

Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Парфенова Е. Е.

21 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Парфенова Елизавета Евгеньевна
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032216437@pfur.ru
- <https://github.com/parfenovae>



Вводная часть

- Необходимость умения строить различные математические модели и их визуальное представление
- Важность изучения инструмента математического моделирования - OpenModelica

- Изучить модель боевых действий Ланчестера и применить знания о ней на практике
- Изучить основы работы с OpenModelica

Теоретическое введение

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica. OpenModelica используется в академической среде и на производстве. В промышленности используется в области оптимизации энергоснабжения, автомобилестроении и водоочистке.

Включает блоки механики, электрики, электроники, электродвигатели, гидравлики, термодинамики, элементы управления и т. д. OpenModelica имеет значительно более удобное представление системы уравнений исследуемого блока в сравнении с другими вычислительными средами.

Модель боевых действий - модель Ланчестера

Законы Ланчестера представляют собой математические формулы для расчета относительной численности вооруженных сил. Уравнения Ланчестера - это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость численности двух армий А и В от времени, причем функция зависит только от А и В.

В наиболее общем виде ланчестерские модели можно описать уравнением:

$$\begin{cases} \frac{dR_1}{dt} = -a_1 R_1 - \gamma_1 R_1 R_2 + d_1 \\ \frac{dR_2}{dt} = -a_2 R_2 - \gamma_2 R_1 R_2 + d_2 \end{cases}$$

Задание лабораторной работы

Мой вариант - Вариант №8.

Модель боевых действий - вариант №8

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 19 300 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 39 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,46x(t) - 0,7y(t) + \sin(0,5t) \\ \frac{dy}{dt} = -0,82x(t) - 0,5y(t) + \cos(1,5t) \end{cases}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,38x(t) - 0,73y(t) + \sin(2t) + 1 \\ \frac{dy}{dt} = -0,5x(t)y(t) - 0,28y(t) + \cos(2t) \end{cases}$$

Графики необходимо построить как в Julia, так и в OpenModelica.

Выполнение лабораторной работы

Построение математической модели

Мы будем рассматривать два случая ведения боевых действий в модели Ланчестера: модель боевых действий между регулярными войсками и модель боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами.

В первом случае математическая модель представляет собой вот такую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

В данной системе элементы $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$ описывают потери, не связанные с боевыми действиями, а элементы $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ описывают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ определяют эффективность боевых действий со стороны двух армий, а $a(t)$ и $h(t)$ - степень влияния факторов на потери на поле боя. Функции $P(t)$, $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к армиям.

Построение математической модели

Во втором случае в сражение вступают более скрытые партизанские отряды, поэтому численность войск будет пропорциональна не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. Система принимает такой вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

При этом все коэффициенты сохраняют свои значения для модели.

В результате исполнения кода на Julia, в ходе которого строились графики для двух случаев, сгенерировались два изображения:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками.

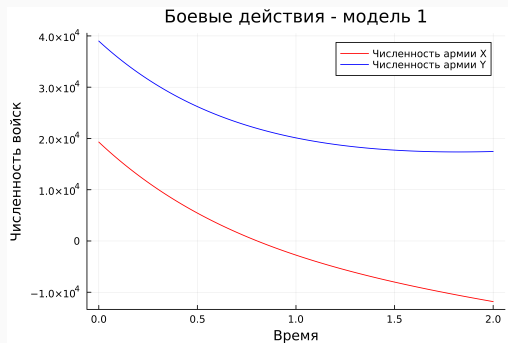


Рис. 1: График модели боевых действий между регулярными войсками в Julia

2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами.

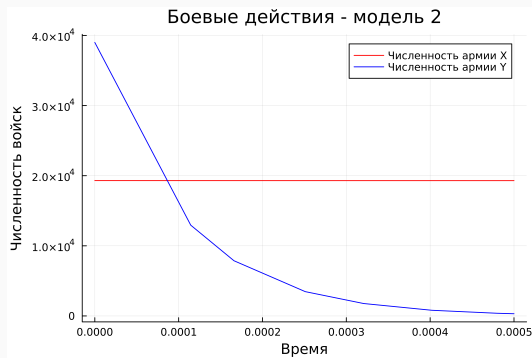


Рис. 2: График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в Julia

Построение графиков. OpenModelica

После установки OpenModelica на свой компьютер я открыла приложение “OMEdit” и работала в нем.

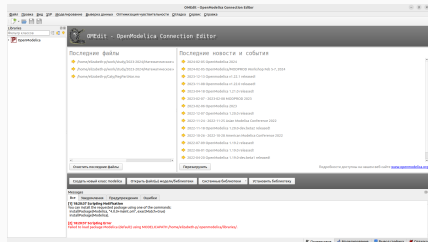


Рис. 3: Рабочее пространство OpenModelica

Построение графиков. OpenModelica

Для построения графиков были созданы две модели. В результате моделирования построились два графика:

1. График модели боевых действий между регулярными войсками.
Красный график - численность армии X , а синий график - численность армии Y

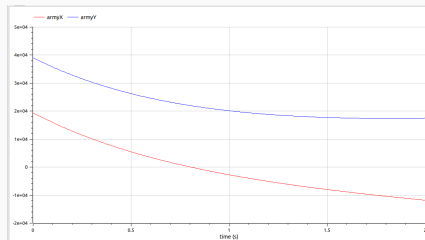


Рис. 4: График модели боевых действий между регулярными войсками в OpenModelica

2. График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами. Цвета графиков совпадают с обозначениями в предыдущем случае.

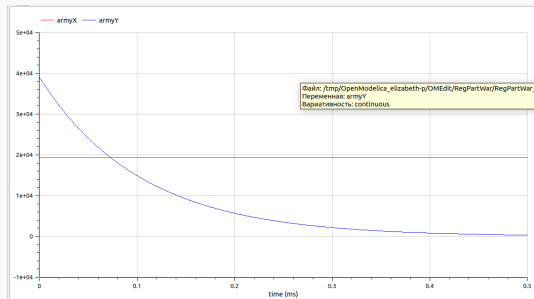


Рис. 5: График модели боевых действий между регулярными войсками и партизанскими отрядами в OpenModelica

Сравнив графики соответствующих друг другу моделей боевых действий, созданных в Julia и OpenModelica, можно наглядно увидеть, что графики практически идентичны. Их разница заключается лишь в масштабе.

Вывод

Мы изучили модель боевых действий Ланчестера и выполнили задание лабораторной работы, построив графики для требуемых случаев в Julia и OpenModelica. При этом мы изучили основы моделирования в OpenModelica и, нужно сказать, построение модели в OpenModelica мне показалось значительно проще и понятнее.