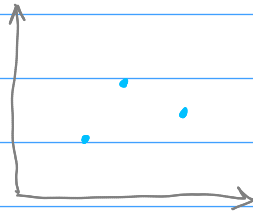


## Linear Regression

تصور کنید داده های ما ۲ بعدی هستند (قابل رسم در دستگاه دکارتی) مانند زیر



ما میدانیم از بین هر ۲ نقطه میتوان به خط عبور داد اما از بین ۳ نقطه که ۲ به ۲ در خطوط متفاوتی هستند ممکن نیست بتوان خطی عبور داد که از همه ۳ نقطه عبور کند اما اگر بخواهیم معادله خطی را پیدا کنیم که کمترین فاصله را از بین این ۳ نقطه (نقطه n) داشته باشد باید چه کنیم؟

$$J = \sum_{i=0}^n (y - \hat{y})^2 = \sum_{i=0}^n (y - xw)^2$$

برای مینیموم کردن تابع loss باید همه مشتق های سویی آن برابر ۰ بگذاریم

$$\frac{\partial J}{\partial w} = 2x^T (y - xw) = 0 \Rightarrow x^T y = x^T x w$$

$$\Rightarrow w = (x^T x)^{-1} x^T y$$

به راه بالا راه حل Analytical میگوییم در ادامه این مسئله را به روش دیگری حل میکنیم به اینگونه که :  
اول پارامتر ها را (w) را مقدار دهی اولیه میکنیم (معمولا بین ۰ تا ۱) و سپس از تابع loss نسبت به پارامتر ها مشتق میگیریم و از پارامتر قبلی کم میکنیم به این روش Gradien Decent میگویند

$$J = \sum_{i=1}^n (y - w_0 - w_1 x)^2 \Rightarrow \frac{\partial J}{\partial w_1} = 0, \frac{\partial J}{\partial w_0} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial J}{\partial w_1} = -2x (y - w_0 - w_1 x) = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial w_0} = -2 (y - w_0 - w_1 x)$$

$$w_{t+1} = w_t - lr \left( \frac{\partial J}{\partial w} \right)$$