

# پیش آزمایش سوم

## کاوش در مدولاسیون دیجیتال خطی



از بخش محاسبه‌ی دستی عکسی واضح گرفته و یا آن‌ها را اسکن نمایید و به همراه فایل‌های خود در سایت بارگزاری نمایید. تمرین‌های قبل از آزمایشگاه می‌باشد که به خوبی سلول‌بندی شده، از Code Style ارایه شده در سایت استفاده شده و دارای توضیحات مناسب باشد. در صورت نیاز توضیحاتی مختصر در قالب فایل word همراه فایل‌ها اضافه نمایید.



### تمرین‌های قبل از آزمایشگاه

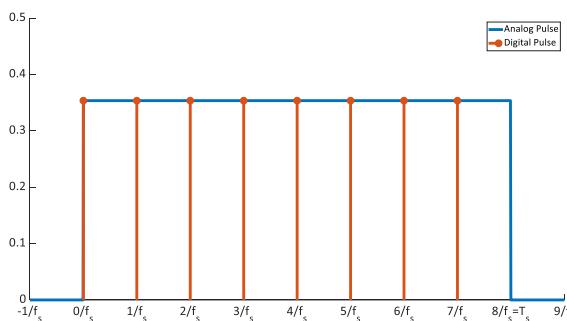
شکل‌دهی پالس: در این تمرین سعی داریم شکل پالس‌های مختلفی را تولید کرده تا از آن برای شکل‌دهی پالس سیگنال ارسالی مدولاسیون‌ها در جلسات آینده استفاده شود. از آنجا که در سامانه‌های عملی با نمونه‌های دیجیتال سیگنال‌های آنالوگ سر و کار داریم، لازم است سیگنال آنالوگ با نرخ مشخصی نمونه‌برداری و مورد استفاده قرار گیرد. طول هر یک از سمبول‌ها برابر با  $T_s$  و فرکانس نمونه‌برداری برابر با  $f_s$  است. با این وجود طول پالس می‌تواند بیشتر از  $T_s$  باشد. تعداد نمونه‌های زمانی هر سمبول برابر با پارامتر **nSymbolSamples** است. تابعی بنویسید که با دریافت دو پارامتر **nSymbolSamples** و **fs** و پارامترهای اختصاصی مربوط به پالس‌هایی که در ادامه توضیح داده می‌شود، این پالس‌ها را تولید نماید. انرژی سیگنال تولیدی می‌باشد. به کمک یک m-file شکل حوزه‌ی زمان و پاسخ فرکانسی هر یک از پالس‌های تولیدی را رسم نمایید. پاسخ فرکانسی می‌باشد که استفاده از دستور **fft** با تعداد نقاط ۲۵۶ و یا فرم بسته‌ی پاسخ فرکانسی پالس‌ها که نقاط فرکانسی آن منطبق با FFT گفته شده است به دست آید. در همه‌ی مواردی که در ادامه می‌آید  $fs = 1$  و  $nSymbolSamples = 8$  باشد.

سطر اول این تابع می‌باشد که صورت زیر باشد:

```
function [p, t] = pulseShape(pulseName, fs, nSymbolSamples, varargin)
```

پالس مستطیلی: این شکل پالس دارای مشخصه‌ی زمانی به صورت زیر می‌باشد. سیگنال آنالوگ و دیجیتال مربوط به پالس مستطیلی به صورت شکل ۱ خواهد بود. در این حالت پارامتر **pulseName** برابر 'rectangular' است.

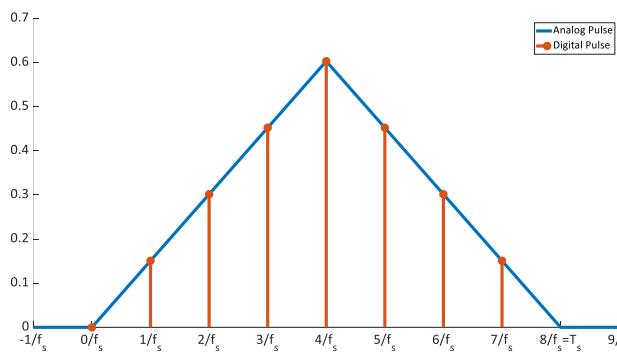
$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_s}} & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{o. w.} \end{cases}$$



شکل ۱ پالس آنالوگ مستطیلی (نمودار آبی) و پالس دیجیتال نمونهبرداری شده (نمودار قرمز)

پالس مثلثی: این شکل پالس دارای مشخصه‌ی زمانی به صورت زیر می‌باشد. سیگنال مثلثی آنالوگ و دیجیتال با نرخ نمونهبرداری  $f_s$  به صورت شکل ۲ خواهد بود. در این حالت پارامتر `pulseName` برابر 'triangular' است.

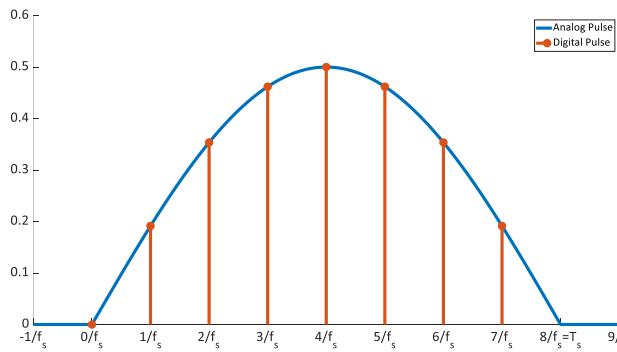
$$p(t) = \max\left(\frac{T_s}{2} - \left|t - \frac{T_s}{2}\right|, 0\right)$$



شکل ۲ پالس آنالوگ مثلثی (نمودار آبی) و پالس دیجیتال نمونهبرداری شده (نمودار قرمز)

پالس نیم‌سینوسی: مشخصه‌ی زمانی پالس نیم‌سینوسی به صورت زیر می‌باشد. در شکل ۳ پالس نیم‌سینوسی آنالوگ و دیجیتال نشان داده شده است. در این حالت پارامتر `pulseName` برابر 'sine' است.

$$p(t) = \begin{cases} \sin\left(\pi \frac{t}{T_s}\right) & 0 \leq t \leq T_s \\ 0. w & \text{otherwise} \end{cases}$$



شکل ۳ پالس آنالوگ نیم‌سینوسی (نمودار آبی) و پالس دیجیتال نمونهبرداری شده (نمودار قرمز)

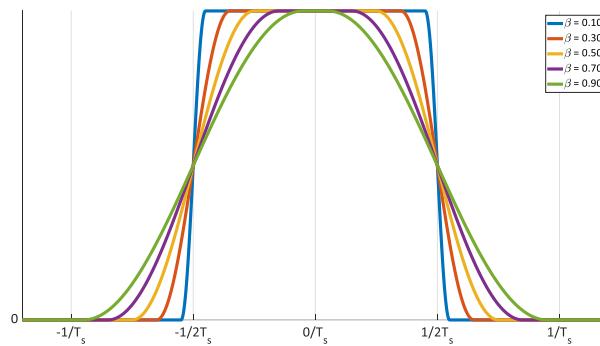
نکات: اگر بردار  $t$  درست تعریف شده باشد در شکل پالس‌های مثلثی و سینوسی نمونه‌ی اول و آخر با هم برابر خواهد بود.



**پالس Raised Cosine:** یکی از پالس‌های معروفی است که دارای خاصیت نایکوپیست است. نمایش حوزه‌ی فرکانس این پالس به صورت زیر می‌باشد:

$$P(f) = \begin{cases} T_s & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi T_s}{\beta} \left[ |f| - \frac{1-\beta}{2T_s} \right] \right) \right] & \frac{1-\beta}{2T_s} < |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

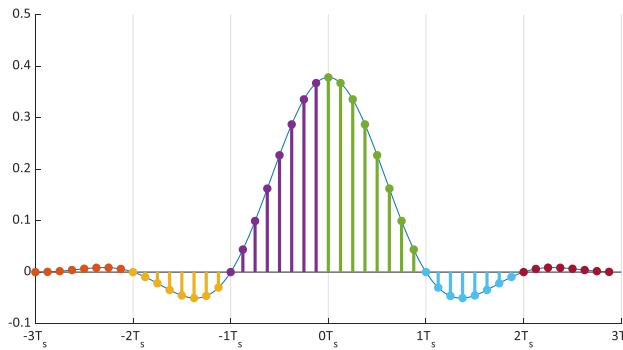
در این رابطه،  $\beta$  مقداری بین صفر و یک اختیار می‌کند که مشخص کننده‌ی پهنازی باند پالس است و ضریب roll-off نامیده می‌شود. پاسخ فرکانسی این شکل پالس به ازای مقادیر مختلف  $\beta$  در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴ پالس فرکانسی پالس Raised-Cosine به ازای مقادیر مختلف  $\beta$

پارامتر  $T_s$  طول سمبول می‌باشد و برابر عکس نرخ ارسال سمبول است. پاسخ زمانی این پالس به صورت زیر می‌باشد. شکل ۵ پاسخ زمانی این پالس را برای نشان می‌دهد.

$$p(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right) \frac{\cos\left(\frac{\pi\beta t}{T_s}\right)}{1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T_s^2}}$$



شکل ۵ پالس آنالوگ (Raised-Cosine) و پالس دیجیتال نمونه‌برداری شده (نمودار ضخیم)

در شکل فوق پارامتر `nSymbolSamples` تعداد نمونه‌های هر رنگ را تعیین می‌کند. اگر نمونه‌ی لحظه‌ی  $t = 0$  را نادیده بگیرید،  $T_s$  نیز نقاط عبور از صفر را نشان می‌دهد. این پالس دارای طول نامحدود در حوزه‌ی زمان می‌باشد. از این رو در کاربردهای عملی می‌بایست طول سیگنال حوزه‌ی زمان را محدود کنیم. پارامتر `spanInSymbol` را برای محدود کردن این پالس تعریف می‌کنیم. با به کار بردن این پارامتر، پالس موردنظر باید در بازه‌ی  $t \in [-\operatorname{span}_{\frac{T_s}{2}}, \operatorname{span}_{\frac{T_s}{2}}]$  تعریف شود. در شکل ۵، پارامتر `spanInSymbol` برابر با ۶ است. پارامترهای تابع خواسته شده برای این شکل پالس برابر باشد. در این حالت پارامتر `pulseName` برابر  `RaisedCosine` می‌باشد. در این حالت پارامتر `fs` برابر `nSymbolSamples`

'raisedCosine' است. پاسخ زمانی و فرکانسی پالس Raised-Cosine می‌باشد برای مقادیر مختلف  $\beta$  شامل 0.1، 0.2، 0.5 و 0.9 رسم شود.

پالس (RRC) Root-Raised-Cosine: رابطه‌ی بین پاسخ فرکانسی این پالس و پالس Raised Cosine به صورت زیر می‌باشد:

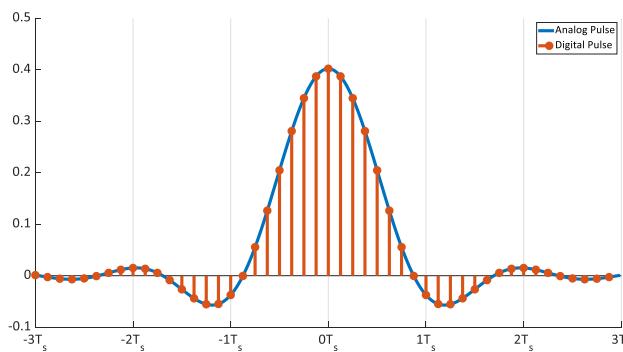
$$|P_{rc}(f)| = \sqrt{|P_{rc}(f)|}$$

پاسخ زمانی این فیلتر نیز به صورت زیر است که در شکل ۶ نشان داده شده است.

$$h_{rc}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_s}} \left( 1 - \beta + 4 \frac{\beta}{\pi} \right) & t = 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{2T_s}} \left[ \left( 1 + \frac{2}{\pi} \right) \sin \left( \frac{\pi}{4\beta} \right) + \left( 1 - \frac{2}{\pi} \right) \cos \left( \frac{\pi}{4\beta} \right) \right] & t = \pm \frac{T_s}{4\beta} \\ \frac{1}{\sqrt{T_s}} \frac{\sin \left[ \pi \frac{t}{T_s} (1 - \beta) \right] + 4\beta \frac{t}{T_s} \cos \left[ \pi \frac{t}{T_s} (1 + \beta) \right]}{\pi \frac{t}{T_s} \left[ 1 - \left( 4\beta \frac{t}{T_s} \right)^2 \right]} & \text{o.w.} \end{cases}$$

نکته‌ی قابل توجه این است که برخلاف پالس Raised-Cosine، نقاط عبور از صفر این پالس همواره  $T_s$  نمی‌باشند و تغییر  $\beta$ ، نقاط عبور از صفر را جابجا می‌کند. به این دلیل نقاط گسسته را نمی‌توان مانند حالت Raised-Cosine و صرف با توجه به مقادیر عبور از صفر مشخص کرد.

برای حل این مشکل، نقاط نمونه‌برداری را دقیقاً مشابه حالت Raised-Cosine تعریف کنید. تابعی را برای این شکل پالس بنویسید که دقیقاً مشابه حالت قبل باشد، با این تفاوت که تابع زمانی آن را رابطه‌ی مربوط به پاسخ زمانی Root-Raised-Cosine مشخص کند. پارامترهای تابع خواسته شده برای این شکل پالس برابر `beta`, `fs`, `nSymbolSamples` و `spanInSymbol` می‌باشد. در این حالت پارامتر `pulseName` برابر 'rootRaisedCosine' است. پاسخ زمانی و فرکانسی این شکل پالس را برای مقادیر مختلف  $\beta$  شامل 0.1، 0.2، 0.5، 0.9 و 1 رسم کنید.



شکل ۶ پالس آنالوگ Root-Raised-Cosine (نمودار آبی) و پالس دیجیتال نمونه‌برداری شده (نمودار قرمز)

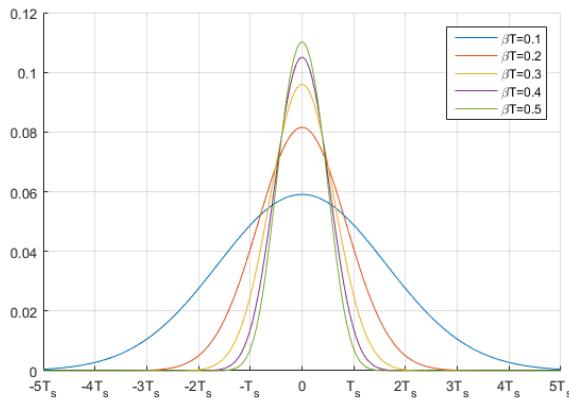
پالس گوسی: پاسخ زمانی پالس گوسی به صورت زیر می‌باشد.

$$p(t) = \frac{Q \left( 2\pi\beta \left( t - \frac{T_s}{2} \right) \right) - Q \left( 2\pi\beta \left( t + \frac{T_s}{2} \right) \right)}{\ln(2)}$$

این شکل پالس، به دلیل خواص مناسبی که دارا می‌باشد در سیستم مخابرات سلولی GSM به کار گرفته شده است. شکل ۷ این شکل پالس را به ازای مقادیر مختلف  $\beta T_s$  نشان می‌دهد.

پارامترهای تابعی خواسته شده برای پالس گاوسی `beta`, `fs`, `nSymbolSamples` و `spanInSymbol` می‌باشد. در این حالت پارامتر `pulseName` برابر 'gaussian' است. پالس دیجیتال گوسی نشان داده شده در شکل ۷ را تولید

کنید. در اینجا **nSymbolSamples** تعداد کل نمونه‌های موجود در یک  $T_s$  شکل پالس را نشان می‌دهد. دقیق کنید که انرژی سیگنال تولیدی، برابر با ۱ باشد. پاسخ فرکانسی سیگنال بدست آمده را برای مقادیر مختلف  $\beta$  شامل ۰.۱، ۰.۳، ۰.۱ و ۰.۵ رسم کرده و آن را با شکل ۷ مقایسه کنید.



شکل ۷ پالس گوسی برای مقادیر مختلف  $\beta T$