s \leq 1$$

ECUALIZACIÓN DE HISTOGRAMA

- $p_r(r)$ es la función densidad de probabilidad (PDF) de la variable aleatoria r.
  - La gráfica de $p_r(r_k)$ versus r_k se le llama histograma.
- Una función de transformación de importancia particular (función de distribución acumulativa) en procesamiento de imagen tiene la forma:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

- La versión discreta de la función de transformación es:

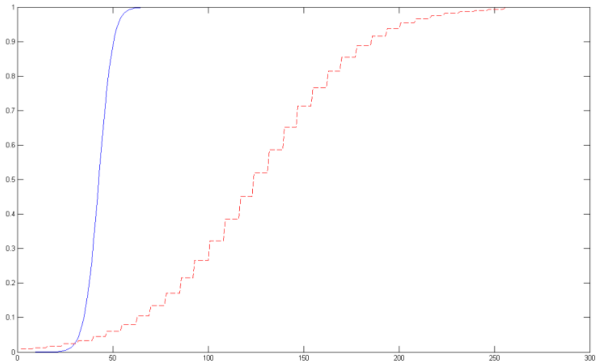
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,\ldots,L-1$$

ECUALIZACIÓN DE HISTOGRAMA

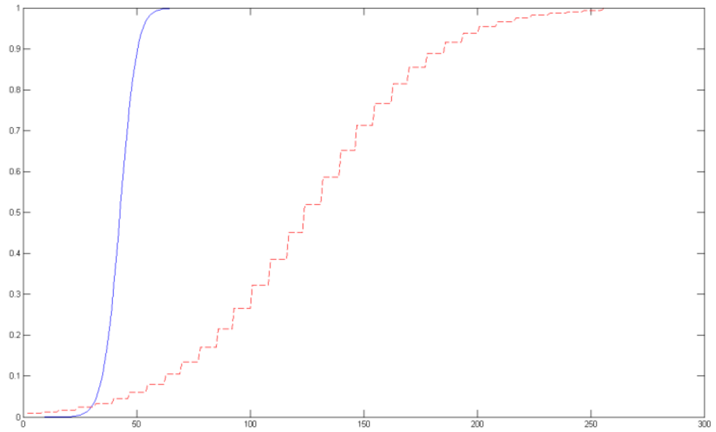
- La imagen que se muestra tiene poco contraste. Esto producirá un histograma poco disperso y desplazado a la izquierda.
- Para la función acumulativa, el valor de 1 de $T(r)$ alcanzará en los valores bajos de los valores de gris.
- Se establece los valores en la escala de gris donde alcanza un umbral mínimo (r_{min}) y un umbral máximo (r_{max}).
  - Estos valores son los límites para ecualizar el histograma.
- La operación de cada píxel queda como:

$$r_s = \frac{r_{in} - r_{min}}{r_{max} - r_{min}} . 255$$

  - Esto nos proporciona como resultado la imagen modificada con mayor contraste.



ECUALIZACIÓN DE HISTOGRAMA



FILTRO ESPACIAL

Filtro Lineal

- El tipo de operador de vecindad más usado es el filtro lineal, donde el valor del píxel de salida se determina por la suma ponderada de los píxel entrantes.

$$g(i,j) = \sum_{k,l} f(i+k, j+l)h(k,l)$$

- El operador de correlación se denota como

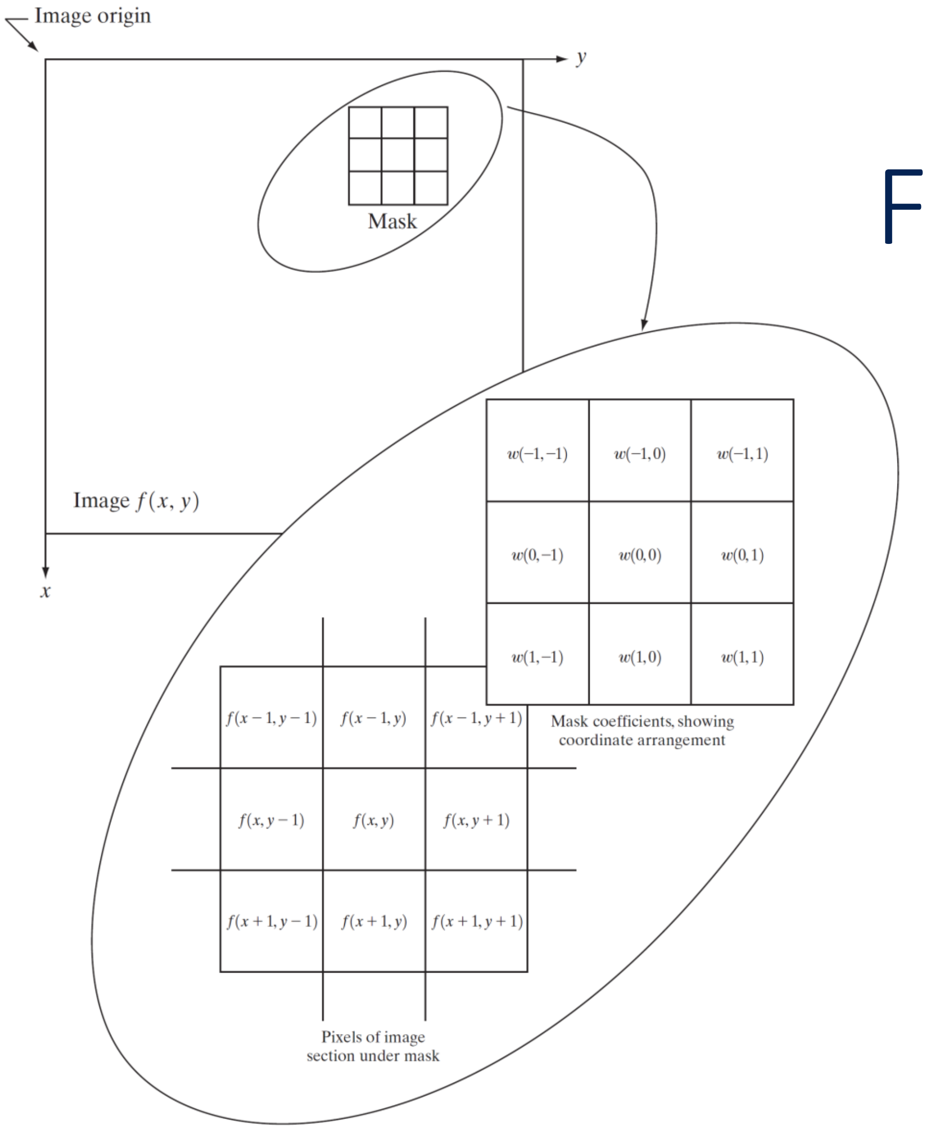
$$g = f \otimes h$$

- Un variación de la formula es:

$$g(i,j) = \sum_{k,l} f(i-k, j-l)h(k,l)$$

- A este se le conoce como operador de convolución

$$g = f * h$$



FILTRO ESPACIAL

$$
\begin{aligned}
R &= w(-1,-1)f(x-1,y-1) \\
&+ w(-1,0)f(x-1,y) + w(0,0)f(x,y) \\
&+ w(1,0)f(x+1,y) \\
&+ w(1,1)f(x+1,y+1)
\end{aligned}
$$

- Se puede observar la operación en el siguiente enlace:

  https://setosa.io/ev/image-kernels/

Fuente: Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

CONVOLUCIÓN DE UNA IMAGEN

- Sea f una imagen de $N \times M$, m un número impar menor a N y a M, y h la máscara del filtro lineal (máscara de $m \times m$). La imagen resultado f_h de f en cada píxel (i, j) está dada por la convolución discreta:

$$f_h(i,j) = f * h = \sum_{k=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \sum_{l=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} h(k,l).f(i-k, j-l)$$

- Donde $*$ indica la convolución discreta y ${}^{m}/_{2}$ división entera.

RELLENO DE BORDES

- El resultado de aplicar filtros sobre las imágenes causará efectos de borde.
- Para disminuir el efecto de borde, se aplican algunas técnicas de relleno, o de modos de extensión, como:
  - Zero.
  - Constante.
  - Replicar.
  - Ciclico (wrap).
  - Espejo.

SUAVIAZADO PROMEDIO

- Si todos los valores de h son positivos, los filtros realizan un suavizado promedio. La máscara más simple es el filtro promedio:

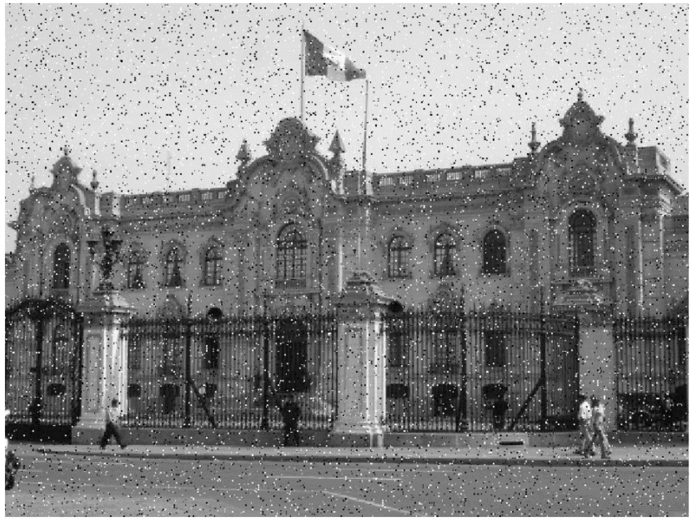
$$h_{avg} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

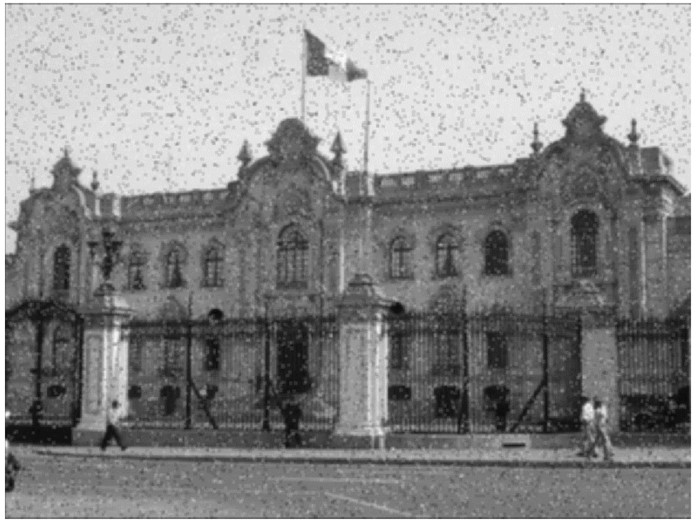
- En el dominio de frecuencia tenemos la transformada de Fourier de la máscara 1-D del filtro promedio, de ancho 2W, como la función “sinc”:

$$sinc(\omega) = \frac{2\sin(\omega W)}{\omega}$$

- El filtro promedio se puede aproximar como un filtro pasabajas.
- Los filtro para el suavizado se utilizan para reducir el ruido que pueda tener una imagen, removiendo pequeños detalles de la misma.

SUAVIAZADO PROMEDIO





SUAVIZADO GAUSSIANO

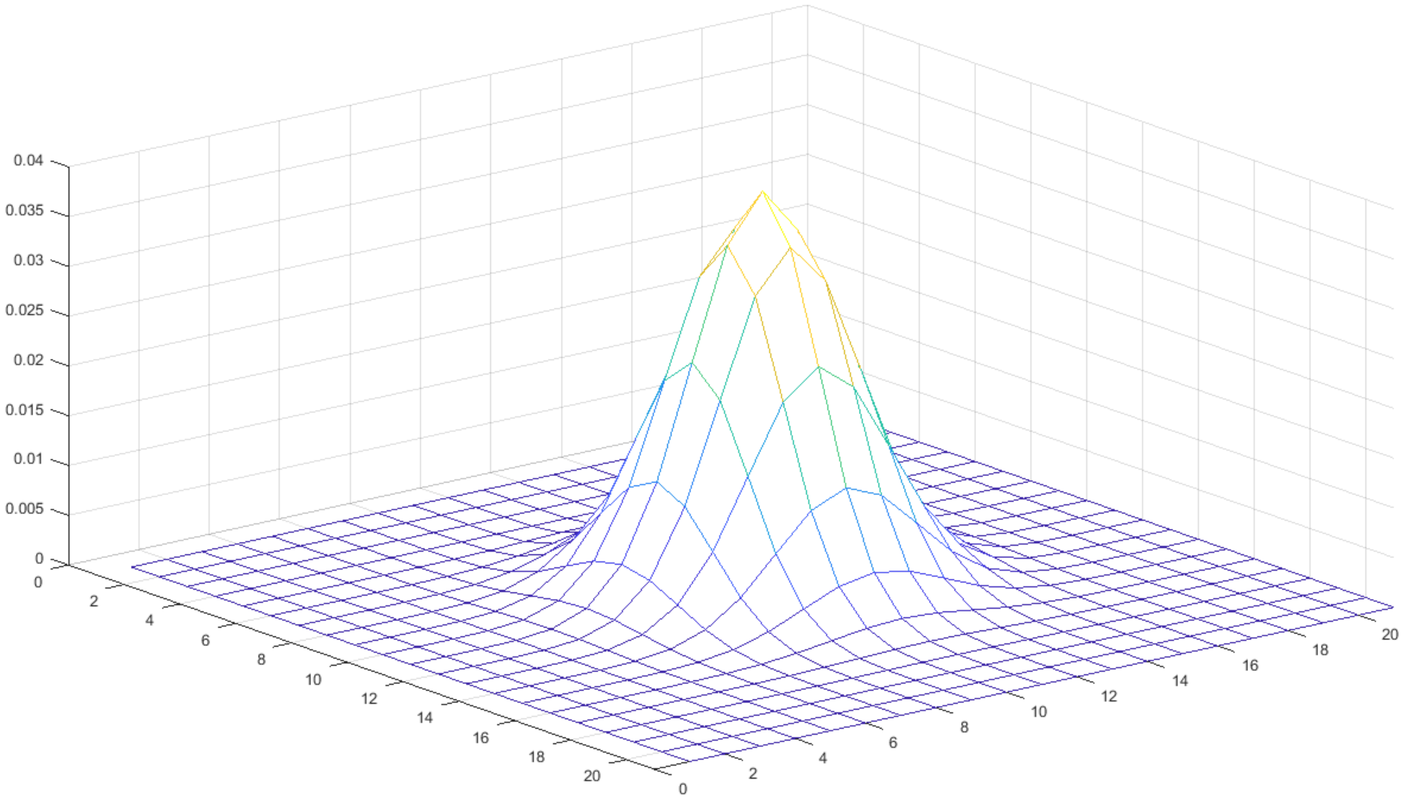
- Un buen modelo formal para este filtro es el núcleo Gaussiano simétrico.

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right)$$

- El núcleo de suavizado discreto se obtiene con un máscara de 2k+1 x 2k+1, donde los valores i y j-esimo son:

$$H_{ij} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{((i-k-1)^2 + (j-k-1)^2)}{2\sigma^2}\right)$$

SUAVIZADO GAUSSIANO



RESULTADO EN FRECUENCIA

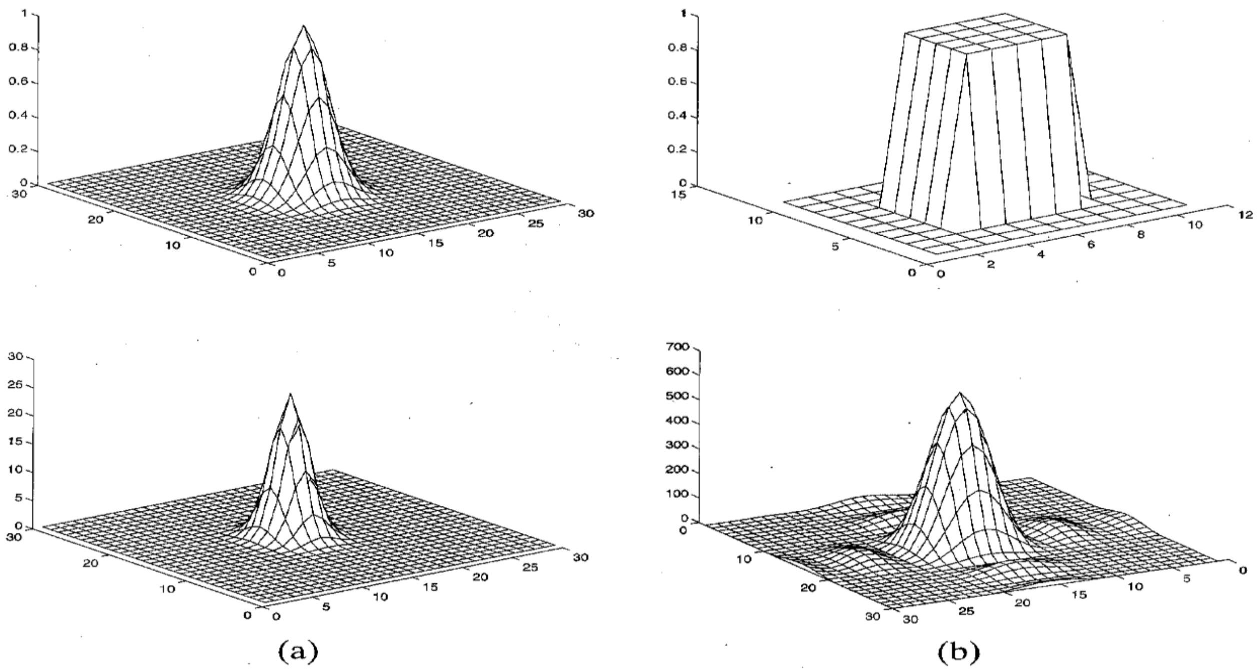
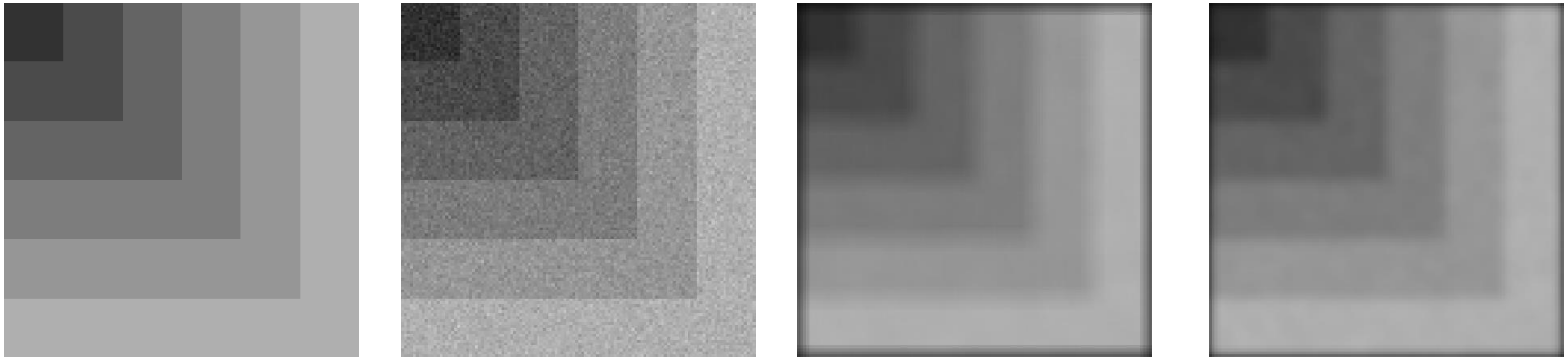
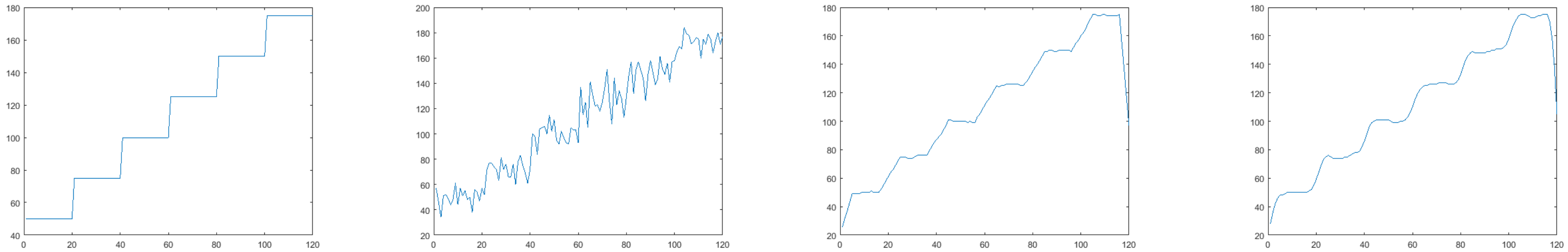


Figure 3.3 (a) The plot of a 5 × 5 Gaussian kernel of width 5 (top) and its Fourier transform (bottom). (b) The same for a mean-filter kernel.

Introductory Techniques for 3-D Computer Vision. E. Trucco y A. Verri.

COMPRACIÓN: FILTROS PROMEDIO Y GAUSSIANO





FILTROS RESALTANTES

- Los filtros resaltantes son utilizados para resaltar los bordes, o cambios de intensidad, en una imagen.

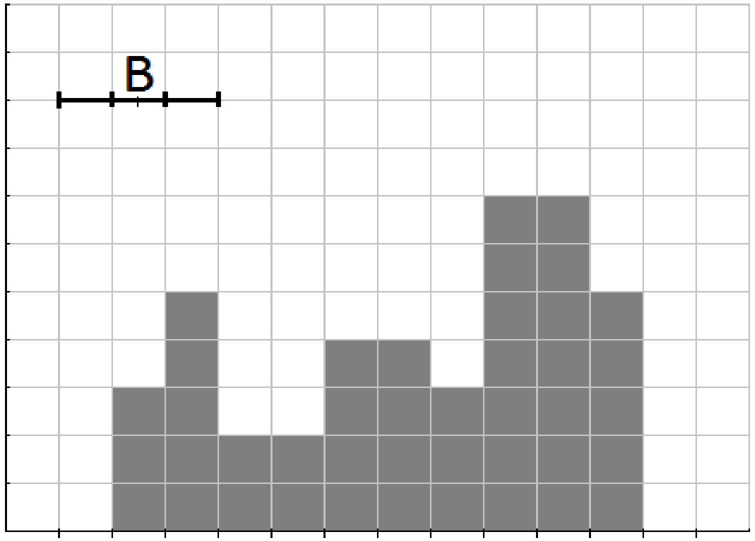
DETECCIÓN DE DISCONTINUIDAD

- Muchos métodos de segmentación están basados en la detección de cambios locales de intensidad.
- Las derivadas en una función digital están definidas en términos de diferencia.
    - La derivada tiene que ser cero en áreas de intensidad constante.
    - Tiene que ser diferente de cero en cambios de intensidad; escalón o rampas.
- Una definición básica de una derivada de primer orden de la función $f(x)$ unidimensional:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

- De forma similar, la derivada de segundo orden es:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$



DETECCIÓN DE PUNTOS Y LÍNEAS

- El Laplaciano de la función $f(x,y)$ es la derivada de segundo orden, definido como:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Entonces, el Laplaciano es:

$$\nabla^2 f =$$

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

−1	−1	−1
2	2	2
−1	−1	−1

Horizontal

2	−1	−1
−1	2	−1
−1	−1	2

+45°

−1	2	−1
−1	2	−1
−1	2	−1

Vertical

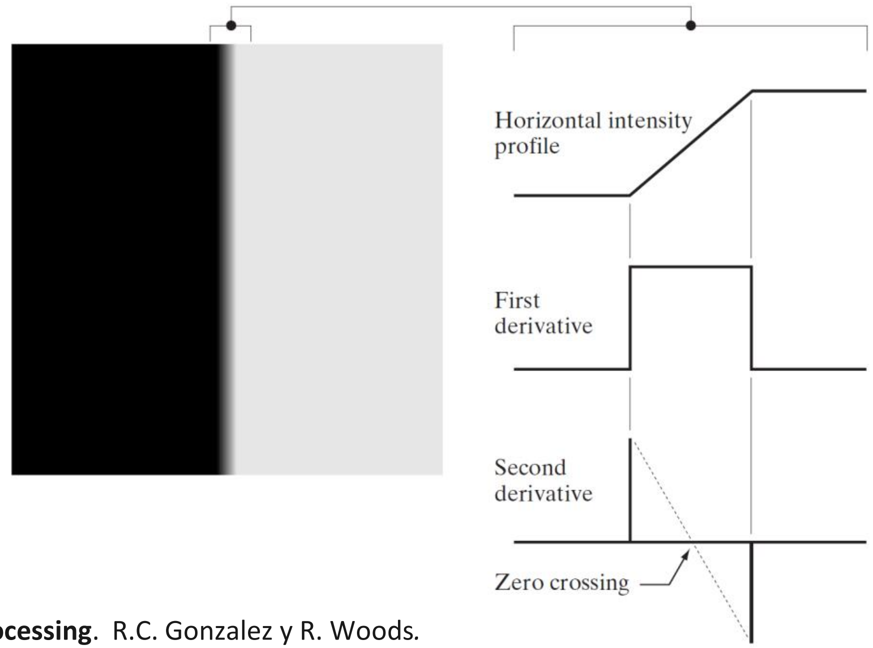
−1	−1	2
−1	2	−1
2	−1	−1

−45°

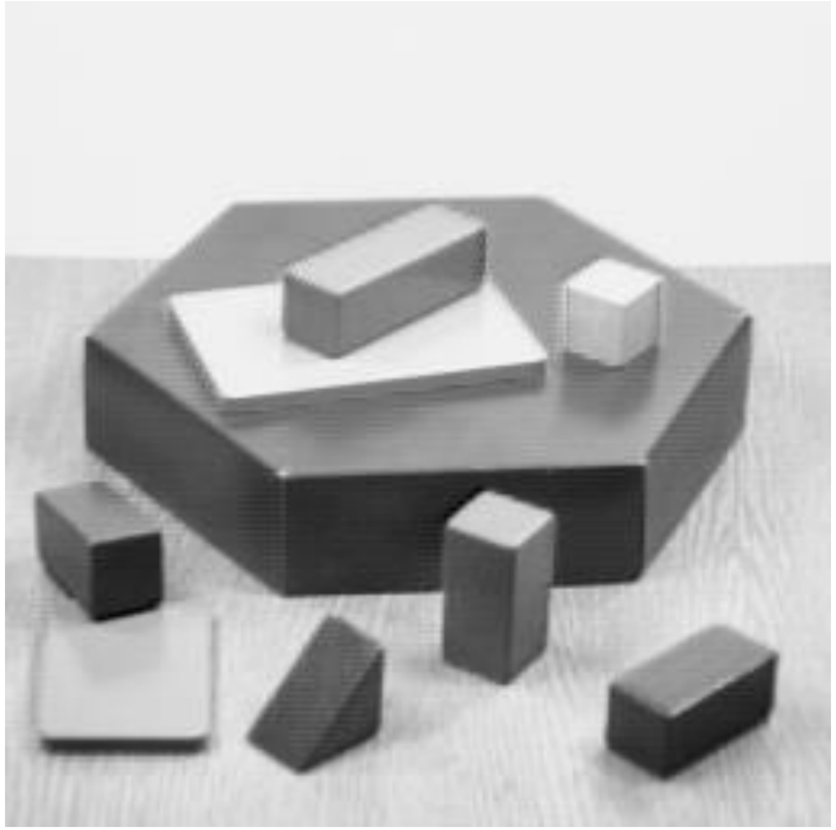
Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

DETECCIÓN DE BORDES

- Resultado de operar el borde de una imagen.



Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.



DETECCIÓN BÁSICA DE BORDES

- La gradiente de una imagen $f(x, y)$, localizada en (x, y), se define como un vector:

$$\nabla \boldsymbol{f} = grad(f) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- Un valor importante en la detección de bordes es la magnitud de este vector:

$$M(x, y) = mag(\nabla \boldsymbol{f}) = [g_x^2 + g_y^2]^{1/2}$$

- La dirección del vector gradiente también es un valor importante:

$$\propto (x, y) = tan^{-1}(\frac{g_y}{g_x})$$

- Donde el ángulo es medido con respecto al eje x

OPERADORES DE GRADIENTE

- Para hallar una gradiente usando una máscara de 3x3, se realiza el cálculo:

$$G_x = (Z_3 + Z_6 + Z_9) - (Z_1 + Z_4 + Z_7)$$

$$G_y = (Z_1 + Z_2 + Z_3) - (Z_7 + Z_8 + Z_9)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

−1	−1	−1
0	0	0
1	1	1

−1	0	1
−1	0	1
−1	0	1

Prewitt

−1	0
0	1

0	−1
1	0

Roberts

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

Sobel

Digital Image Processing. R.C. Gonzalez y R. Woods.

OPERADORES DE GRADIENTE

- En la figura se muestra los resultados de aplicar el filtro sobel a la imagen de bloques.

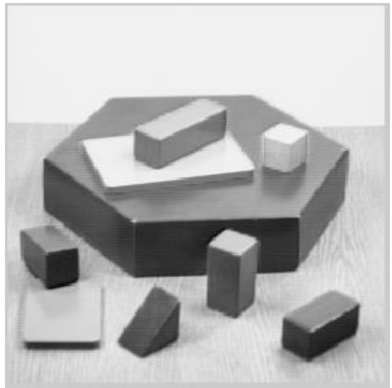
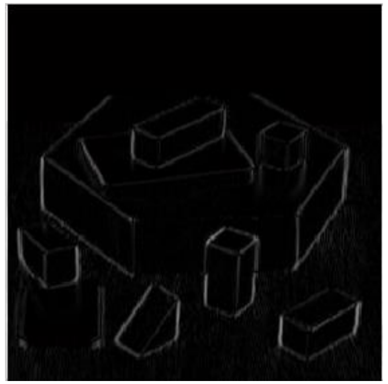
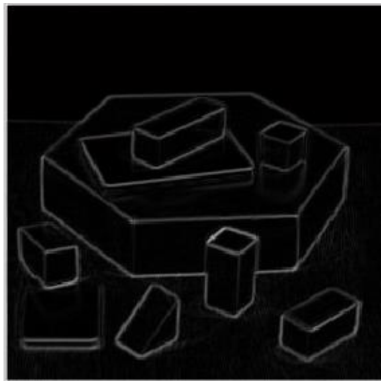


Imagen original



|Gx|

|Gy|



|Gx|+|Gy|

RUIDO EN UNA IMAGEN

- En visión por computadora, el ruido se puede referir a cualquier entidad, en la imagen, dato o resultado intermedio, que no es de interés para el propósito de cómputo principal.
- Podemos asumir que el ruido principal en una imagen es aditivo y aleatorio; esto es la señal aleatoria $n(i,j)$ agregada al valor real del píxel $I(i,j)$:

$$\hat{I}(i,j) = I(i,j) + n(i,j)$$

- Relación Señal a Ruido, o SNR:

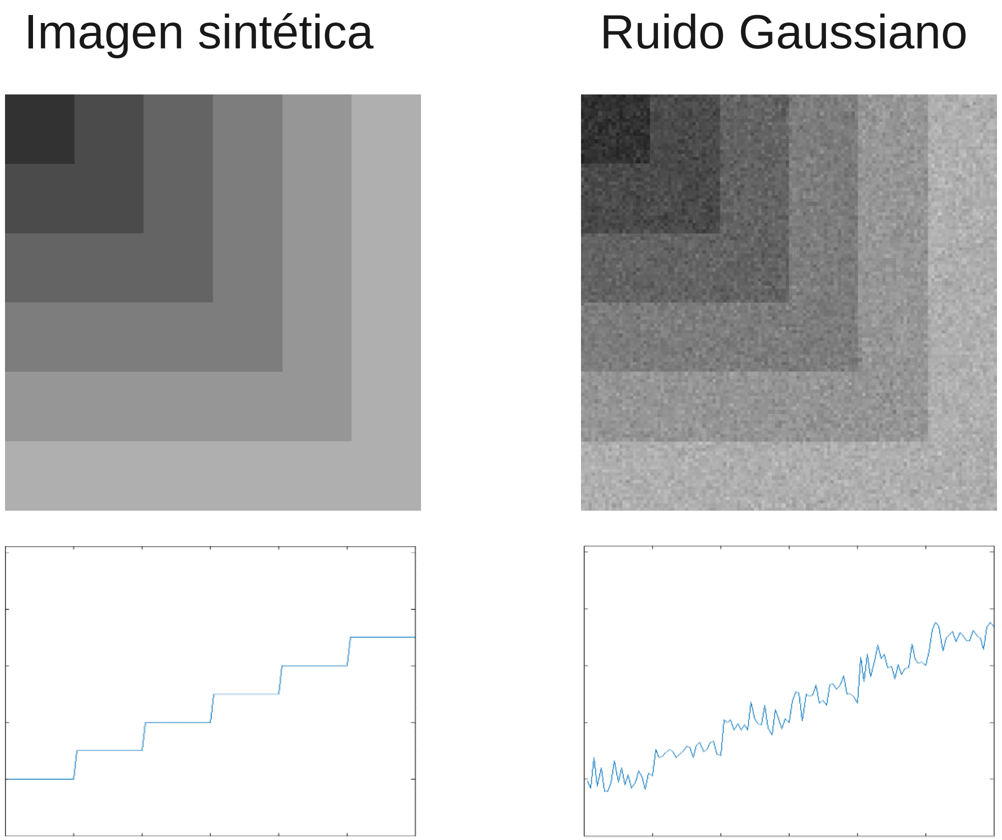
$$SNR = \frac{\sigma_s}{\sigma_n}$$

- Donde σ_n es la desviación estándar de la señal aleatoria y σ_s es la desviación estándar de la señal. La SNR se expresa con frecuencia en decibeles:

$$SNR_{dB} = 10log_{10}\frac{\sigma_s}{\sigma_n}$$

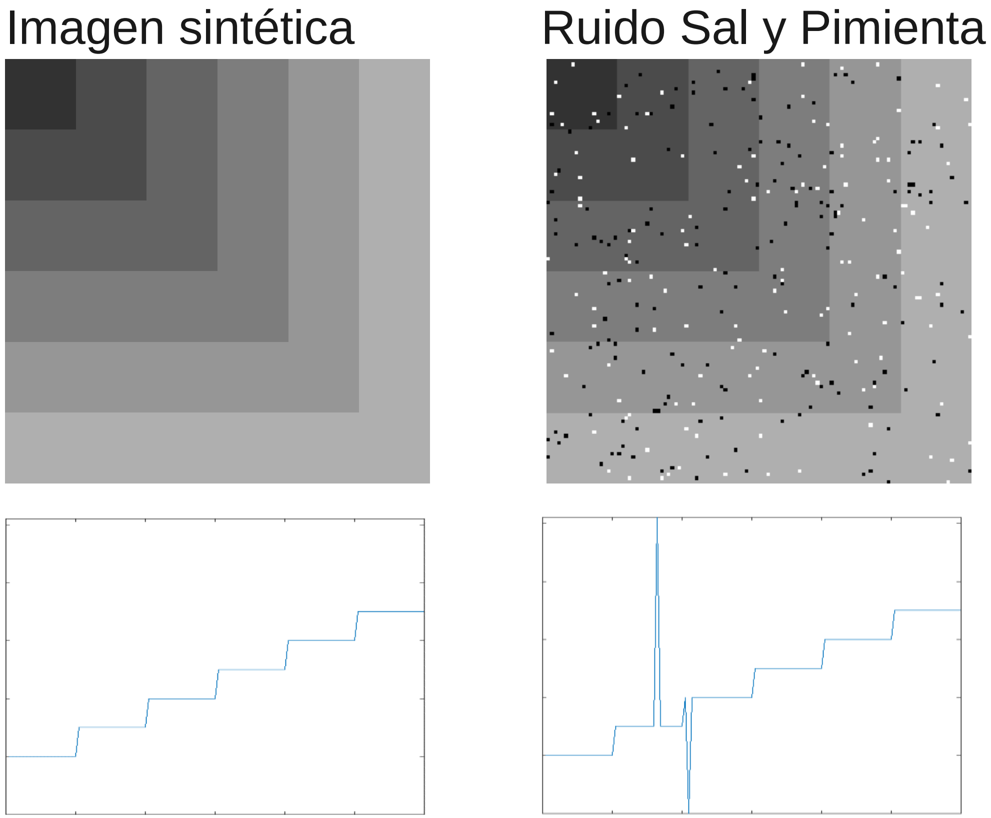
RUIDO EN LA IMAGEN

- Ruido Gaussiano. La intensidad de los píxeles se ve afectada debido a la poca iluminación o las altas temperaturas.



RUIDO EN LA IMAGEN

- Ruido impulsivo (o sal y pimienta). Se puede producir en la cuantificación que se realiza en el proceso de digitalización.



PUCP

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

- En una imagen digital se puede presentar ruido debido al sistema de muestreo utilizado o al canal de transmisión.
- Dado una imagen I afectado por el ruido n. Atenuar n tanto como sea posible (idealmente, eliminarlo por completo) sin alterar I de forma significativa.
- Una técnica común para reducir el ruido en un imagen es el uso del filtro lineal, el cual consiste en convolucionar la imagen con una matriz constante, denominado máscara.

FILTROS NO LINEALES

- Filtro Mediana

1	2	1	2	4
2	1	3	5	8
1	3	7	6	9
3	4	8	6	7
4	5	7	8	9

median = 4

- Filtro Mediana Ponderada del Entorno de Vecindad

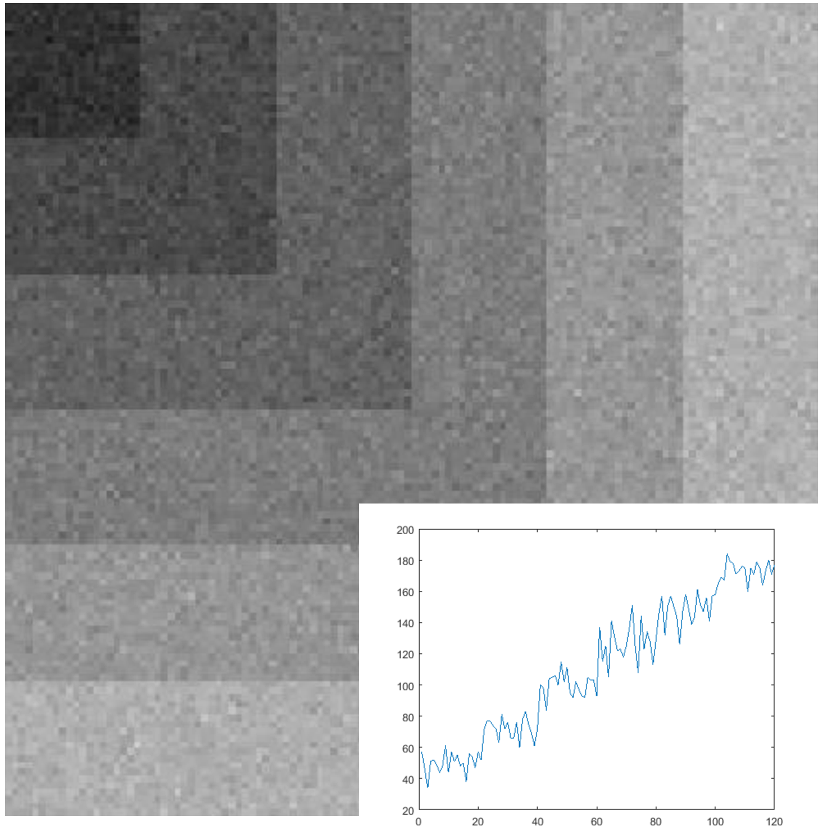
- Filtro Recortado (α-trimmed mean filter)

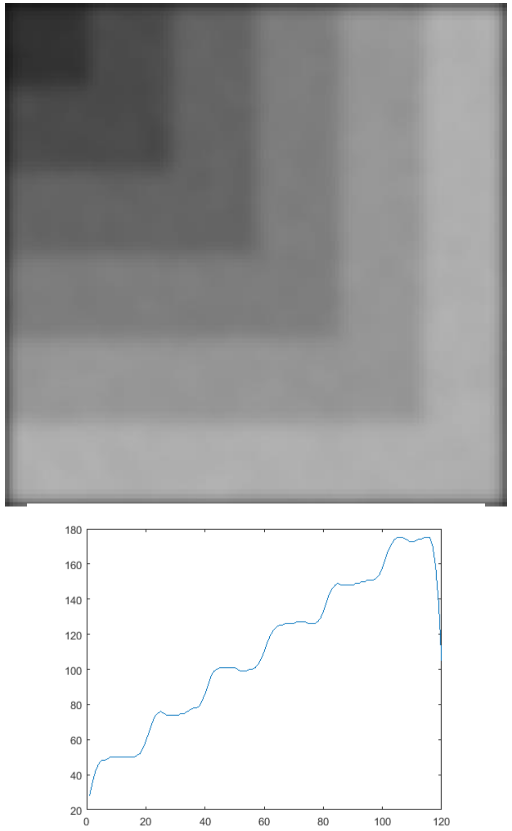
1	2	1	2	4
2	1	3	5	8
1	3	7	6	9
3	4	8	6	7
4	5	7	8	9

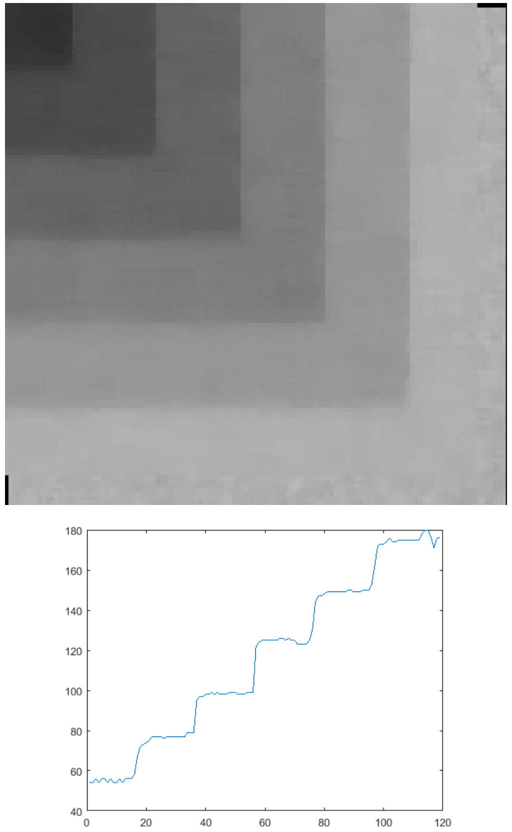
α-mean= 4.6

Tomado de: **Computer Vision: Algorithms and Applications.** R. Szeliski.

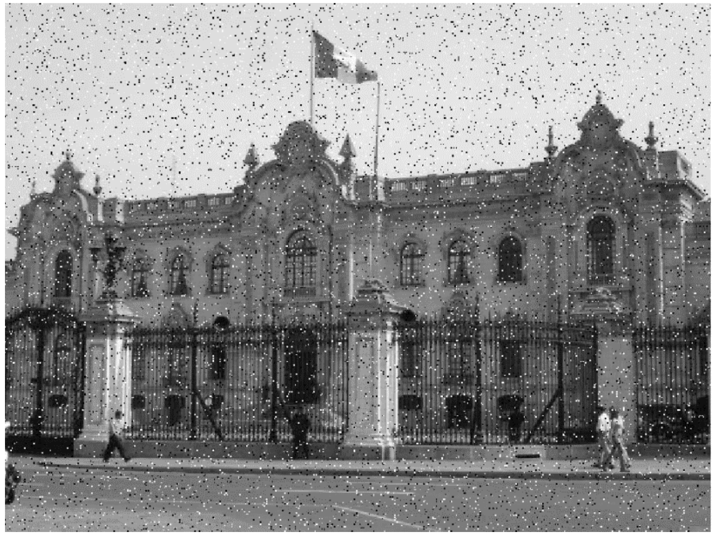
FILTROS NO LINEALES
Mediana







FILTROS NO LINEALES
Mediana



FILTROS NO LINEALES

- Filtro Bilateral. El valor del píxel de salida está dada por la combinación de pesos de los valores vecinos.

$$g(i,j) = \frac{\sum_{k,l} f(k,l)w(i,j,k,l)}{\sum_{k,l} w(i,j,k,l)}$$

- Donde el coeficiente de peso $w(i,j,k,l)$ en el producto entre la máscara

$$d(i,j,k,l) = \exp\left(-\frac{(i-k)^2 + (j-l)^2}{2\sigma_d^2}\right),$$

- Y la máscara (range kernel) dependiente de los valores de la figura:

$$r(i,j,k,l) = \exp\left(-\frac{\|f(i,j) - f(k,l)\|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$

- Como resultado se tiene la función de peso bilateral dependiente del dato de la imagen

$$w(i,j,k,l) = \exp\left(-\frac{(i-k)^2 + (j-l)^2}{2\sigma_d^2} - \frac{\|f(i,j) - f(k,l)\|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$

FILTROS NO LINEALES
Bilateral

- Máscara

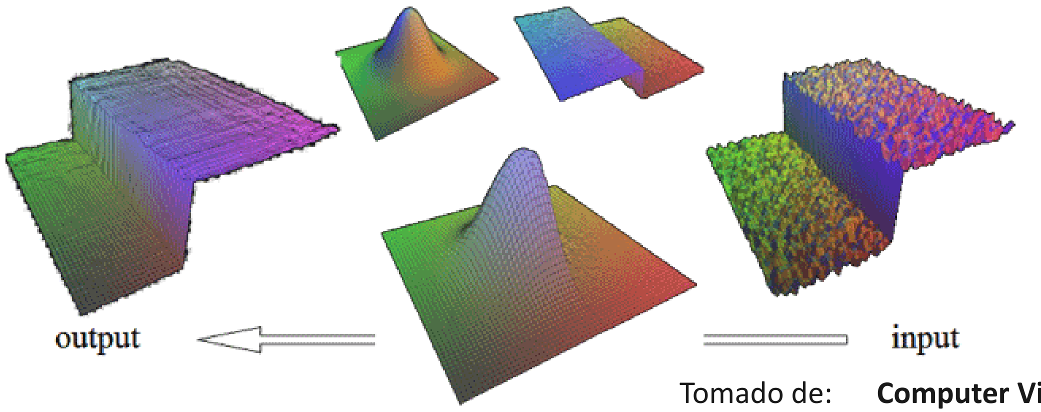
	2	1	0	1	2
2	0.1	0.3	0.4	0.3	0.1
1	0.3	0.6	0.8	0.6	0.3
0	0.4	0.8	1.0	0.8	0.4
1	0.3	0.6	0.8	0.6	0.3
2	0.1	0.3	0.4	0.3	0.1

domain filter

Filtro Bilateral

0.0	0.0	0.0	0.0	0.2
0.0	0.0	0.0	0.4	0.8
0.0	0.0	1.0	0.8	0.4
0.0	0.2	0.8	0.8	1.0
0.2	0.4	1.0	0.8	0.4

range filter



Tomado de: **Computer Vision: Algorithms and Applications.** R. Szeliski.