

# Лабораторная работа №3

## Модель боевых действий

---

Парфенова Е. Е.

21 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Информация

---

- Парфенова Елизавета Евгеньевна
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032216437@pfur.ru
- <https://github.com/parfenovae>



# **Вводная часть**

---

- Необходимость умения строить различные математические модели и их визуальное представление
- Важность изучения инструмента математического моделирования - OpenModelica

- Изучить модель боевых действий Ланчестера и применить знания о ней на практике
- Изучить основы работы с OpenModelica

# Теоретическое введение

---

*OpenModelica* — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. OpenModelica используется в академической среде и на производстве. В промышленности используется в области оптимизации энергоснабжения, автомобилестроении и водоочистке.

Включает блоки механики, электрики, электроники, электродвигатели, гидравлики, термодинамики, элементы управления и т. д. OpenModelica имеет значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока в сравнении с другими вычислительными средами.



## Модель боевых действий - модель Ланчестера

*Законы Ланчестера* представляют собой математические формулы для расчета относительной численности вооруженных сил. Уравнения Ланчестера - это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость численности двух армий А и В от времени, причем функция зависит только от А и В.

В наиболее общем виде ланчестерские модели можно описать уравнением:

$$\begin{cases} \frac{dR_1}{dt} = -a_1 R_1 - \gamma_1 R_1 R_2 + d_1 \\ \frac{dR_2}{dt} = -a_2 R_2 - \gamma_2 R_1 R_2 + d_2 \end{cases}$$

## **Задание лабораторной работы**

---

Мой вариант - Вариант №8.

*Модель боевых действий - вариант №8*

Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 19 300 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 39 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,46x(t) - 0,7y(t) + \sin(0,5t) \\ \frac{dy}{dt} = -0,82x(t) - 0,5y(t) + \cos(1,5t) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,38x(t) - 0,73y(t) + \sin(2t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0,5x(t)y(t) - 0,28y(t) + \cos(2t) \end{cases}$$

Графики необходимо построить как в Julia, так и в OpenModelica.

# Выполнение лабораторной работы

---

## Построение математической модели

Мы будем рассматривать два случая ведения боевых действий в модели Ланчестера: модель боевых действий между регулярными войсками и модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами.

В первом случае математическая модель представляет собой вот такую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

В данной системе элементы  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$  описывают потери, не связанные с боевыми действиями, а элементы  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  описывают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  определяют эффективность боевых действий со стороны двух армий, а  $a(t)$  и  $h(t)$  - степень влияния факторов на потери на поле боя. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к армиям.



## Построение математической модели

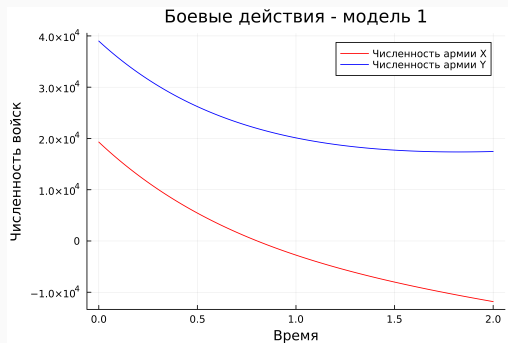
Во втором случае в сражение вступают более скрытые партизанские отряды, поэтому численность войск будет пропорциональна не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. Система принимает такой вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

При этом все коэффициенты сохраняют свои значения для модели.

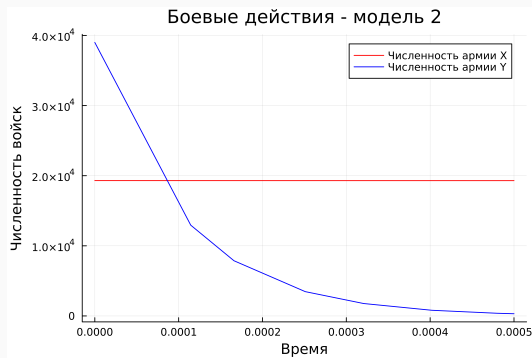
В результате исполнения кода на Julia, в ходе которого строились графики для двух случаев, сгенерировались два изображения:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками.



**Рис. 1:** График модели боевых действий между регулярными войсками в Julia

## 2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами.



**Рис. 2:** График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в Julia

# Построение графиков. OpenModelica

После установки OpenModelica на свой компьютер я открыла приложение “OMEdit” и работала в нем.

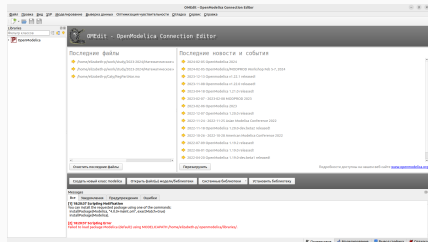
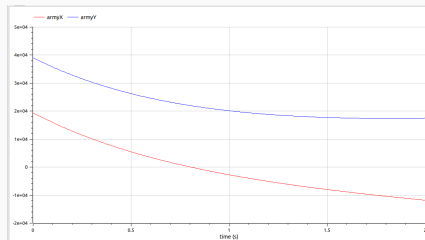


Рис. 3: Рабочее пространство OpenModelica

# Построение графиков. OpenModelica

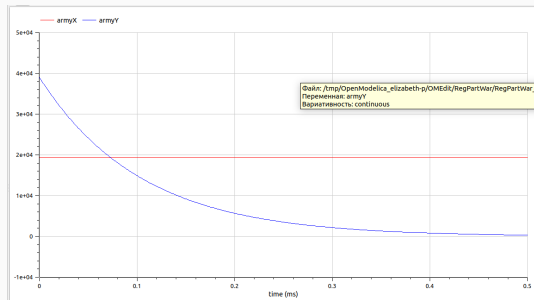
Для построения графиков были созданы две модели. В результате моделирования построились два графика:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками.  
Красный график - численность армии  $X$ , а синий график - численность армии  $Y$



**Рис. 4:** График модели боевых действий между регулярными войсками в OpenModelica

2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами. Цвета графиков совпадают с обозначениями в предыдущем случае.



**Рис. 5:** График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в OpenModelica

Сравнив графики соответствующих друг другу моделей боевых действий, созданных в Julia и OpenModelica, можно наглядно увидеть, что графики практически идентичны. Их разница заключается лишь в масштабе.

## Вывод

---



Мы изучили модель боевых действий Ланчестера и выполнили задание лабораторной работы, построив графики для требуемых случаев в Julia и OpenModelica. При этом мы изучили основы моделирования в OpenModelica и, нужно сказать, построение модели в OpenModelica мне показалось значительно проще и понятнее.