

Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Парфенова Е. Е.

28 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Парфенова Елизавета Евгеньевна
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032216437@pfur.ru
- <https://github.com/parfenovae>



Вводная часть

- Конкуренция является одним из основополагающих аспектов бизнеса. Изучение влияния других фирм на выручку является важным для успеха бизнеса.
- Необходимость умения строить различные математические модели и их визуальное представление

- Изучить разные случаи модели конкуренции двух фирм
- Построить соответствующие этим случаям графики изменения обортных средств в Julia и OpenModelica

Теоретическое введение

Рассмотрим модель одной фирмы. Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

\tilde{p} - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right)$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) \right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ . При заданном M уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

Задание

Задача. Вариант №8. Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем.

Задача. Вариант №8. Случай 1

В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Задача. Вариант №8. Случай 1

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

Задача. Вариант №8. Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться.

Задача. Вариант №8. Случай 2

Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0017\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Задача. Вариант №8. Случай 2

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 2.5, M_0^2 = 1.8$$

$$p_{cr} = 20, N = 23, q = 1$$

$$\tau_1 = 16, \tau_2 = 19$$

$$\widetilde{p}_1 = 13, \widetilde{p}_2 = 11$$

Задача. Вариант №8. Задания

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Выполнение лабораторной работы

Для первого случая характерна следующая математическая модель:

$$\begin{aligned}\frac{dM}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Построение графиков. Случай 1

В результате работы кода на Julia получился такой график:

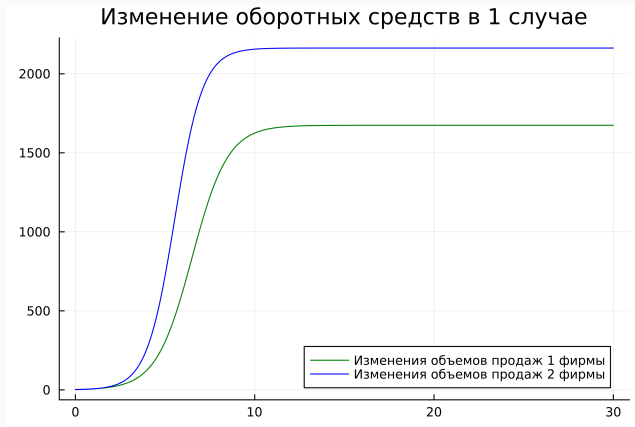


Рис. 1: График изменения оборотных средств двух фирм в первом случае на Julia 19/24

Построение графиков. Случай 1

В результате моделирования в OpenModelica получился такой график:

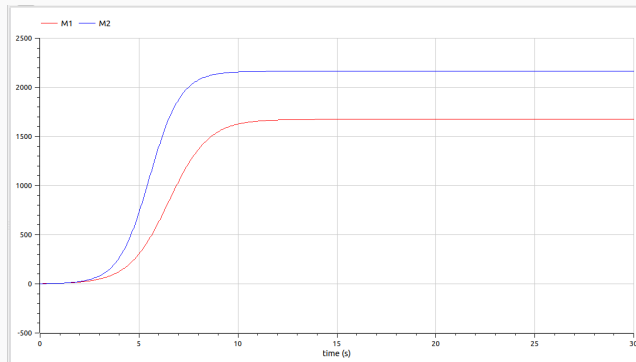


Рис. 2: График изменения оборотных средств двух фирм в первом случае на OpenModelica

Для второго случая характерна уже другая математическая модель:

$$\frac{dM}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0017\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Построение графиков. Случай 2

В результате работы кода на Julia для второго получился такой график:

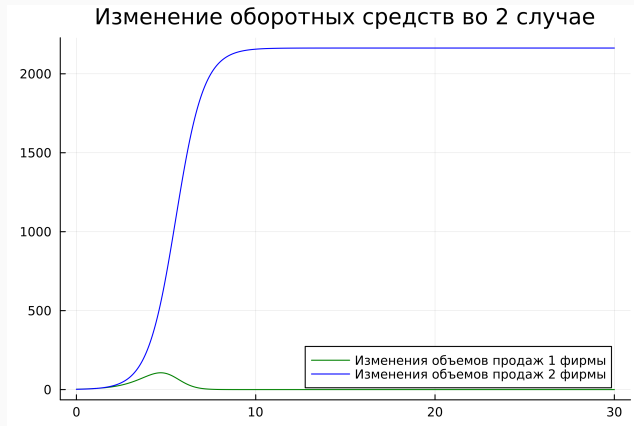


Рис. 3: График изменения оборотных средств двух фирм во втором случае на Julia 22/24

Построение графиков. Случай 2

В результате моделирования в OpenModelica для второго случая получился такой график:

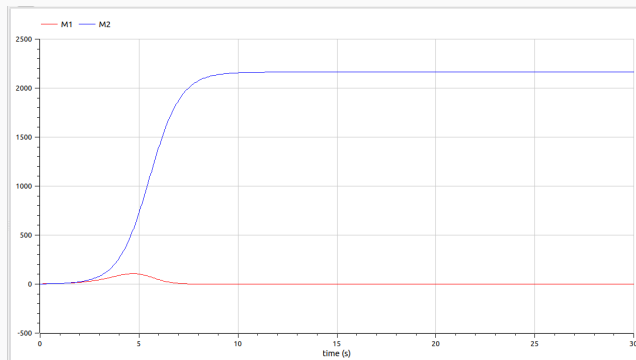


Рис. 4: График изменения оборотных средств двух фирм во втором случае на OpenModelica

Вывод

Мы изучили модель конкуренции двух фирм и построили графики обортных средств этих фирм в 2 разных случаях на Julia и OpenModelica