



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Σ. Ζάχος, Δ. Φωτάκης

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 18/11/2014

Άσκηση 1: Συνάντηση στην Τετραγωνούπολη

Μια παρέα N φοιτητών ζει στην Τετραγωνούπολη, όπου υπάρχουν M κάθετοι και M οριζόντιοι δρόμοι, σε ίση απόσταση μεταξύ τους, και M^2 διασταυρώσεις δρόμων που σχηματίζουν ένα πλέγμα (grid). Κάθε φοιτητής ζει σε κάποια διασταύρωση της Τετραγωνούπολης. Οι φοιτητές θέλουν να συναντηθούν στην κατοικία κάποιου για να κάνουν τις προγραμματιστικές ασκήσεις στο μάθημα των Αλγορίθμων. Ως σημείο συνάντησης ορίζεται η κατοικία που ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές. Κάθε φοιτητής ξεκινά από το σπίτι του και κινείται πάνω στους δρόμους της Τετραγωνούπολης, στρίβοντας μόνο στις διασταυρώσεις. Θεωρούμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών διασταυρώσεων είναι 1. Να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα αρχικά θα διαβάσει από το standard input έναν θετικό φυσικό, το πλήθος N των φοιτητών. Στη συνέχεια το πρόγραμμα θα διαβάσει N ζεύγη φυσικών αριθμών που χωρίζονται με κενό. Κάθε ζεύγος φυσικών δηλώνει τη θέση της κατοικίας ενός φοιτητή στο πλέγμα της Τετραγωνούπολης.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές για να μεταβούν στο σημείο συνάντησης. Σημειώστε ότι για μεγάλες τιμές των N και M , η συνολική απόσταση (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που χρειάζονται για τον υπολογισμό της) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:

$$3 \leq N \leq 5 \cdot 10^5$$

$$2 \leq M \leq 10^7$$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

7

1 3

3 2

3 5

6 9

10 1

12 4

5 7

Παράδειγμα Εξόδου:

39

Άσκηση 2: Ο Μπάμπης και το Εργοστάσιο Σοκολάτας

Στη μακρινή χώρα των Αλγορίθμων, εδώ και αρκετά χρόνια, λειτουργεί ένα εργοστάσιο σοκολάτας με μοναδικό υπάλληλο τον Μπάμπη τον σοκολατοποιό. Η παραγωγή σοκολάτας είναι μία πολύπλοκη και χρονοβόρα διαδικασία, η οποία απαιτεί εξαιρετική ακρίβεια και γνωρίζουμε ελάχιστα πράγματα για αυτήν. Αυτό που γνωρίζουμε είναι ότι υπάρχει μία μεγάλη δεξαμενή και γύρω από αυτήν υπάρχουν N πηγές σοκολάτας. Κάθε πηγή i ξεκινά να ρίχνει σοκολάτα στην δεξαμενή κάποια (ακέραια) χρονική στιγμή s_i και σταματά κάποια (ακέραια) στιγμή f_i , ενώ ρίχνει ένα λίτρο σοκολάτας ανά χρονική μονάδα. Για να ξεκινήσει η διαδικασία παραγωγής, πρέπει ο Μπάμπης να εισάγει τον

κωδικό εκκίνησης κάποια ακέραια χρονική στιγμή που η δεξαμενή περιέχει τουλάχιστον K λίτρα σοκολάτας. Μάλιστα ο Μπάμπης έχει παρατηρήσει ότι όσο πιο κοντά στα K λίτρα βρίσκεται ο όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή τη στιγμή που ξεκινάει η διαδικασία παραγωγής, τόσο καλύτερη ποιότητα σοκολάτας επιτυγχάνεται.

Το πρόβλημα είναι ότι ο Μπάμπης προτιμά να παίρνει έναν υπνάκο στο ενδιάμεσο και δεν ξέρει πότε ακριβώς πρέπει να ρυθμίσει το ξυπνητήρι του, ώστε να εισάγει τον κωδικό εκκίνησης αμέσως μόλις ο όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή ξεπεράσει τα K λίτρα. Χρειάζεται λοιπόν να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει την ελάχιστη χρονική στιγμή που μπορεί να ξεκινήσει η διαδικασία παραγωγής σοκολάτας.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς φυσικούς αριθμούς, το πλήθος N των πηγών και τον ζητούμενο όγκο K . Στη συνέχεια, στην i -οστή από τις επόμενες N γραμμές θα υπάρχουν δύο ακέραιοι αριθμοί s_i, f_i που αντιστοιχούν στον χρόνο έναρξης και λήξης κάθε πηγής. Διευκρινίζεται ότι κάθε πηγή i παράγει ακριβώς $t - s_i + 1$ λίτρα σοκολάτας αν λειτουργήσει μέχρι και την χρονική στιγμή $t, s_i \leq t \leq f_i$.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα θα τυπώνει στο standard output ένα ακέραιο αριθμό που θα αντιστοιχεί στην ελάχιστη χρονική στιγμή όπου ο όγκος της σοκολάτας στη δεξαμενή είναι τουλάχιστον K λίτρα. Όπως και στην προηγούμενη άσκηση, το K , το τελικό αποτέλεσμα (ή κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \leq N \leq 10^5$	1 1	1
$0 \leq s_i \leq f_i \leq 10^8$	1 5	
$1 \leq K \leq \sum_i (f_i - s_i + 1)$	2 4	3
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	1 5	
Όριο μνήμης: 64 MB.	3 7	
	1 201	5200
	5000 7000	