

به نام خدا



دانشکده فنی دانشگاه تهران
دانشکده برق و کامپیوتر

تمرین کامپیوتری اول

ریاضیات مهندسی

کاربردهای تبدیل فوریه

ایمیل

alisaei90@gmail.com

طراح

علی ساعی زاده

نیمسال اول ۹۹-۱۴۰۰

دانشجویان عزیز، قبل از پاسخگویی به سوالات به نکات زیر توجه کنید:

- شما باید کدها و گزارش خود را با الگو EM_CA1_StudentNumber.zip در محل تعیین شده آپلود کنید.
- پیاده سازی های خود را در محیط MATLAB انجام دهید و کد های خود را همراه با گزارش ارسال کنید.
- در نمودارها حتماً xlabel(), ylabel() و title() برای نامگذاری استفاده کنید.
- پیشنهاد می شود از live script matlab (mlx) برای کد زدن و تهیه گزارش کار استفاده شود و گزارش خروجی آن (pdf یا HTML) قابل قبول است.
- گزارشکار معیار اصلی ارزیابی خواهد بود، در نتیجه زمان کافی برای تکمیل آن اختصاص دهید.
- در زمانی که بعداً به شما اعلام خواهد، این تمرین کامپیوتری به صورت آنلاین از شما تحویل گرفته خواهد شد.
- در صورت کشف هر گونه تقلب، نمره طرفین صفر منظور خواهد شد.
- شما می توانید هر گونه ابهام و سوال از طریق ایمیل [من](#) و همچنین گروه درسی در تلگرام بپرسید.

یکی از رایج ترین ایده ها برای تحلیل و تجزیه سیگنال های مختلف، انتقال آن های به فضاهای خطی و گاه تابعی است که پایه های متعامدی دارند. از آن جایی که بعد یک فضای تابعی (برای مثال فضای سیگنال های صوتی با انرژی محدود) بعد بی نهایت دارد، برای آن که فضای ثانویه شرایط پوشایی و وارون پذیری را داشته باشد، آن نیز باید بعد بی نهایت داشته باشد. تبدیل فوریه را می توان معروف ترین تبدیل دانست که شرایط فوق را داراست. این تبدیل در حوزه های مختلفی از مهندسی کاربردهای عملی دارد، برای مثال از این تبدیل برای تحلیل مدار های الکتریکی، تحلیل سیستم های خطی، مدولاسیون های مخابراتی، پردازش صورت و پردازش تصویر استفاده می شود. در این تمرین قصد داریم تا علاوه بر آشنایی بیشتر شما با نرم افزار متلب، کاربرد این تبدیل را در حوزه موسیقی و پزشکی به شکل ابتدایی بررسی کنیم. برای اطلاعات بیشتر به این [اینجا](#) و [اینجا](#) مراجعه کنید.

بخش اول: آشنایی با متلب

در این بخش می خواهیم تابع کسینوس را در حوزه زمان پیاده سازی کنیم، سپس با استفاده دستورات متلب تبدیل فوریه آن را به دست آورده و آن را رسم کنیم.

با توجه به اینکه توابع و متغیر ها به شکل گسسته در متلب تعریف می شوند در ابتدا لازم است بردار زمان را در متلب بسازیم و سپس به عنوان ورودی به تابع مورد نظر بدهیم، برای ساخت بردار زمان علاوه بازه زمانی نیازمند دانستن گام زمانی هستیم، گام زمانی فاصله زمانی بین دو داده متوالی سیگنال است. درست مانند آن است که از سیگنال پیوسته کسینوسی با فرکانس مشخصی نمونه برداری شده است. در این قسمت خودتان بصورت دلخواه یک بازه زمانی و گام زمانی معقول تعیین کنید.

(*) در مورد فرکانس نمونه برداری توضیح کوتاهی ارائه دهید.

(*) تابع زیر را در حوزه زمان به کمک تابع plot رسم کنید.

$$y = \cos(2\pi ft)$$

حال در این قسمت می خواهیم سیگنال فوق را در حوزه فرکانس رسم کنیم. به منظور این کار ابتدا باید بردار فرکانس را تشکیل دهیم، برای ساخت صحیح این بردار نیازمند فرکانس نمونه برداری در قسمت قبل هستیم.

بردار فرکانس با استفاده از کد زیر بدست خواهد آمد؛

```
f = linspace(-fs/2, fs/2, numel(y));
```

fs: sampling frequency

(*) بردار فرکانس در متلب بسازید و در مورد توابع استفاده شده در کد فوق توضیح مختصری ارائه کنید.

حال برای پیدا کردن تبدیل فوریه در متلب باید ابتدا از تابع fft برای محاسبه تبدیل فوریه سیگنال استفاده کنیم، اما خروجی بدست آمده را باید شیفت دهیم تا فرکانس صفر در مرکز نمودار قرار گیرد. به منظور این کار از تابع fftshift استفاده می کنیم.

(*) اندازه و فاز تبدیل فوریه سیگنال را برحسب فرکانس در هر مرحله رسم کنید.

(*) بصورت دستی تبدیل فوریه سیگنال را محاسبه کنید و با نمودار های بدست آمده مقایسه کنید.

بخش دوم: موسیقی

در این قسمت با کاربرد تبدیل فوریه در پردازش صدا آشنا خواهیم شد و بررسی سیگنال های صوتی در حوزه فرکانس می پردازیم برای آشنایی بیشتر به این [لینک](#) مراجعه کنید.

در فایل های پیوست در مسیر Data/Violin/*.wav نت های ویولن ضمیمه شده است.

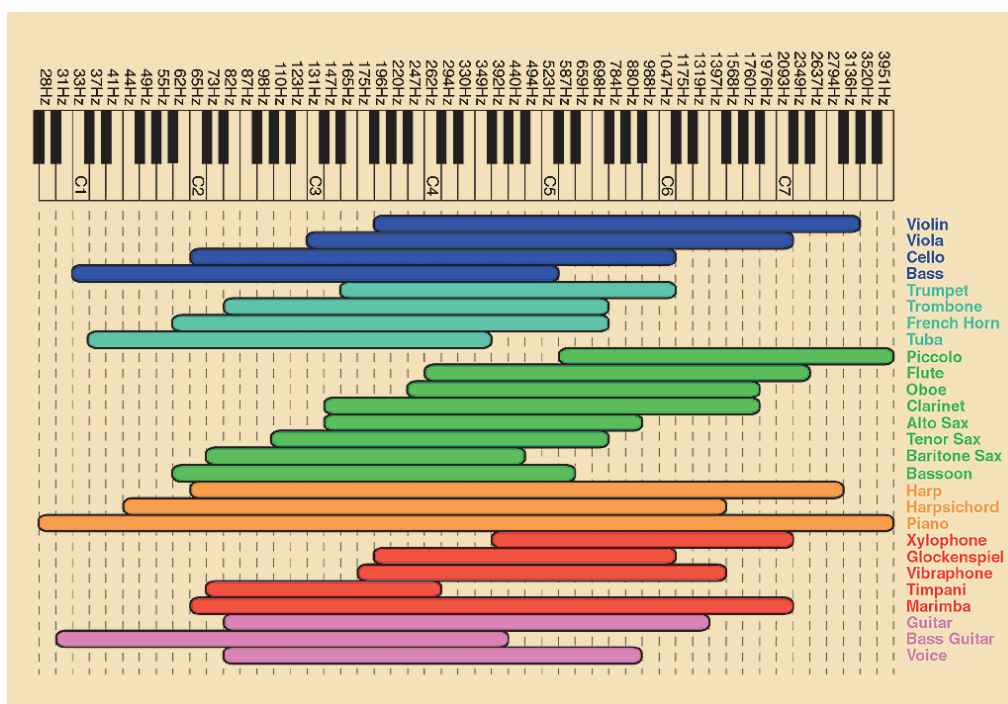
(*) با استفاده از دستور audioread این نت ها را در محیط کار متلب استخراج کنید.

(*) به کمک کد های قسمت قبل تبدیل فوریه دو نت متفاوت را بدست آورید و رسم کنید.

(*) با استفاده از تابع sound به صدای این دو نت گوش دهید.

(*) با توجه به فرکانس های موجود در طیف فرکانسی، تفاوت شنیداری دو نت را توجیه کنید.

برای تشخیص آهنگ های مختلف تنها با استفاده از شنیدن بخشی از آن مانند نرم افزار های shazam, soundhound و ... از تبدیل فوریه و نمودار اسپکتروگرام استفاده می شود برای اطلاعات بیشتر می توانید به این [لینک](#) مراجعه کنید.

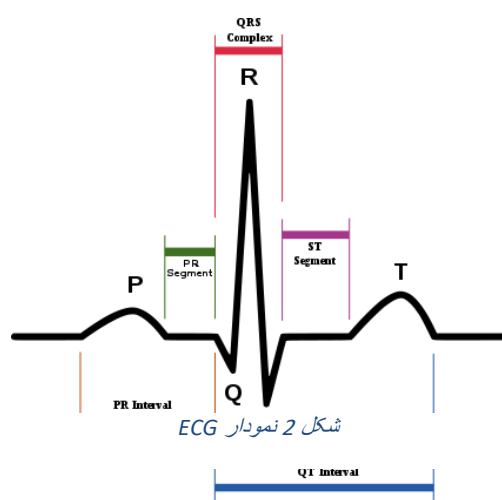


شکل 1 فرکانس نت های مختلف برای سازهای مختلف

بخش سوم: نوار قلب

یکی از کاربردهای مهم تبدیل فوریه در حوزه پزشکی، بررسی و تحلیل سیگنال electrocardiogram (ECG) است. این سیگنال حاوی اطلاعات مهمی در مورد سلامت قلب می باشد و متخصصان قلب در وهله اول این سیگنال را بررسی می کنند. در این [لینک](#) توضیحات مختصری از این سیگنال ارائه شده است.

موج P: عبور جریان الکتریکی از دهلیزها، اولین موج ECG را ایجاد می کند. این موج P نام دارد. موج P در حالت طبیعی گرد، صاف و قرینه بوده و نشان دهنده دیپولاریزاسیون دهلیزهاست. فاصله PR: از ابتدای موج P تا شروع کمپلکس QRS به این نام خوانده می شود. این فاصله نشان دهنده زمان سپری شده برای رسیدن موج دیپولاریزاسیون از دهلیزها به بطنهاست. قسمت عمده این فاصله به علت وقفه ای میمالس در گره AV شکل می گیرد. کمپلکس QRS: از مجموع سه موج تشکیل شده است و مجموعاً نشان دهنده دیپولاریزاسیون بطنهاست. اولین موج



منفی بعد از P، موج Q نام دارد. اولین موج مثبت بعد از P را موج R، و اولین موج منفی بعد از R را S می نامند. چون هر سه موج ممکن است با هم دیده نشوند، مجموع این سه موج را با هم یک کمپلکس QRS می نامند. قطعه ST: از انتهای کمپلکس QRS تا ابتدای موج T را قطعه ST نام گذاری کرده اند. این قطعه نشان دهنده مراحل ابتدایی رپولاریزاسیون بطنهاست. موج T: موجی گرد و مثبت می باشد که بعد از QRS ظاهر می شود. این موج نشان دهنده مراحل انتهایی رپولاریزاسیون بطنهاست. فاصله QT: از ابتدای کمپلکس QRS تا انتهای موج P می باشد و نشان دهنده زمان لازم برای مجموع فعالیت بطنها در طی یک چرخه قلبی است. موج U: موجی گرد و کوچک می باشد که بعد از T ظاهر می شود. این موج همیشه دیده نمی شود. در شکل روبرو این سیگنال مشخص شده است.

فایل حاوی اطلاعات یک بیمار در مسیر Data/ECG/rec_1m.mat برای شما بارگزاری شده این فایل را به کمک دستور load در محیط متلب بارگیری کنید. فایل با پسوند rec_1m.hee حاوی اطلاعات بیمار است.

این سیگنال با فرکانس نمونه برداری 500 Hz نمونه برداری شده است همچنین بازه زمانی سیگنال 20 ثانیه است. در سطر اول این ساختار، سیگنال ECG ضبط شده خام وجود دارد (فیلتر نشده) در سطر دوم سیگنال ECG فیلتر شده است و نویز آن حذف شده است.

(*) هر دو سیگنال ECG در حوزه زمان رسم کنید و با یکدیگر مقایسه کنید.

(*) اندازه تبدیل فوریه هر دو سیگنال ECG را برحسب هرترز رسم کنید و تفاوت را توجیه کنید.

(*) ضربان قلب را به کمک نمودار بدست آمده در قسمت قبل تخمین بزنید. (راهنمایی: از فرکانس با بیشترین دامنه استفاده کنید)

(*) در سیگنال خام، در حوالی فرکانس 50 Hz یک فرکانس قوی وجود دارد، علت را جست و جو کنید.