



## فصل سیزدهم : فهرست

□ معرفی

□ رویکردها

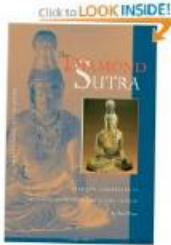
□ پالایش گروهی

□ رویکرد مبتنی بر محتوی

□ رویکرد پیوندی

# فصل سیزدهم : معرفی

## Customers Who Viewed This Item Also Bought



The Diamond Sutra

➤ Red Pine

★★★★★ (20)

Paperback

\$13.57



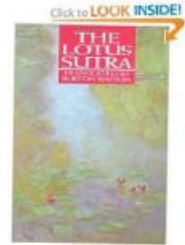
The Heart Sutra

➤ Red Pine

★★★★★ (21)

Paperback

\$10.17



The Lotus Sutra

➤ Burton Watson

★★★★★ (27)

Paperback

\$18.21

## فصل سیزدهم : معرفی

### Similar Artists



Stanley Clarke &  
George Duke



Victor Wooten



Return to Forever



S.M.V.

پالایش گروهی

## فصل سیزدهم : پالایش گروهی

□ برجسته‌ترین رویکرد استفاده شده در سیستم‌های توصیه‌گر.

□ استفاده شده به وسیله‌ی سایت‌های تجاری بسیار بزرگ

□ شامل انواع مختلفی از الگوریتم‌ها

□ قابل استفاده در بسیاری از دامنه‌ها (کتاب، فیلم، موسیقی و ...)

□ رویکرد.

□ استفاده از «خرد جمعی» برای توصیه‌ی کالاها

□ ایده.

□ کاربران به کالاهای خریداری شده امتیاز می‌دهند. [معمولاً بین ۱ و ۵]

□ کاربرانی که در گذشته سلیقه‌ی مشابهی داشته‌اند، احتمالاً در آینده نیز دارای سلیقه‌های مشابهی خواهند بود.

## فصل سیزدهم : پالایش گروهی

ورودی. یک ماتریس شامل امتیازهای داده شده به وسیلهی کاربران به کالاهای گوناگون.

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5
Alice	5	3	4	4	?
User1	3	1	2	3	3
User2	4	3	4	3	5
User3	3	3	1	5	4
User4	1	5	5	2	1

انواع خروجی.

یک پیش بینی (عددی) در مورد میزان علاقهی کاربر به یک کالای خاص

یک فهرست پیشنهادی از  $N$  کالای برتر

## فصل سیزدهم: پالایش گروهی مبتنی بر کاربر

□ روش پایه.

□ با داشتن یک کاربر فعال مانند آلیس و کالای  $i$  که قبلاً به وسیلهی آلیس دیده نشده است:

- یک مجموعه از کاربران (نزدیک‌ترین همسایه‌ها) پیدا کن که سلیقه‌ی مشابهی با آلیس داشته‌اند و قبلاً به کالای  $i$  امتیاز داده‌اند.
- میانگین امتیاز داده شده به وسیلهی این کاربران به کالای  $i$  را محاسبه کن.
- از میانگین محاسبه شده به عنوان تخمینی از میزان علاقمندی آلیس به کالای  $i$  استفاده کن.
- این کار را برای تمام کالاهایی که آلیس به آنها امتیاز نداده است، تکرار کن.
- کالاهای با امتیاز بیشتر را به آلیس پیشنهاد کن.

□ ایده.

□ کاربرانی که در گذشته سلیقه‌ی مشابهی داشته‌اند، احتمالاً در آینده نیز دارای سلیقه‌های مشابهی خواهند بود.



## فصل سیزدهم: پالایش گروهی مبتنی بر کاربر

□ مثال. ورودی:

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5
Alice	5	3	4	4	?
User1	3	1	2	3	3
User2	4	3	4	3	5
User3	3	3	1	5	4
User4	1	5	5	2	1

□ هدف. پیش‌بینی میزان علاقمندی آلیس به کالای شماره ۵

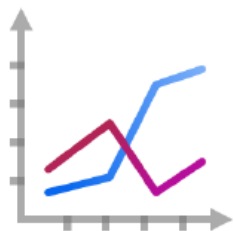
## فصل سیزدهم: پالایش گروهی مبتنی بر کاربر

□ چند پرسش ابتدایی.

□ چگونه می‌توان شباهت میان کاربران مختلف را محاسبه نمود؟

□ چه تعداد از همسایه‌ها را باید در نظر گرفت؟

□ چگونه می‌توان با توجه به امتیاز همسایه‌ها، یک پیش‌بینی ارائه کرد؟



	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5
Alice	5	3	4	4	?
User1	3	1	2	3	3
User2	4	3	4	3	5
User3	3	3	1	5	4
User4	1	5	5	2	1

## فصل سیزدهم : معیارهای اندازه گیری شباهت کاربران

□ ضریب همبستگی پیرسون. یک معیار پر کاربرد

□  $a$  و  $b$  : کاربرها

□  $r_{a,p}$  : امتیاز داده شده به وسیلهی کاربر  $a$  به کالای  $p$

□  $P$  : یک مجموعه از کالاها که به وسیلهی هر دو کاربر  $a$  و  $b$  امتیازدهی شده‌اند

$$sim(a, b) = \frac{\sum_{p \in P} (r_{a,p} - \bar{r}_a)(r_{b,p} - \bar{r}_b)}{\sqrt{\sum_{p \in P} (r_{a,p} - \bar{r}_a)^2} \sqrt{\sum_{p \in P} (r_{b,p} - \bar{r}_b)^2}}$$

$$\frac{cov(a, b)}{std(a) \cdot std(b)}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} sim(a, b) \quad \text{نرمال سازی}$$

## فصل سیزدهم: معیارهای اندازه گیری شباهت کاربران

ضریب همبستگی پیرسون. یک معیار پر کاربرد

کاربرها  $a$  و  $b$  :  $\square$

امتیاز داده شده به وسیله ی کاربر  $a$  به کالای  $p$  :  $r_{a,p}$   $\square$

یک مجموعه از کالاها که به وسیله ی هر دو کاربر  $a$  و  $b$  امتیازدهی شده اند :  $P$   $\square$

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5
Alice	5	3	4	4	?
User1	3	1	2	3	3
User2	4	3	4	3	5
User3	3	3	1	5	4
User4	1	5	5	2	1



sim = 0.85

sim = 0.70

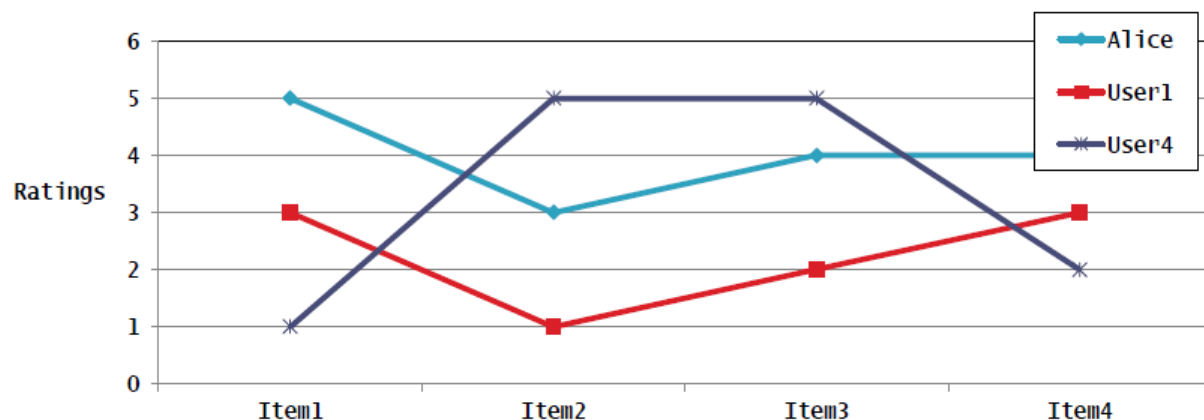
sim = 0.00

sim = -0.79

## فصل سیزدهم: ضریب همبستگی پیرسون

□ مزیت. در نظر گرفتن تفاوت‌ها در عادات امتیازدهی

▣ ضریب همبستگی پیرسون در بسیاری از دامنه‌ها نسبت به معیارهای دیگر عملکرد بهتری دارد.  
[معیار اقلیدسی، معیار کسینوسی]



## فصل سیزدهم : پیش بینی

□ یک تابع متداول برای پیش بینی:

$$pred(a, p) = \bar{r}_a + \frac{\sum_{b \in N} sim(a, b) * (r_{b,p} - \bar{r}_b)}{\sum_{b \in N} sim(a, b)}$$

- محاسبه‌ی این که امتیاز همسایه‌ها برای کالای  $p$  کمتر یا بیشتر از میانگین آنها است.
- ترکیب اختلاف‌ها -- استفاده از معیار شباهت برای وزن دهی
- اضافه کردن میانگین امتیازهای کاربر  $a$  به مقدار محاسبه شده

## فصل سیزدهم: رویکردهای مبتنی بر حافظه و مبتنی بر مدل

- پالایش گروهی مبتنی بر کاربر یک روش «مبتنی بر حافظه» است.
- استفاده‌ی مستقیم از ماتریس امتیازها برای یافتن نزدیک‌ترین همسایه‌ها و پیش‌بینی
- در بسیاری از کاربردهای دنیای واقعی این رویکرد قابل استفاده نیست!
- به دلیل وجود ده‌ها میلیون کاربر و میلیون‌ها کالا

### □ رویکردهای مبتنی بر مدل.

- بر مبنای یادگیری مدل به صورت آفلاین (آموزش آفلاین)
- در زمان اجرا تنها از مدل یاد گرفته شده برای پیش‌بینی استفاده می‌شود.
- مدل‌ها به طور تناوبی به روز رسانی می‌شوند.
- ایجاد مدل و به روز رسانی آن می‌تواند از نظر محاسباتی بسیار پرهزینه باشد.

## فصل سیزدهم : پالایش گروهی مبتنی بر کالا

□ ایده.

□ استفاده از شباهت میان کالاها برای پیش‌بینی [نه شباهت میان کاربران]

□ مثال. جستجو به دنبال کالاهای مشابه با کالای ۵

□ استفاده از امتیازهای داده شده به وسیله‌ی آلیس به کالاهای مشابه برای پیش‌بینی امتیاز کالای ۵

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5
Alice	5	3	4	4	?
User1	3	1	2	3	3
User2	4	3	4	3	5
User3	3	3	1	5	4
User4	1	5	5	2	1



## فصل سیزدهم : معیار شباهت میان کالاها

معیار شباهت کسینوسی.

تولید نتایج بهتر در مقایسه‌ی کالا به کالا

امتیازهای داده شده به هر کالا به عنوان یک بردار در فضای  $n$  بعدی در نظر گرفته می‌شوند.

شباهت میان دو کالا با محاسبه‌ی کسینوس زاویه‌ی مربوط به بردار این دو کالا اندازه‌گیری می‌شود:

$$\text{sim}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|}$$

معیار شباهت کسینوسی تنظیم شده.

در نظر گرفتن میانگین امتیازهای هر کاربر

$U$  : مجموعه کاربرانی که به هر دو کالای  $a$  و  $b$  امتیاز داده‌اند.

$$\text{sim}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sum_{u \in U} (r_{u,a} - \bar{r}_u)(r_{u,b} - \bar{r}_u)}{\sqrt{\sum_{u \in U} (r_{u,a} - \bar{r}_u)^2} \sqrt{\sum_{u \in U} (r_{u,b} - \bar{r}_u)^2}}$$

## فصل سیزدهم : پیش بینی

□ یک تابع متداول برای پیش بینی:

$$pred(u, p) = \frac{\sum_{i \in ratedItem(u)} sim(i, p) * r_{u,i}}{\sum_{i \in ratedItem(u)} sim(i, p)}$$

□ معمولاً اندازه‌ی همسایگی محدود است.

□ یعنی، از همه‌ی همسایه‌ها برای پیش بینی استفاده نمی‌شود.

□ یک قاعده‌ی تجربی: در بسیاری از کاربردهای دنیای واقعی، تعداد همسایه‌ها بین ۲۰ الی ۵۰ در نظر گرفته می‌شود [هرلاکر، ۲۰۰۲]

## فصل سیزدهم: مسئله ی خلوت بودن داده ها

### ❑ مسئله ی شروع سرد.

- ❑ چگونه می توان کالاهای جدید را توصیه کرد؟
- ❑ چگونه می توان به کاربران جدید توصیه داد؟

### ❑ راه حل های ساده.

- ❑ از کاربر بخواه مجموعه ای از کالاها را امتیازدهی کند.
- ❑ در مراحل ابتدایی از روش های دیگر مانند **پالایش مبتنی بر محتوی** استفاده کنید.
- ❑ مقادیر پیش فرض: استفاده از مقادیر پیش فرض برای کالاهایی که فقط یکی از دو کاربری که قرار است مقایسه شوند به آنها امتیاز داده اند.

## فصل سیزدهم: انواع رویکردهای مبتنی بر مدل

□ تجزیه‌ی ماتریس‌ها.

□ تجزیه‌ی مقادیر منفرد، تحلیل مولفه‌های اصلی

□ کاوش قواعد ارتباطی.

□ مقایسه: تحلیل سبد خرید

□ مدل‌های احتمالاتی.

□ خوشه‌بندی، شبکه‌های بیزی و ...

□ هزینه‌ی پیش‌پردازش (یادگیری مدل).

□ معمولاً درباره‌ی آن صحبت نمی‌شود

□ آیا به روز رسانی تدریجی ممکن است؟

## فصل سیزدهم : تجزیه ی مقادیر منفرد

### □ انگیزه.

- ساده سازی داده ها
- حذف نویز و افزونگی
- بهبود نتایج الگوریتم

### □ کاربردهای مثالی.

- جستجو و بازیابی اطلاعات [شاخص گذاری معنایی نهان]
- سیستم های توصیه گر

## فصل سیزدهم: تجزیه ی مقادیر منفرد

□ تجزیه ی مقادیر منفرد.

$$Data_{m \times n} = U_{m \times m} \Sigma_{m \times n} V_{n \times n}^T$$

ماتریس مقادیر منفرد

□ ماتریس مقادیر منفرد.

- یک ماتریس قطری که در آن مقادیر منفرد به صورت کاهشی مرتب هستند.
- مقادیر منفرد از یک اندیس مانند  $r$  به بعد دارای مقدار صفر هستند.
- مقادیر منفرد ریشه دوم مقادیر ویژه ماتریس  $Data \times Data^T$  هستند.

## توصیه‌های مبتنی بر محتوی

## فصل سیزدهم : توصیه مبتنی بر محتوی

□ آموزش. برای کاربر  $j$  بردار  $\theta^{(j)} \in \mathbb{R}^3$  را یاد بگیر

□ پیش‌بینی. امتیاز فیلم  $i$  برای کاربر  $j$

$$(\theta^{(j)})^T x^{(i)}$$

	Alice(1)	Bob(2)	Carol (3)	Dave(4)	$x_1$	$x_2$
Titanic	5	5	0	0	0.90	0.00
Sound and Music	5	?	?	0	1.00	0.01
Casablanca	?	4	0	?	0.99	0.00
Fast and Furious	0	0	5	4	0.10	1.00
Desperado	0	0	5	?	0.00	0.90



## فصل سیزدهم : بیان رسمی مسئله

- $r(i,j) = 1$  اگر کاربر  $j$  به فیلم  $i$  امتیاز داده باشد، در غیر این صورت صفر
- $y^{(i,j)}$  امتیاز داده شده توسط کاربر  $i$  به فیلم  $j$

□  $\theta^{(j)}$  بردار پارامترها برای کاربر  $j$

□  $x^{(i)}$  بردار ویژگی برای فیلم  $i$

□ پیش‌بینی امتیاز فیلم  $i$  برای کاربر  $j$ :

$$(\theta^{(j)})^T x^{(i)}$$

□  $m^{(j)}$  تعداد فیلم‌های امتیازدهی شده به وسیله‌ی کاربر  $j$

## فصل سیزدهم: هدف بهین سازی

یادگیری بردار  $\theta^{(j)}$  -- پارامترها برای کاربر  $j$  □

$$\min_{\theta^{(j)}} \frac{1}{2} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

یادگیری بردارهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$  □

$$\min_{\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n_u)}} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

## فصل سیزدهم: الگوریتم بهینه سازی

□ تابع هدف.

$$\min_{\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n_u)}} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

□ گرادیان کاهش.

$$\theta_k^{(j)} = \theta_k^{(j)} - \alpha \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) x_k^{(i)} \quad (\text{for } k = 0)$$

$$\theta_k^{(j)} = \theta_k^{(j)} - \alpha \left( \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) x_k^{(i)} + \lambda \theta_k^{(j)} \right) \quad (\text{for } k \neq 0)$$

پالایش گروہی

## فصل سیزدهم : پالایش گروهی

	Alice(1)	Bob(2)	Carol(3)	Dave(4)	$x_1$	$x_2$
Titanic	5	5	0	0	0.90	0.00
Sound and Music	5	?	?	0	1.00	0.01
Casablanca	?	4	0	?	0.99	0.00
Fast and Furious	0	0	5	4	0.10	1.00
Desperado	0	0	5	?	0.00	0.90

$$\theta^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\theta^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$(\theta^{(1)})^T x^{(1)} \approx 5$$

$$(\theta^{(2)})^T x^{(1)} \approx 5$$

$$(\theta^{(3)})^T x^{(1)} \approx 0$$

$$(\theta^{(3)})^T x^{(1)} \approx 0$$

## فصل سیزدهم : هدف بهین سازی

□ یادگیری  $x^{(i)}$  -- با داشتن پارامترهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$

$$\min_{x^{(i)}} \frac{1}{2} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^n \left( x_k^{(i)} \right)^2$$

□ یادگیری  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n_m)}$  -- با داشتن پارامترهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$

$$\min_{x^{(1)}, \dots, x^{(n_m)}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{j:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{k=1}^n \left( x_k^{(i)} \right)^2$$

## فصل سیزدهم : پالایش گروهی

□ ایده. با داشتن ماتریس امتیازها و بردارهای  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n_m)}$  می توان بردارهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$  را تخمین زد

□ ایده. با داشتن ماتریس امتیازها و بردارهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$  می توان بردارهای  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n_m)}$  را تخمین زد

مقداردهی تصادفی



$$\theta \rightarrow x \rightarrow \theta \rightarrow x \rightarrow \theta \rightarrow x \rightarrow \dots$$

□ الگوریتم.

# الگوریتم پالایش گروهی



## فصل سیزدهم: پالایش گروهی

□ ایده. تخمین  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$  با داشتن بردارهای  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n_m)}$

$$\min_{\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n_u)}} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

□ ایده. تخمین  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n_m)}$  با داشتن بردارهای  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_u)}$

$$\min_{x^{(1)}, \dots, x^{(n_m)}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{j:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{k=1}^n \left( x_k^{(i)} \right)^2$$

## فصل سیزدهم: هدف بهینه سازی در پالایش گروهی

□ ایده. یادگیری همزمان بردارهای ویژگی  $x^{(i)}$  و بردارهای  $\theta^{(j)}$

□ تابع هدف.

$$J(x^{(1)}, \dots, x^{(n)}, \theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n)}) = \\ \frac{1}{2} \sum_{(i,j): r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{k=1}^n \left( x_k^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

□ هدف.

$$\min_{\substack{x^{(1)}, \dots, x^{(n_m)} \\ \theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n_u)}}} J(x^{(1)}, \dots, x^{(n)}, \theta^{(1)}, \dots, \theta^{(n)})$$

## فصل سیزدهم: الگوریتم پالایش گروهی

آموزش.

مقداردهی اولیه به بردارهای  $x$  و  $\theta$  با مقادیر تصادفی کوچک

کمینه‌سازی تابع هزینه با استفاده از گرادیان کاهشی (یا روش‌های بهینه‌سازی پیشرفته)

$$x_k^{(i)} = x_k^{(i)} - \alpha \left( \sum_{j:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) \theta_k^j + \lambda x_k^{(i)} \right)$$

$$\theta_k^{(j)} = \theta_k^{(j)} - \alpha \left( \sum_{i:r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right) x_k^{(i)} + \lambda \theta_k^{(j)} \right)$$

پیش‌بینی.

برای کاربر  $j$  با بردار پارامتر  $\theta^{(j)}$  و فیلم  $i$  با بردار ویژگی  $x^{(i)}$

$$(\theta^{(j)})^T x^{(i)}$$

# نرمال سازی میانگین

## فصل سیزدهم: کاربران جدید

	Alice(1)	Bob(2)	Carol(3)	Dave(4)	eve(5)	
Titanic	5	5	0	0	?	0
Sound and Music	5	?	?	0	?	0
Casablanca	?	4	0	?	?	0
Fast and Furious	0	0	5	4	?	0
Desperado	0	0	5	?	?	0

$$\frac{1}{2} \sum_{(i,j):r(i,j)=1} \left( (\theta^{(j)})^T x^{(i)} - y^{(i,j)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_m} \sum_{k=1}^n \left( x_k^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^{n_u} \sum_{k=1}^n \left( \theta_k^{(j)} \right)^2$$

$$\theta^{(5)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow (\theta^{(5)})^T x^{(i)} = 0$$

## فصل سیزدهم: نرمال سازی میانگین

□ نرمال سازی میانگین.

$$Y = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 & ? \\ 5 & ? & ? & 0 & ? \\ ? & 4 & 0 & ? & ? \\ 0 & 0 & 5 & 4 & ? \\ 0 & 0 & 5 & 0 & ? \end{bmatrix} \quad \mu = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 2.5 \\ 2 \\ 2.25 \\ 1.25 \end{bmatrix} \rightarrow Y_{norm} = \begin{bmatrix} 2.5 & 2.5 & -2.5 & -2.5 & ? \\ 2.5 & ? & ? & -2.5 & ? \\ ? & 2.0 & -2.0 & ? & ? \\ -2.25 & -2.25 & 2.75 & 1.75 & ? \\ -1.25 & -1.25 & 3.75 & -1.25 & ? \end{bmatrix}$$

□ پیش بینی. میزان علاقمندی کاربر  $j$  به فیلم  $i$

$$\hat{y}(i, j) = (\theta^{(j)})^T x^{(i)} + \mu^{(i)}$$

باتشکر از توجه شما

