

# **Лабораторная работа №3**

**Модель боевых действий**

Парфенова Елизавета Евгеньевна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

## Список иллюстраций

4.1	График модели боевых действий между регулярными войсками в Julia . . . . .	13
4.2	График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в Julia . . . . .	14
4.3	Рабочее пространство OpenModelica . . . . .	14
4.4	График модели боевых действий между регулярными войсками в OpenModelica . . . . .	16
4.5	График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в OpenModelica . . . . .	16

## **Список таблиц**

# 1 Цель работы

Изучить модель боевых действий Ланчестера и применить эти знания при построении графиков в лабораторной работе. Изучить основы работы с OpenModelica.

## 2 Задание

Мой вариант - Вариант №8.

*Модель боевых действий - вариант №8*

Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 19 300 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 39 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,46x(t) - 0,7y(t) + \sin(0,5t) \\ \frac{dy}{dt} = -0,82x(t) - 0,5y(t) + \cos(1,5t) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,38x(t) - 0,73y(t) + \sin(2t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0,5x(t)y(t) - 0,28y(t) + \cos(2t) \end{cases}$$

Графики необходимо построить как в Julia, так и в OpenModelica.

## 3 Теоретическое введение

### **OpenModelica**

*OpenModelica* — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. OpenModelica используется в академической среде и на производстве. В промышленности используется в области оптимизации энергоснабжения, автомобилестроении и водоочистке.

Включает блоки механики, электрики, электроники, электродвигатели, гидравлики, термодинамики, элементы управления и т. д. OpenModelica имеет значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока в сравнении с другими вычислительными средами (фактически без существенного преобразования и без сведения к форме Коши, остаётся лишь задать начальные условия и записать уравнения в скоростях)[1].

### **Установка OpenModelica в системе Linux**

Необходимо использовать следующие строки в командной строке для обновления ваших пакетов и установки сертификата, подписывающего пакеты OpenModelica:

```
sudo apt-get update
sudo apt-get install ca-certificates curl gnupg
sudo curl -fsSL http://build.openmodelica.org/apt/openmodelica.asc | \
    sudo gpg --dearmor -o /usr/share/keyrings/openmodelica-keyring.gpg
```

Затем необходимо обновить исходные тексты, используя строки ниже. (Параметры установки на ресурсе выбраны общие: Архитектура процессора: amd64,



операционная система: auto, Выпускная ветвь: stable):

```
echo "deb [arch=amd64 signed-by=/usr/share/keyrings/openmodelica-  
keyring.gpg] \  
https://build.openmodelica.org/apt \  
$(cat /etc/os-release | grep "\{(UBUNTU\\|DEBIAN\\|VERSION\\)_CODENAME" | sort | cut  
d= -f 2 | head -1) \  
stable" | sudo tee /etc/apt/sources.list.d/openmodelica.list
```

После этого нужно обновить и установить OpenModelica [2]:

```
sudo apt update  
sudo apt install openmodelica
```

### **Модель боевых действий - модель Ланчестера**

*Законы Ланчестера* представляют собой математические формулы для расчета относительной численности вооруженных сил. Уравнения Ланчестера - это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость численности двух армий А и В от времени, причем функция зависит только от А и В. [3]

В наиболее общем виде ланчестерские модели можно описать уравнением:

$$\begin{cases} \frac{dR_1}{dt} = -a_1 R_1 - \gamma_1 R_1 R_2 + d_1 \\ \frac{dR_2}{dt} = -a_2 R_2 - \gamma_2 R_1 R_2 + d_2 \end{cases}$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – ресурсы (численности) соответственно 1-й и 2-й конфликтующих сторон;  $a_1$  и  $a_2$  – интенсивность небоевых потерь соответственно 1-й и 2-й конфликтующих сторон;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – интенсивность боевых потерь, вследствие воздействия противоположной стороны, соответственно 1-й и 2-й стороны;  $d_1$  и  $d_2$  – интенсивность вступления в конфликт резервов соответственно 1-й и 2-й конфликтующих сторон:  $d_i > 0$  – если резервы подходят и вступают в конфликт,  $d_i < 0$  – если резервы отходят и покидают конфликт. [4]

## 4 Выполнение лабораторной работы

### Построение математической модели

Мы будем рассматривать два случая ведения боевых действий в модели Ланчестера.

### Боевые действия между регулярными войсками

В этом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами: - скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство); - скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); - скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

При таком случае модель боевых действий описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

В данной системе элементы  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$  описывают потери, не связанные с боевыми действиями, а элементы  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  описывают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  определяют эффективность боевых действий со стороны двух армий, а  $a(t)$  и  $h(t)$  - степень влияния факторов на потери на поле боя. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода

подкрепления к армиям.

### **Боевые действия между регулярными войсками и партизанскими отрядами**

Нерегулярные войска, которыми являются партизанские отряды, в отличии от постоянной армии, менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан пропорционален как численности армейских соединений, так и численности самих партизан. Тогда модель боевых действий примет вот такой вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

При этом значения всех коэффициентов остаются такими же, как и в модели боевых действий для регулярных войск.

Дифференциальные уравнения в задаче соответствуют построенным для обоих случаев моделям.

#### **Построение графиков. Julia**

В ходе построения графиков было решено использовать разные временные промежутки для более корректного и гладкого графика, особенно во второй модели. Код на Julia для построения обоих графиков по предложенной математической модели:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
const army = Float64[19300, 39000]
```

```
#Временные промежутки для первой и второй модели соответственно
```

```
const t1 = [0.0, 2.0]
```

```

const t2 = [0.0, 0.0005]

#Функция для регулярных войск
function regular_war(du, u, p, t)
    du[1] = -0.46*u[1] - 0.7*u[2] + sin(t*0.5)
    du[2] = -0.82*u[1] - 0.5*u[2] + cos(t*1.5)
end

#Функция для регулярных войск и партизанских отрядов
function regular_part(du, u, p, t)
    du[1] = -0.38*u[1] - 0.73*u[2] + sin(t*2) + 1
    du[2] = -0.5*u[1]*u[2] - 0.28*u[2] + cos(t*2)
end

#Решение дифференциальных уравнений для первого случая
equat1 = ODEProblem(regular_war, army, t1)
solv1 = solve(equat1, dtmax=0.01)

#Решение дифференциальных уравнений для второго случая
equat2 = ODEProblem(regular_part, army, t2)
solv2 = solve(equat2, dtmax=0.01)

#Массивы решений для каждого уравнения каждой модели
U1_1 = [u[1] for u in solv1.u]
U1_2 = [u[2] for u in solv1.u]
U2_1 = [u[1] for u in solv2.u]
U2_2 = [u[2] for u in solv2.u]

##Отрисовка графиков для обеих моделей и сохранение изображений
plot1 = plot(dpi = 1200, legend= true, bg =:white, xlabel="Время", ylabel="Численнос

```

модель 1")

```
plot!(plot1, solv1.t, U1_1, label="Численность армии X", color=:red)
```

```
plot!(plot1, solv1.t, U1_2, label="Численность армии Y", color=:blue)
```

```
savefig(plot1, "lab03_1.png")
```

```
plot2 = plot(dpi = 1200, legend= true, bg=:white, xlabel="Время", ylabel="Численность войск",  
модель 2")
```

```
plot!(plot2, solv2.t, U2_1, label="Численность армии X", color=:red)
```

```
plot!(plot2, solv2.t, U2_2, label="Численность армии Y", color=:blue)
```

```
savefig(plot2, "lab03_2.png")
```

В результате исполнения кода в консоли после открытия Julia одноименной командой сгенерировались два изображения:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками (рис. 4.1).

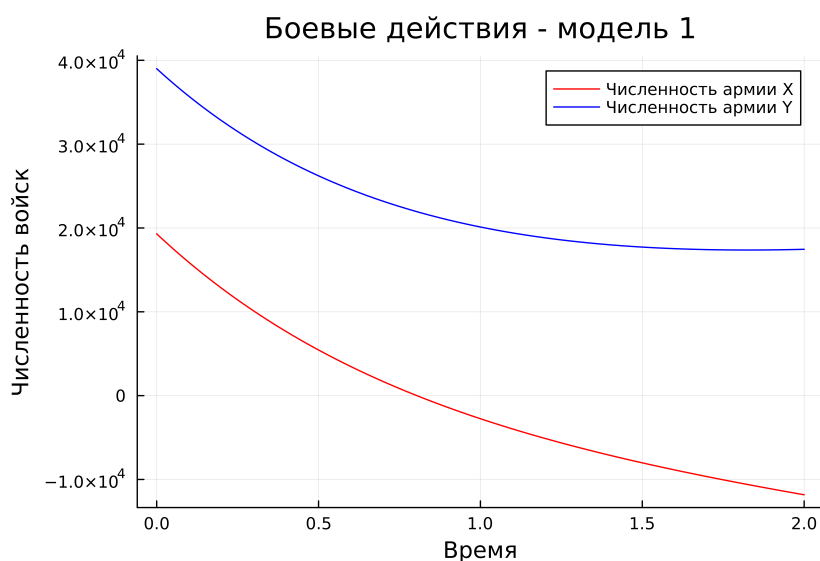


Рис. 4.1: График модели боевых действий между регулярными войсками в Julia

2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами (рис. 4.2).

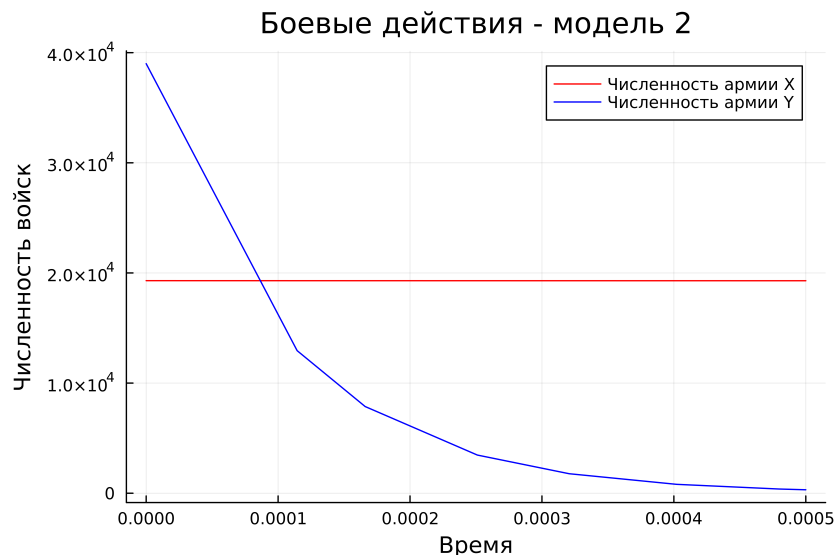


Рис. 4.2: График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в Julia

## Построение графиков. OpenModelica

OpenModelica бфла установлена согласно инструкции в теоретическом введении. После я открыла рабочее пространство, которое установился отдельным приложением (рис. 4.3).

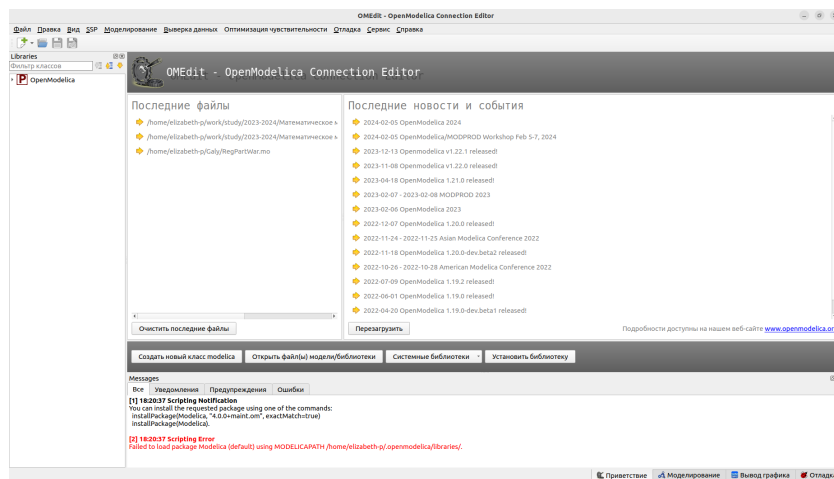


Рис. 4.3: Рабочее пространство OpenModelica

Далее я написала две модели для 1 и 2 случая ведения боевых действий. Модель боевых действий между регулярными войсками:

```
model RegularWar
```

```
Real t = time;
```

```
Real armyX(start=19300);
```

```
Real armyY(start=39000);
```

```
equation
```

```
der(armyX) = -0.46*armyX - 0.7*armyY + sin(t*0.5);
```

```
der(armyY) = -0.82*armyX - 0.5*armyY + cos(t*1.5);
```

```
end RegularWar;
```

Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами:

```
model RegPartWar
```

```
Real t = time;
```

```
Real armyX(start=19300);
```

```
Real armyY(start=39000);
```

```
equation
```

```
der(armyX) = -0.38*armyX - 0.73*armyY + sin(t*2) + 1;
```

```
der(armyY) = -0.5*armyX*armyY - 0.28*armyY + cos(t*2);
```

```
end RegPartWar;
```

В результате были построены два графика:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками (рис. 4.4). Красный график - численность армии  $X$ , а синий график - численность армии  $Y$

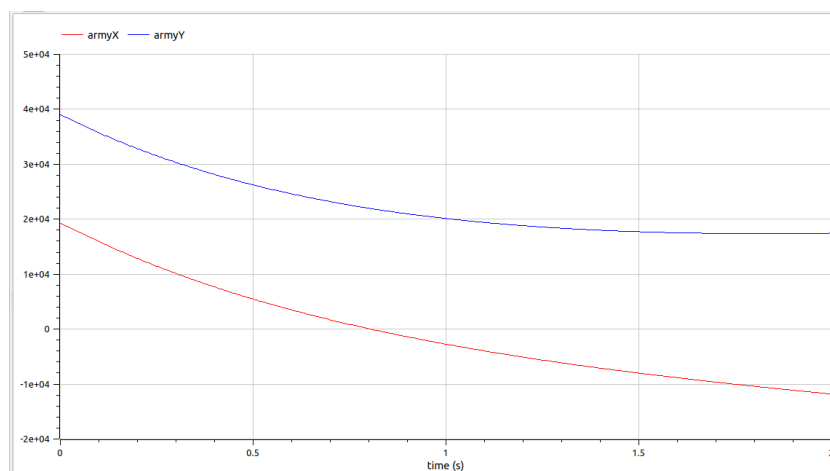


Рис. 4.4: График модели боевых действий между регулярными войсками в OpenModelica

2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами (рис. 4.5). Цвета графиков совпадают с обозначениями в предыдущем случае.

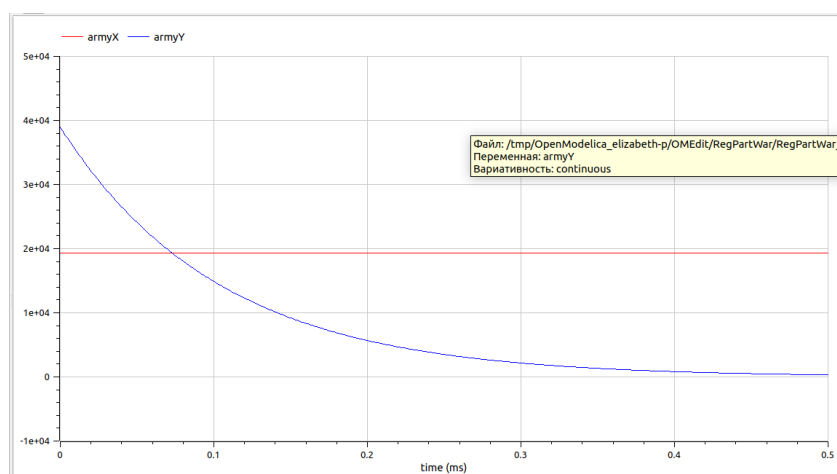


Рис. 4.5: График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в OpenModelica

### Анализ получившихся графиков

Сравнив графики соответствующих друг другу моделей боевых действий, созданных в Julia и OpenModelica, можно наглядно увидеть, что графики практически идентичны. Их разница заключается лишь в масштабе.



## 5 Выводы

Мы изучили модель боевых действий Ланчестера и выполнили задание лабораторной работы, построив графики для требуемых случаев в Julia и OpenModelica. При этом мы изучили основы моделирования в OpenModelica и, нужно сказать, построение модели в OpenModelica мне показалось значительно проще и понятнее.

## Список литературы

1. OpenModelica [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/OpenModelica>.
2. Download Linux [Электронный ресурс]. OpenModelica, 2023. URL: <https://openmodelica.org/download/download-linux/>.
3. Lanchester's laws [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Lanchester%27s\\_laws](https://en.wikipedia.org/wiki/Lanchester%27s_laws).
4. С. И. Макаренко О.А.К. И. Е. Афонин. Обобщенная модель Ланчестера, формализующая конфликт нескольких сторон. СПб.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, 2021.