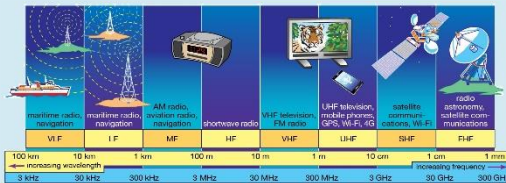


پیش آزمایش دوم



معادل باندپایه و میان گذر

شیوهی گزارش نویسی



تمرین های قبل از آزمایشگاه می بایست به خوبی سلول بندی شده و دارای توضیحات مناسب باشد. صحت عملکرد M-file های تابعی باید در قالب یک مثال ارایه شود. در صورت نیاز توضیحاتی مختصر در قالب فایل word همراه فایل ها اضافه شود. تمرین هایی که به صورت دستی نوشته می شود را نیز به صورت یک عکس واضح درون فایل word قرار دهید. تمرین های قبل از آزمایش به صورت انفرادی است.

تمرین های قبل از آزمایشگاه



تمرین ۱: تحلیل حوزهی فرکانس

۱. آشنایی با تبدیل فوریهی گسسته: بر روی یک CD یک سیگنال صوتی $x[n]$ با طول یک ثانیه می باشد. نرخ نمونه برداری این سیگنال صوتی برابر $f_s = 44.1\text{kHz}$ است. بنابر این سیگنال یک تبدیل فوریهی گسستهی N نقطه ای گرفته شود که فاصله ی بین نمونه های فرکانسی این تبدیل برابر با 1Hz باشد.

- تعداد نمونه های زمانی (N) مورد نیاز از سیگنال $x[n]$ چقدر است؟
- طول زمانی این دنباله ی $x[n]$ بر حسب ثانیه چقدر است؟

۲. مفهوم تبدیل فوریهی گسسته: می توان تبدیل فوریهی گسسته و عکس آن را به صورت یک تبدیل خطی دنباله ی $\{x[n]\}$ به $\{X[k]\}$ دید. بردار N نقطه ای x_N دنباله ی سیگنال $x[n]$ ، $n = 0, 1, \dots, N-1$ ، یک بردار N نقطه ای X_N از نمونه های فرکانسی و یک ماتریس $N \times N$ با نام W_N به صورت زیر تعریف می شود.

$$x_N = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}, X_N = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}, W_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N & W_N^2 & \dots & W_N^{N-1} \\ 1 & W_N^2 & W_N^4 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{N-1} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} W_N = e^{-j2\pi/N}$$

با استفاده از تعاریف فوق تبدیل فوریهی گسسته ی N نقطه ای را می توان به صورت ماتریس زیر درآورد.

$$X_N = W_N x_N$$

فرض کنید $N = 8$ باشد. اگر درایه های سطر ۱، ۲ و ۶ این ماتریس را به عنوان ضرایب یک فیلتر FIR در نظر بگیریم، پاسخ فرکانسی این سه فیلتر را با استفاده از دستور **freqz** نرم افزار MATLAB به دست آورید. باید تبدیل فوریه را بر حسب دسیبل برای این سه فیلتر در یک نمودار رسم نمایید. (راهنمایی: می توان هر سطر ماتریس تبدیل فوریه را به صورت $X_k[n] = W_N^{0 \times k} x[n - N + 1] + W_N^{1 \times k} x[n - N + 2] + \dots + W_N^{(N-1) \times k} x[n]$ نوشت. بازه ی نمایش از $[-50, 50]\text{MHz}$ باشد و تعداد نقاط نمایش طیف برابر 128^2 باشد.

به درک کامل نسبت به تعبیر بانک فیلتری تبدیل فوریه گسسته برسید. سایت زیر راهنمای مناسبی برای این امر است.

https://www.dsprelated.com/freebooks/sasp/DFT_Filter_Bank.html

۳. محاسبه‌ی طیف سیگنال تصادفی با استفاده از همبستگی: تابعی بنویسید که روش دوم محاسبه‌ی طیف که در گزارش آزمایش پیش‌نیاز ۲ (پردازش سیگنال‌های دیجیتال با MATLAB) آمده است را محاسبه نماید. سطر اول تابع باید به صورت زیر باشد.

function [X] = corrSpectrm(x, nPsd)

در تابع فوق **nPsd** تعداد نقاط طیف است. با استفاده از این تابع، طیف ۵۱۲ نقطه‌ای سیگنال $x[n] = Ae^{j2\pi\frac{f_0}{f_s}n}$ که در آن $f_s = 250\text{MHz}$ و $A = 2$ است را برای دو فرکانس $f_0 = \frac{250 \times 51.5}{256}\text{MHz}$ و $f_0 = \frac{250 \times 51}{256}\text{MHz}$ رسم نمایید و آن را با تبدیل فوریه‌ی سریع (FFT) مقایسه کنید و هر دو را بر حسب dBm در یک نمودار نمایش دهید.

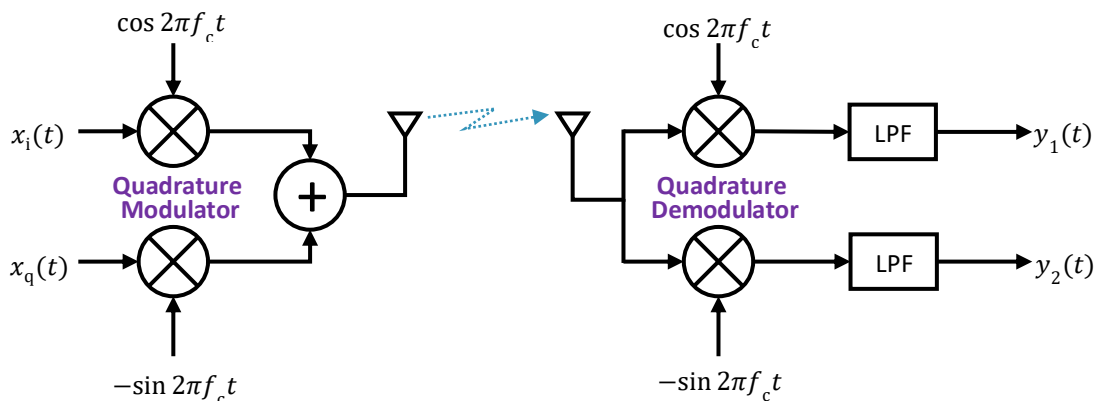
اگر سیگنال از جنس ولتاژ باشد، در عمل توان سیگنال بر حسب dBm گزارش می‌شود. معمولاً توان با فرض مقاومت ۵۰ اهم از روی ولتاژ موثر به دست می‌آید. به عنوان مثال برای سیگنال $x[n] = A \cos[2\pi\frac{f_0}{f_s}n]$ تبدیل بین دامنه و توان بر حسب dBm به صورت زیر انجام می‌شود.

$$A \rightarrow \text{دامنه موثر} \rightarrow \frac{A}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{توان موثر} \rightarrow \frac{A^2}{2R} \text{ watt} \rightarrow 10 \log \frac{A^2}{2R} \text{ dBW} \rightarrow \left(10 \log \frac{A^2}{2R} + 30 \right) \text{ dBm}$$

توجه: در عمل برای تحلیل سیگنال‌ها، به صورت کلی به سیستم نگاه می‌کنیم. یعنی چون از قبل معلوم نیست که چه سیگنالی قرار است وارد سیستم شود، تمرکز خود را از روی اینکه کدام یک از سیگنال‌های کسینوسی یا مختلط یا... وارد سیستم شده برداشته و با استفاده از **fft** سیگنال‌ها را به صورت کلی تحلیل می‌کنیم. مثلاً با اینکه می‌دانیم دامنه موثر $x[n] = A \cos[2\pi\frac{f_0}{f_s}n]$ برابر A است، از همان رابطه فوق به عنوان یک رابطه استاندارد و کلی برای محاسبه توان به صورت dBm استفاده خواهیم کرد.

تمرین ۲: تبدیل معادل پایین‌گذر و میان‌گذر به یکدیگر

۱. فرآیند تبدیل به معادل میان‌گذر و عکس آن: در سامانه‌های مخابراتی نوین، فرآیند مدولاسیون و دمدولاسیون quadrature اهمیت و محبوبیت بالایی دارد. این فرآیند بدان معناست که می‌توان دو سیگنال کاملاً مستقل $x_i(t)$ و $x_q(t)$ را در یک فرکانس حامل یکسان (f_c) ارسال نمود و هم‌چنان آن را به صورت دو سیگنال جداگانه دریافت و دمدوله کرد. علاوه بر این تنها به یک آنتن فرستنده احتیاج است. برای اثبات کارآمدی این روش مخابراتی، به صورت تحلیلی نشان دهید که خروجی فیلترهای پایین‌گذر دمدولاتور quadrature چه رابطه‌ای با $x_i(t)$ و $x_q(t)$ دارند. فرض کنید سیگنال‌های باینری و با مقادیر +1 و -1 هستند. طبقه‌های فیلتر پایین‌گذر یکسان و دارای فرکانس قطع برابر با $f_c/2$ هستند.



۲. غیرایده‌آل بودن تبدیل به معادل باندپایه: مسأله‌ی غیرایده‌آل بودن تبدیل به معادل باندپایه، در عمل اهمیت بالایی دارد. عمل تبدیل به معادل باندپایه با استفاده از فرآیند شکل الف انجام می‌شود. $x_{bp}(t)$ یک سیگنال آنالوگ میان‌گذر در روی فرکانس f_0 می‌باشد. سیگنال تبدیل شده‌ی ایده‌آل به صورت $x_{ip}(t) = Ax_{bp}(t) \cos(2\pi f_0 t) - jAx_{bp}(t) \sin(2\pi f_0 t) = Ax_{bp}(t)e^{-j2\pi f_0 t}$ می‌شود. طیف آن دارای یک مولفه‌ی فرکانسی است که در شکل ب نشان داده شده است. یک حالت واقعی‌تر در شکل پ نشان

داده شده است که به خاطر غیرایده‌آل بودن مولدهای سیگنال آنالوگ واقعی، بخش quadrature دارای یک خطای دامنه‌ی α و یک خطای فاز φ (بر حسب رادیان) است.

آ. طیف سیگنال غیرایده‌آل $x_{lp}^{imp}(t)$ را به دست آورید. محدوده‌ی تغییرات α و φ چقدر باشد تا نسبت مولفه‌های ناخواسته‌ی $x_{lp}^{imp}(t)$ به مولفه‌ی مطلوب $x_{lp}^{imp}(t)$ برابر 0.001 (60dB) باشد؟

ب. نسبت مولفه‌ی ناخواسته به مولفه‌ی مطلوب را بر حسب dB برای یک محدوده‌ی وسیع‌تری از تغییرات α و φ به صورت یک نمودار سه بعدی رسم نمایید. دقت شود که $\alpha \in [0:0.05:1]$ و $\varphi \in [-\pi:\pi/10:\pi]$ باشد.

راهنمایی: سیگنال $x_{lp}^{imp}(t)$ را به صورت قطبی (نمایی مختلط) نوشته و دامنه‌های مختلط مربوط به مولفه‌های فرکانسی مثبت و منفی آن را به دست آورید. در پایان برای ساده‌سازی روابط فرض کنید که α و φ بسیار کوچک هستند.

