

Rapport TP1 ACT

Gaspar Henniaux - Marwane Ouaret

1

1.1

— $(2, 0)(2, 5)(4, 4)(4, 7)(5, 7)(5, 0)$



- On a une ligne oblique quand on passe du point $(2, 5)$ au point $(4, 4)$ ce n'est donc pas une ligne de toit.

— $(2, 0)(1, 4)(4, 4)(4, 7)(5, 7)(5, 0)$

PROF



- De même entre les points $(2, 0)$ et $(1, 4)$.

— $(2, 0)(2, 5)(4, 5)(4, 7)(5, 7)(5, 0)$



- Pour la troisième polyligne on a une ligne de toit car tous les traits sont verticaux ou horizontaux.

— (2, 0)(2, 5)(4, 5)(4, 7)(5, 7)(6, 7)(5, 0)



- Les couples (6, 7) et (5, 0) forment un trait oblique.

— (2, 0)(2, 5)(4, 5)(4, 8)(4, 7)(5, 7)(5, 0)



- Pour la cinquième polyligne on n'a pas de ligne de toit car tous les traits sont verticaux ou horizontaux mais on note tout de même qu'il y a un pic entre les points (4, 8) et (4, 7), il n'y a pas de "plafond".

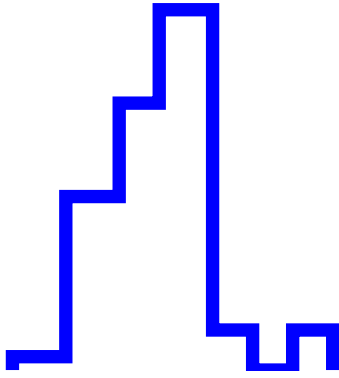
1.2

PROF

pour une liste de couples, (C_0, \dots, C_n) soit un couple C_x et C_{x+1} tel que x pair alors ces 2 couples sont de formats (A, B) (A, C) (inversement si impair (A, B) (C, B)).

1.3

Soit une liste de couples, $(c_0, c_1, c_2, \dots, c_n)$ Pour passer de l'écriture brute à l'écriture compacte il suffit de supprimer chaque couple de numero impair de la liste. $(c_0, c_2, c_4, \dots, c_n)$



2

```

N : nombre d'immeuble
L : liste de triplet de la forme (g, h, d)
H : h max
D : d max

initialiser la matrice M selon H et D à false
pour i allant de 0 à N : (complexité : O(n))
    pour j allant de 0 à L[i][1]: (complexité : O(h))
        pour k allant de L[i][0] à L[i][2]: (complexité : O(d))
            M[j, k] -> True
dessiner la ligne (complexité : O(H*D))

```

complexité :

La complexité de cette fonction est en $O(n * h * d)$ avec n le nombre d'immeubles, h la hauteur maximale et d la distance maximale. En effet, pour chaque immeuble on parcourt h lignes et d colonnes pour mettre à True les cases de la matrice M correspondant à l'immeuble.

PROF

désavantages : On ne garde pas en mémoire les "pixels" déjà passés à true. On peut donc avoir des doublons dans la matrice M .

3

```

Li : ligne de toit
N : nombre d'immeuble
L : liste de triplet de la forme (g, h, d)
H : h max
D : d max

Li = []
Pour i=0 à N                                O(N)
    Li = ajouter_immeuble(Li, L[i])          O(N)

```

```

ajouter_immeuble(Li, [g,h,d] ){
    rep = []
    test = 0
    i = 0

    Si Li vide
        alors ajouter (g,h)(d,0) à rep

    sinon
        Pour chaque segment (x1, y1) (x2,y2) dans Li

            si g >= x2 ou d <= x1
                alors si i == 0
                    alors ajouter (x1, y1) (x2,y2) à rep
                sinon ajouter (x2,y2) à rep
                Si test == 0
                    test = 1
            sinon
                test = 2

            si x1 <= g et x2 >= d
                si h > y1
                    si i == 0
                        alors ajouter (x1, y1) (g,h) (d, y1) (x2,
y2) à rep
                    sinon
                        alors ajouter (g,h) (d, y1) (x2, y2) à rep
                sinon
                    si i == 0
                        ajouter (x1,y1) (x2,y2) à rep
                    sinon
                        ajouter (x2,y2) à rep

            sinon si x1 => g et x2 <= d
                si h < y1
                    si i == 0
                        ajouter (g, h) (x1, y1) (x2 , h) (d, 0) à
rep
                    sinon
                        retirer dernier element de rep
                        ajouter (g, h) (x1, y1) (x2 , h) (d, 0) à
rep
                sinon
                    si i == 0
                        ajouter (g,h)(d,0) à rep
                    sinon
                        retirer dernier element de rep
                        ajouter (g,h)(d,0) à rep

            sinon si x1 <= g et x2 <= d

```

```

        si h > y1
            si i == 0
                alors ajouter (x1, y1) (g,h) (d, 0) à rep
            sinon
                ajouter (g,h) (d, 0) à rep
        sinon
            si i == 0
                ajouter (x1,y1) (x2,h) (d, 0) à rep
            sinon
                ajouter (x2,h) (d, 0) à rep

        sinon si x1 >= g et x2 >= d
            si h > y1
                alors ajouter (g, h) (d,y1) (x2, y2) à rep
            sinon
                ajouter (g,h) (x1,y1) (x2, y2) à rep
        i++

    Si test = 1
        ajouter (g,h)(d,0) à rep

    Supprimer doublon cote à cote dans rep ainsi que les couples de
    format (x ,y1) (x, y2) et garder celui dont la valeur y est la plus
    grandeO(n)

    return rep
}

```

complexité :

La fonction ajouter immeuble étant $O(n)$ car dans le pire des cas à au dernier appel de cette fonction la boucle fera autant d'itérations qu'il y a d'immeubles,

PROF

La suppression de doublon étant $O(n)$ alors la fonction ajouter immeuble est $O(n + n)$ soit $O(2n) \rightarrow O(n)$

Cette fonction étant appelé N fois pour inserer tous les immeubles alors le programme est $O(n*n)$, soit $O(n^2)$

4

```

fonction merge_roof_line(l1, l2)
    i1 = 0
    i2 = 0
    h1 = 0
    h2 = 0
    d = 0
    hMax = 0
    merged = liste vide

```

```

    tant que i1 est inférieur à longueur de l1 et i2 est inférieur à
    longueur de l2 :
        si l1[i1][0] < l2[i2][0] :
            d = l1[i1][0]
            h1 = l1[i1][1]
            hMax = maximum entre h1 et h2
            i1 += 1
        sinon :
            si l1[i1][0] > l2[i2][0] :
                d = l2[i2][0]
                h2 = l2[i2][1]
                hMax = maximum entre h1 et h2
                i2 += 1
            sinon :
                d = l1[i1][0]
                h1 = l1[i1][1]
                h2 = l2[i2][1]
                hMax = maximum entre h1 et h2
                i1 += 1
                i2 += 1

    si merged est vide ou hMax est différent du dernier élément de
    merged :
        ajouter (d, hMax) à merged

    ajouter le reste de l1[i1:] à merged
    ajouter le reste de l2[i2:] à merged

    retourner merged

```

voici le code en python :

```

def merge_roof_line(l1, l2):
    i1 = 0
    i2 = 0
    h1 = 0
    h2 = 0
    d = 0
    hMax = 0
    merged = []

    while i1 < len(l1) and i2 < len(l2):
        if l1[i1][0] < l2[i2][0]:
            d = l1[i1][0]
            h1 = l1[i1][1]
            hMax = max(h1, h2)
            i1 += 1
        else:
            if l1[i1][0] > l2[i2][0]:
                d = l2[i2][0]

```

```

        h2 = l2[i2][1]
        hMax = max(h1, h2)
        i2 += 1
    else:
        d = l1[i1][0]
        h1 = l1[i1][1]
        h2 = l2[i2][1]
        hMax = max(h1, h2)
        i1 += 1
        i2 += 1

    if len(merged) == 0 or hMax != merged[-1][1]:
        merged.append((d, hMax))

merged += l1[i1:]
merged += l2[i2:]

return merged

```

complexité :

Ici la boucle principale est une boucle tant que qui s'arrete lorsque i1 ou i2 est supérieur à la longueur de l1 ou l2. Or à chaque itération de cette boucle on incrémente i1 ou i2 ou les deux de 1. Donc la boucle s'exécute au maximum n fois (n étant la longueur de l1 ou l2). Donc la complexité de cette fonction est $O(n)$ avec n la longueur de l1 ou l2.

5

```

fonction divide_roof_line(liste l)
    si la longueur de l est égale à 1 :
        retourner l[0]
    sinon :
        partie_gauche = divide_roof_line(l[:longueur(l)//2])
        partie_droite = divide_roof_line(l[longueur(l)//2:])
        retourner merge_roof_line(partie_gauche, partie_droite)

fonction building_to_roof_line(liste l)
    roofs = liste vide

    pour i de 0 à longueur(l) - 1 :
        roof = liste vide
        ajouter (l[i][0], l[i][1]) à roof
        ajouter (l[i][2], 0) à roof
        ajouter roof à roofs

    retourner divide_roof_line(roofs)

```

voici le code en python :

```

def divide_roof_line(l):
    if len(l) == 1:
        return l[0]
    else:
        return merge_roof_line(divide_roof_line(l[:len(l)//2]),
                                divide_roof_line(l[len(l)//2:]))

def building_to_roof_line(l):
    roofs = []
    for i in range(len(l)):
        roof = []
        roof.append((l[i][0], l[i][1]))
        roof.append((l[i][2], 0))
        roofs.append(roof)
    return divide_roof_line(roofs)

```

complexité :

La fonction `building_to_roof_line` est en $O(n)$ avec n la longueur de la liste `l`. En effet, la boucle `for` s'exécute n fois (n étant la longueur de `l`). Cette fonction ne s'exécute qu'une seule fois.

Les appels récursifs de la fonction `divide_roof_line` s'arrêtent lorsque la longueur de la liste passée en paramètre est égale à 1. Or à chaque appel récursif, la liste passée en paramètre est divisée par 2. Donc le nombre d'appels récursifs est en $O(\log(n))$ avec n la longueur de la liste `l`.

Donc la complexité de la fonction `building_to_roof_line` est en $O(n + n \log(n)) = O(n \log(n))$ avec n la longueur de la liste `l`.