

Лабораторная работа №7

Эффективность рекламы

Парфенова Е. Е.

19 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Парфенова Елизавета Евгеньевна
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1032216437@pfur.ru
- <https://github.com/parfenovae>



Вводная часть

- Маркетинг и реклама в современном мире являются важной частью бизнеса, которую для успеха необходимо уметь прогнозировать
- Необходимость умения строить различные математические модели и их визуальное представление

- Изучить модель рекламной кампании
- Построить графики для различных моделей в Julia и OpenModelica

Теоретическое введение

Мальтузианская модель роста, также называемая *моделью Мальтуса* — это экспоненциальный рост с постоянным темпом. Модель названа в честь английского демографа и экономиста Томаса Мальтуса.

Мальтузианские модели выглядят следующим образом:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Здесь:

- P_0 - исходная численность чего-либо (населения, например)
- r - темп прироста
- t - время

Логистическая кривая

Логистическая функция или логистическая кривая представляет собой обычную S-образную кривую (сигмовидная кривая) с уравнением

$$f(x) = \frac{L}{1 + e^{-k(x-x_0)}}$$

Стандартную логистическую функцию, где $L = 1$, $k = 1$, $x_0 = 0$, иногда называют просто сигмовидной.

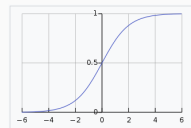


Рис. 1: Стандартная логистическая функция, где $L = 1$, $k = 1$, $x_0 = 0$

Задание

Задача. Вариант №8

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.64 + 0.00014n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000014 + 0.63n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.7t + 0.4\cos(t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 810$, в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение работы

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t) > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)(N - n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

Математическая модель

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид:

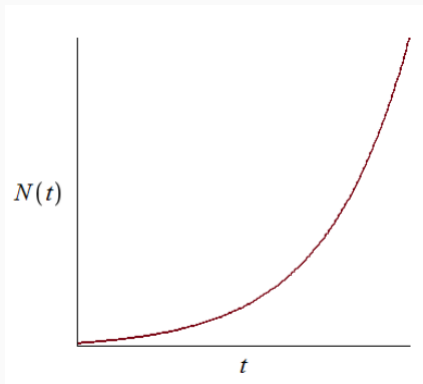


Рис. 2: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой:

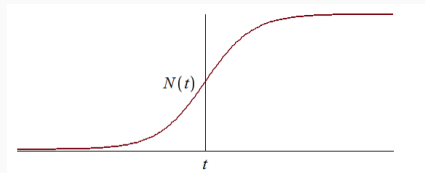


Рис. 3: График логистической кривой

В результате работы кода были сгенерированы следующие изображения:

1. График рапространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$.

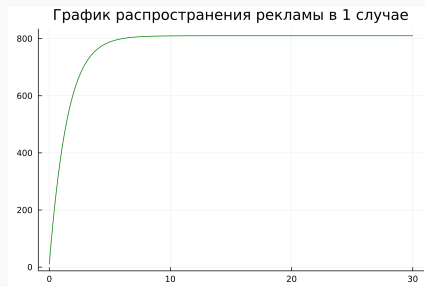


Рис. 4: График рапространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ на Julia

2. График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$.

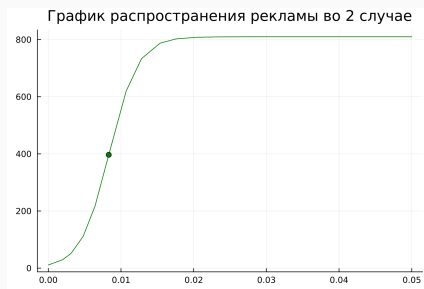


Рис. 5: График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ на Julia

3. График распространение рекламы для третьей математической модели, где появляется функция от времени.

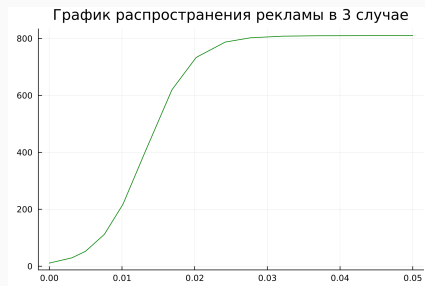


Рис. 6: График распространение рекламы для третьей математической модели при наличии $\cos(t)$ на Julia

В результате моделирования получились такие графики:

1. График распространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$.

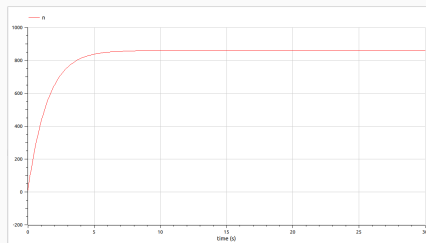


Рис. 7: График распространение рекламы для первой математической модели, когда $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ на OpenModelica

2. График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$.

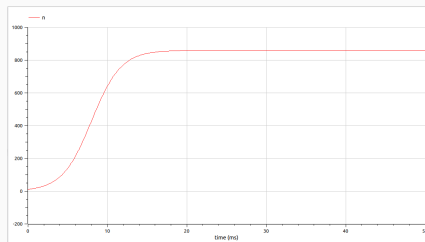


Рис. 8: График распространение рекламы для второй математической модели, когда $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ на OpenModelica

3. График распространение рекламы для третьей математической модели, где появляется функция от времени.

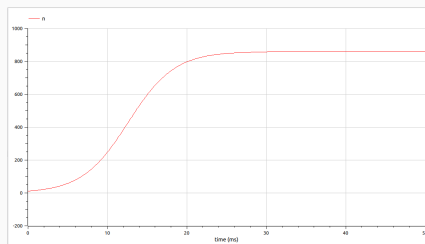


Рис. 9: График распространение рекламы для третьей математической модели при наличии $\cos(t)$ на OpenModelica

Вывод

Мы изучили модель рекламной кампании в разных ее случаях и построили необходимые графики на Julia и OpenModelica. Также для второго случая определили максимальную скорость распространения рекламы и наглядно отобразили ее на графике при построении на Julia.