Лабораторная работа №7

Эффективность рекламы

Парфенова Елизавета Евгеньевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Изучить модель рекламной кампании и построить графики для различных моделей в Julia и OpenModelica

2 Задание

Мой вариант - вариант №8

Задача. Вариант №8

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.64 + 0.00014n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000014 + 0.63n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.7t + 0.4cos(t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 810$, в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

3 Теоретическое введение

Мальтузианская модель роста (Malthusian growth model), также называемая ***моделью Мальтуса*** — это экспоненциальный рост с постоянным темпом. Модель названа в честь английского демографа и экономиста Томаса Мальтуса. [1]

Мальтузианские модели выглядят следующим образом:

$$P(t) = P_0 e^r t$$

Здесь:

- P_0 - исходная численность чего-либо (населения, например)
- r - темп прироста
- t - время

Логистическая функция или логистическая кривая представляет собой обычную S-образную кривую (сигмовидная кривая) с уравнением

$$f(x) = \frac{L}{1 + e^{-k(x-x_0)}}$$

Стандартную логистическую функцию, где $L = 1$, $k = 1$, $x_0 = 0$, иногда называют просто сигмовидной. Ее также иногда называют $expit$, поскольку она является обратной к $logit$. [2]

Вот как она выглядит в таком случае (рис. 3.1):

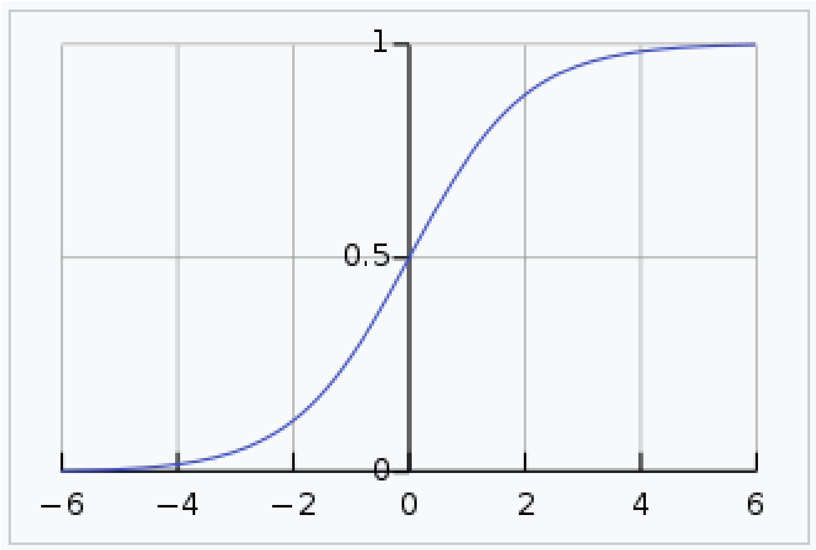

Рис. 3.1: Стандартная логистическая функция, где $L = 1$, $k = 1$, $x_0 = 0$

4 Выполнение лабораторной работы

Математичсекая модель

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t) > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)(N-n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N-n(t))$$

При $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис. 4.1):

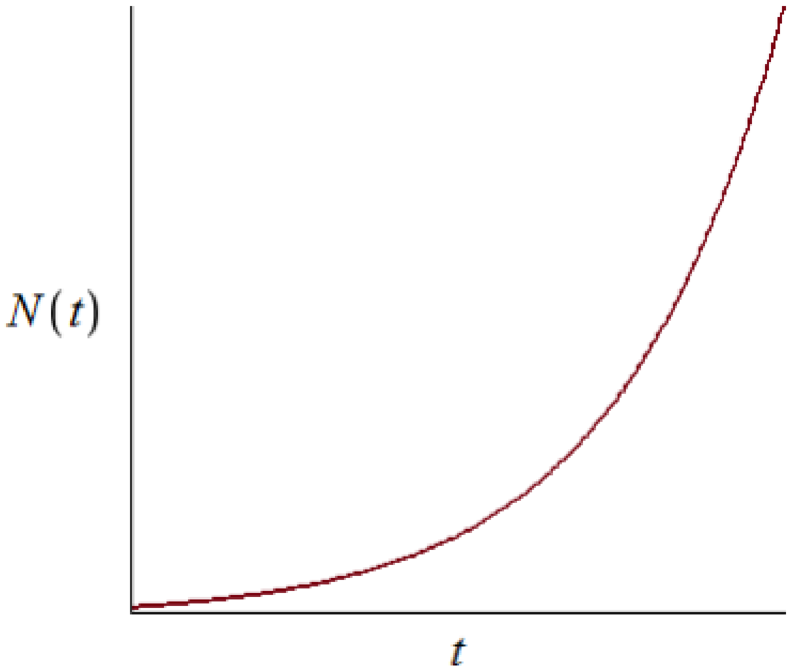

Рис. 4.1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой(рис. 4.2):

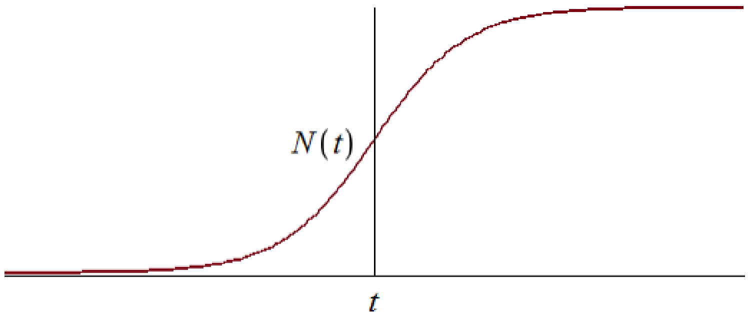

Рис. 4.2: График логистической кривой

Оба понятия были обозначены в теореичсеком введении.

Построение графиков. Julia

Код программы на Julia содержит решение сразу для трех математических моделей, при этом там также происходит определение максимального значения скорости распространения рекламы для второго случая, которое отображается на графике точкой.

Код программы на Julia:

```
using Plots
using DifferentialEquations

#Константы и начальные параметры
N = 810.0
n_0 = 11.0

#Функции диф.уравнений для кадого из трех случаев
function one(du, u, p, t)
   du[1] = (0.64 + 0.00014*u[1])*(N - u[1])
end

function two(du, u, p, t)
   du[1] = (0.000014 + 0.63*u[1])*(N - u[1])
```

```
end

function three(du, u, p, t)
   du[1] = (0.7*t + 0.4*cos(t)*u[1])*(N - u[1])
end

#Промежутки времени и начальные условия
time = (0.0, 30.0)
timee = (0.0, 0.05)
start = [n_0]

#Проблема и ее решение для каждого из трех случаев
equat1 = ODEProblem(one, start, time)
solv1 = solve(equat1, dtmax=0.01)

equat2 = ODEProblem(two, start, timee)
solv2 = solve(equat2, dtmax=0.01)

equat3 = ODEProblem(three, start, timee)
solv3 = solve(equat3, dtmax=0.01)

n_1 = [u[1] for u in solv1.u]
n_2 = [u[1] for u in solv2.u]
n_3 = [u[1] for u in solv3.u]

#Определение максимального значения для второго случая
max = 0;
max_t = 0;
max_n = 0;
```

```
for (i, t) in enumerate(solv2.t)
    if solv2(t, Val{1})[1] > max
        global max = solv2(t, Val{1})[1]
        global max_t = t
        global max_n = n_2[i]
    end
end

#Создание графиков и сохранение каждого из них в отдельное изображение
plot1 = plot(dpi = 300, legend= false, bg =:white, title="График распространения рекл
plot!(plot1, solv1.t, n_1, color =:green)

savefig(plot1, "lab07_1.png")

plot2 = plot(dpi = 300, legend= false, bg =:white, title="График распространения рекл
plot!(plot2, solv2.t, n_2, color =:green)
plot!(plot2, [max_t], [max_n], seriestype = :scatter, color = :green) #Отображение т

savefig(plot2, "lab07_2.png")

plot3 = plot(dpi = 300, legend= false, bg =:white, title="График распространения рекл
plot!(plot3, solv3.t, n_3, color =:green)

savefig(plot3, "lab07_3.png")
```

Результаты получились следующие:

1. График рапространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$.(рис. 4.3)

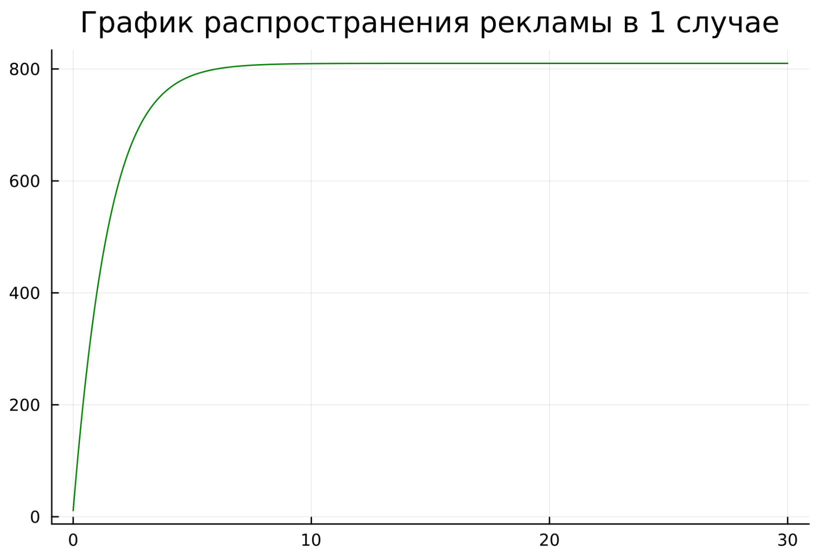

Рис. 4.3: График распространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$ на Julia

2. График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$. (рис. 4.4)

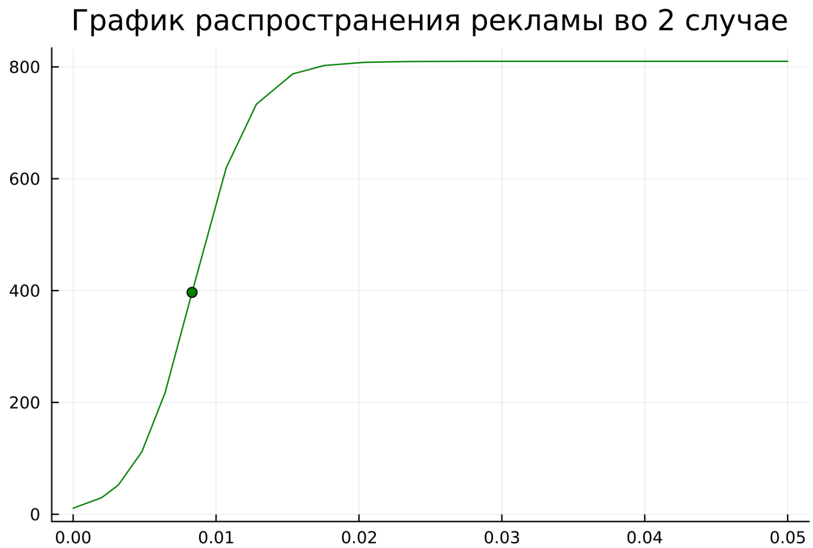

Рис. 4.4: График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$ на Julia

3. График распространение рекламы для третей математической модели, где появляется функция от времени.(рис. 4.5)

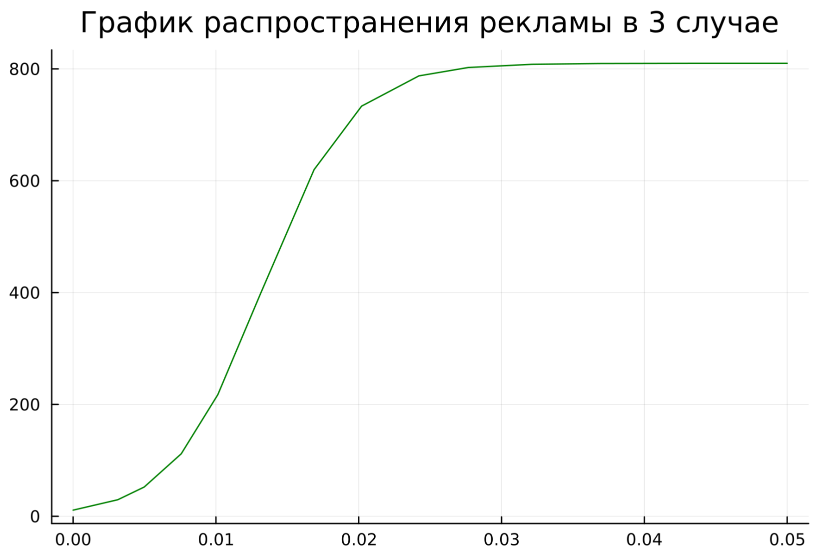

Рис. 4.5: График распространение рекламы для третей математической модели при наличии $cos(t)$ на Julia

В первом случае, как и полагается, мы наблюдаем модель Мальтуса, а во втором и третьем - логистическую кривую. На втором графике точкой отмечено максимальное значение скорости распространения рекламы для, как раз, второго случая.

Построение графиков. OpenModelica

Для OpenModelica я написала уже три различные модели, которые представлены ниже.

1. Модель для 1 случая:

```
model one_model


parameter Real N = 860.0;
parameter Real n_0 = 11.0;


Real n(start = n_0);


equation
```

```
der(n) = (0.64 + 0.00014*n)*(N-n);

end one_model;
```

2. Модель для 2 случая:

```
model second_model

parameter Real N = 860.0;
parameter Real n_0 = 11.0;

Real n(start = n_0);

equation
der(n) = (0.000014 + 0.63*n)*(N-n);

end second_model;
```

3. Модель для 3 случая:

```
model third_model

parameter Real N = 860.0;
parameter Real n_0 = 11.0;

Real n(start = n_0);
Real t = time;

equation
der(n) = (0.7*t + 0.4*cos(t)*n)*(N-n);

end third_model;
```

Результаты получились следующими:

1. График рапространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$.(рис. 4.6)

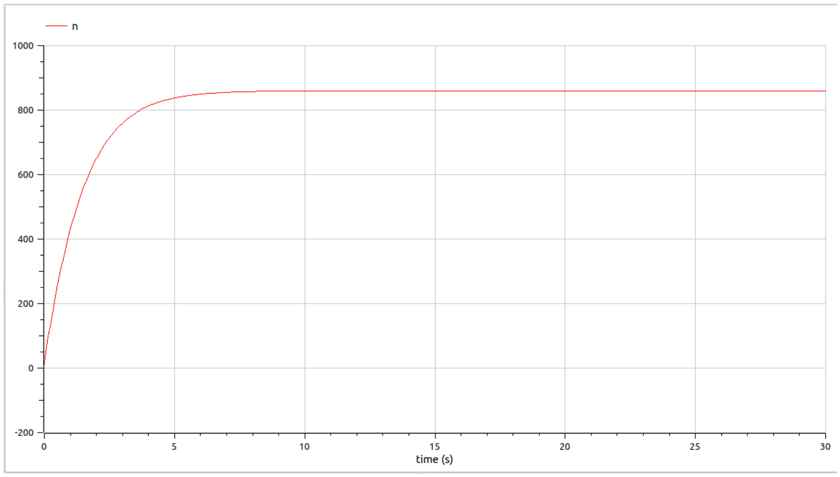

Рис. 4.6: График рапространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$ на OpenModelica

2. График рапространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$. (рис. 4.7)

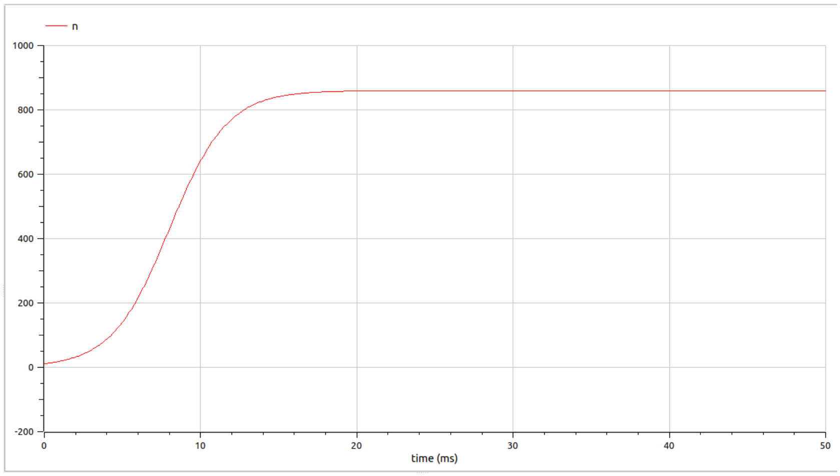

Рис. 4.7: График рапространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) << \alpha_2(t)$ на OpenModelica

3. График рапространение рекламы для третей математической модели, где появляется функция от времени.(рис. 4.8)

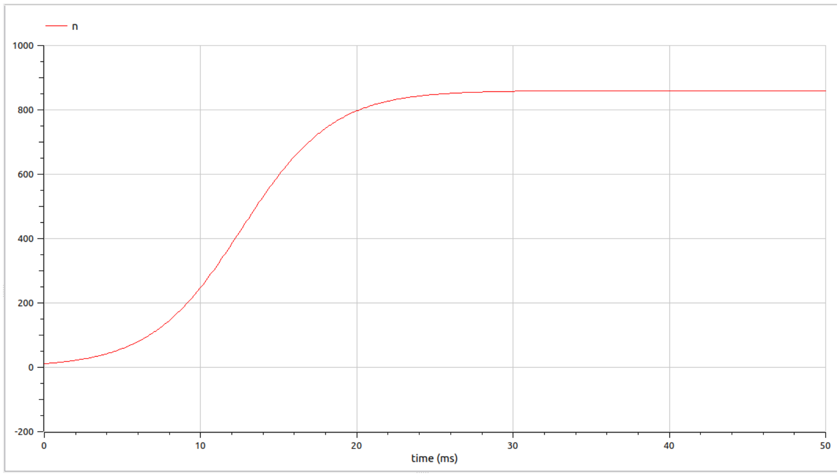

Рис. 4.8: График рапространение рекламы для третей математической модели при наличии $cos(t)$ на OpenModelica

При сравнении графиков на Julia и OpenModelica, можно увидеть, что они получились вполне похожи, и едintсвенной различие - в OpenModelica графики более растянуты в ширину.

5 Выводы

Мы изучили модель рекламной кампании в разных ее случаях и построили необходимые графики на Julia и OpenModelica. Также для второго случая определили максимальную скорость распросторанения рекламы и наглядно отобразили ее на графике при построении на Julia.

Список литературы

1. Мальтузианская модель роста [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2022. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Мальтузианская_модель_роста.
2. Logistic function [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Logistic_function.