

Diseño de un escáner 3D

Myrna Dinorah Ortiz Ramirez, Fabián Hernández Rodríguez, and Aldo Daniel Villaseñor
(Dated: June 20, 2023)

I. OBJETIVO

El objetivo del reto es manejar a nivel introductorio la técnica de proyección de franjas para la obtención de información 3D. El reto consiste en diseñar y construir un sistema óptico que permita obtener una imagen tridimensional, a nivel de superficie, de algún objeto.

A. Materiales

1. Proyector
2. Cámara
3. Pantalla blanca como plano de referencia
4. Diversos objetos de prueba
5. Montura con tornillo de desplazamiento
6. Software Matlab

II. DESCRIPCIÓN

Se realizó un arreglo óptico de manera que pudiésemos obtener información sobre la imagen, para esto se tomaron una serie de 8 imágenes donde el desplazamiento de las franjas en el proyector variaba en $\pi/2$, para esto se dividieron las 4 imágenes de referencia y las 4 imágenes con el objeto.

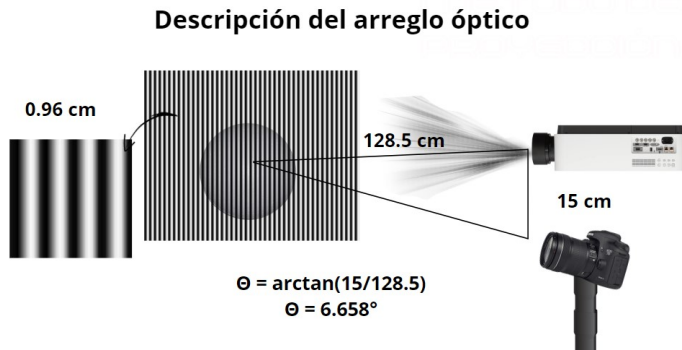


FIG. 1. Arreglo experimental

III. MARCO TEÓRICO

El diseño de un escáner tridimensional es de gran importancia en diversas aplicaciones. Permite capturar información precisa y detallada de objetos en tres dimensiones, lo cual resulta fundamental en campos como el diseño industrial, la ingeniería inversa, la arquitectura y el diseño de productos. [1] Un escáner tridimensional permite capturar la geometría completa de un objeto, lo que facilita la documentación, preservación y conservación de objetos históricos, obras de arte y patrimonio cultural. Además, los escáneres tridimensionales son utilizados en la inspección y control de calidad en la fabricación de productos, ya que permiten comparar la geometría escaneada con las especificaciones de diseño. En la industria del entretenimiento, el diseño de escáneres tridimensionales es esencial para la creación de personajes digitales, efectos visuales y animación en películas, videojuegos y animación por computadora. En medicina y ciencias, los escáneres tridimensionales son utilizados para capturar datos anatómicos y crear modelos 3D de órganos y tejidos [2], lo que es de gran utilidad en diagnóstico, planificación de cirugías, investigación científica y desarrollo de dispositivos médicos.

A. Corrimiento de fase

El corrimiento de fase se refiere al cambio en la fase de una onda de luz al interactuar con diferentes medios ópticos. La fase de una onda de luz determina su posición relativa en un ciclo de oscilación y está relacionada con la posición y la amplitud de la onda. En los fenómenos de interferencia, como en los interferómetros, el corrimiento de fase puede ser utilizado para controlar y manipular las franjas de interferencia. Al introducir un cambio controlado en la fase de una de las ondas que se superponen, se pueden obtener patrones de interferencia específicos. Se puede representar de la siguiente forma:

$$I_k = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\phi + \Delta\phi_k) \quad (1)$$

Ya que nuestro objetivo es la obtención de información en 8 imágenes, la estructura de las 4 imágenes de referencia y las 4 imágenes con el objeto sería la siguiente:

$$I_1 = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\phi)$$

$$I_2 = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\phi + \pi/2)$$

$$I_3 = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\phi + \pi)$$

$$I_4 = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\phi + 3\pi/2)$$

Asimismo realizando las sustituciones pertinentes a nuestros cosenos, es posible determinar que el valor del ángulo es de:

$$\phi(m, n) = \tan^{-1} \frac{-(I_2 - I_4)}{(I_1 - I_3)} \quad (2)$$

IV. PROYECCIÓN DE FRANJAS

La proyección de franjas en la óptica es una técnica utilizada para medir y visualizar variaciones en la fase, amplitud o perfil de una onda de luz. Las franjas son patrones de luz y oscuridad alternados que se forman cuando dos o más haces de luz se superponen o cuando la luz interactúa con una estructura o superficie. En nuestro caso utilizaremos esta técnica para medir deformaciones ya que al proyectar franjas en una superficie o estructura, es posible detectar y medir deformaciones o cambios en la forma de dicha superficie. Esto se logra al observar cómo las franjas se desplazan, deforman o se curvan, lo que proporciona información sobre la forma y el estado de la superficie. Una manera de definir nuestras franjas es con las siguientes funciones:

$$u_1 = e^{ik[x \sin(\theta + \frac{\alpha}{2}) + z \cos(\theta + \frac{\alpha}{2})]} \quad (3)$$

$$u_2 = e^{ik[x \sin(\theta + \frac{\alpha}{2}) + z \cos(\theta + \frac{\alpha}{2})]} \quad (4)$$

Donde habrá que suponerlas y calcular la intensidad elevando al cuadrado con el fin de ver el comportamiento de nuestras franjas, el cual quedaría de la siguiente manera:

$$I = |u_1 + u_2|^2 \quad (5)$$

Realizando los cálculos correspondientes y utilizando identidades trigonométricas podemos visualizar que nuestra intensidad quedaría de la siguiente forma:

$$I = 2(1 + \cos(\phi)) \quad (6)$$

De esta forma podremos calcular las dimensiones del objeto. Para esto suponemos la relación entre dos interferencias

$$I_1 - I_2 = 2(1 + \cos(\phi_1)) - 2(1 + \cos(\phi_2)) \quad (7)$$

Realizando las operaciones necesarias igualmente con identidades trigonométricas, y relacionando los ángulos de forma análoga al plano obtenemos una función la cual su función de modulación tiene un mínimo cuando:

$$\frac{\pi}{d}(z_2 - z_1) \sin \theta = n\pi \quad (8)$$

$$\Delta z_n = z_2 - z_1 = n \frac{d}{\sin \theta} \quad (9)$$

De esta forma obtenemos que z es igual a

$$z = \frac{\varphi}{2\pi} \cdot \frac{d}{\sin \theta} \quad (10)$$

Donde φ es la fase desenvuelta, la d es la distancia entre las franjas y el ángulo θ es el ángulo que se hace entre el proyector, la cámara y el objeto en el plano.

V. MÉTODOS NUMÉRICOS

En el proceso de realizar los métodos numéricos, se utilizó el software MATLAB. Para corregir las discontinuidades o saltos de fase envueltos (wrapped phase) y realizar el análisis de fase, se emplearon dos métodos como se detallan a continuación.

A. Cunwrap

El algoritmo de Constantini encuentra la mejor ruta entre dos píxeles utilizando un mapa de calidad que asigna un valor de confiabilidad a cada píxel en función del gradiente de fase y la variación de fase. El gradiente de fase mide cuánto cambia la fase entre píxeles adyacentes, y la variación de fase mide cuánto fluctúa la fase dentro de una ventana local. Cuanto menor sea el gradiente de fase y la variación de fase, mayor será el valor de confiabilidad.

Luego, el algoritmo utiliza una estrategia codiciosa para encontrar la mejor ruta entre dos píxeles al elegir el píxel con el valor de confiabilidad más alto entre los ocho vecinos del píxel actual. El algoritmo se detiene cuando llega al píxel de destino o cuando encuentra un píxel con un valor de confiabilidad inferior a un umbral predefinido. [3]

B. Transformada de Fourier

La transformada de Fourier permite descomponer una función o una señal óptica en sus componentes de frecuencia, lo que facilita el análisis de las características espectrales y espaciales de la luz. La FFT es un algoritmo eficiente para calcular la transformada de Fourier discreta (DFT) de una señal. Además la FFT permite realizar esta descomposición rápidamente, lo que es especialmente útil para señales de gran tamaño. En MATLAB, la función para calcular la FFT de una señal es `fft()`. Esta función toma una secuencia de valores de señal y devuelve su correspondiente espectro de frecuencia. Por otro lado, la función `fftshift()` se utiliza para

cambiar el desplazamiento o la ubicación de los componentes de frecuencia en el espectro de salida de la FFT. La FFT produce un espectro de frecuencia en el rango de 0 a la frecuencia de muestreo (por ejemplo, de 0 Hz a 1 Hz). Sin embargo, esta representación no es simétrica, lo que dificulta la interpretación visual de los resultados. La función `fftshift()` desplaza los componentes de frecuencia para que el espectro esté centrado en cero (de -0.5 Hz a 0.5 Hz), lo que facilita su interpretación y visualización.

En el proyecto, para poder obtener los detalles del objeto que queremos reconstruir obtenemos la representación en el espacio de frecuencias de dicha imagen. Al obtener su representación en el espacio de fourier (Fig. [7]) observamos que el orden de mayor frecuencia representa el fondo de la imagen, es decir, las franjas. Entonces nuestro cometido es filtrar las frecuencias del fondo y del ruido para obtener los detalles del objeto, como vemos en el espectro seleccionado. [4]

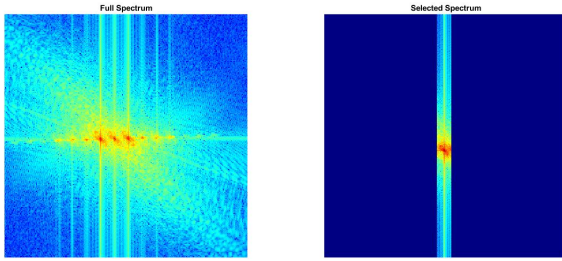


FIG. 2. Transformada de Fourier de la mano normalizada con 30 franjas

VI. PROCEDIMIENTO

Primero para la realización del diseño de un escáner tridimensional, se hizo el código adjunto en el apéndice con las funciones ya mencionadas (`cunwrap` y `fft`), para esto se utilizaron algunas imágenes de prueba proporcionadas. Obtenido esto, se hizo un montaje como se ve en la figura II, donde para la creación de franjas y nuestras imágenes de referencia se utilizó un coseno con un desfase de 0 , $\pi/2$, π y $3\pi/2$, se proyectaron con un proyector y se utilizó una pantalla blanca como plano de referencia, además se introdujo la cámara con cierto ángulo para la obtención de las fotografías. Ahora introducimos los objetos de los cuales vamos a obtener información para esto se utilizó media bola de unicel, una mano, un símbolo de paz en unicel y una caja.

En este caso primero se utilizó la bola de unicel, ya que era más fácil de visualizar si había un fallo de manera computacional, para esto se pegó el objeto a nuestra pantalla de manera que fuera perpendicular al proyector con el fin de no crear sombras ya que ante la presencia

de estas creaban una incertidumbre a la hora de "un-wrappearla". Ya que obtuvimos resultados confiables, se prosiguió con la toma de fotografías de los siguientes objetos, los cuales asimismo obtuvimos resultados satisfactorios.

Ahora para el cálculo de su dimensionalidad se utilizó la ecuación ??, donde se aplicaron los valores medidos de forma experimental II y la fase envuelta con el método numérico.

VII. RESULTADOS

A. Corrimiento de fase

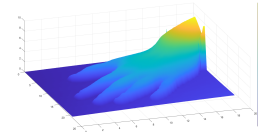


FIG. 3. Mano por corrimiento de fase

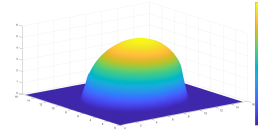


FIG. 4. Media esfera por corrimiento de fase

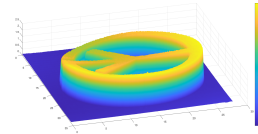


FIG. 5. Símbolo amor y paz por corrimiento de fase

En las figuras 3, 12 y 13 observamos la reconstrucción en 3 dimensiones de una mano, una media esfera de unicel y un símbolo de amor y paz de unicel por medio del método de corrimiento de fase. Se utilizó una distancia entre franjas de 0.96cm .

Se logró reconstruir la forma de la mano en donde se observan los 5 dedos y algunos detalles pequeños. También fue posible aproximar las dimensiones del objeto con un error pequeño, z se escaló mediante la ecuación 10, mientras que x y y fueron aproximadas mediante el número de píxeles que hay entre un máximo de intensidad y otro (distancia entre franjas). Estos parámetros fueron utilizados para todos los objetos.

Durante la obtención de las distintas fotografías nos percatamos de los factores que influyen en la calidad de la reconstrucción. Se observaron errores grandes cuando existían sombras en los bordes del objeto a analizar,

estos errores fueron atribuidos al algoritmo de desenvolvimiento de fase (Constantini). La cantidad de franjas también tuvo un efecto en la calidad de la reconstrucción, al aumentar la frecuencia de las franjas logramos mejores resultados hasta cierto punto en el cual la cantidad de franjas no mejoraban.

Fue utilizada una media móvil para mejorar los resultados ya que al obtener la fase se observaban ondulaciones consecuencia de errores al momento capturar las fotografías, también pueden ser atribuidas a errores en el algoritmo de desenvolvimiento.

Este método tiene la virtud de dar muy buenos resultados, sin embargo, es menos práctico que otros métodos al requerir de un mayor número de fotografías tomando en cuenta que cada toma de fotografías está sujeta a pequeños errores por variaciones de intensidad y errores en el sensor de la cámara. Además al requerir que la sombra generada por los bordes fuera mínima del objeto fue necesario colocar el proyector perpendicular al objeto y la cámara con un ángulo, esto provoca que no sea posible capturar una porción del objeto, esto es más notorio en la reconstrucción de la media esfera (figura 12).

B. Transformada de Fourier

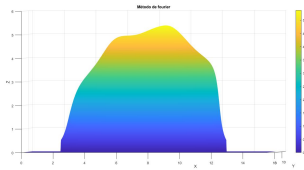


FIG. 6. Media esfera por Fourier

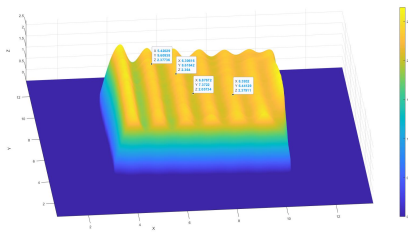


FIG. 7. Cubo por Fourier

VIII. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En nuestro caso, el método de corrimiento de fase nos dio mejores resultados. Podemos deducir que fue por el tipo de arreglo óptico (proyector frontal) y la cantidad de franjas que utilizamos. Al tener el proyector de frente las franjas generadas fueron de grosor y desplazamiento homogéneo, lo que propicio una correcta recon-

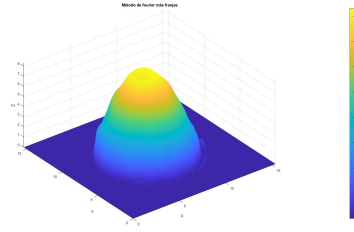


FIG. 8. Media esfera por Fourier 100 franjas

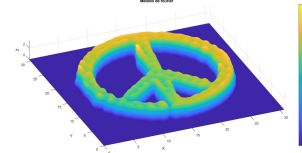


FIG. 9. Símbolo por Fourier

strucción al hacer el corrimiento de fases. Con el método de Fourier encontramos resultados bastante interesantes e intrigantes. Al principio sólo elegimos por su belleza matemática y el reto que representaba computacionalmente. Sin embargo, al trabajar con él vimos que puede ser bastante útil en ciertas situaciones. Con el método de Fourier encontramos resultados muy buenos con objetos con poco detalle, tales como podemos ver en la media esfera y el cubo (fig. 6 7), y en objetos más detallados como la mano y el símbolo de amor y paz obtuvimos resultados bastante deplorables en comparación con el corrimiento de fase (figs. 11 3). También cabe mencionar que al agregar más franjas a nuestra proyección obtuvimos mejores resultados para la media esfera (fig. 8).

Esto lo podemos explicar a partir del análisis de las imágenes en el espacio de Fourier. Al tener imágenes con mucho detalle (como la mano), en el espacio de Fourier las frecuencias se sobreponen mucho, lo que inhabilita su correcta segregación para su filtrado. Para una mejor separación entre las frecuencias se aplicó una normalización a las matrices de intensidades, sin embargo, no mejoró por mucho la calidad de la reconstrucción.

Sin embargo, al proyectar más franjas al objeto, como en el caso de la media esfera; obtuvimos que en el espacio de Fourier los órdenes de frecuencia se separan más, ayudando a una mejor obtención de los detalles del objeto. Es obvio al saber que si hay más frecuencia de las franjas, el orden 0 de frecuencia va a ser mucho mayor comparado con los demás, segregándose y separándose de forma más discernible. Aunque no pudimos hacer esto mismo con los demás objetos debido al tiempo limitado, obtuvimos que el método de Fourier puede ser de superior importancia si nos encontramos en una situación donde no disponemos de muchas imágenes para realizar un corrimiento de fase y tenemos un proyector de gran resolución para proyectar muchas franjas y así obtener un mejor detalle.

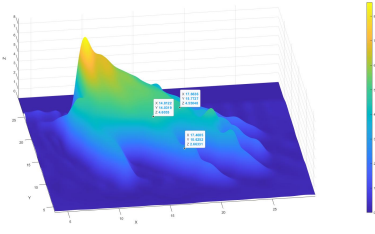


FIG. 10. Mano reconstruida por método de Fourier

IX. ANÁLISIS DE ERRORES

Para verificar el error que existía en la dimensionalidad del objeto, utilizamos la altura del objeto real como el teórico, y la ecuación como el experimental ???. De manera que el error porcentual de forma matemática se vería de la siguiente forma:

$$Error = \frac{ValorR - ValorE}{ValorR} * 100 \quad (11)$$

Existen múltiples factores que pueden contribuir a los errores al diseñar un escáner tridimensional. Estos errores pueden surgir debido a diversas causas, desde pequeñas incertidumbres en los objetos de medición, como la regla o la cinta métrica, hasta la introducción de ruido en las imágenes. Además, factores como la iluminación en la sala donde se realiza la proyección o la

falta de homogeneidad dimensional del objeto, como en el caso de una mano, también pueden afectar la precisión del escaneo tridimensional.

Para el símbolo de amor y paz obtuvimos un error medio de 7.64% con el método de Fourier y un error del 5.53% con corrimiento de fase. Para la mano, el error fue de 10.754% con Fourier y 4.35% por corrimiento. Para la media esfera, se obtuvimos un error del 3.1% con Fourier y del 2.15% con corrimiento de fase.

X. CONCLUSIONES

Como conclusión se obtuvo que con el método de corrimiento de fase obtenes mejores resultados, sin embargo se requiere de por lo menos 8 imágenes. Por otra parte con el método de Fourier, aunque haya menos nivel de detalle solamente requiere 2 imágenes y tenemos certeza que con más franjas podría funcionar mejor. También podemos concluir que el método de desenvolvimiento de fase (Constantini) que utilizamos hace su labor de una forma sobresaliente ante otros métodos debido a su enfoque de encontrar la mejor solución basada en los residuos. En conclusión, este reto nos impulsó a buscar soluciones óptimas para un problema que es bastante utilizado en la ciencia y en la industria. Nuestro enfoque de buscar una solución aplicable, replicable y de buenos resultados nos llevó a utilizar el método de corrimiento de fase y el método de Fourier; pudiéndonos así decantar por uno u otro método según la situación lo requiera.

-
- [1] P. Gil, E. J. Manchón Lopez, F. Torres, J. Pomares, and F. G. Ortiz Zamora, Reconstrucción tridimensional de objetos con técnicas de visión y luz estructurada, (2002).
 - [2] J. M. Aguiar Márquez and J. Mota de la Cruz, Obtención del modelo tridimensional de la figura humana mediante sistemas láser escáner 3d., (2016).
 - [3] P. Fuxjäger, A. Costantini, D. Valerio, P. Castiglione, G. Zacheo, T. Zemen, and F. Ricciato, Ieee 802.11 p transmission using gnuradio, in *6th Karlsruhe Workshop on Software Radios (WSR)* (Karlsruhe Germany, 2010) pp. 1–4.
 - [4] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, *JosA* **72**, 156 (1982).

Appendix A: Appendixes

1. Corrimiento de Fase

```
%Código: reto del laboratorio de óptica
%Diseño de un escáner tridimensional
%Corrimiento de fase
clc; clear;
```

```
K = [40,20];%parametros para media movil
d_fran=0.96;%distancia entre franjas en cm
```

```
%Imágenes del objeto
I1=imread('./imagesFINAL/love_0.JPG');
I1=im2gray(I1);
I1=double(I1);
%recorte de las imagenes para
```

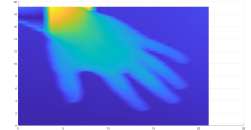


FIG. 11. Vista superior de reconstrucción de una mano por corrimiento de fase

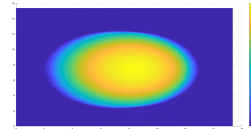


FIG. 12. Media esfera por corrimiento de fase

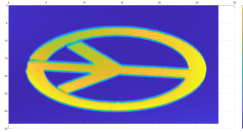


FIG. 13. Símbolo amor y paz por corrimiento de fase

```

obtener mejores resultados
largo=300:length(I1(:,1))-100;
ancho=200:length(I1(1,:))-950;
I1=I1(largo,ancho);
thld = min(I1,[],'all');
I1 = clean(I1,thld);

I2=imread('./imagesFINAL/love_pi2.JPG');
I2=im2gray(I2);
I2=double(I2);
I2=I2(largo,ancho);
I2 = clean(I2,thld);

I3=imread('./imagesFINAL/love_pi.JPG');
I3=im2gray(I3);
I3=double(I3);
I3=I3(largo,ancho);
I3 = clean(I3,thld);

I4=imread('./imagesFINAL/love_3pi2.JPG');
I4=im2gray(I4);
I4=double(I4);
I4=I4(largo,ancho);
I4 = clean(I4,thld);

%Imagenes de referencia
I1s=imread('./imagesFINAL/ref_0.JPG');
I1s=im2gray(I1s);
I1s=double(I1s);
I1s=I1s(largo,ancho);
I1s = clean(I1s,thld);

I2s=imread('./imagesFINAL/ref_pi2.JPG');
I2s=im2gray(I2s);
I2s=double(I2s);
I2s=I2s(largo,ancho);
I2s = clean(I2s,thld);

I3s=imread('./imagesFINAL/ref_pi.JPG');
I3s=im2gray(I3s);
I3s=double(I3s);%I3(5:length(I3(:,1))-4,5
:length(I3(1,:))-4);
I3s=I3s(largo,ancho);
I3s = clean(I3s,thld);

I4s=imread('./imagesFINAL/ref_3pi2.JPG');
I4s=im2gray(I4s);
I4s=double(I4s);%I4(6:length(I4(:,1))-5,5
:length(I4(1,:))-4);
I4s=I4s(largo,ancho);

```

```
I4s = clean(I4s,thld);
```

```

%Resta de la fase de referencia
a la fase del objeto
fase=atan2((I4)-(I2),(I1)-(I3))-
atan2((I4s)-(I2s),(I1s)-(I3s));

```

```

%Desenvolvimiento de fase
fase3d=cunwarp(fase,struct('maxblocksize',120));
\end{lstlisting}

```

```

Number of block(s) = 546
Effective block size = (119 x 117)
Overlapping = 25.0%

```

2. Método de Fourier

```

%% Fourier Method for phase reconstruction
K = [25,15]; %movemean k-neighbors
N = 2^10;
xmax=5;
aux = (-N/2:N/2-1)*2/N;
[X,Y]=meshgrid(xmax*aux); %Space frequency
delta = 2*xmax/N; %Delta
% Grid in frequency domain
kc = pi/delta; % Characteristic Frequency
[fx, fy] = meshgrid(kc*aux); %Meshgrid Fourier
%Imagen de objeto
b=imread('./imagesFINAL/DSC_0045.JPG');
b=im2gray(b);
b=double(b);
b=b(800:1823,1182:2205);
%Referencia
ref=imread('./imagesFINAL/DSC_0049.JPG');
ref=im2gray(ref);
ref=double(ref);
ref=ref(800:1823,1182:2205);

surf(X,Y,ref,'EdgeColor','flat',
'FaceColor','interp'), view(2);

%Fourier Transform
transb = fftshift(fft2(b));
transref = fftshift(fft2(ref));

figure(1)
plot(abs(transb(:))), colormap jet;

%Filtering Zone
f0x = 10; %Desplazamiento de C
radius = 3; % Radius of the circular region
% Calculate the distance from each point
%in the frequency grid to the spectrum center
distances = sqrt((fx - f0x).^2 + (fy).^2);
% Create a mask to select the frequencies within

```

```

%the circular region
mask = distances <= radius;
% mask(:,size(transb,2)/2-fmin:size(transb,2)/2+fmax)
= 1; %In case of a
% rectangular region

%Apply mask to the spectra
transb_select = (transb .* mask);
transref_select = (transref .* mask);

figure(2)
plot(abs(transb_select(:))), colormap jet;

% Display full spectrum with selected spectrum centered
figure(3);
subplot(121); imshow(log(1+abs(transb)),[]);
title('Full Spectrum'), colormap jet;
subplot(122); imshow(log(1+abs(transb_select)),[]);
title('Selected Spectrum'), axis image, colormap jet;

% Inverse FFT
bola = ifft2(transb_select);
ref = ifft2(transref_select);
bola = atan2(imag(bola),real(bola));
ref = atan2(imag(ref), real(ref));

fase = ref - bola; % Diference of phases
fase = abs(cunwrap(fase)); %Phase unwrapping

figure(4)
surf(X,Y,fase,'EdgeColor','flat','FaceColor','interp');
%Re-escalation
% Experimental parameters
%Fringe distance [cm]
d = 0.96;
% Angle between camera and projector
Th = atan(15/128.5);

Z = (fase./(2*pi)).* (d/tand(Th)); %Reescalating
Z(Z < 0.5) = 0; %Cleansing of atypically low data
[X,Y]=meshgrid(linspace(0,round(length(b(1,:))/65)
*0.96,length(b ...
(1,:))),linspace(0,round(length(b(:,1))/65)*
0.96,length(b(:,1)))); %Reescalating for X and Y
%Move mean to smoothen the area
Z = movmean(Z, 25);
figure(5)
surf(X,Y,Z), shading interp;
xlabel('X')
ylabel('Y')
colorbar
title('Método de fourier')

```