

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

DIPARTIMENTO DI SCIENZE E METODI DELL'INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA GESTIONALE

Sviluppo di un modello matematico per la camminata bipede: applicazione nello studio di stabilità delle passerelle ciclopedonali

Relatore:
Prof. Fabrizio Pancaldi
Correlatore:
Prof. Claudio Giberti

Laureanda:
Martina Fornaciari

Anno Accademico 2017/2018

Alla mia famiglia

Indice

1	Introduzione e Stato dell'arte	3
1.1	Le passerelle ciclopedonali	3
1.2	Problematiche legate alla progettazione di passerelle ciclopedonali	3
2	Struttura delle passerelle ciclopedonali	5
2.1	Il fenomeno di risonanza	6
2.2	Massa e rigidità	9
2.3	Smorzamento	10
3	La camminata bipede	12
3.1	Le forze verticali indotte durante la camminata	14
4	Modelli di forza disponibili in letteratura	16
4.1	Modelli di forza nel dominio del tempo	16
4.1.1	<i>Modelli deterministici</i>	16
4.1.1.1	Modelli proposti per pavimenti a bassa frequenza	17
4.1.1.2	Modelli proposti per pavimenti ad alta frequenza	22
4.1.1.3	Punti di debolezza dei modelli deterministici	24
4.1.2	<i>Modelli probabilistici</i>	24
4.1.2.1	La frequenza di passo nei modelli probabilistici	28
4.2	Modelli di forza nel dominio della frequenza	31
5	Modello statistico sviluppato	34
5.1	Processo di markov	34
5.2	Relazione lunghezza del passo e angolo del passo	37
5.2.1	<i>Lunghezza del passo</i>	38
5.2.2	<i>Angolo del passo</i>	42
5.3	Relazione forza del passo e tempo del passo	47
5.3.1	<i>Tempo del passo</i>	49
5.3.2	<i>Forza del passo</i>	50
5.4	Relazione tempo del passo e lunghezza del passo	54
6	Analisi dei dati	56
6.1	Strumentazione utilizzata	56
6.2	Software per l'acquisizione dati	57
6.3	Fattori critici nella raccolta dati	59
6.4	Rielaborazione dati	60
7	Conclusioni	66

7.1	Sviluppi futuri	66
8	Appendici	68
8.1	Appendice 1	68
8.2	Appendice 2	88
	Bibliografia	91
	Ringraziamenti	97

1 Introduzione e Stato dell'arte

1.1 LE PASSERELLE CICLOPEDONALI

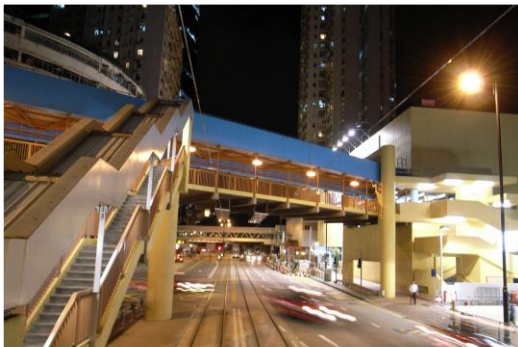
Le passerelle ciclopedonali sono una tipologia di opere infrastrutturali che hanno assunto nell'ultimo ventennio sempre più importanza nell'architettura contemporanea. La crescente espansione urbana da una parte e la spinta verso una mobilità più ecologica e cosiddetta "green" dall'altra, hanno aperto la strada a numerosi progetti di passerelle ciclopedonali a scavalco di canali, fiumi o viali. Nonostante l'esigenza dell'uomo, da sempre, di sormontare gli ostacoli della natura, si è assistito a una considerevole diffusione di passerelle dedicate unicamente a pedoni e ciclisti solo dopo la Seconda Guerra Mondiale, a seguito dello sviluppo della rete stradale. La progettazione di passerelle di questo tipo, richiede lo sviluppo di un approccio sostenibile teso ad incoraggiare l'avvicinamento dell'uomo all'ambiente in cui vive, anche in tessuti fortemente urbanizzati. Inoltre, significa promuovere l'utilizzo da parte dell'uomo della bicicletta come mezzo di trasporto non solo di uso ricreativo, ma anche per esigenze primarie. Al giorno d'oggi, le passerelle ciclopedonali sono ormai molto diffuse e costruite appositamente con lo scopo di attraversare non solo gli ostacoli della natura (come fiumi e gole) ma anche l'antropizzazione del territorio costituita, a sua volta, da reti stradali e ferroviarie molto diramate e complesse. In figura 1, sono raffigurate due passerelle ciclopedonali costruite, per l'appunto, con lo scopo di sormontare un ostacolo: una strada in un caso, un fiume nell'altro [1].

1.2 PROBLEMATICHE LEGATE ALLA PROGETTAZIONE DI PASSERELLE CICLOPEDONALI

Leggerezza e snellezza sono caratteristiche intrinseche di queste strutture, conseguenze naturali data la limitatezza dei carichi previsti ($400\text{--}500\text{ kg/m}^2$). Opera emblematica è il "*Millenium Bridge*" di Londra, dove "leggerezza" fu la parola chiave alla base della progettazione. In seguito alla sua apertura nel 2000, la passerella fu attraversata da migliaia di pedoni e dopo soltanto due giorni venne chiusa a causa degli effetti di risonanza e vibrazione che non furono adeguatamente considerati e analizzati in fase di progettazione. Un aspetto importante delle passerelle ciclopedonali, non riscontrabile in altre infrastrutture (come strade o ponti adibiti all'attraversamento da parte di veicoli), è infatti quello di garantire lo "*Human comfort*". La comodità da parte dei pedoni è strettamente connessa alle possibili deformazioni e vibrazioni della struttura stessa. I fenomeni vibrazionali, di norma, non costituiscono la causa di un abbassamento della sicurezza strutturale, ad esclusione di casi particolari di risonanza come quello sopracitato. Tuttavia, risulta evidente che oscillazioni marcate scaturiscano nella persona, in transito su suddette passerelle, sensazioni di disagio e paura. Nelle passerelle è dunque di fondamentale importanza controllare e valutare il modo di vibrare delle stesse per evitare situazioni di malessere che potrebbero indurre alla fuga. Di riflesso, le vibrazioni indotte sulla

struttura, dovrebbero rimanere all'interno di un intervallo di tolleranza umana, ossia frequenze adeguatamente lontane dalle basse frequenze fastidiose percepite dai pedoni. Diversi sono i riferimenti progettuali al fine di stabilire una frequenza naturale di soglia. Tra questi ad esempio, emergono le NTC 2008 dove si indica che, per strutture con passaggio ritmico come le passerelle, una frequenza naturale superiore ai 5Hz garantisce un buon livello di comfort all'utente. Nonostante i validi riferimenti presenti, la valutazione delle vibrazioni indotte dall'uomo è un tema tuttora molto dibattuto, visti gli algoritmi e le modalità con cui definire l'input (carico dinamico) [1].

Lo scopo di questa tesi è fornire un modello matematico di tipo statistico tale da poter essere implementato nello studio di stabilità delle passerelle ciclopedonali. In prima analisi verrà affrontato il problema relativo alla struttura delle passerelle ciclopedonali. Successivamente, verrà analizzato il processo di deambulazione dell'uomo, specificando i relativi parametri e concetti chiave. Poi, verranno presentati alcuni modelli matematici disponibili in letteratura in riferimento alla camminata umana. Infine, verrà introdotto il modello statistico sviluppato correlato dalle misure sperimentali effettuate su un pavimento di forza.



(a)



(b)

Figura 1_ (a) Passerella ciclopedonale a Hong Kong (b) Millenium Bridge di Londra

2 Struttura delle passerelle ciclopedonali

Qualsiasi analisi relativa alle vibrazioni dovrebbe essere scomposta nelle sue tre componenti chiave, come rappresentato in figura 2:

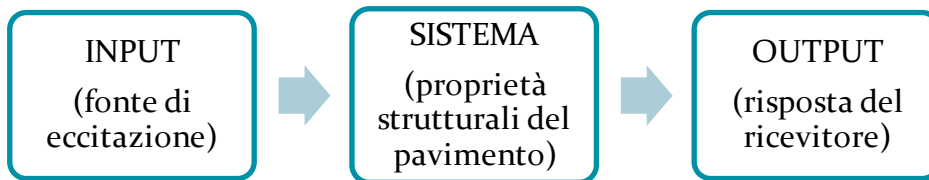


Figura 2_ Componenti relative all'analisi delle vibrazioni

Attività dell'uomo come camminare, correre e saltare sono sorgenti comuni di eccitazioni dinamiche indotte e pertanto costituiscono gli input di suddetta analisi. L'eccitazione indotta dall'uomo resta tuttora poco conosciuta; ciò è dovuto a diverse incertezze associate alla camminata. Tali incertezze rendono difficile prevedere in modo affidabile il carico dinamico indotto.

Per quanto concerne il sistema, ossia la struttura della passerella, essa rappresenta il mezzo che trasmette le vibrazioni dalla sorgente al ricevitore. Un tipico ricevitore di vibrazioni della passerella è il pedone che spesso rappresenta anche la sorgente di vibrazioni, a causa del carico dinamico che induce su di essa. Dunque, è molto importante conoscere le proprietà dinamiche di massa, smorzamento e rigidità di una passerella per poter così determinare la sua risposta dinamica secondo la seguente equazione relativa al moto di un sistema a più gradi di libertà (MDOF, ossia "multiple-degree of freedom") [2]:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$$

In cui i coefficienti M , C e K rappresentano rispettivamente la matrice di massa, la matrice di smorzamento e la matrice di rigidità della passerella, ciascuna di ordine $n \times n$ (con n pari al numero di gradi di libertà DOF). Invece, $x(t)$, $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$ rappresentano i vettori, in funzione del tempo, di spostamento, velocità e accelerazione rispettivamente. Infine $f(t)$ è la forza esterna. Le matrici di massa e rigidità, che dipendono dalla geometria della passerella e dalle proprietà del materiale di cui è fatta la passerella stessa, sono solitamente determinati mediante il concetto di elementi finiti (FE). Secondo tale concetto, una struttura reale con un numero infinito di gradi di libertà deve essere discretizzata in un insieme di FE che possiede un numero finito di DOF, rappresentati dalle componenti del vettore x . Per ogni tipo di elemento che costituisce l'insieme individuato possono dunque essere definite le matrici di massa e rigidità e, in un secondo momento, grazie alla loro combinazione, si possono determinare le matrici di massa e rigidità per l'intera struttura. Per quanto concerne la definizione della matrice di smorzamento, invece, bisogna ricorrere a rapporti di smorzamento modali, stabiliti sperimentalmente.

Facendo l'ipotesi che il sistema sia lineare e proporzionalmente smorzato, il che è un buon presupposto per la maggior parte delle passerelle, il dato sistema di n equazioni può essere disgiunto nelle n equazioni, ognuna che presenta una sola variabile, ossia in n sistemi ciascuno a singolo grado di libertà la cui forma standard [2] è:

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{Y}_n(t) + \omega_n^2Y_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n}$$

In questa equazione si ha che:

- \ddot{Y}_n , $\dot{Y}_n(t)$ e $Y_n(t)$ sono rispettivamente l'accelerazione, la velocità e lo spostamento modali;
- ζ_n rappresenta il rapporto di smorzamento;
- ω_n è la frequenza naturale dell' n -esimo modo di vibrazione;
- $P_n(t)$ definisce la forza dell' n -esimo modo di vibrazione;
- M_n è la massa modale.

Di conseguenza, lo spostamento totale $x(t)$ può essere ottenuto mediante una combinazione lineare di vettori modali Φ_i i cui coefficienti sono gli spostamenti $Y_i(t)$ con $i = 1, \dots, n$.

$$x(t) = \Phi_1Y_1(t) + \Phi_2Y_2(t) + \dots + \Phi_nY_n(t)$$

In generale, capita spesso nelle passerelle che un modo di vibrazione domini sugli altri e pertanto, per calcolare la risposta strutturale dinamica, si può utilizzare una sola equazione modale a singolo grado di libertà.

2.1 IL FENOMENO DI RISONANZA

Data l'importanza che riveste nello studio di stabilità delle passerelle ciclopedonali, è opportuno introdurre il concetto di risonanza degli oscillatori lineari con forzante periodica. Quando un sistema oscillante viene messo in moto, oscilla alla sua frequenza naturale f_0 . Tuttavia, qualora sul sistema agisca una forza esterna con una propria particolare frequenza, si ha un'oscillazione cosiddetta forzata [3]. Supponiamo pertanto di avere un oscillatore armonico unidimensionale smorzato, ossia un oggetto fissato all'estremità di una molla omogenea, a spirale e di massa trascurabile, al quale viene applicata una forza esterna, lungo l'asse della molla (figura 3).

Si considera per l'appunto un sistema unidimensionale smorzato in quanto nelle situazioni reali i sistemi oscillanti sono soggetti a fenomeni dissipativi, che dunque smorzano l'ampiezza delle oscillazioni dissipando energia a causa della presenza di forze di attrito. Queste forze, a loro volta possono essere causate da:

- ❖ attrito radente (dovuto allo scorrimento di due superfici, una rispetto all'altra, come nel caso di un sistema massa-molla in cui la massa si muove su di una superficie "scabra"), che a sua volta può essere statico o dinamico;
- ❖ attrito tra parti interne del sistema oscillante;

- ❖ attrito dovuto alla resistenza del mezzo (ad esempio un fluido come nel caso di un pendolo che oscilla in aria). Tale attrito può essere considerato, in prima approssimazione, direttamente proporzionale alla velocità. Si può dunque descrivere tramite la seguente espressione: $F_v = -bv$, con b coefficiente di attrito viscoso.

Possiamo poi esprimere la forza esterna come: $F_{ext} = F \cos(\omega t)$ in cui k rappresenta la costante elastica della molla e m indica la massa dell'oggetto attaccato alla molla. Infine, per la legge di Hooke, l'oscillatore è soggetto alla forza di richiamo elastica $F_e = -kx$ con x pari allo spostamento effettuato.

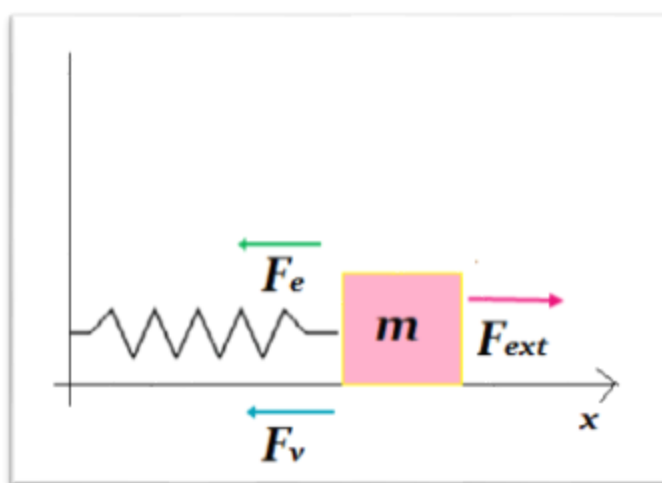


Figura 3_ Rappresentazione di un oscillatore armonico forzato

L'equazione del moto oscillatorio forzato, per la seconda legge di Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$), è dunque:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m} \cos(\omega t)$$

dove $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Si dimostra che ogni soluzione dell'equazione precedente si può scrivere nel modo seguente:

$$x(t) = x^*(t) + A_0 \sin(\omega t + \Phi_0)$$

dove

$$A_0 = \frac{F}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$

e

$$\Phi_0 = \arctan\left(\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)m}{b\omega}\right)$$

e $x^*(t)$ è una funzione che tende a zero se t tende ad infinito.

Di conseguenza si avrà che per t sufficientemente grandi,

$$x(t) \cong A_0 \sin(\omega t + \Phi_0)$$

e dunque il moto è approssimativamente armonico con frequenza uguale a quella della forzante e ampiezza A_0 .

In un'oscillazione forzata, l'ampiezza dell'oscillazione, e quindi, l'energia trasferita al sistema oscillante, dipende quindi dal rapporto che intercorre tra f_0 e f , dove f rappresenta la frequenza imposta dalla forza esterna che agisce sul sistema. Infatti, considerando l'ampiezza A_0 della oscillazione come una funzione della frequenza della forzante ω , si vede che il valore massimo di $A_0(\omega)$ è raggiunto per

$$\hat{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{b}{m}\right)^2}$$

e la massima ampiezza sarà:

$$A_0(\hat{\omega}) = \frac{F}{m} \cdot \frac{1}{\frac{b}{m} \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}}$$

Dall'espressione precedente si vede che l'ampiezza può raggiungere picchi anche estremamente elevati per ω vicino a ω_0 quando il coefficiente b di attrito viscoso risulta essere molto piccolo, ossia in presenza di basso smorzamento e quindi minor dissipazione di energia. Inoltre la curva di risposta dell'oscillatore diventa più "stretta" quanto minore è il coefficiente di attrito: ciò significa che il sistema è tanto più selettivo quanto meno dissipa energia all'esterno. Come illustrato in figura 4, che mostra $A_0(\omega)$ per diversi valori della viscosità, si individua infatti uno smorzamento molto forte per la curva verde che non raggiunge un picco particolarmente rilevante mentre la curva nera, molto stretta, soggetta a uno smorzamento particolarmente leggero, tocca un valore di ampiezza molto alto. Questo fenomeno è noto come risonanza e la frequenza di oscillazione naturale ω_0 del sistema prende il nome di frequenza di risonanza.

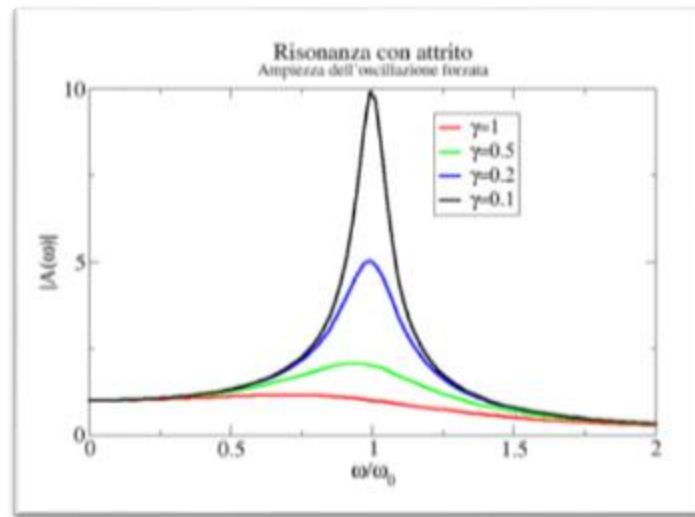


Figura 4_ Ampiezza dell'oscillazione in funzione della velocità angolare (immagine concessa da <http://fisicaondemusica.unimore.it>)

2.2 MASSA E RIGIDEZZA

Conoscere le proprietà dei materiali e la geometria della passerella permette di sviluppare un modello FE e determinare così le frequenze naturali della passerella stessa. A causa di ambiguità nel processo di modellazione degli FE, i risultati ottenuti possono però essere affetti da errori anche considerevoli. Spesso, come è stato riscontrato da Deger et al. [4], tali incertezze sono causate dalle “condizioni al contorno” della passerella. Qualora esistano dati sia analitici che sperimentali (e supponendo i dati sperimentali attendibili e di buona qualità) si può procedere al confronto fra gli stessi al fine di aggiornare il modello FE. I fattori di maggior criticità nell'aggiornamento delle passerelle sono le proprietà dei materiali impiegati, le condizioni al contorno e, infine, la modellazione di alcuni elementi strutturali e non strutturali come corrimani e cavi. Questi elementi possono influenzare in modo significativo il comportamento dinamico della passerella e pertanto devono essere trattati con attenzione. In aggiunta, anche cambiamenti significativi della temperatura possono incidere sulle proprietà dinamiche della passerella. A titolo esemplificativo, Ventura et al. [5] hanno riscontrato che l'aumento della temperatura da 21,4°C a 42,11°C è stato accompagnato da una diminuzione della frequenza fondamentale di una passerella pedonale del 7,1%.

Le procedure generali per poter fare un aggiornamento al modello FE sono riportate nel libro di testo di Friswell e Mottershead [6]. In generale, l'aggiornamento del modello FE può essere fatto manualmente, per tentativi, o automaticamente attraverso il software sviluppato a tale scopo. Tipicamente, si raccomanda come prima cosa, di effettuare un aggiornamento manuale tale da permettere la creazione di un modello FE che presenti parametri di partenza significativi (a tal proposito è

utile condurre un'analisi di sensitività) per applicare poi, in un secondo momento, la procedura automatica [7, 8]. I parametri più incerti, tra cui la rigidità di alcuni elementi non strutturali, il modulo dinamico di elasticità per il calcestruzzo, la rigidità del calcestruzzo fessurato e la rigidità dei supporti, dovrebbero essere investigati in modo da ottenere una corrispondenza con i dati sperimentali. Per verificare suddetta corrispondenza si utilizza solitamente il criterio di affidabilità modale (MAC) oppure il criterio di sicurezza modale coordinato (COMAC) che rappresentano il grado di correlazione tra le modalità di vibrazione analitica e sperimentale (valori di COMAC E MAC dovrebbero essere compresi tra 0 e 1) [6, 9].

Qualora le forze assiali della struttura (e dunque gli effetti del secondo ordine) siano rilevanti, la rigidità geometrica dovrebbe essere presa in considerazione unitamente alla rigidità elastica, la quale può pertanto influenzare il modo di vibrare della struttura stessa [10]. Grandi forze assiali sono tipiche nei ponti strallati, in riferimento a cavi, torri e travi. Intorno agli anni '90, è stata condotta un'indagine su una passerella strallata prendendo in considerazione la rigidità geometrica per i cavi, il cui comportamento era molto difficile da modellare a causa della sensibilità dei risultati in relazione al modulo di elasticità del cavo [11, 12]. Successivamente Khalifa et al. [13] hanno constatato che, nel caso di ponte strallato, modellare il ponte pedonale in legno come un elemento a piastra porta a un miglior accordo tra le proprietà modali ottenute sperimentalmente e analiticamente. Inoltre Pimentel [14] ha scoperto che i corrimano in una passerella a nastro con nervature aumentano la frequenza fondamentale di circa il 20%, come poi ribadito da Obata et al. [15]. Pertanto, in conclusione, i corrimani delle passerelle ciclopedonali possono aumentare, in maniera anche considerevole, le frequenze dei modi di vibrazione verticali.

2.3 SMORZAMENTO

Ogni struttura ha intrinsecamente la capacità di dissipare energia: lo smorzamento rappresenta appunto la dissipazione di energia in una struttura vibrante [16]. Questa caratteristica è molto utile poiché permette la riduzione della risposta strutturale a un'eccitazione dinamica vicina alla risonanza. Dunque, essendo la condizione di quasi risonanza fondamentale nel considerare l'idoneità della passerella alle vibrazioni indotte dall'uomo, è molto importante modellare lo smorzamento in modo molto accurato. I meccanismi di dissipazione sono divisi in due categorie: i meccanismi di "dissipazione" che diradano l'energia entro i confini della struttura e i meccanismi di "dispersione" (o "radiazione") che propagano l'energia lontano dalla struttura. Si definisce "smorzamento efficace" lo smorzamento complessivo della struttura che comprende entrambi i meccanismi sopracitati ed è proprio questo smorzamento che viene misurato [17]. Modellare matematicamente questi meccanismi di smorzamento è alquanto complesso. Tra i vari modelli di smorzamento sviluppati, il più utilizzato, data la sua semplicità, è quello viscoso. Quest'ultimo viene espresso solitamente nella sua forma modale, usando quindi i

rapporti di smorzamento ζ_n definiti per ciascuna modalità di vibrazione separatamente. Ciò risulta essere molto utile nel caso di passerelle ciclopedonali, sia per la modellizzazione degli FE sia per la raccolta e analisi delle misure sperimentali.

Come menzionato precedentemente, modellare lo smorzamento è molto importante qualora la struttura vibri in corrispondenza di una frequenza di risonanza, ossia quando la rigidità e le forze inerziali tendono ad annullarsi a vicenda. A tal scopo, diventa dunque necessario condurre dei test cosicché la modellizzazione sia maggiormente precisa. Nei test è molto importante scegliere il contenuto della frequenza per la forza di eccitazione che genererà il fenomeno di risonanza per la modalità di vibrazione investigata [16].

Le attuali tecnologie di costruzione, che mirano alla creazione di strutture sempre più snelle ed estetiche, hanno portato ad una riduzione dello smorzamento delle strutture stesse a causa di una significativa riduzione dell'attrito rispetto alle vecchie strutture. A supporto di quanto detto, Wyatt [18] afferma che fino al 1960 il rapporto di smorzamento viscoso nei ponti non poteva essere inferiore allo 0,8%. A metà degli anni '40 il valore minimo era pari all'1,6%, mentre oggi i moderni ponti e passerelle ciclopedonali in acciaio esibiscono di norma uno smorzamento dello 0,5%.

3 La camminata bipede

Camminare è ai nostri occhi, un atto semplice e automatico che potremmo definire come *“il movimento armonico che l'essere umano compie per spostarsi da un luogo all'altro”*. Se ci focalizziamo attentamente sulla dinamica del movimento umano scopriremo che si tratta di un meccanismo complesso. È dunque importante, in prima analisi, comprendere in cosa consista un ciclo completo di camminata. Quest'ultimo consta nel movimento del corpo umano nell'intervallo di tempo dall'inizio di un passo con un piede fino all'inizio del passo successivo con lo stesso piede, come illustrato in figura 5.

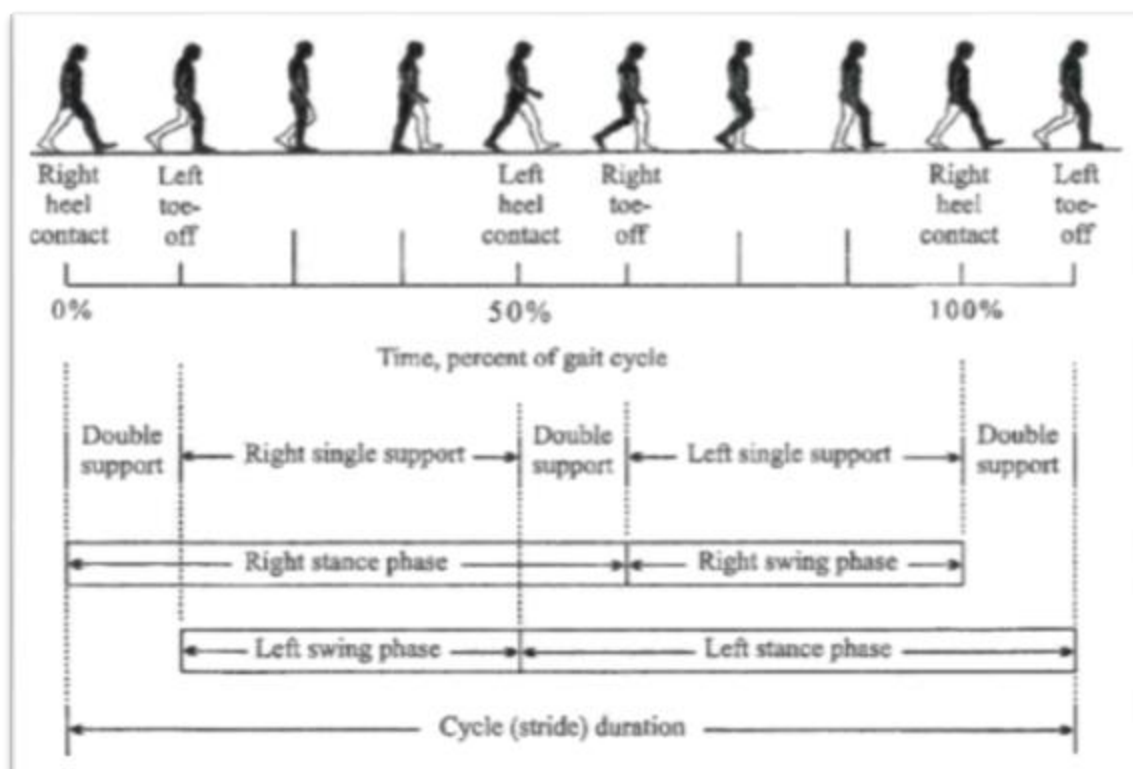


Figura 5_ Un singolo ciclo completo di camminata (immagine concessa da Racic et al.)

Prima di iniziare a camminare i piedi sono in contatto con il terreno e il corpo è in equilibrio grazie al doppio appoggio (*“double support”* in Fig.5). Possiamo poi distinguere una serie di eventi consecutivi come segue [19, 20, 21]:

1. Il piede sinistro si alza da terra (*“left toe-off”* in Fig. 5) nella direzione della camminata, ovvero dà la spinta per iniziare il movimento finalizzato all'avanzamento, e nello stesso tempo il piede destro fornisce un supporto singolo al corpo (*“right single support”* in Fig.5) e pertanto l'equilibrio grava sulla gamba ancora in contatto con il terreno. Dunque, come sarà specificato

successivamente, il piede sinistro è in una fase di oscillazione mentre il piede destro è in una fase di contatto.

2. Successivamente, il piede sinistro torna a contatto con il suolo ("*left heel contact*" in Fig. 5) e il corpo passa nuovamente attraverso una fase di doppio appoggio.
3. In seguito, abbiamo una sorta di "fase di scambio" nel senso che il piede destro inizia una fase di oscillazione ("*right toe-off*" in Fig. 5), mentre il piede sinistro è ancora in una fase di contatto e fornisce il supporto singolo sinistro ("*left single support*" in Fig.5).
4. Poi, il piede destro torna a contatto col piano ("*right heel contact*" in Fig. 5) e il corpo passa attraverso una doppia fase di appoggio.
5. Infine, il piede sinistro torna a sollevarsi dal suolo per iniziare una nuova fase di oscillazione ("*left toe-off*" in Fig. 5) e il ciclo è completo.

Dunque durante la camminata ad ogni passo il piede passa attraverso due fasi: la fase di oscillazione ("*swing phase*") e la fase di contatto ("*stance phase*"). La prima si riferisce al periodo in cui il piede è sollevato da terra, mentre la seconda concerne il periodo durante il quale il piede tocca il pavimento. In particolare, quest'ultima fase, inizia quando il tallone colpisce il suolo e termina con l'appoggio completo del piede a terra [22].

Contemporaneamente a ciò, il corpo passa attraverso due fasi durante il processo di deambulazione, ossia la fase di doppio appoggio e la fase di appoggio singolo. La fase di doppio appoggio si verifica quando entrambi i piedi sono a contatto con il pavimento e non costituisce più del 20% del ciclo di camminata. In relazione a quest'ultima asserzione, è stato verificato che all'aumentare della velocità di marcia, questa fase comprende una percentuale minore del tempo di percorrenza. Al contrario, il corpo è nella fase di supporto singolo quando un piede è in contatto mentre l'altro è sollevato da terra [23, 24].

I parametri utilizzati per descrivere la camminata umana si dividono in temporali e spaziali [25]. In particolare, i parametri di tempo di nostro interesse sono:

- Velocità di camminata: intensità della velocità orizzontale nella direzione dell'andatura;
- Tempo di ciclo: periodo che intercorre tra due appoggi successivi dello stesso piede al pavimento [21];
- Frequenza di passo: numero di passi in un intervallo di tempo.

A fianco di questi, troviamo i seguenti parametri di spazio:

- Lunghezza del passo: distanza misurata tra i talloni durante un singolo passo nella direzione della camminata;
- Larghezza del passo: distanza misurata trasversalmente tra le due linee (passanti rispettivamente per i punti medi del tallone destro e sinistro),

immaginarie, che descrivono la traiettoria seguita rispettivamente da ciascun piede;

- Lunghezza del ciclo di camminata: distanza misurata tra due contatti consecutivi dello stesso piede lungo la direzione della camminata. Rappresenta inoltre la distanza totale percorsa durante un periodo di ciclo [20].

3.1 LE FORZE VERTICALI INDOTTE DURANTE LA CAMMINATA

In riferimento ai diversi parametri che caratterizzano il processo di deambulazione dell'uomo, possiamo identificare la presenza di due tipologie di casualità nel camminare: la variabilità intersoggettiva e la variabilità intrasoggettiva [26]. La variabilità intersoggettiva esiste in relazione al fatto che diverse persone avranno diversi parametri chiave correlati alle forze indotte, alla velocità di camminata, etc. La variabilità intrasoggettiva, invece, esiste poiché un individuo non ripete mai due passi identici in sequenza. Sostanzialmente, si può asserire che una persona produce forze diverse a ogni passo.

Le forze dinamiche prodotte dall'uomo durante il processo di deambulazione hanno in genere componenti nelle direzioni verticale, orizzontale-parallela e orizzontale-trasversale rispetto alla direzione di movimento. Tuttavia, in virtù della sua intensità e dell'importanza che ha nello studio di stabilità di pavimenti e passerelle, la sola componente verticale della forza sarà affrontata in questa tesi.

In seguito agli studi condotti da diversi ricercatori, tra cui Harper, Blanchard et al., Ohlsson e Kerr [27, 28, 29, 30], si è giunti alla conclusione che la forza verticale presenta in genere due picchi e una depressione.

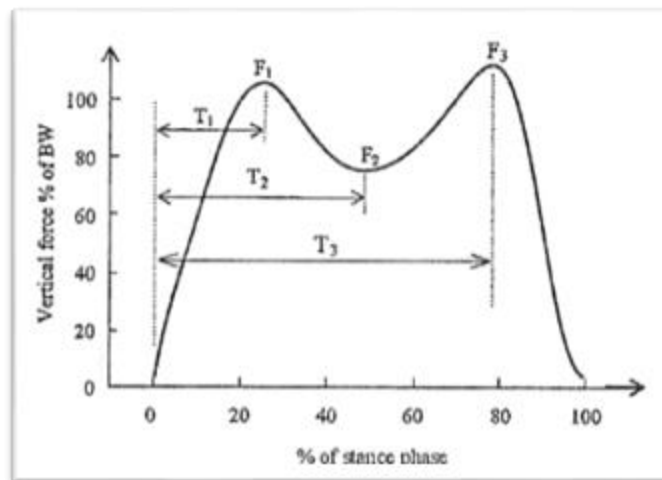


Figura 6_ Andamento della forza verticale durante un singolo passo (immagine concessa da Racic et al.)

Come mostrato in figura 6, la forza è espressa come percentuale del peso corporeo dell'individuo in esame mentre il tempo è normalizzato rispetto alla fase di contatto. Quando il tallone colpisce il pavimento, la forza dinamica cresce fino a raggiungere un valore di picco pari a F_1 al tempo T_1 che corrisponde circa al 25/30% della durata della fase di appoggio (o di contatto). In seguito la forza ha un calo, che termina al tempo T_2 con valore della forza pari a F_2 . A T_2 sia il tallone che la punta del piede sono a contatto con il suolo, mentre il piede opposto è in fase di oscillazione. Successivamente, il tallone si alza e la forza verticale aumenta fino a raggiungere un secondo picco, F_3 , al tempo T_3 in prossimità della fase di appoggio del piede opposto. Infine, il piede sale dal pavimento e la forza diminuisce rapidamente a zero al completamento della fase di appoggio.

Si è notato, tuttavia, che tale grafico cambia considerevolmente al variare della velocità di camminata. Si pensa che due fattori principali influiscano sull'ampiezza della forza di picco: il peso della persona e la frequenza di passi. L'aumento di tali fattori porta a forze di picco più elevate.

Wheeler [31, 32] ha classificato diverse categorie di movimenti umani, organizzati dal lento camminare alla corsa (figura 7). Ognuna di queste categorie aveva una forza dinamica single-step unica nell'ampiezza di picco, forma e periodo di contatto. Inoltre, lo stesso autore ha affermato che diversi parametri come la lunghezza del passo, la velocità di camminata, il tempo di contatto, la forza di picco e la frequenza di passo sono correlati. Ad esempio, l'aumento della frequenza del passo porta ad accorciare il tempo di contatto e ad aumentare la forza di picco.

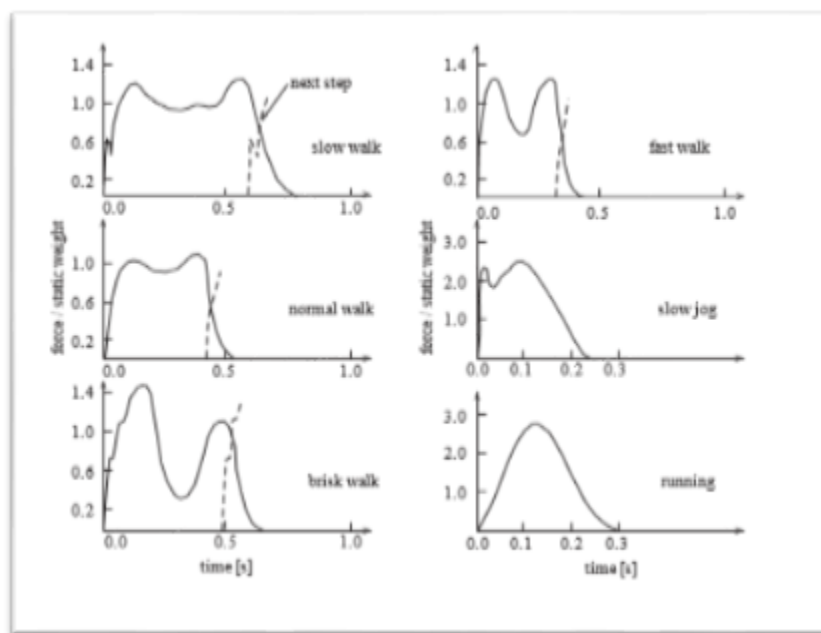


Figura 7_ Andamento della forza verticale in diverse attività di movimento (immagine concessa da Živanović et al.)

4 Modelli di forza disponibili in letteratura

In base a quanto detto nella sezione precedente, è necessario sviluppare affidabili rappresentazioni matematiche delle forze dinamiche verticali prodotte durante la camminata. I modelli che ne derivano potranno poi essere implementati per prevedere, in fase di progettazione, le vibrazioni di passerelle, ponti o pavimenti.

La modellizzazione delle forze (dove per forze si intendono quelle verticali) indotte dall'uomo è complessa per una serie di motivi. Innanzitutto, la forza dinamica generata da un singolo pedone è un processo a banda stretta che, essendo poco conosciuto, risulta difficile da rappresentare. Inoltre, ci sono molti tipi diversi di forze indotte che cambiano sia nel tempo che nello spazio in relazione a molti parametri caratterizzati da un'elevata variabilità inter- e intra-soggettiva. Infine l'influenza del numero di persone e il loro grado di sincronizzazione sono difficili da generalizzare in quanto la modellizzazione della forza dinamica indotta dalla folla non è ancora chiaramente definita nonostante alcuni tentativi di affrontare questo problema.

Nonostante queste difficoltà, molti ricercatori hanno proposto diversi modelli, alcuni utilizzati nelle guide di progettazione, basati su ipotesi più o meno giustificabili. In letteratura sono disponibili due tipologie di modelli: i modelli di forza nel dominio del tempo e i modelli di forza nel dominio della frequenza [33].

4.1 MODELLI DI FORZA NEL DOMINIO DEL TEMPO

Questi modelli possono essere suddivisi in due categorie: modelli di forza nel dominio del tempo deterministici o probabilistici. I modelli deterministici mirano a generare un unico modello di forza applicabile ad ogni individuo senza considerare direttamente la naturale variabilità tra le persone. Questi modelli, inoltre, non tengono in considerazione la variabilità intrasoggettiva, cioè sono basati sul presupposto che entrambi i piedi dell'individuo producano esattamente la stessa forza e che tale forza sia periodica. Diversamente, i modelli probabilistici valutano il fatto che ogni individuo possiede un insieme univoco di parametri (variabilità intersoggettiva) che influenza direttamente le forze prodotte, come il peso della persona, la frequenza di passi e così via. Ciascun parametro, dunque, è visto come una variabile casuale descritta attraverso la sua funzione di densità di probabilità, e quindi considerato nel modello di forza per mezzo della probabilità di accadimento.

4.1.1 Modelli deterministici

L'entità della forza indotta dall'uomo è stata considerata dipendere in modo significativo dal rapporto tra la frequenza del pedone che cammina e la frequenza naturale del pavimento. In letteratura sono presentati due tipi di pavimenti secondo la loro frequenza naturale: pavimenti a bassa frequenza e pavimenti ad alta frequenza. Molte ricerche confermano che la risposta dinamica nei due casi può essere considerevolmente diversa. Tipicamente, il valore di soglia che distingue i due tipi di pavimenti è di 9-10Hz: i pavimenti che hanno almeno una frequenza naturale

inferiore a 9-10 Hz sono a bassa frequenza, mentre la minima frequenza naturale dei pavimenti ad alta frequenza è superiore a tale valore. Diversi studi hanno dimostrato che nei pavimenti a bassa frequenza, si può verificare il fenomeno di (quasi-) risonanza qualora la frequenza naturale del pavimento è vicina al tipico ritmo dell'andatura umana o a un multiplo intero della frequenza di camminata mentre ciò non accade nei pavimenti ad alta frequenza. Attualmente non esiste un modello deterministico che possa essere utilizzato per pavimenti sia a bassa che ad alta frequenza. Pertanto, i ricercatori hanno sviluppato diversi modelli di forza per ciascuno [34].

4.1.1.1 Modelli proposti per pavimenti a bassa frequenza

È noto che ciascuna forza periodica $F_p(t)$ con un periodo T può essere rappresentata da una serie di Fourier. Per cui, essendo considerata, per ipotesi, periodica la forza dinamica verticale indotta da un pedone, può essere espressa nel dominio del tempo da una somma di componenti armoniche [35]:

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi f_p t - \Phi_i),$$

dove:

- G è il peso della persona (unità di misura in [N]);
- i è il numero d'ordine dell'armonica;
- α_i è il coefficiente di Fourier dell'armonica i -esima, noto anche come fattore di carico dinamico (DLF);
- f_p è la frequenza dei passi (unità di misura in [Hz]);
- Φ_i la fase dell'armonica i -esima (unità di misura in [rad]);
- n il numero totale di armoniche contribuenti.

Sulla base della decomposizione di Fourier, molti ricercatori hanno cercato di quantificare i DLF. I fattori di carico dinamico sono la base per questo modello più comune di forza perfettamente periodica. Pertanto, ottenere valori appropriati di questi fattori significa generare un modello di forza deterministico accurato.

Blanchard et al. [28], per esempio, proposero un modello di forza deterministico tale per cui, se la frequenza fondamentale verticale della passerella non superava i 4 Hz, la risonanza si verificava a causa della prima armonica della forza indotta dal pedone con DLF pari a 0,257 e peso della persona pari a 700N. Invece, per frequenze fondamentali tra i 4 e 5 Hz, la risonanza si verificava a causa della seconda armonica della stessa forza e dunque, applicarono alcuni fattori di riduzione, considerando l'ampiezza inferiore della seconda armonica.

Successivamente nel 1982, Kajikawa, in accordo con Yoneda [36], sviluppò un modello migliorato rispetto al precedente di Blanchard. Egli infatti formulò nel suo

modello i “coefficienti di correzione” (cioè i DLF) in funzione della frequenza di passo. Oltre a ciò, incluse nel modello anche la velocità di camminata (unità di misura in [m/s]) come *output* della frequenza di passo, come mostrato in figura 8.

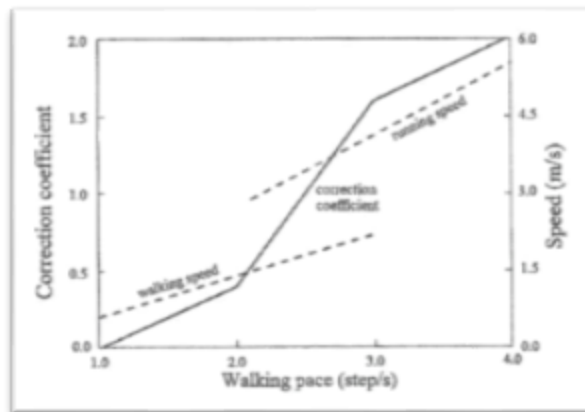


Figura 8_ Velocità di camminata e DLF in funzione della frequenza di passo (immagine concessa da Živanović et al.)

Successivamente, Bachmann e Ammann [37] hanno riportato le prime cinque armoniche per la componente verticale della forza indotta dal pedone e anche le armoniche per la direzione laterale e longitudinale della stessa forza (figura 9). Hanno riferito che la prima e la terza armonica della laterale e la prima e la seconda armonica della forza longitudinale sono dominanti. Gli autori hanno poi suggerito DLF per la prima armonica della forza verticale di 0.4 e 0.5 a frequenze, rispettivamente, di 2.0 e 2.4 Hz, con interpolazione lineare per le frequenze intermedie. Per quanto riguarda la seconda e la terza armonica, hanno proposto un valore DLF di 0,1 se la frequenza di passo è vicina a 2,0 Hz.

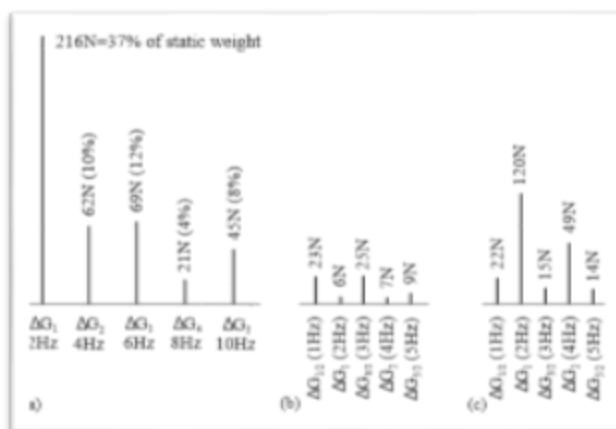


Figura 9_ Componenti armoniche della forza indotta dall'uomo in direzione (a)verticale, (b)laterale e (c)longitudinale (immagine concessa da Živanović et al.)

Alla fine degli anni '80, Rainer [38] e i suoi collaboratori hanno fornito un notevole contributo misurando, mediante una piattaforma strumentata, la forza continua indotta da diverse attività svolte dall'uomo: camminare, correre e saltare. Attraverso i loro studi, hanno confermato che i DLF dipendevano fortemente dalla frequenza dell'attività. Inoltre, hanno incluso nei modelli di forza da loro proposti, i valori dei DLF delle prime quattro armoniche della forza considerata. L'unica carenza di questa ricerca era che mancava di affidabilità statistica in quanto le misurazioni erano state effettuate utilizzando pochi soggetti.

Un lavoro molto accurato in merito alla forza indotta dall'uomo mentre cammina, è stato svolto da Kerr [30] durante il suo dottorato di ricerca. Egli reclutò 40 soggetti di prova tramite i quali ottenne circa 1000 misurazioni di forza per singolo passo che coprivano frequenze di passo da 1Hz (innaturalmente basse) a 3Hz (altrettanto innaturalmente alte). Ogni passo fu ripetutamente aggiunto e sommato per sintetizzare una forma d'onda che rappresentasse una camminata in un certo intervallo di tempo per poter poi stimare i valori di DLF. Ad esclusione della prima armonica in cui notò che le forze dinamiche indotte dal pedone aumentavano con la frequenza di passo, Kerr riportò una grande dispersione nei valori di questi fattori. Pertanto, per le armoniche superiori alla prima, i valori di DLF furono caratterizzati statisticamente fornendone valori medi e deviazione standard (come si può notare dalla figura 10). Questo studio fu in parte criticato da Racic et al. [34], a causa dell'incapacità da parte di Kerr di rappresentare, tramite i dati da lui raccolti, la variabilità intrasoggettiva, ossia che un singolo individuo è improbabile che esegua due passi identici in sequenza.

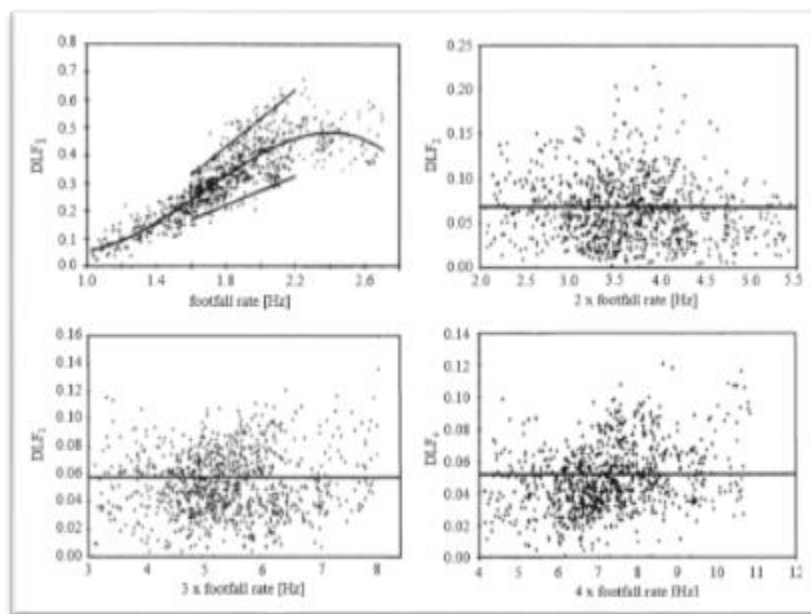


Figura 10_ DLF della forza indotta da un pedone mentre cammina per le prime quattro armoniche (in seguito agli studi condotti da Kerr) (immagine concessa da Živanović et al.)

In seguito a questo studio, Young e Willford [39, 40], hanno delineato i principi base, utilizzati da *Arup Consulting Engineers*, per sviluppare una guida affidabile per la modellizzazione della forza indotta e le corrispondenti risposte strutturali. Young e Willford hanno applicato una regressione statistica sui dati pubblicati da diversi ricercatori (figura 11). Di riflesso, hanno poi proposto i DLF per le prime quattro armoniche in funzione di frequenze di passo comprese tra 1 e 2,8Hz (valori idonei in ambito progettuale):

$$\alpha_1 = 0.41(f - 0.95) \leq 0.56; \quad 1\text{Hz} \leq f \leq 2.8\text{Hz}$$

$$\alpha_2 = 0.069 + 0.0056 f; \quad 2\text{Hz} \leq f \leq 5.6\text{Hz}$$

$$\alpha_3 = 0.033 + 0.0064 f; \quad 3\text{Hz} \leq f \leq 8.4\text{Hz}$$

$$\alpha_4 = 0.013 + 0.0065 f; \quad 4\text{Hz} \leq f \leq 11.2\text{Hz}$$

dove f rappresenta la frequenza dell'armonica rilevante (pari a un multiplo intero della frequenza di passo). Young dichiarò che questi valori di progetto raccomandati avevano il 25% di probabilità di superamento. Ciò, lo ha reso uno dei primi ricercatori che ha tenuto conto della natura stocastica del camminare umano.

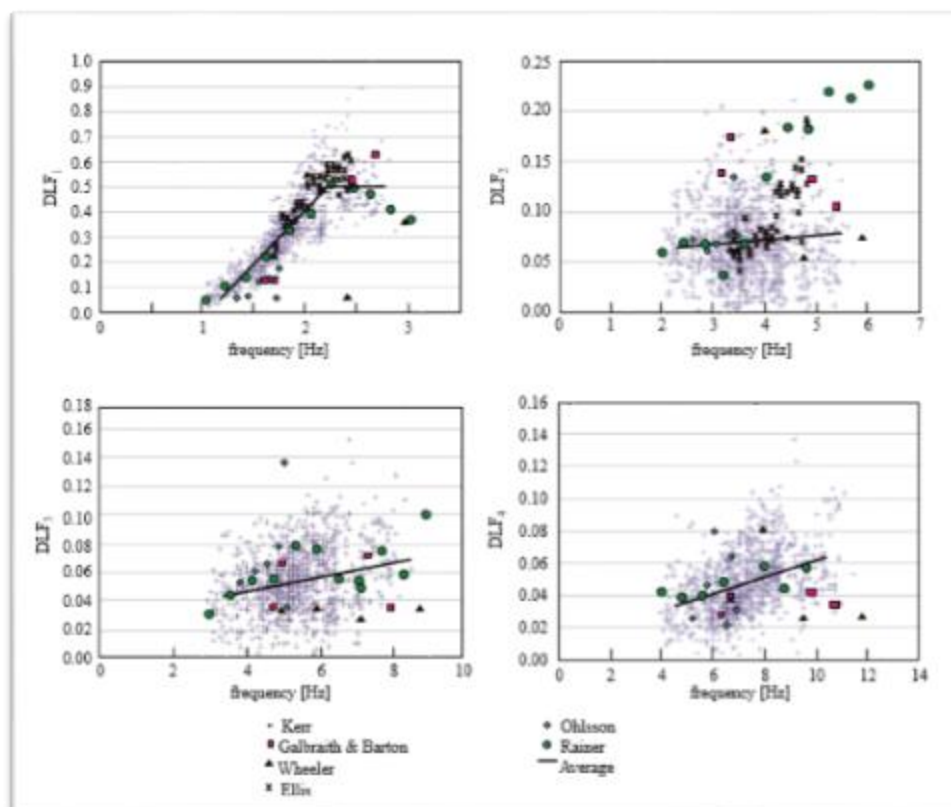


Figura 11_ DLF della forza indotta dal pedone per le prime quattro armoniche (in seguito agli studi condotti da diversi ricercatori rielaborati da Young) (immagine concessa da Živanović et al.)

Nella tabella di figura 12 sono presentati i DLF proposti da diversi autori in relazione alla forza verticale indotta da un singolo pedone. Va sottolineato che negli studi sopracitati, i DLF sono stati ottenuti attraverso misurazioni sperimentali della forza indotta dall'uomo mentre cammina su superfici rigide. Dunque, i modelli proposti potrebbero non essere accurati nella progettazione di pavimenti flessibili. Baumann e Bachmann [41], a titolo esemplificativo, hanno riferito una differenza dell'entità del carico di deambulazione su pavimenti rigidi del 10% in più rispetto a quella misurata su pavimentazioni flessibili. Successivamente nel 1997, Pimentel [42] ha trovato che i DLF per la prima e la seconda armonica, nel caso di passerelle flessibili, erano considerevolmente più bassi di quelli riportati in letteratura in riferimento a piani rigidi. Bocian et al. [43], hanno infine proposto un modello di forza a pendolo invertito ispirato alla biomeccanica per rappresentare l'interazione dinamica pedone-passerella. Suddetto modello si è rilevato particolarmente utile nel caso di folle in movimento.

Author(s)	DLFs for considered harmonics	Comment	Type of activity and its direction
Blanchard et al.	$\alpha_1 = 0.257$	DLF is less for frequencies from 4 to 5 Hz	Walking—vertical
Bachmann and Ammann	$\alpha_1 = 0.4 - 0.5$	Between 2.0 and 2.4 Hz	Walking—vertical
Schulze	$\alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$	At approximately 2.0 Hz	Walking—vertical
	$\alpha_1 = 0.37, \alpha_2 = 0.10, \alpha_3 = 0.12, \alpha_4 = 0.04, \alpha_5 = 0.08$	At 2.0 Hz	Walking—vertical
	$\alpha_1 = 0.039, \alpha_2 = 0.01, \alpha_3 = 0.043, \alpha_4 = 0.012, \alpha_5 = 0.015$	At 2.0 Hz	Walking—lateral
	$\alpha_{1/2} = 0.037, \alpha_1 = 0.204, \alpha_{3/2} = 0.026, \alpha_2 = 0.083, \alpha_{5/2} = 0.024$	At 2.0 Hz	Walking—longitudinal
Rainer et al.	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ and α_4	DLFs are frequency dependent	Walking, running, jumping—vertical
Bachmann et al.	$\alpha_1 = 0.4/0.5, \alpha_2 = \alpha_3 = 0.1/-$	At 2.0/2.4 Hz	Walking—vertical
	$\alpha_1 = \alpha_3 = 0.1$	At 2.0 Hz	Walking—lateral
	$\alpha_{1/2} = 0.1, \alpha_1 = 0.2 \quad \alpha_2 = 0.1$	At 2.0 Hz	Walking—longitudinal
	$\alpha_1 = 1.6, \alpha_2 = 0.7, \alpha_3 = 0.2$	At 2.0–3.0 Hz	Running—vertical
Kerr	$\alpha_1, \alpha_2 = 0.07, \alpha_3 \approx 0.06$	α_i is frequency dependent	Walking—vertical
Young	$\alpha_1 = 0.37(f - 0.95) \leq 0.5$	These are mean values for DLFs	Walking—vertical
	$\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f$		
	$\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f$		
	$\alpha_4 = 0.010 + 0.0051f$		

Figura 12_ Tabella con i DLF della forza indotta da un pedone mentre cammina proposti da diversi autori (immagine concessa da Živanović et al.)

4.1.1.2 Modelli proposti per pavimenti ad alta frequenza

In generale, la letteratura sulla modellazione della forza indotta su pavimenti ad alta frequenza è piuttosto limitata per il fatto che il disagio umano nei confronti delle vibrazioni si riscontra principalmente in pavimenti a bassa frequenza.

Come già detto, si definiscono pavimenti ad alta frequenza quelli con una frequenza naturale minima superiore a 9-10Hz. A differenza del comportamento risonante che presentano i pavimenti a bassa frequenza, la risposta all'eccitazione dinamica indotta dall'uomo su pavimenti ad alta frequenza mostra un profilo transitorio (o impulsivo) [44]. Dalla figura 13 riportata in basso si nota che, a differenza della risposta risonante tipica dei pavimenti a bassa frequenza che prevede un accumulo delle risposte di vibrazione della struttura a ciascun passo successivo, le risposte di vibrazione di passi successivi non si accumulano nel caso di pavimenti ad alta frequenza a causa dell'effetto di decadimento dello smorzamento strutturale. Infatti, un primo tocco di tallone sul pavimento provoca una risposta di picco iniziale a cui fa seguito un'oscillazione del pavimento stesso alla sua frequenza naturale con un tasso di decadimento associato al rapporto di smorzamento del modo fondamentale. Al successivo passo, viene generata una nuova risposta all'impulso che, pertanto, non va a sommarsi con la precedente.

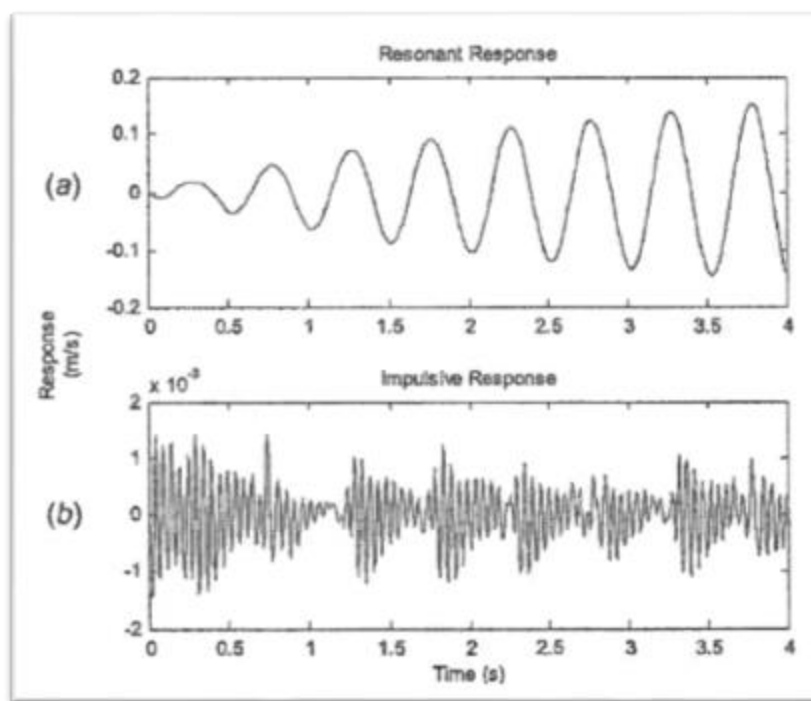


Figura 13_ Confronto del comportamento di risposta all'eccitazione dinamica e continua dell'uomo in pavimenti a bassa frequenza (a) e ad alta frequenza (b) (immagine concessa da Middleton e Brownjohn)

Uno degli studi più rilevanti in quest'ambito, è stato condotto da Willford et al. [45], il cui modello è stato sviluppato sulla base della somiglianza riscontrata tra la risposta impulsiva dei pavimenti ad alta frequenza sotto eccitazione dinamica indotta dall'uomo e la risposta dei sistemi a un unico grado di libertà sotto una serie di forze impulsive. Willford et al. simularono le risposte di un grande numero di sistemi a singolo grado di libertà (SDOF ossia "*single-degree of freedom*") con massa modale unitaria e frequenze naturali diverse, sotto le forze continue e dinamiche indotte dall'uomo mentre cammina sintetizzate precedentemente dalle misurazioni a singolo passo effettuate da Kerr. Ad ogni risposta simulata, suddetti autori calcolarono poi la velocità di picco del sistema SDOF che, avendo il sistema massa modale unitaria, era pari a una quantità denominata impulso efficace. Da questo studio è emerso che l'impulso efficace aumenta in ragione inversamente proporzionale sia alla frequenza di passo sia alla frequenza naturale del pavimento. Pertanto, sulla base dell'analisi statistica dei dati riportati in figura 14, l'impulso efficace I_{eff} è calcolato, con probabilità di eccedenza del 25%, come segue:

$$I_{eff} = 54 \frac{f^{1.43}}{f_n^{1.30}}$$

dove f è la frequenza di camminata (misurata in [Hz]) e f_n è la frequenza naturale del pavimento (misurata anch'essa in [Hz]).

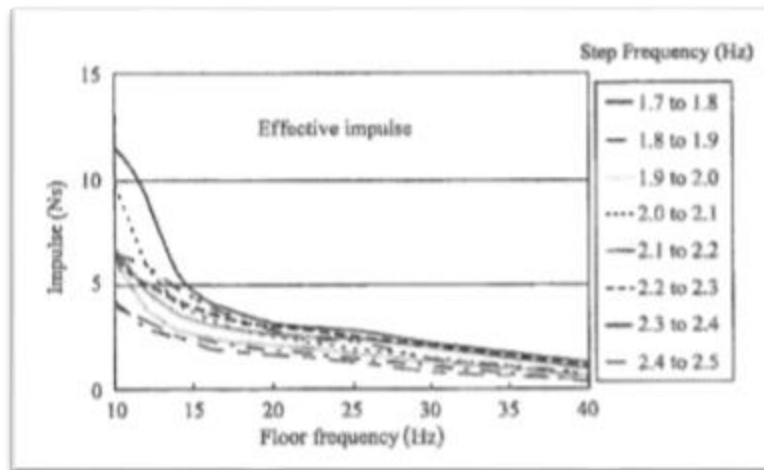


Figura 14_ Impulso efficace in funzione di frequenza di passo e frequenza del pavimento (pavimento ad alta frequenza) (immagine concessa da Racic et al.)

4.1.1.3 Punti di debolezza dei modelli deterministici

In generale, i modelli deterministici presentano diverse lacune che sono state identificate nel corso degli anni da ingegneri e ricercatori. In primo luogo, non valutano in modo esplicito le variabilità intra- e inter-soggettiva tipiche del camminare umano. In secondo luogo, la scelta del modello più appropriato a seconda del tipo di pavimento (se ad alta o bassa frequenza) ha dimostrato di non essere efficace in presenza, ad esempio, di un piano con frequenza naturale di 9-10Hz. Infine, la risposta vibratoria di una superficie sotto l'eccitazione dinamica indotta dall'uomo viene calcolata, tramite i modelli deterministici, come un numero che a sua volta sarà poi confrontato con un limite di tolleranza. Questo comporta una valutazione binaria "accettabile/non accettabile" che non fornisce quindi sufficienti informazioni per consentire al progettista di prendere decisioni in modo accurato [33].

4.1.2 Modelli probabilistici

I modelli probabilistici nascono in risposta all'esigenza di avere approcci più affidabili per la rappresentazione matematica delle forze dinamiche indotte dall'uomo in movimento su una superficie. Essi si basano generalmente sul fatto che una persona non produrrà mai esattamente la stessa storia di forza-tempo durante esperimenti ripetuti (variabilità intrasoggettiva). Di riflesso, secondo questi modelli, il camminare umano è considerato un processo casuale o stocastico e dunque non deterministico. Inoltre, questi approcci tengono in considerazione la variabilità intersoggettiva, ossia ogni persona ha un insieme univoco di parametri come il peso, la frequenza del passo, la lunghezza del passo e, al fine di eseguire test statistici affidabili su questi parametri, dovrebbe essere fornito un ampio database di misurazioni per singola persona. La casualità può essere espressa tramite la funzione di densità di probabilità delle variabili sopracitate. L'*output* di questi modelli non sono quindi numeri confrontati con valori di soglia, bensì la risposta all'eccitamento indotto dall'uomo può essere espressa come una probabilità che non deve superare un determinato valore. Questo fornisce così più spazio di giudizio al progettista [33].

Nel 1996, Ebrahimpour et al. [46], proposero un modello semplice per determinare il DLF della prima armonica date la frequenza di passo e il numero di persone in transito, come presentato in figura 15. In tale modello considerarono l'effetto di casualità della forza indotta dall'uomo mentre cammina includendo la funzione di distribuzione di probabilità del ritardo temporale tra diversi pedoni. Questo modello, sebbene includa fino a 100 persone, non tiene conto del fatto che le persone nelle grandi folle a volte regolano il proprio passo in base a quello altrui. Gli autori hanno sottolineato che questo effetto, che dipende dalla densità della folla, dovrebbe essere aggiunto ma non hanno spiegato come.

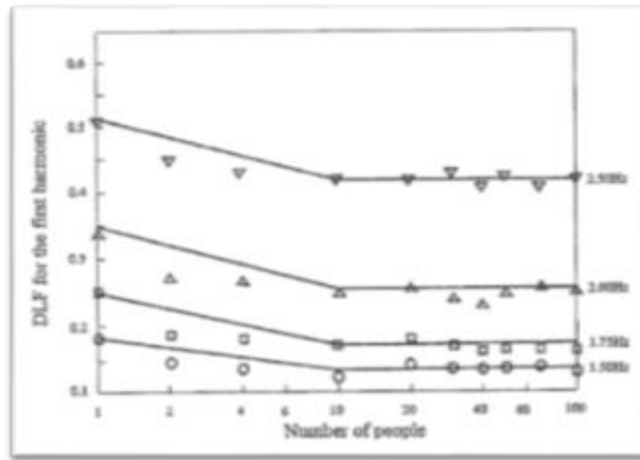


Figura 15_ DLF della prima armonica della forza indotta da una folla date la frequenza di passo e il numero di persone in transito (immagine concessa da Živanović et al.)

Qualche anno dopo, Živanović [47] ha eseguito un'analisi statistica dei principali parametri che caratterizzano il processo di camminata (lunghezza del passo, frequenza del passo e imperfezioni del cammino) per determinare le loro funzioni di densità di probabilità. Queste ultime sono state poi utilizzate per calcolare la probabilità cumulativa che la risposta alle vibrazioni di una passerella eccitata da un singolo pedone non superi un determinato valore limite. Il modello probabilistico così ottenuto da Živanović è idoneo principalmente per la progettazione di passerelle soggette a traffico leggero, in cui è previsto un solo caso di carico pedonale prevalente. La principale debolezza di tale modello risiedeva, secondo l'autrice, nel considerare unicamente la prima armonica della forza indotta e quindi un solo modo di vibrazione della struttura, quando invece è noto che diverse strutture rispondono all'eccitazione indotta dal pedone attraverso più modi di vibrazione simultaneamente. Di conseguenza, il suddetto modello basato sulla probabilità è stato poi esteso da Živanović et al. [48] coprendo in tal modo non solo le principali armoniche della forza di deambulazione (cioè la forza indotta dall'uomo durante l'atto del camminare) bensì anche le subarmoniche comparse nel dominio della frequenza, come illustrato in figura 16. La lacuna di questo modello esteso, è invece dovuta al fatto che, a causa della mancanza di un database di misure per le subarmoniche, le corrispondenti ampiezze della forza sono state semplicemente incluse come funzione del DLF della prima armonica. Inoltre, per quanto concerne la variabilità intrasoggettiva, questa fu rappresentata nel modello attraverso l'angolo di fase, distribuito uniformemente tra $(-\pi, \pi)$ nel dominio della frequenza.

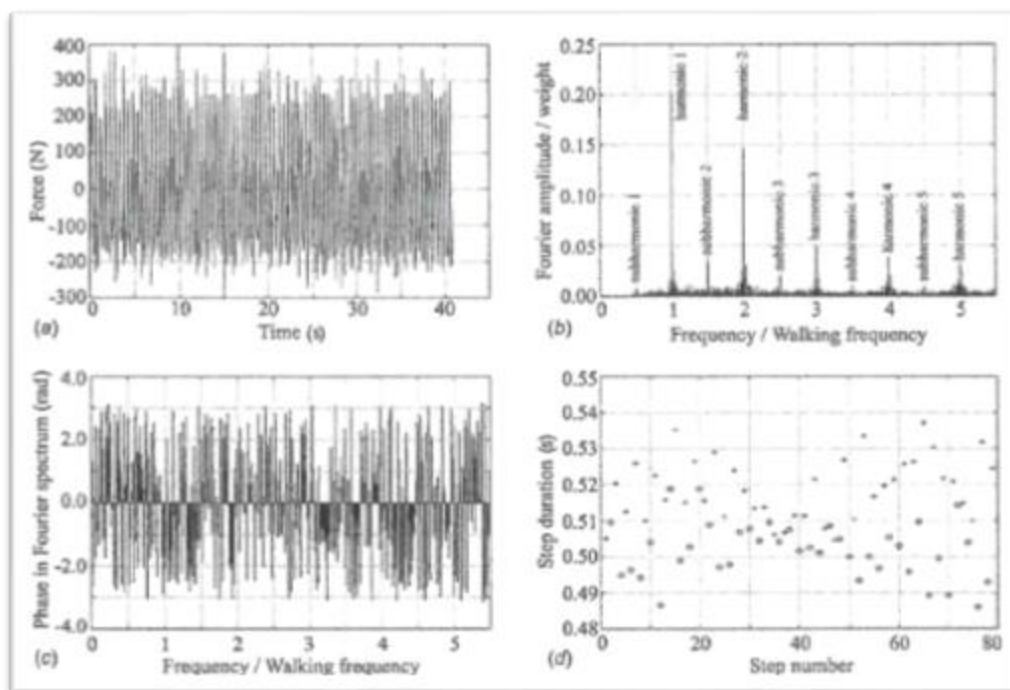


Figura 16_ (a) Storia temporale della forza indotta da un singolo pedone che compie 80 passi su un tapis roulant, (b) DLF per le armoniche principali e le subarmoniche nel dominio della frequenza, (c) angolo di fase delle forze, (d) periodo di camminata in funzione del numero di passi (immagine concessa da Živanović et al.)

Živanović et al. [48], applicando l'analisi modale (studio del comportamento dinamico di una struttura quando sottoposta a una vibrazione) per poter determinare le proprietà dinamiche di ciascun modo di vibrazione, hanno sviluppato un modello in grado di calcolare la risposta multimodale verticale corrispondente all'eccitazione multi-armonica di un singolo pedone.

Racic e Brownjohn [49] hanno proposto nel 2011 un modello probabilistico ancora più avanzato. Per ottenere ciò hanno reclutato 80 persone di entrambi i sessi e caratterizzati da diverso peso, diverse altezze ed età e sono state fatte camminare su un tapis roulant ad una frequenza di passi selezionata a seconda della velocità di camminata scelta per ciascuna misurazione. In tal modo, sono state raccolte 824 storie temporali che mostrano l'andamento nel tempo della componente verticale della forza indotta da ciascun individuo mentre cammina sul tapis roulant. In figura 17 è riportata una porzione di una storia temporale ottenuta con le misurazioni.

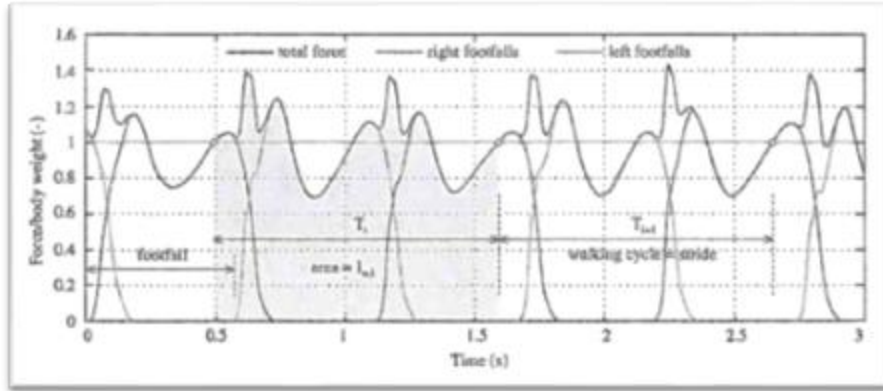


Figura 17_ Porzione di una storia temporale che mostra l'andamento nel tempo della componente verticale della forza di deambulazione (immagine concessa da Racic e Brownjohn)

Come mostrato in figura 18, i segnali della forza rilevati sono poi stati suddivisi in base alla frequenza di passi in 20 cluster ciascuno di ampiezza pari a 0,1Hz. Quello che gli autori hanno notato, è stato che la maggior parte dei segnali ricadevano nell'intervallo di 1,88-1,98 Hz.

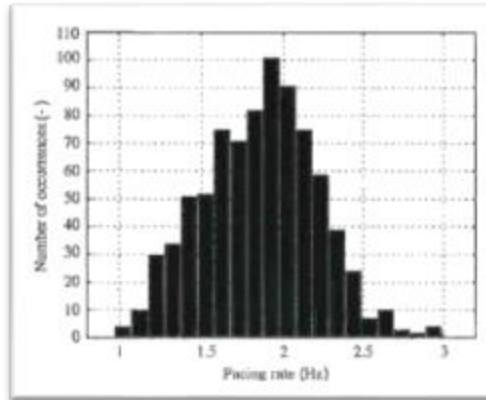


Figura 18_ Segnali misurati della forza di deambulazione classificati in base alla frequenza di passo (immagine concessa da Racic e Brownjohn)

In seguito gli autori [49], per poter spiegare la variabilità intrasoggettiva e quindi le variazioni nel periodo di ciclo di camminata (T), hanno fatto ricorso a una serie di numeri adimensionali τ_i , tali che:

$$\tau_i = \frac{T_i - \mu_T}{\mu_T} ; \mu_T = \text{mean}(T_i)$$

Il modello sviluppato da Racic e Brownjohn [49] comprendeva anche il calcolo del cosiddetto impulso di ciclo, definito come l'integrale della forza di deambulazione sul periodo di ciclo, per ogni singolo passo normalizzato, in un secondo momento, al peso dell'individuo considerato.

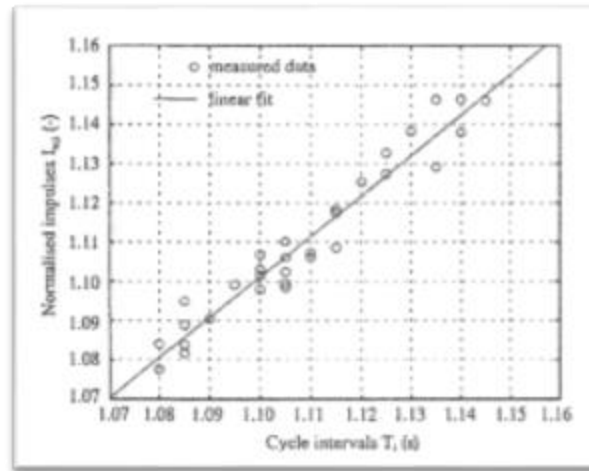


Figura 19_ Regressione lineare degli impulsi normalizzati in funzione dei rispettivi intervalli di ciclo (immagine concessa da Racic e Brownjohn)

Applicando una regressione lineare dei valori di impulso normalizzati in funzione dei corrispondenti intervalli di ciclo si può ottenere una relazione lineare come in figura 19, che può essere così modellizzata:

$$I_{w,i} = \alpha_0 + \alpha_1 T_i + \varepsilon_i$$

In cui $I_{w,i}$ è l'impulso normalizzato del ciclo i -esimo, ε_i è l'errore successivo al ciclo i -esimo, e α_0 e α_1 sono i coefficienti di regressione di valori 0.05 e 1.05, rispettivamente.

In conclusione, il modello sviluppato da Racic e Brownjohn, seppur molto dettagliato e accurato, è numericamente complesso e quindi poco pratico ai fini della progettazione.

4.1.2.1 La frequenza di passo nei modelli probabilistici

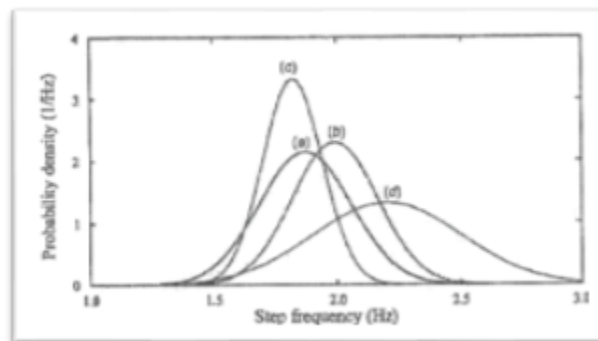


Figura 20_ Distribuzione normale della frequenza di camminata secondo (a)Živanović, (b) Matsumoto et al., (c)Kasperski e Sahnaci, (d)Kramer e Kebe (immagine concessa da Younis et al.)

Ottenere una descrizione statistica affidabile della frequenza di passo è stato oggetto di studio per diversi ricercatori. Tra i primi fu Leonard [50], il quale propose per la frequenza di passo un intervallo compreso tra 1,7 e 2,3Hz. Successivamente Matsumoto et al. [51], trovarono, mediante uno studio condotto su di un campione di 505 persone, che essa seguiva una distribuzione normale con valor medio di 1,99Hz e una deviazione standard di 0,173Hz. In seguito, esaminando 40 individui, Kerr e Bishop [52] hanno riscontrato un valor medio di 1,9Hz per la frequenza di passo. Secondo i più recenti studi condotti da Živanović et al. [48] su un campione di 2000 pedoni fatti transitare su una passerella in Montenegro, è stato riportato, alla stregua di precedenti ricercatori, che la frequenza di camminata segue una distribuzione normale ma con un valor medio di 1,87Hz e una deviazione standard di 0,186Hz. Infine altri autori come Kasperski e Sahnaci [53], Pachi e Ji [54], Kramer e Kebe [55] hanno proposto un valor medio della frequenza di passo rispettivamente pari a 1,82, 1,8 e 2,2 Hz. È dunque evidente la differenza tra i valor medi delle frequenze di passo trovati da diversi ricercatori nel corso degli anni, come pure si può constatare dalla figura 20 sopra raffigurata. Secondo Živanović [47], tale discrepanza esiste in virtù del fatto che ciascuna cultura ha proprie usanze e stili di vita: ad esempio, a Singapore le persone camminano più velocemente che i cittadini del Regno Unito [56]. Come conseguenza di quanto detto, Racic et al. [34], hanno suggerito che è necessario un campione casuale di persone di diversa cultura, genere e nazione al fine di eseguire analisi statistiche affidabili.

Secondo Pachi e Ji [54], l'ambiente non influenza solamente la frequenza di passo, bensì anche la velocità di camminata. Suddetti autori hanno infatti confermato, mediante uno studio condotto su un campione di 200 persone, che sia la frequenza di passi che la velocità di marcia sono tipicamente maggiori su piani in centri commerciali piuttosto che su passerelle. In conseguenza di ciò hanno sviluppato la seguente relazione lineare tra la velocità di camminata v e la frequenza di passi f :

$$v = L_s f$$

in cui L_s rappresenta la lunghezza del passo con valor medio pari a 0,75 m per i maschi e 0,67 m per le femmine. Živanović [47], a partire dall'analisi statistica dei dati raccolti da Pachi e Ji, ha rilevato che la velocità di camminata segue una distribuzione gaussiana ad una determinata frequenza di passo, come presentato in figura 21. Živanović ha poi mostrato che pure la lunghezza del passo segue una distribuzione normale con media pari a 0,71 m e deviazione standard di 0,071 m.

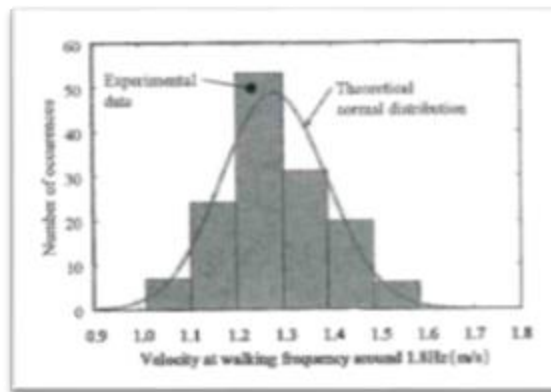


Figura 21_ Distribuzione normale della velocità di camminata a una frequenza di passo di 1,8Hz (immagine concessa da Živanović et al.)

Successivamente, Yamasaki et al. [57], hanno condotto una ricerca per indagare sulla relazione tra i vari parametri della camminata considerando il sesso della persona. Come si evince dalla figura 22, gli autori hanno riscontrato un comportamento non lineare tra la velocità di camminata e la lunghezza del passo, come invece era stato studiato da autori precedenti. Più precisamente, questo comportamento non lineare si verifica a velocità di camminata elevate e, in particolare, a tali velocità, la lunghezza del passo per le femmine è più corta rispetto ai maschi. In generale quindi allo scopo di aumentare la velocità di camminata, le femmine aumentano la frequenza di passi mentre i maschi aumentano la lunghezza dei passi.

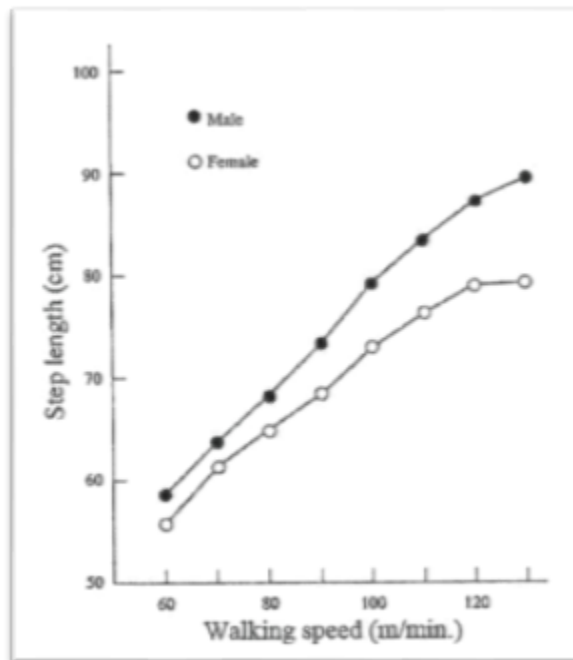


Figura 22_ Comportamento della lunghezza del passo al variare della velocità di camminata (immagine concessa da Racic et al.)

4.2 MODELLI DI FORZA NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA

Le forze dinamiche indotte dall'uomo mentre cammina possono essere espresse nel dominio della frequenza, ossia in termini di ampiezze ottenute per le onde sinusoidali e cosinusoidali corrispondenti tramite la decomposizione della trasformata di Fourier [58, 59]. Ohlsson [29], nel suo dottorato di ricerca, misurò una singola forza del piede e successivamente la ripeté per ottenere la storia temporale di una forza indotta continua, assumendo una perfetta periodicità. Ciò che emerse dall'analisi di questa forza di deambulazione continua, fu che un singolo passo trattiene la maggior parte della sua energia di eccitazione nell'intervallo di frequenza tra 0 Hz e 6 Hz. Inoltre, determinò la densità auto-spettrale (ASD) della forza considerando quest'ultima come un segnale transitorio derivante da una serie di passi perfettamente ripetuti ma in numero limitato. Lo studio di Ohlsson si concentrava sul comportamento dei pavimenti ad alta frequenza (quindi frequenze 6-50 Hz), poiché oggetto dei suoi studi. Qualche anno dopo, Eriksson [60] sviluppò ulteriormente l'approccio ideato da Ohlsson per indagare sulla forza di cammino continuo nel dominio della frequenza nel caso dei pavimenti a bassa frequenza (frequenze comprese tra 0 e 6 Hz). La figura 23 mostra una parte dello spettro di una forza continua misurata della durata di circa 100 secondi ed evidenzia ciò che è noto come perdita a ciascun picco. Questa perdita, prodotta dal fatto che il contenuto di energia di eccitazione a multipli interi della frequenza di passo viene spalmato nelle frequenze adiacenti, indica che la forza del cammino umano non può essere perfettamente periodica e, pertanto, non può essere descritta con precisione mediante un modello nel dominio del tempo. In precedenza, Rainer et al. [38], durante la loro indagine sul carico dinamico indotto su una passerella da un pedone, avevano evidenziato queste imperfezioni. La camminata umana, secondo Eriksson, dovrebbe dunque essere descritta come un processo casuale stazionario.

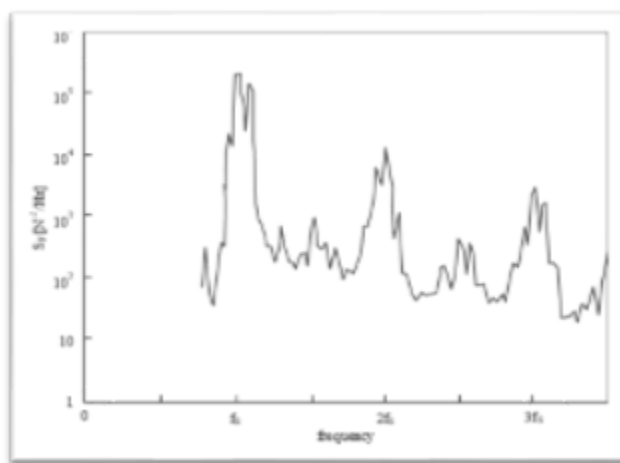


Figura 23_ Densità auto-spettrale relativa alla forza di deambulazione indotta dall'uomo (immagine concessa da Živanović et al.)

Un passo in avanti è stato compiuto da Brownjohn et al. [61], i quali hanno modellato la componente verticale della forza indotta su strutture pedonali mediante l'approccio della densità spettrale. Gli autori hanno reclutato tre soggetti di prova invitati a camminare su un tapis roulant con una frequenza di passo auto-selezionata con velocità comprese tra 2,5 e 7,5 m/s. In questo modo sono stati ottenuti, in riferimento a ciascuno dei tre individui, una sequenza di storie temporali di un minuto di camminata unitamente alle corrispondenti frequenze di passo e parametri tipici della camminata. Tali risultati, sono poi stati confrontati con quelli derivanti da modelli basati sull'ipotesi di periodicità perfetta per dimostrare la loro inadeguatezza ed evidenziare così l'effetto della variabilità intra-soggettiva. A tal proposito, si considerino le figure di seguito illustrate. Entrambe mostrano le ampiezze di Fourier, normalizzate rispetto al peso corporeo, per la modellizzazione della forza indotta, ad una frequenza di 1,9Hz. Nella figura 24_a la forza rappresentata è quella deterministica stimata attraverso le sue componenti armoniche mentre in 24_b è riprodotto il segnale della reale forza di camminata registrato per lo stesso peso e frequenza di passo del soggetto. Mettendole a confronto, si osserva che vi è una dispersione di energia nel caso della forza deterministica indotta rispetto al caso della forza effettivamente misurata, specialmente per armoniche alte.

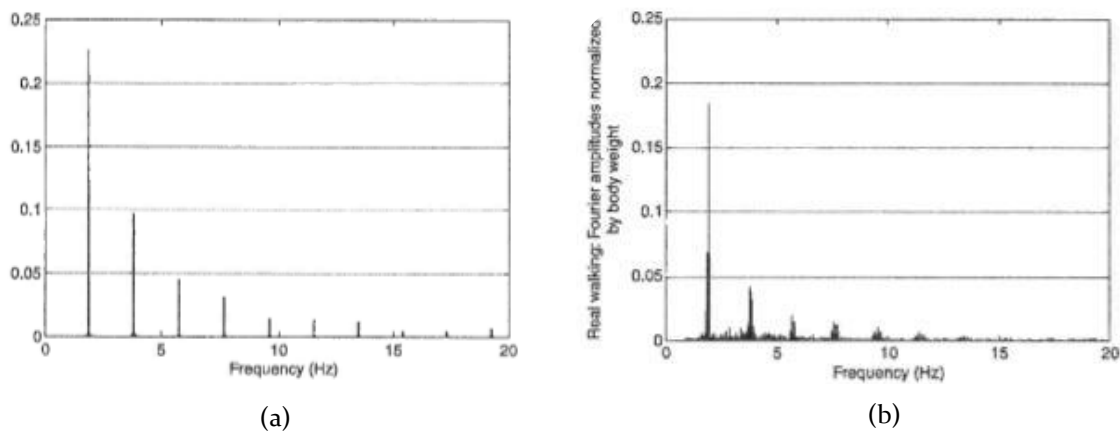


Figura 24_ (a) Rappresentazione della forza deterministica e simulata indotta dall'uomo mentre cammina nel dominio della frequenza (b) Rappresentazione della forza di deambulazione reale e continua rappresentata nel dominio della frequenza (immagine concessa da Brownjohn et al.)

A riprova di quanto detto, la modellizzazione della componente verticale della forza indotta usando l'approccio deterministico classico è imprecisa. In conseguenza di tale evidenza, Brownjohn et al. hanno proposto un approccio di modellazione nel dominio della frequenza valido sia per singolo individuo sia per una folla, basato sulla funzione ASD.

In seguito, Sahnaci e Kasperski [62] dichiararono che la causa delle imperfezioni nel modello di camminata bipede risiede nella presenza di ampiezze intermedie, cosiddette subarmoniche, che trattengono una porzione relativamente significativa

di energia di eccitazione tra le bande di frequenza armoniche principali ($0,5 f_w$, $1,5 f_w$, etc.), come mostrato in figura 25. La presenza di tali subarmoniche è la conseguenza dell'inevitabile differenza esistente tra il piede destro e quello sinistro in termini di parametri di camminata, come la frequenza di passo e la lunghezza del passo.

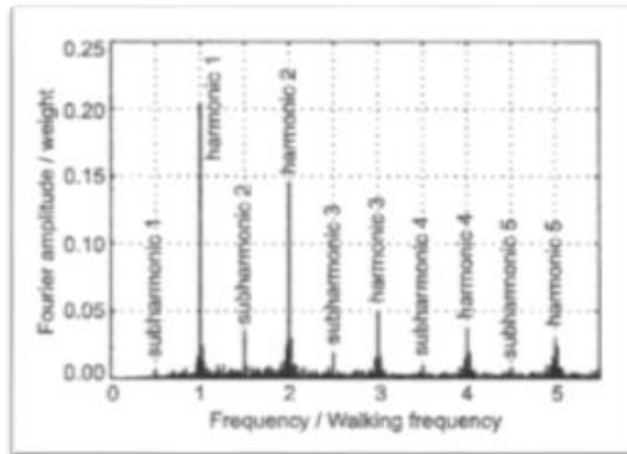


Figura 25_ Rappresentazione delle ampiezze delle subarmoniche della forza indotta dall'uomo nel dominio della frequenza (immagine concessa da Živanović et al.)

5 Modello statistico sviluppato

In questo paragrafo si intende esaminare i risultati ottenuti dall'analisi dei dati raccolti tramite le misurazioni effettuate su un pavimento di forza. Lo scopo è quello di individuare un modello matematico di tipo probabilistico per la camminata bipede. Le variabili prese in considerazione sono quattro: tempo tra un passo e il successivo, forza scaricata a terra dal pedone durante un passo, lunghezza del passo e angolo del passo rispetto alla direzione parallela alla linea di mezzeria della passerella.

È necessario sottolineare che durante questa ricerca tre sono stati i fattori limitanti più rimarchevoli. In primo luogo il tempo: questo è uno degli elementi principali per portare questo studio sperimentale ad uno standard qualitativo elevato. In secondo luogo, la qualità e quantità dei dati: il numero di soggetti testati è stato limitato a tre a causa, come anzidetto, del tempo. Inoltre durante le misurazioni, la camminata effettuata dai soggetti di prova è stata in un certo senso “guidata”: al fine di prelevare i dati in forma disaggregata (cioè dati per il piede destro e dati per il piede sinistro), è stato necessario, infatti, camminare in prossimità della linea di mezzeria del pavimento di forza e, dunque, i dati non rappresentano fedelmente le modalità di una camminata spontanea. Infine, un fattore critico è stato quello relativo alla letteratura: i modelli di tipo probabilistico sviluppati per la camminata bipede sono relativamente pochi e presentano diverse criticità.

5.1 PROCESSO DI MARKOV

“A Markov chain is a random process with the property that, conditional on its present value, the future is independent of the past”¹

Il modello sviluppato è fondato implicitamente sul processo di Markov: infatti è basato sull'ipotesi che ciascun passo P_k dipende solamente dal passo effettuato all'istante $k - 1$. Il processo di Markov, come introdotto nella citazione a inizio paragrafo, è un processo aleatorio in cui la probabilità di passare da uno stato all'altro del sistema dipende soltanto dallo stato immediatamente precedente e non dalla complessiva “storia” del sistema. Consideriamo un processo $t \rightarrow X(t)$. Qui t rappresenta il tempo e $X(t)$ è lo stato del sistema all'istante t . La variabile $X(t)$ assume valori in uno spazio \mathbb{X} , detto “spazio di stati” del processo. La proprietà che definisce il processo di Markov si esprime dicendo che qualunque sia il numero intero positivo n , qualunque sia la sequenza di istanti $t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n$ e di stati $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n \in \mathbb{X}$, si ha che:

$$\begin{aligned} P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0) \\ = P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n) \end{aligned}$$

¹ Geoffrey Grimmett e David Stirzaker, “Probability and Random Process”, III ed., Oxford, p.213. Traduzione italiana a cura del sottoscritto “Una catena di Markov è un processo casuale con la proprietà che, in base al suo valore attuale, il futuro è indipendente dal passato.”

In cui $P\{A|B\}$ indica la probabilità dell'evento A condizionata dal realizzarsi dell'evento B . Dunque, la probabilità condizionata $\mathbb{P}(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n)$ rappresenta la probabilità di transizione allo stato x_{n+1} assumendo che il processo si trovi nello stato x_n nell'istante precedente. Questa proprietà è anche detta condizione di “assenza di memoria”.

Se si assume il tempo in forma discreta, allora il processo di Markov sarà rappresentato da una sequenza di variabili $(X_k)_k$ che soddisfano alla condizione:

$$\begin{aligned} P(X(k+1) = x_{k+1} | X(k) = x_k, X(k-1) = x_{k-1}, \dots, X(0) = x_0) \\ = P(X(k+1) = x_{k+1} | X(k) = x_k) \end{aligned}$$

In questo modello la probabilità di transizione non dipende dal tempo. Per questa ragione il processo si definisce “stazionario”.

Si deve osservare che la, seppur minima, richiesta di dipendenza fra un passo e l'altro rappresentata dalla proprietà markoviana è in alcuni modelli sostituita dalla totale indipendenza. Si assume dunque che:

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n) = \mathbb{P}(X_{n+1} = x_{n+1})$$

così il processo sarà una sequenza $(X_k)_k$ di variabili indipendenti identicamente distribuite. Alcuni esempi di questo genere sono noti in letteratura come “camminate aleatorie” (“*random walk*”). Si tratta di processi a tempo discreto molto studiati, sia per l'interesse intrinseco sia come modelli elementari per lo studio di fenomeni fisici, ad esempio la diffusione. Nel *random walk* bidimensionale $(P_k)_k$, lo spazio è rappresentato dal reticolo dei punti a coordinate intere del piano \mathbb{Z}^2 . Il camminatore che si trova in un punto $x = (i, j)$ del reticolo, può solo passare ad uno dei 4 punti vicini $x_1 = (i+1, j)$, $x_2 = (i, j+1)$, $x_3 = (i-1, j)$, $x_4 = (i, j-1)$ e lo fa con probabilità uguali fra loro, e dunque con probabilità $1/4$. La rappresentazione di questo processo, potrà essere ottenuta considerando la sequenza di vettori spostamento da una posizione a quella successiva:

$$\vec{v}_k = P_{k+1} - P_k$$

Evidentemente $\vec{v}_k \in \mathbb{X} = \{(1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1)\}$ e $(\vec{v}_k)_k$ sarà la sequenza di variabili aleatorie indipendenti identicamente distribuite, con

$$\mathbb{P}(\vec{v}_k = x) = \frac{1}{4}$$

qualunque sia $x \in \mathbb{X}$. La posizione del camminatore al tempo k sarà nota a partire dalla posizione iniziale P_0 e dalla sequenza $(\vec{v}_k)_k$ grazie alla relazione

$$P_k = P_0 + \sum_{j=0}^{k-1} \vec{v}_j$$

In generale, il modello di *random walk* non si può applicare alla camminata di un individuo. Infatti, essendo la scelta della direzione del passo aleatoria e con

distribuzione uniforme, il modello non permette di rappresentare un cammino regolato dalla determinazione del camminatore di spostarsi da un dato punto di partenza ad uno fissato di arrivo (per questa ragione il modello viene descritto come la camminata di un ubriaco). D'altra parte, lo spazio delle posizioni P_k è evidentemente continuo. Questo rende complicata la trattazione del modello anche assumendo il tempo discreto, per la necessità di dover rappresentare le probabilità di transizione, come probabilità condizionate di variabili aleatorie assolutamente continue.

Per ovviare a queste difficoltà, assumeremo comunque l'indipendenza presente nel *random walk*, ma cambiando le distribuzioni di probabilità, che in quel caso sono uniformi e nel nostro caso no. Nel seguito spieghiamo come si può applicare questa idea.

Consideriamo dunque una camminata data da una sequenza di posizioni successive $P_0, P_1, \dots, P_k, \dots$. Introducendo, come nel *random walk*, i vettori $\vec{v}_k = P_{k+1} - P_k$, si potrà rappresentare la camminata tramite la sequenza $P_0, \vec{v}_0, \vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k, \dots$ e

$$P_k = P_0 + \sum_{j=0}^{k-1} \vec{v}_j$$

La differenza rispetto al RW consiste nel fatto che in quel caso i vettori $\vec{v}_0, \vec{v}_1, \dots, \vec{v}_k, \dots$ sono variabili uniformi nell'insieme discreto delle 4 direzioni $\mathbb{X} = \{(1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1)\}$, mentre nel caso presente si tratta di variabili continue e non uniformemente distribuite. I dettagli saranno mostrati nella seguente sezione.

5.2 RELAZIONE LUNGHEZZA DEL PASSO E ANGOLO DEL PASSO

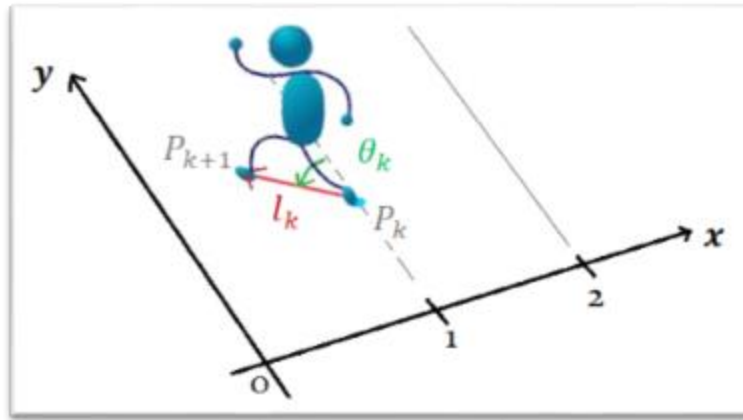


Figura 26_ Riferimento cartesiano per passo dell'uomo

Ogni vettore $\vec{v}_k = P_{k+1} - P_k$ può essere rappresentato in coordinate polari $(l(k), \theta(k))$, rispettivamente lunghezza e angolo passo k -esimo. Il vettore \vec{v}_k potrà essere dunque identificato con la coppia lunghezza angolo $(l(k), \theta(k))$.

Nell'immagine soprariportata (figura 26), è rappresentato il sistema di riferimento in cui sono riprodotte rispettivamente la lunghezza e l'angolo del passo k -esimo, entrambi positivi.

Come ricordato in precedenza, assumiamo che i vettori \vec{v}_k , e dunque le coppie $(l(k), \theta(k))$, siano identicamente distribuiti (cioè che la loro distribuzione non dipenda da k). Indichiamo con $f(l, \theta)$ la funzione di densità di probabilità congiunta di lunghezza e angolo. Evidentemente questo modello a passi indipendenti potrà rappresentare ragionevolmente bene la camminata sulla passerella, se la distribuzione $f(l, \theta)$ sarà in grado di assegnare probabilità grandi a camminate che avvengano approssimativamente in direzione parallela a quella della passerella, con verso di percorrenza che va da un estremo all'altro della stessa. D'altra parte, dovranno avere probabilità piccole cammini che avvengano con modalità diverse, ad esempio con lunghi tratti in direzione trasversale alla passerella o con cambiamento del verso di percorrenza (cioè con fasi sia dirette che retrograde del moto). Una distribuzione del genere sarà in grado di realizzare camminate assimilabili a quelle di un camminatore umano razionale (dunque non ubriaco), pur con l'indipendenza fra un passo e il successivo.

Una seconda osservazione riguarda l'indipendenza delle variabili lunghezza e angolo. L'assunzione di tale proprietà porta ad una evidente semplificazione del modello, senza essere, però, troppo lontana dalla realtà. Dall'analisi dei dati, è infatti emerso un certo grado di indipendenza tra queste due variabili (si veda Appendice 2).

Dunque, la funzione di densità di probabilità congiunta $f(l, \theta)$ sarà uguale al prodotto delle funzioni densità delle singole variabili aleatorie. Ossia:

$$f(l, \theta) = A(\theta) L(l)$$

Dove A e L sono rispettivamente le funzioni di densità di probabilità delle variabili aleatorie continue θ (“angolo del passo”) e l (“lunghezza del passo”).

Di conseguenza si ha che la probabilità che la lunghezza del passo sia compresa tra l_1 e l_2 e l’angolo del passo sia compreso tra θ_1 e θ_2 è:

$$\begin{aligned} P(l \in (l_1, l_2), \theta \in (\theta_1, \theta_2)) &= \int_{l_1}^{l_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(l, \theta) dl d\theta = \int_{l_1}^{l_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} A(\theta) L(l) dl d\theta \\ &= \int_{l_1}^{l_2} L(l) dl \int_{\theta_1}^{\theta_2} A(\theta) d\theta = P(l \in (l_1, l_2)) P(\theta \in (\theta_1, \theta_2)) \end{aligned}$$

Nei successivi due sottoparagrafi verranno presi in esame i dati “lunghezza passo” e “angolo passo” relativi a uno dei tre soggetti di prova, sottolineando che le affermazioni e i ragionamenti riportati sono stati convalidati dai dati relativi a tutti e tre i soggetti testati.

5.2.1 Lunghezza del passo

Consideriamo ora nel dettaglio la variabile aleatoria continua “lunghezza del passo” l . Dal grafico riportato in figura 27, si può individuare un andamento della stessa prossimo a quello di una distribuzione cosiddetta “normale” o gaussiana. Tale grafico si ottiene tramite il comando “*histogram(X,nbins)*” in Matlab che restituisce un numero di rettangoli specificato dallo scalare, *nbins* per coprire l’intervallo di elementi di X (dove X in questo caso è il vettore contenente le lunghezze del passo) e rivelare la forma sottostante della distribuzione. L’altezza di ciascun rettangolo indica il numero di dati relativi a X che cadono in quell’intervallo di valori.

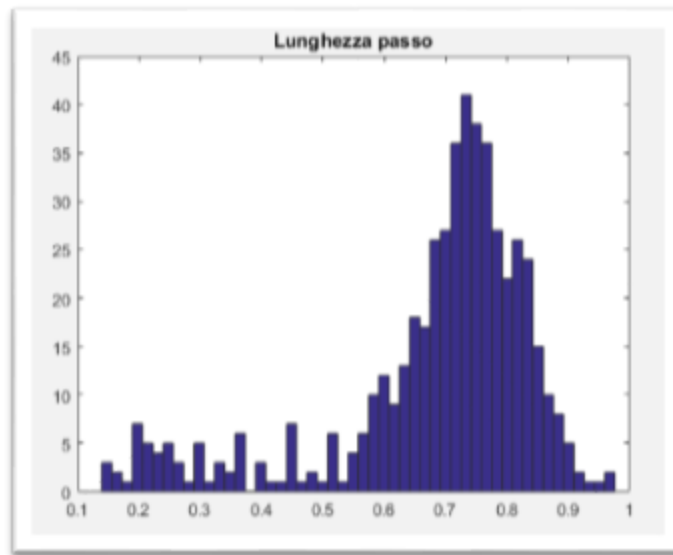


Figura 27_ Andamento della lunghezza del passo

Analizzando il grafico, quello che, in un certo senso, “disturba” l’andamento tipico di una gaussiana è la presenza di lunghezze tra 0.1 e 0.4m con una funzione di densità di probabilità ben lontana dallo zero. Ciò deriva, come anticipato a inizio paragrafo, dalle limitazioni imposte dal pavimento di forza su cui sono state effettuate le misurazioni. Il pavimento di forza permetteva un numero molto limitato di passi data la sua lunghezza (5 metri) e il soggetto di prova era tenuto a camminare su tale pavimento per circa 30 minuti. Dunque, i valori tra 0.1 e 0.4m presenti nel grafico con funzione di densità abbastanza rilevante corrispondono a quei passi effettuati vicino ai bordi superiore e inferiore della passerella, derivanti dall’inversione della camminata.

In Matlab, tramite la funzione “*normplot*” è possibile valutare visivamente se i dati in un vettore X provengono da una popolazione con una distribuzione normale. Applicando tale funzione al vettore contenente le lunghezze di ciascun passo effettuato dal soggetto di prova si ottiene il seguente grafico:

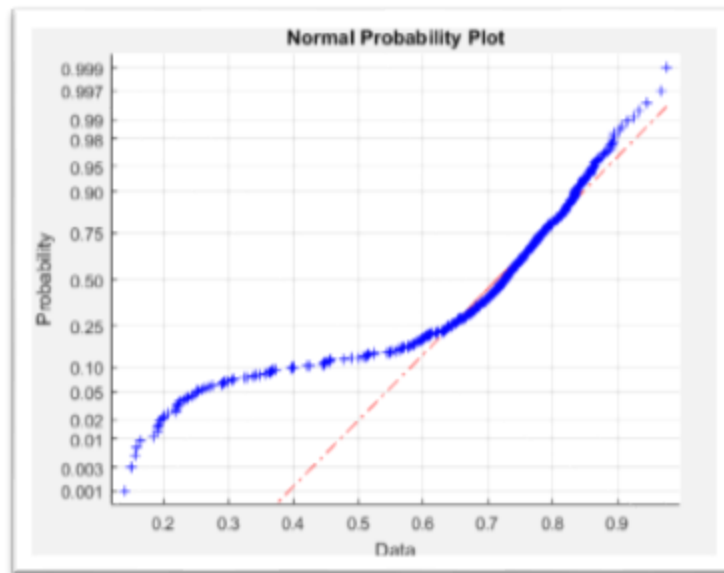


Figura 28_ Percentili sulla lunghezza del passo confrontati con quelli di una distribuzione normale

La funzione “*normplot*” produce il cosiddetto *normal plot*, in cui i percentili derivati empiricamente da un insieme di dati sono messi a confronto con quelli di una distribuzione normale (o gaussiana) con media e varianza uguali a quelle stimate dai dati. In tale grafico un insieme di dati provenienti da una distribuzione normale saranno dunque perfettamente allineati su una retta (la linea rossa della Figura 28).

Nel caso di figura 28 si nota che i valori compresi tra 0.6 e 0.9m circa, seguono una distribuzione normale, al contrario dei valori tra 0.1 e 0.4m che, per l'appunto, corrispondono ai passi effettuati in prossimità dei bordi del pavimento di forza. Questi valori misurati in corrispondenza dei bordi inferiore e superiore della passerella, sono degli “*outliers*”, dove per *outlier* si definisce un dato che sta a distanza superiore a tre deviazioni standard dalla media (o mediana).

Se quindi rappresentiamo l'andamento delle lunghezze del passo, rimuovendo i dati *outliers*, risulta il seguente istogramma:

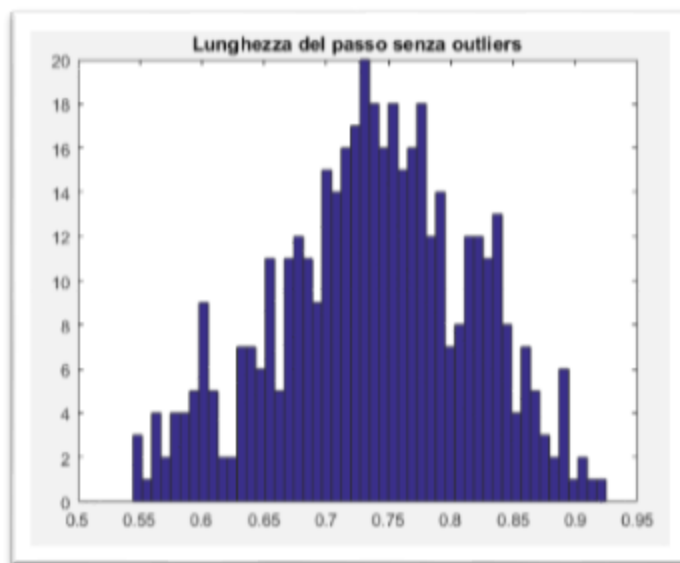


Figura 29_ Andamento della lunghezza del passo senza outliers

Come si può visivamente constatare da figura 29, i dati tra 0.1 e 0.4m vengono giustamente eliminati, poiché considerati frutto di un “errore” causato dalle limitazioni imposte dalla struttura utilizzata per effettuare le misurazioni. Una volta eliminati i dati *outliers* dal vettore contenente le lunghezze del passo si può nuovamente utilizzare la funzione “*normplot*” per capire se effettivamente i dati residui provengono da una popolazione con una distribuzione normale. Si ottiene il seguente grafico (figura 30) che appunto conferma quanto ci si aspettava:

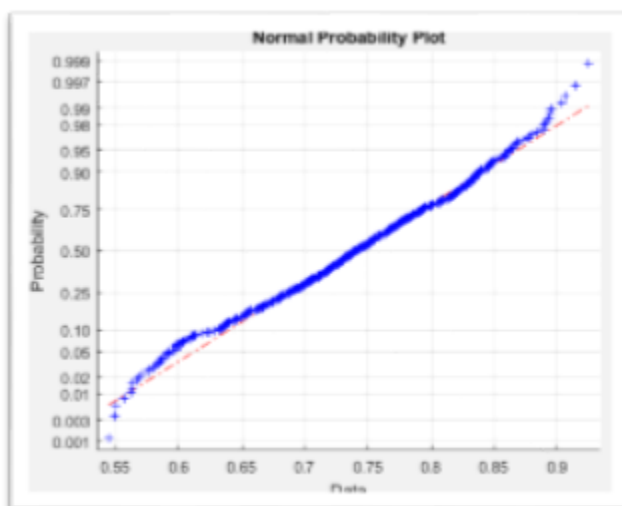


Figura 30_ Percentili sulla lunghezza del passo senza outliers confrontati con quelli di una distribuzione normale (o gaussiana)

5.2.2 Angolo del passo

Analizziamo infine l'andamento della seconda variabile aleatoria in questione, ossia l'angolo del passo θ . Il grafico di figura 31 riportato di seguito, evidenzia un andamento della stessa che segue una distribuzione bimodale, come giustamente ci si dovrebbe attendere dal momento che il passo del piede destro e del piede sinistro imprime una piccola deriva alla camminata in due direzioni speculari (verso destra/verso sinistra). Questo comportamento alternante è rappresentato da una sequenza di angoli $\theta(0), \theta(1), \dots, \theta(k) \dots$ a segni alterni. La condizione che la direzione di marcia sia (quasi) parallela alla lunghezza della passerella (camminatore non ubriaco), sarà assicurata dalla condizione che la media della variabile θ sia approssimativamente nulla. Relativamente al grafico di figura 31, la media è infatti pari a 0,0317.

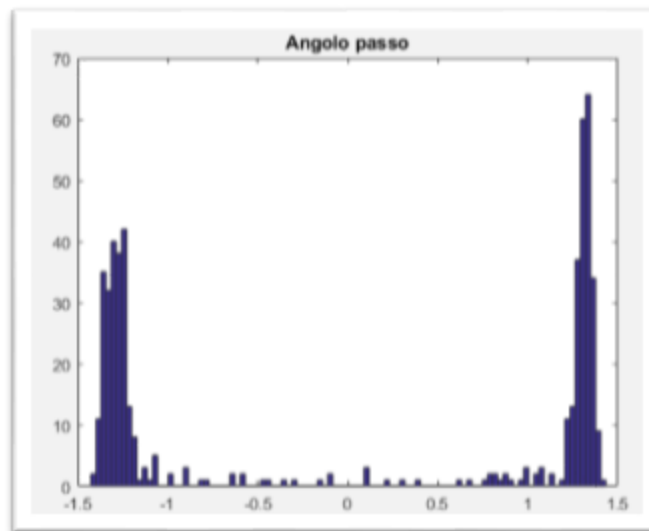


Figura 31_ Andamento angolo del passo relativo a un soggetto di prova

Successivamente valutiamo rispettivamente le funzioni di densità di probabilità condizionate $A(\theta | \theta > 0)$ e $A(\theta | \theta < 0)$ per capire se il loro andamento è approssimabile con una distribuzione gaussiana. In altre parole, condizioniamo la variabile θ ad assumere valori positivi in un caso e valori negativi nell'altro.

I. $A(\theta \mid \theta > 0)$

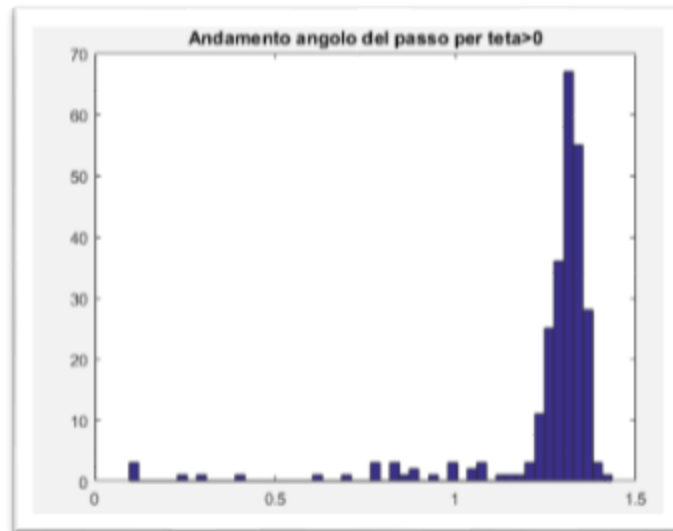


Figura 32_ Andamento angolo del passo per $\theta > 0$

Applichiamo quindi la funzione “*normplot*” a questi valori dell’angolo del passo, ottenendo in tal modo il grafico di figura 33.

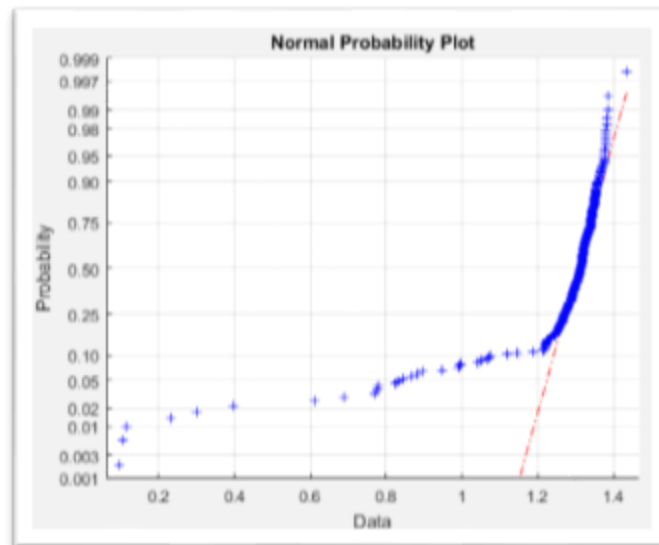


Figura 33_ Percentili angolo del passo per $\theta > 0$ confrontati con quelli di una distribuzione normale

Possiamo dunque appurare che, eccetto i valori di bordo, l’angolo del passo per $\theta > 0$ segue una distribuzione normale o gaussiana. Verifichiamo se ciò vale anche per $\theta < 0$.

II. $A(\theta \mid \theta < 0)$

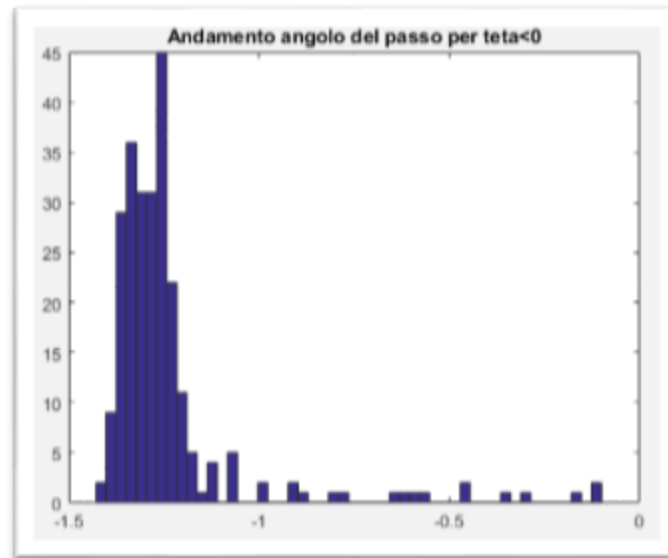


Figura 34_ Andamento angolo del passo per $\theta < 0$

Applicando la funzione “*normplot*” a questa serie di valori dell’angolo $\theta < 0$ (figura 35) si possono trarre le medesime conclusioni del caso precedente con $\theta > 0$.

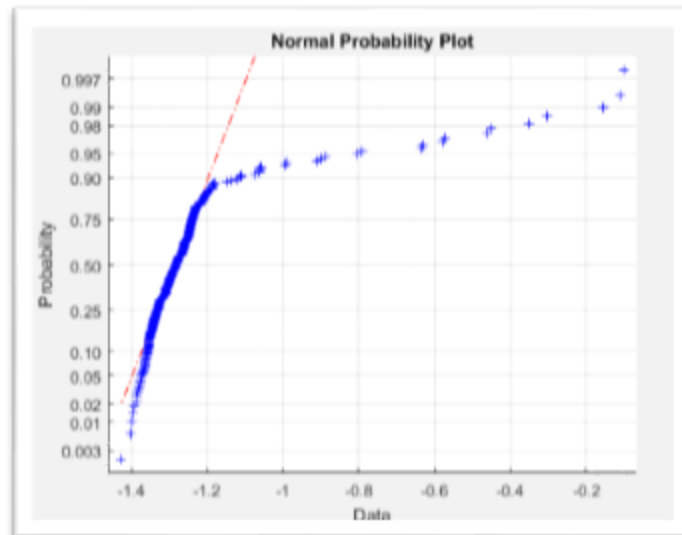


Figura 35_ Percentili angolo del passo per $\theta < 0$ confrontati con quelli di una distribuzione normale

Così come per le lunghezze del passo, anche nel caso degli angoli si può provare ad eliminare gli outliers per vedere se ciò che resta è meglio rappresentato da una distribuzione normale o gaussiana. Se rappresentiamo l'andamento dell'angolo θ per $\theta > 0$ e $\theta < 0$, rimuovendo i dati *outliers*, risultano rispettivamente i due istogrammi (figura 36) di seguito riportati:

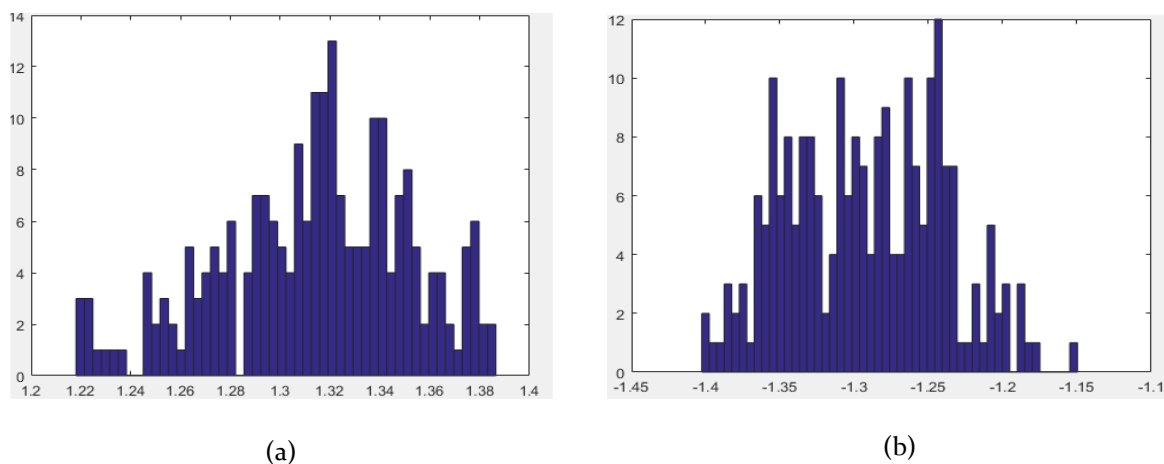


Figura 36_ (a) Andamento dell'angolo per $\theta > 0$ dopo la rimozione dei dati outliers (b) Andamento dell'angolo per $\theta < 0$ dopo la rimozione dei dati outliers

Si può così visivamente verificare che i valori compresi tra 0 e 1.2, nel caso di $\theta > 0$ e compresi tra 0 e -1.1, nel caso di $\theta < 0$, sono stati eliminati, poiché considerati *outliers* e quindi valori devianti. Una volta eliminati tali dati dai vettori contenenti rispettivamente gli angoli del passo per $\theta > 0$ e gli angoli del passo per $\theta < 0$, si può applicare la funzione “*normplot*” per capire, come anzidetto, se i dati residui provengono effettivamente da una popolazione con una distribuzione normale.

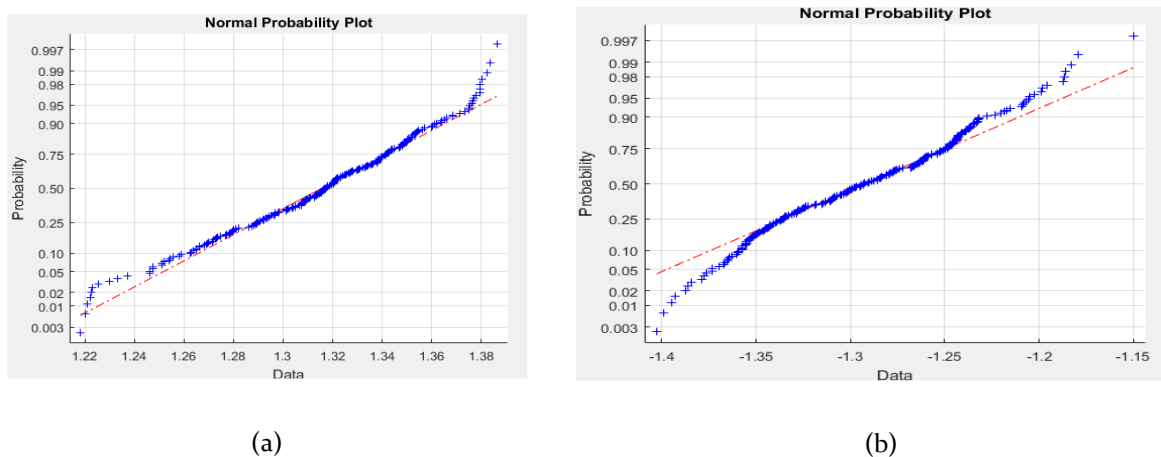


Figura 37_ (a) Percentili angolo del passo per $\theta > 0$ confrontati con quelli di una distribuzione normale (b) Percentili angolo del passo per $\theta < 0$ confrontati con quelli di una distribuzione normale

In entrambi i casi, i dati dell'angolo, dopo l'applicazione della funzione “*eliminaoutliers*” creata in Matlab, hanno ragionevolmente un comportamento gaussiano: la maggior parte dei percentili derivati empiricamente dall'insieme di dati di riferimento (cioè dati relativi a $\theta > 0$ e a $\theta < 0$) sono infatti disposti sulla retta rossa.

Di conseguenza, possiamo affermare che, globalmente, la variabile “angolo del passo” non è certamente gaussiana, tuttavia condizionandola ad assumere valori positivi o valori negativi e rimuovendo dati *outliers*, allora questa segue all'incirca una distribuzione normale. Pertanto possiamo descrivere la distribuzione di θ sostanzialmente come la sovrapposizione di due variabili aleatorie normali ciascuna con una propria media e varianza. In particolare, la media e la varianza della distribuzione dell'angolo θ nei due casi sono:

- i) $A(\theta \mid \theta > 0)$ $mean = 1.3139$ e $var = 0.0015$
- ii) $A(\theta \mid \theta < 0)$ $mean = -1.2920$ e $var = 0.0028$

Concludiamo sottolineando che i dati confermano l'assunzione, discussa alla fine della sezione precedente, che la distribuzione degli angoli abbia un andamento non uniforme e tale da mantenere la direzione di marcia coerente con quella della passerella.

5.3 RELAZIONE FORZA DEL PASSO E TEMPO DEL PASSO

Una seconda relazione che è stata identificata in seguito all'analisi dei dati sperimentali, riguarda la correlazione negativa tra le variabili forza e tempo (si veda Appendice 2). In riferimento a quest'ultima variabile, si intende l'intervallo di tempo dato dalla durata del passo. Ragionando in termini di forza scaricata a terra durante ciascun passo, si è infatti ritenuto opportuno considerare il tempo non in termini assoluti, bensì relativo al singolo passo. La negatività della correlazione implica che all'aumentare del tempo tra un passo e il successivo, diminuisce la forza scaricata a terra durante un passo e, viceversa, al diminuire del tempo, aumenta la forza scaricata.

Siamo quindi in presenza di un processo bidimensionale tale per cui una variabile varia in funzione di un'altra. In particolare, si ha una variabile n che identifica il numero di passi effettuati da una persona e un vettore composto da due dati $(\overrightarrow{\Delta t_n}, \overrightarrow{F_n})$ che sostanzialmente corrisponde a un vettore aleatorio in cui Δt_n e F_n sono entrambe variabili aleatorie continue relative all' n -esimo passo. Si ipotizza che la distribuzione di probabilità congiunta di questo vettore aleatorio sia stazionaria, cioè sia uguale per tutti gli n (dunque indipendente da n). Dunque, la funzione di densità di probabilità congiunta è:

$$f(\Delta t, F) \quad \text{con} \quad \Delta t \geq 0, F \geq 0$$

Essendo Δt e F dipendenti tra loro, la funzione di densità di probabilità congiunta, a differenza della relazione precedente, non fattorizza.

È possibile tramite il comando "*histogram2(X,Y,nbins)*" presente su Matlab, crea un grafico ad istogrammi della variabile bidimensionale (X,Y), dove in questo caso X corrisponde al vettore contenente i dati sul tempo e Y al vettore contenente i dati sulla forza. Questo comando restituisce un numero di rettangoli in 3D pari al quadrato di n_{bins} , scelto per coprire l'intervallo di elementi in X e Y, e rivelare la forma sottostante della distribuzione. L'altezza di ciascuna barra 3D indica, in questo caso specifico, il numero di occorrenze di coppie $(\overrightarrow{\Delta t_n}, \overrightarrow{F_n})$ che ricadono in quell'intervallo di valori di tempo e forza. Si ottiene dunque il seguente grafico (figura 38):

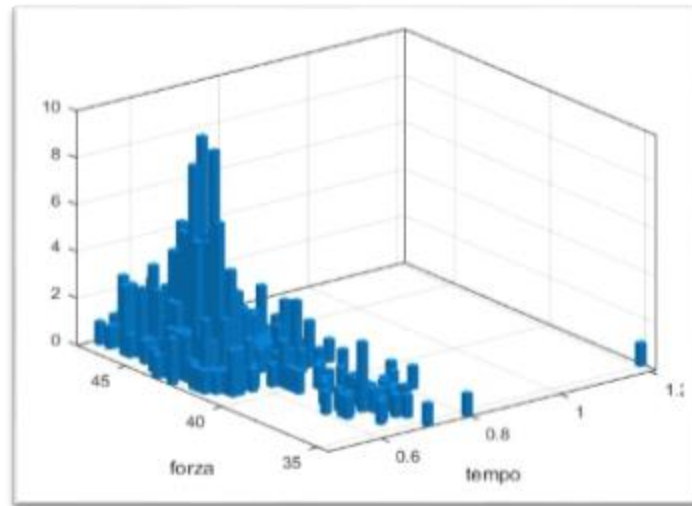


Figura 38_Andamento vettore tempo-forza

Questo plot si può fare applicando colori diversi in modo da evidenziare i vettori aleatori bidimensionali $(\Delta t_n, F_n)$ con più alta densità di probabilità congiunta (fig. 39).

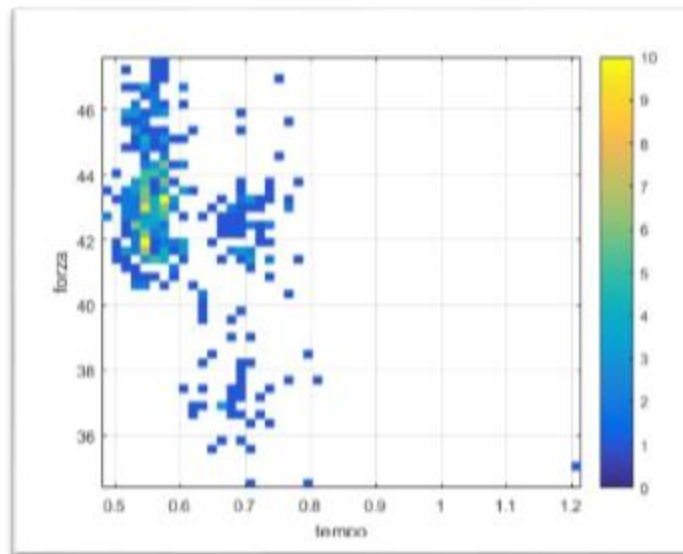


Figura 39_ Andamento vettore tempo-forza con frequenza delle coppie di diversi colori

Come passo successivo, si possono definire le funzioni di densità marginali di ciascuna variabile come segue:

$$f_{\Delta t}(\Delta t) = \int_0^{+\infty} f(\Delta t, F) dF \quad , \quad f_F(F) = \int_0^{+\infty} f(\Delta t, F) d\Delta t$$

Valutiamo pertanto come sono distribuite le variabili aleatorie Δt_n e F_n , l'una indipendentemente dall'altra.

5.3.1 Tempo del passo

Possiamo analizzare la funzione di densità marginale del tempo (inteso come la durata di ciascun passo) analizzando la colonna dei tempi che si ottiene tramite la rielaborazione dei dati sperimentali. Andiamo quindi a rappresentare graficamente la variabile tempo (figura 40):

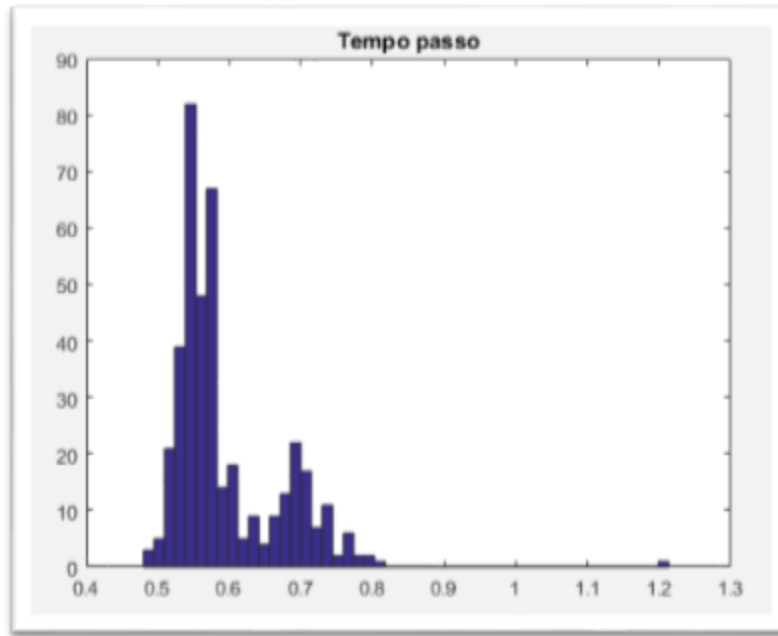


Figura 40_ Andamento della variabile tempo

Il grafico mostra un andamento asimmetrico poiché i dati non sono distribuiti uniformemente su entrambi i lati del picco. In particolare, la media e la varianza di tale distribuzione sono rispettivamente di 0.5948 e 0.0059.

Applichiamo poi la funzione “*normplot*” per capire se tale ipotesi trova conferma o meno:

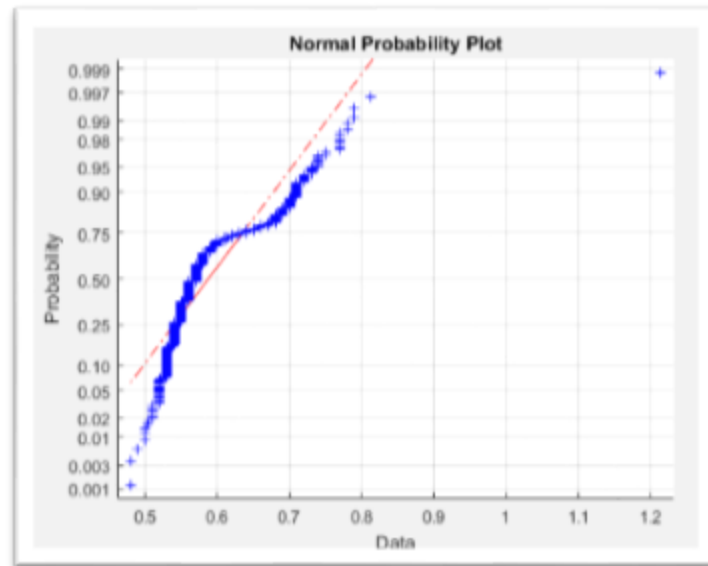


Figura 41_ Percentili sul tempo confrontati con quelli di una distribuzione normale

Il grafico di figura 41 mostra effettivamente che la maggior parte dei dati non sta sulla retta rossa, cioè non proviene da una distribuzione normale. In conclusione, il tempo Δt , durata di un passo, non è distribuito in modo uniforme.

5.3.2 Forza del passo

Analizziamo infine la funzione di densità marginale relativa alla forza indotta durante ciascun passo effettuato dal soggetto di prova. Il grafico di figura 42, evidenzia un andamento di quest'ultima variabile che potrebbe ragionevolmente approssimare quello di una distribuzione normale se non fosse per la presenza della coda di valori tra 0 e 40Kg che risulta essere alquanto evidente.

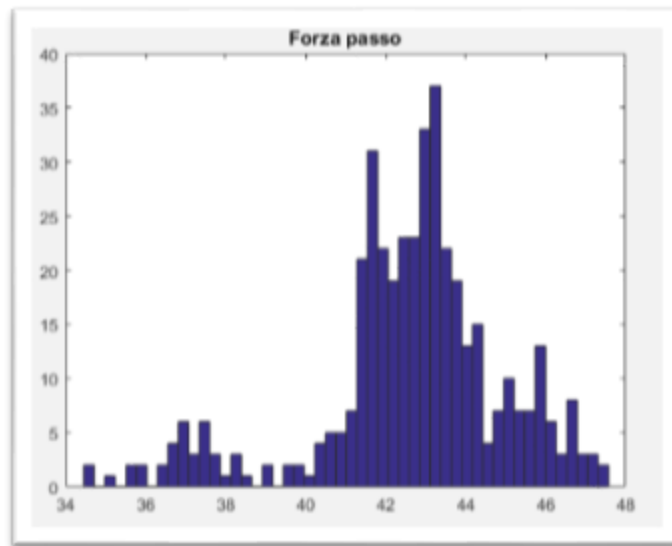


Figura 42_ Andamento della forza

Applichiamo dunque la funzione “*normplot*” per verificare se questo andamento approssima, almeno per i valori centrali, quello di una popolazione con distribuzione normale con media e varianza uguali a quelle stimate dai dati (media e varianza sono rispettivamente di 42.6344 e 5.5919). A differenza della variabile “tempo” in cui si vedeva chiaramente che la maggior parte dei dati era fuori dalla retta rossa che identifica una popolazione con distribuzione normale, in questo caso una parte abbastanza considerevole dei dati giace su tale retta. In particolare, come si può constatare prendendo visione della figura 43, la parte di dati compresi tra 41 e 45Kg all’incirca, segue una distribuzione gaussiana.

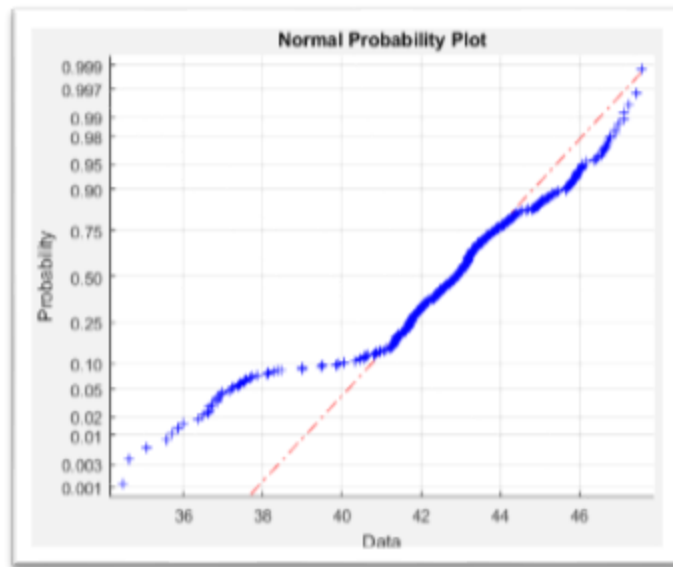


Figura 43_ Percentili sulla forza confrontati con quelli di una distribuzione normale

Si può, dunque, provare ad applicare la funzione “*eliminaoutliers*” per vedere se ciò che resta è meglio rappresentato da una distribuzione normale o gaussiana. Se rappresentiamo l’andamento della forza rimuovendo i dati considerati *outliers*, si ottiene il seguente grafico (figura 44):

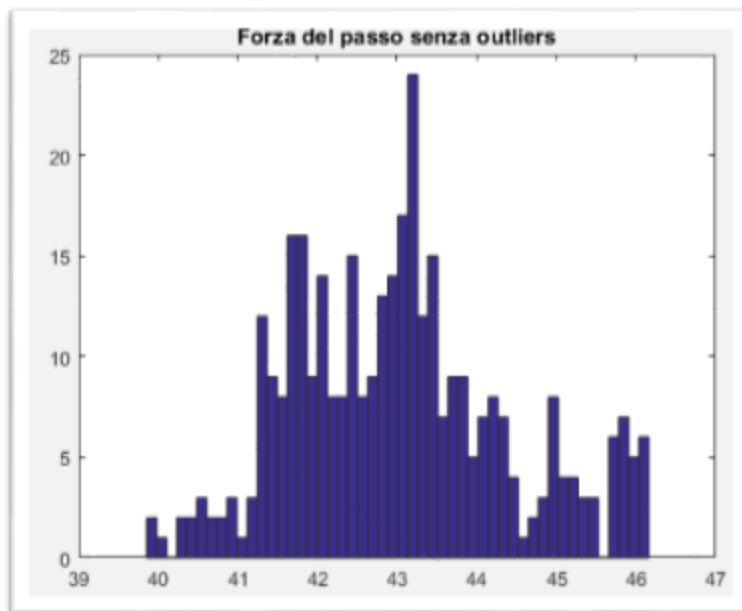


Figura 44_ Andamento della forza indotta senza outliers

Come conseguenza di ciò, si nota che i valori ai bordi, cioè quelli compresi tra 34 e 39 e tra 46,5 e 48 sono stati eliminati, poiché considerati *outliers*. Una volta eliminati

tali dati, si può applicare la funzione “*normplot*” per capire, come detto sopra, se i dati rimanenti seguono meglio una distribuzione normale.

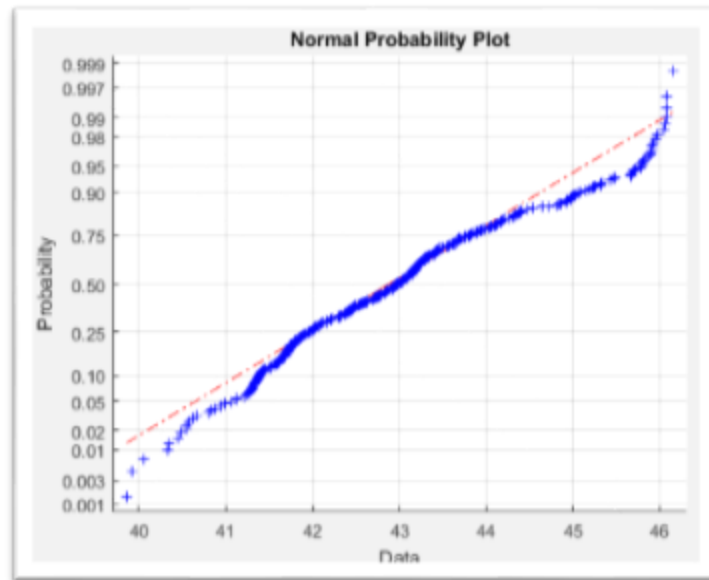


Figura 45_ Andamento della forza confrontato con quello di una distribuzione normale

Alla luce del grafico di figura 45, i dati della forza, privati degli outliers, seguono all'incirca una distribuzione normale: la maggior parte dei percentili derivati empiricamente dai dati relativi alla forza sono infatti disposti sulla retta rossa.

5.4 RELAZIONE TEMPO DEL PASSO E LUNGHEZZA DEL PASSO

L'ultima relazione apprezzabile che è stata individuata in seguito all'analisi dei dati sperimentali, riguarda la correlazione, ancora una volta negativa, tra le variabili lunghezza del passo e tempo (si veda Appendice 2). Pertanto le due variabili si influenzano reciprocamente nel senso che all'aumentare del tempo tra un passo e il successivo, diminuisce la lunghezza del passo e, viceversa, al diminuire del tempo, aumenta la lunghezza del passo. Anche in questo caso siamo in presenza di un processo bidimensionale in cui il vettore aleatorio è composto da due dati $(\overrightarrow{\Delta t_n}, \overrightarrow{l_n})$ in cui Δt_n e l_n sono due variabili aleatorie continue riferite all'n-esimo passo. La funzione di densità di probabilità congiunta è:

$$f(\Delta t, l) \quad \text{con} \quad \Delta t \geq 0, l \geq 0$$

Essendo Δt e l dipendenti tra loro, la funzione di densità di probabilità congiunta non fattorizza. Rappresentiamo quindi l'andamento del vettore aleatorio bidimensionale $(\overrightarrow{\Delta t_n}, \overrightarrow{l_n})$ per cercare di capire quali sono le coppie di valori tempo-lunghezza passo che si presentano con maggior frequenza.

Si ottiene, attraverso il comando "*histogram2()*", il seguente grafico (figura 46):

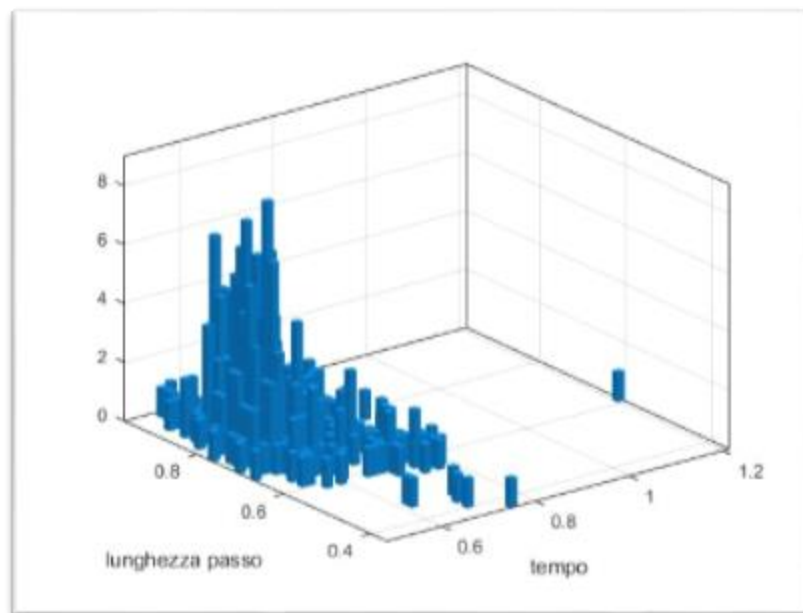


Figura 46_ Andamento vettore tempo-lunghezza passo

Questo plot si può fare applicando colori diversi in modo da evidenziare i vettori aleatori bidimensionali $(\overrightarrow{\Delta t_n}, \overrightarrow{F_n})$ con più alta densità di probabilità congiunta (fig. 47).

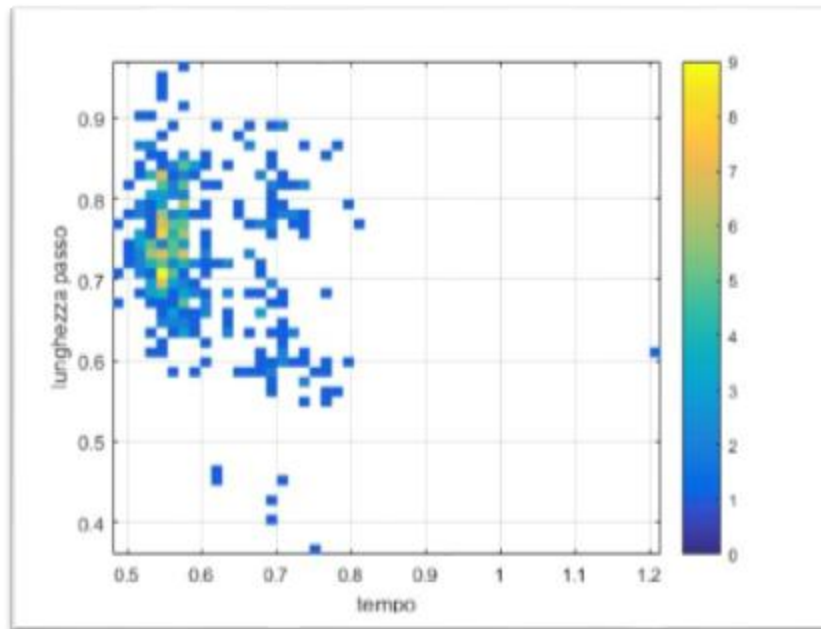


Figura 47_ Andamento vettore tempo-lunghezza passo con frequenza delle coppie di diversi colori

6 Analisi dei dati

In questa sezione, si intende definire le modalità con cui sono state effettuate le misurazioni e con cui, successivamente, sono state rielaborate ai fini della modellazione.

6.1 STRUMENTAZIONE UTILIZZATA

La raccolta dei dati per questa ricerca è stata condotta nel Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari di Modena. Un pavimento di forza dotato di un sistema di sensori è stato utilizzato per registrare le variabili di nostro interesse. In particolare, la struttura utilizzata per effettuare le misurazioni è costituita da dieci piastre, ciascuna di area $1m^2$, in acciaio inossidabile e ricoperte con tappetini impermeabili in materiale sintetico. Le piastre di forza sono state disposte in modo da formare un'area 2×5 per un totale di $10m^2$ di superficie disponibili, come illustrato in figura 48.



Figura 48_ Pavimento di forza utilizzato per effettuare le misurazioni

Sotto ciascuna piastra del pavimento di forza sono state posizionate quattro celle di carico, una in ogni angolo della piastra (figura 49). Successivamente le celle di carico sono state collegate a una centralina la quale, a sua volta, è stata connessa a un computer.



Figura 49_ Celle di carico agli angoli di ciascuna piastra di forza

6.2 SOFTWARE PER L'ACQUISIZIONE DATI

Il software, installato sul computer, utilizzato per l'acquisizione dei dati, e dunque per il controllo di ciascuna piastra del pavimento di forza, è *Labview*. Questo software di progettazione è pensato appositamente per lo sviluppo di applicazioni di test e misura con accesso rapido ai risultati. In figura 50 è rappresentata l'interfaccia sul computer di acquisizione della misurazione tramite il suddetto software. In tale figura sono evidenziati due box: quello verde contiene i pulsanti necessari ad avviare le piastre, mentre quello rosso mostra i dati acquisiti a intervalli di millisecondi e il grafico delle piastre con la posizione. Affinché i dati registrati siano in forma disaggregata, ossia relativi a ciascun piede, le piastre di destra (indicate in figura con "P2") registrano i dati separatamente da quelle di sinistra (indicate con "P1"). Se entrambi i piedi fossero infatti registrati dagli stessi quattro trasduttori di carico, otterremmo dati in forma aggregata che non permetterebbero di ottenere informazioni riguardo ad esempio la lunghezza e l'angolo del passo.

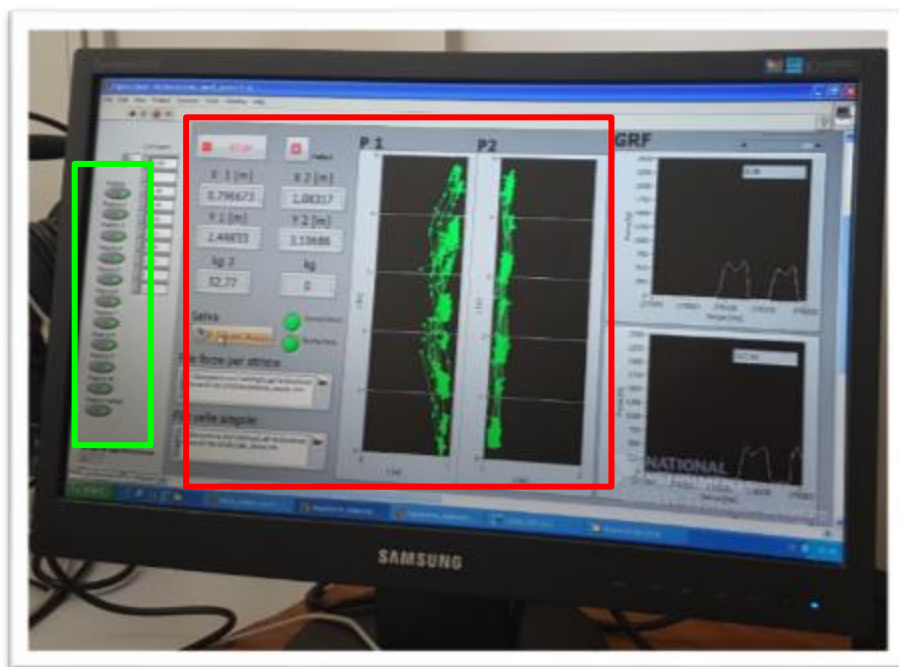


Figura 50_ Interfaccia software Labview

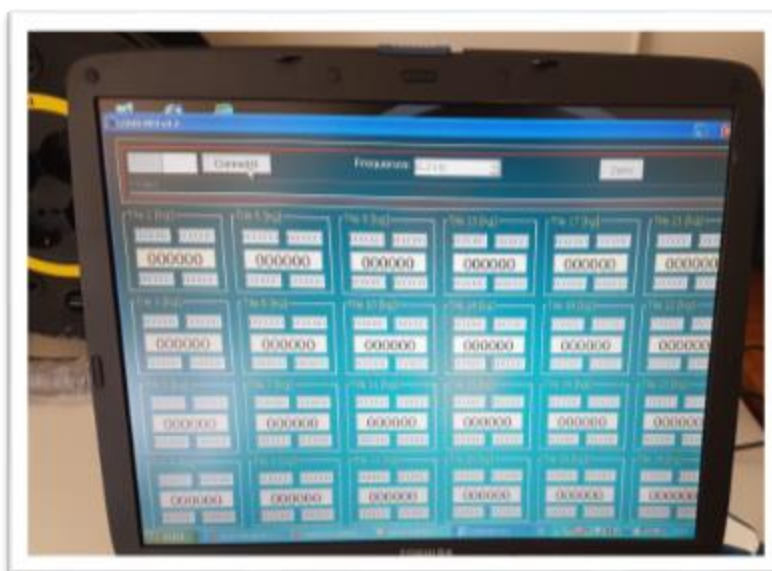


Figura 51_ Interfaccia programma LCDAS

Il software *Labview* produce *file.lvm* che possono essere convertiti in formato *excel*. I dati di *output* contenuti in questi file sono: il tempo, pari ai millisecondi d'intervallo tra un'acquisizione e la successiva (ciò è dipendente dalla frequenza di campionamento, pari a 50Hz, selezionabile sul programma LCDAS la cui interfaccia

è mostrata in figura 51 soprariportata), la forza espressa come il peso in Kg scaricato a terra da ciascun piede (ci sono circa 5kg di scarto dal peso reale), la posizione x e la posizione y , espresse in metri, di ciascun piede rispetto a un sistema di riferimento. Quest'ultimo è rappresentato in figura 52. Da tale immagine si deduce, dunque, che la posizione x del piede può assumere valori compresi nell'intervallo $[0,2]$ mentre la posizione y valori compresi nell'intervallo $[0,5]$.

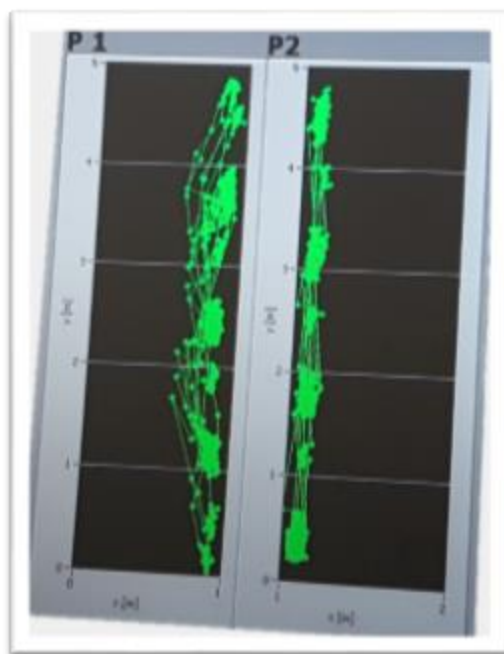


Figura 52_ Sistema di riferimento per identificare la posizione di ciascun piede

6.3 FATTORI CRITICI NELLA RACCOLTA DATI

La raccolta di dati in questo studio è stata condizionata da alcuni fattori, in parte già discussi all'inizio del paragrafo 5, che è opportuno approfondire. Come già detto, i dati relativi alle piastre di destra e alle piastre di sinistra sono stati acquisiti separatamente. Per permettere ciò, la camminata di ciascun soggetto testato è stata "guidata" a cavallo della linea di mezzzeria del pavimento (quindi intorno a $x = 1m$). In secondo luogo, bisogna sottolineare che le piastre del pavimento di forza potevano produrre rumore durante la registrazione dei dati a causa della loro estrema sensibilità. Il software *Labview* mostrava infatti piccole variazioni della forza indotta su talune piastre laddove non sarebbero dovute esserci. In terzo luogo, ciò che a noi interessava principalmente era la correlazione tra le variabili tempo (nel senso di durata di un passo), forza scaricata durante un passo, lunghezza e angolo del passo. Ai fini della statistica era dunque necessario avere tanti dati relativi a tante persone prese singolarmente e fatte camminare una alla volta sul pavimento di forza. Essendo questo studio a una fase ancora abbastanza primordiale e necessitando dunque di

ricerche future sempre più elaborate, il numero di soggetti testati è stato limitato a tre. I tre soggetti testati differivano in altezza e, in proporzione all'altezza, di peso. Inoltre al variare della velocità, come è noto dalla letteratura, cambia la forma del passo, per cui è stato utilizzato un metronomo per ottenere delle storie temporali del passo a cadenza fissa.

6.4 RIELABORAZIONE DATI

I dati registrati tramite *Labview* sono stati successivamente rielaborati tramite la creazione di un programma implementato in Matlab. Per ogni soggetto testato sono state fatte due acquisizioni, ciascuna della durata di 15 minuti circa. I dati relativi a ciascuna acquisizione, salvati in file di tipo “.lvm”, sono poi stati convertiti in file “.xlsx” per essere infine manipolati su Matlab. Di seguito è riportato il codice sviluppato commentato:

```
clear all

x=xlsread('ProvalJessica');
isx=find(x(:,4)==0 & x(:,5)==0); %posizione x e y del piede su piastre
sx
idx=find(x(:,7)==0 & x(:,8)==0); %posizione x e y del piede su piastre
dx
iforzadx=find(x(:,6)<5); % forza registrata su piastre di dx anche se
                        %la persona non cammina
iforzasx=find(x(:,3)<5); % forza registrata su piastre di sx anche
                        % se la persona non cammina

%azzerare tutte le righe della matrice con dati inutili(forza<5Kg) o a
zero
x(isx,3)=0;
x(idx,6)=0;
x(iforzadx,6)=0;
x(iforzadx,7)=0;
x(iforzadx,8)=0;
x(iforzasx,3)=0;
x(iforzasx,4)=0;
x(iforzasx,5)=0;

i1=find(x(:,4)~=0 | x(:,7)~=0); %elimino righe con dati di entrambi i
piedi (1° approssimazione)
y=x(i1,[1,3:8]); %tolgo la colonna 2 che è un contatore (numero di
acquisizioni che dipende dalla frequenza di campionamento scelta (50Hz)

i2=find((y(:,3)~=0 & y(:,6)~=0) | (y(:,3)==0 & y(:,6)~=0));
z=y(i2,:); %z è la nuova matrice in cui ho blocchi con dati solo per
piastre dx o dati relativi alle sole piastre sx senza sovrapposizioni
clear x
clear y

%variabili necessarie per il calcolo della media dei dati
%di ciascun blocco di dx o sx
```



```

iniziobdx=zeros(500,1); %500 è il numero massimo di blocchi di destra
iniziobsx=zeros(500,1); %500 è il numero massimo di blocchi di sinistra
finebdx=zeros(500,1);
finebsx=zeros(500,1);
pos=zeros(500,1);
v=zeros(500,7);

jbdx=0; jbsx=0; ib=0;

if (z(1,5)~=0) %se nella prima riga di z ho la x di piastra dx diversa
    % da 0 allora lì inizia il primo blocco
    jbdx=jbdx+1;ib=ib+1;
    pos=+1; %cioè primo passo fatto dal piede su piastra dx
    iniziobdx(jbdx)=1;
end
if (z(1,2)~=0)%se nella prima riga di z ho la x di piastra sx diversa
    %diversa da 0 allora lì inizia il primo blocco
    jbsx=jbsx+1;ib=ib+1;
    pos=-1; %cioè primo passo fatto dal piede su piastra sx
    iniziobsx(jbsx)=1;
end

%trovo dove finisce ciascun blocco di dati
for i=2:length(z)
    if (z(i-1,5)==0 && z(i,5)~=0)
        jbdx=jbdx+1;ib=ib+1;
        iniziobdx(jbdx)=i;
    end
    if (z(i-1,5)~=0 && z(i,5)==0)
        finebdx(jbdx)=i-1;
    end

    if (z(i-1,2)==0 && z(i,2)~=0)
        jbsx=jbsx+1;ib=ib+1;
        iniziobsx(jbsx)=i;
    end
    if (z(i-1,2)~=0 && z(i,2)==0)
        finebsx(jbsx)=i-1;
    end
end
if (finebdx(jbdx)==0)
    finebdx(jbdx)=length(z);
end
if (finebsx(jbsx)==0)
    finebsx(jbsx)=length(z);
end

%calcolo la media dei dati contenuti in ciascun blocco
ipos=pos;
jbdx=0;jbsx=0;
for ii=1:ib
    if (ipos==+1) % blocco di destra
        jbdx=jbdx+1;
        v(ii,1)=mean(z(iniziobdx(jbdx):finebdx(jbdx),1)); %media di tempo
    end
end

```

```

%      v(ii,2:4)=0;
      v(ii,5:7)=mean(z(iniziobdx(jbdx):finebdx(jbdx),5:7));%media di
forza, x e y di dx
    end
    if (ipos==-1) % blocco di sinsitra
        jbsx=jbsx+1;
        v(ii,1)=mean(z(iniziobsx(jbsx):finebsx(jbsx),1));%media di tempo
    %      v(ii,5:7)=0;
        v(ii,2:4)=mean(z(iniziobsx(jbsx):finebsx(jbsx),2:4));%media di
forza, x e y di sx
    end
    ipos=-ipos;
end
i3=find(~(v(:,1)==0 & v(:,2)==0 & v(:,3)==0 & v(:,4)==0 & v(:,5)==0 &
v(:,6)==0 & v(:,7)==0));
b=v(i3,:); %tolgo le righe tutte a zero
fid2=fopen('mediedati_jessical','w'); %creo un file di lettura con la
matrice b
fprintf(fid2, '%g %g %g %g %g %g %g\n',b');

fine=length(b);
datistep=zeros(fine,2); %datistep ha tante righe quante b e 2 colonne (x
e y)

if (pos==+1) %piede sulla piastra dx
    sdx=1;
    ssx=2;
    datistep(sdx:2:fine,1:2)=b(sdx:2:fine,6:7);
    datistep(ssx:2:fine,1:2)=b(ssx:2:fine,3:4);
end

if (pos==-1) %piede sulla piastra sx
    sdx=2;
    ssx=1;
    datistep(sdx:2:fine,1:2)=b(sdx:2:fine,6:7);
    datistep(ssx:2:fine,1:2)=b(ssx:2:fine,3:4);
end
%calcolo l'angolo e la lunghezza di ciascun passo
diffstep=diff(datistep);
lstep=diffstep.^2;
lungstep=sqrt(lstep(:,1)+lstep(:,2));
angolo=atan(diffstep(:,2)./diffstep(:,1));

%rappresento l'andamento di lunghezza del passo e angolo del passo
figure(1)
hist(lungstep,50)
title('Lunghezza passo')
figure(2)
hist(angolo,100)
title('Angolo passo')

%confronto l'andamento di lunghezza del passo con distribuzione normale

```

```

figure(3)
normplot(lungstep)
figure(4)
Y = eliminaoutliers(lungstep);
%elimina gli outliers del vettore X, cioè i dati a distanza maggiore di
3
%deviazioni standard dalla mediana
hist(Y,50)
title('Lunghezza del passo senza outliers')
figure(5)
normplot(Y)

i5=find(angolo(:,1)<0);
angolo2=angolo(i5,:);
figure(6) %guardo la distribuzione dell'angolo da 0 in giù
hist(angolo2,50)
title('Angolo del passo per teta<0')
i6=find(angolo(:,1)>0);
angolo3=angolo(i6,:);
figure(7) %guardo la distribuzione dell'angolo da 0 in su
hist(angolo3,50)
title('Angolo del passo per teta>0')
figure(8)
normplot(angolo2)
figure(9)
normplot(angolo3)

K = eliminaoutliers(angolo2);
figure(10)
hist(K,50)
figure(11)
normplot(K)

J = eliminaoutliers(angolo3);
figure(12)
hist(J,50)
figure(13)
normplot(J)

mean(lungstep)
mean(angolo)

datiforza=zeros(fine,1); %creo il vettore con i dati relativi alla forza
if (pos==+1)
    sdx=1;
    ssx=2;
    datiforza(sdx:2:fine)=b(sdx:2:fine,5);
    datiforza(ssx:2:fine)=b(ssx:2:fine,2);
end

if (pos== -1)

```

```

        sdx=2;
        ssx=1;
        datiforza(sdx:2:fine)=b(sdx:2:fine,5);
        datiforza(ssx:2:fine)=b(ssx:2:fine,2);
    end

    %creo la matrice daticorrelati con durata passo, forza passo, lunghezza
    %passo e angolo passo per vedere quali variabili sono tra loro correlate
    difftempo=diff(b(:,1)); %calcolo il tempo relativo a ciascun passo
    l1=length(difftempo);
    l2=length(datiforza);
    l3=length(lungstep);
    l4=length(angolo);
    lmin = min([l1,l2,l3,l4]);
    daticorrelati
    =[difftempo(1:lmin),datiforza(1:lmin),lungstep(1:lmin),angolo(1:lmin)];

i4=find(daticorrelati(:,1)<2);
%tolgo righe con tempo relativo superiore a 2secondi perché tra una
camminata sulla passerella e la successiva il soggetto di prova
attendeva 10 secondi per non mandare in confusione il software
daticorr=daticorrelati(i4,:);

%rappresento l'andamento di forza e tempo e poi li confronto con una
%distribuzione normale rispettivamente
figure(14)
hist(daticorr(:,2),50)
title('Forza passo')
figure(15)
normplot(daticorr(:,2))

figure(16)
S = eliminaoutliers(daticorr(:,2));
%elimina gli outliers del vettore X
hist(S,50)
title('Forza del passo senza outliers')
figure(17)
normplot(S)

figure(18)
hist(daticorr(:,1),50)
title('Tempo passo')
figure(19)
normplot(daticorr(:,1))

mean(daticorr(:,1))
mean(daticorr(:,2))

corrcoef(daticorr) %matrice di correlazione

```

In particolare, la funzione “*eliminaoutliers*”, creata nel file “*eliminaoutliers.m*”, è così definita:

```
function [ Y ] = eliminaoutliers( X )
%elimina gli outliers del vettore X
mediana=median(X);
mad=median(abs(X-mediana));
I=(abs(X-mediana)<3*mad);
Y=X(I);
end
```

La matrice di correlazione che si ottiene implementando il codice sviluppato, permette di fare delle valutazioni in merito alla dipendenza o meno tra le variabili oggetto di questo studio (ossia tempo, forza, lunghezza passo e angolo passo) al fine di sviluppare un modello matematico per la camminata bipede (come presentato al paragrafo 5). A partire dai risultati della matrice di correlazione relativa a ciascuna acquisizione, sono state individuate le relazioni tra le variabili, descritte al paragrafo 5. In particolare, tali relazioni sono state definite in seguito a un coefficiente di correlazione tra le variabili superiore al 20% o a un coefficiente di correlazione inferiore al 10% in almeno i 2/3 delle acquisizioni. I risultati relativi a ciascuna acquisizione registrata sono riportati in Appendice 1 e Appendice 2.

7 Conclusioni

Questo documento ha preso in esame diverse pubblicazioni scientifiche che trattano l'ambito della modellizzazione matematica delle forze dinamiche indotte dalla camminata umana. L'obiettivo, come più volte sottolineato, è quello di evitare spiacevoli fenomeni vibrazionali di passerelle ciclopedonali, che potrebbero creare forti sensazioni di malessere e paura nei soggetti in transito. Si è appurato che l'intera questione è molto complessa e necessita di ricerche continue. Inoltre, negli ultimi anni, in antitesi con la credenza tradizionale, il camminare umano è stato dimostrato essere un processo probabilistico a banda stretta. Pertanto, dopo un'introduzione generale sul processo di deambulazione, si è ritenuto opportuno fare un'analisi statistica dei parametri tipici della camminata bipede. A seguito delle misurazioni effettuate durante questo studio, tre sono state le relazioni considerate rilevanti: non correlazione tra le variabili lunghezza e angolo del passo, correlazione negativa tra forza e tempo del passo e correlazione negativa tra tempo e lunghezza del passo. In sintesi, i risultati sperimentali mostrano che tempo, lunghezza del passo e forza sono legati fra di loro. Lunghezza del passo e tempo di fatto tengono conto della velocità, ed in letteratura è dimostrato che la forza dipende dalla velocità. Di conseguenza, i dati ottenuti sono in accordo a dati sperimentali e modelli già presenti in letteratura. Dunque, il modello ottenuto potrà essere utilizzato come *input* nello studio di stabilità delle passerelle ciclopedonali.

7.1 SVILUPPI FUTURI

Diversi sono i punti suggeriti per la ricerca futura. Innanzitutto i risultati raggiunti con questo studio sono affetti da diverse limitazioni, già ampiamente discusse. Pertanto in futuro sarebbe opportuno superare tali criticità, ad esempio utilizzando, per le misurazioni, strutture pedonali di maggiori dimensioni in modo da consentire ai soggetti testati di compiere più passi ad ogni camminata. Ancora, costituirebbe una buona convalidazione al modello sviluppato, verificare se a velocità variabile le relazioni individuate sussistono ugualmente. Inoltre, analizzando i grafici relativi all'andamento dell'angolo del passo, si nota una certa asimmetria nella distribuzione degli angoli dei passi tra piede destro e piede sinistro. Questo suggerisce il fatto che l'essere umano in quanto tale, dimostra di essere simmetrico solo macroscopicamente e non funzionalmente. Sarebbe opportuno quindi, in presenza di un maggior numero di dati, applicare dei test per valutare se tale asimmetria sia un fatto reale o se semplicemente sia un artefatto. Inoltre, questo studio di ricerca prende in considerazione il singolo pedone che si muove a velocità (approssimativamente) costante. Ai fini della progettazione è necessario però considerare anche il comportamento di gruppi di persone in transito sulla medesima passerella ciclopedonale. Questa tipologia di carico dinamico non è stata studiata molto in passato, specialmente in relazione ai ponti ciclopedonali. Nonostante alcuni tentativi, non esiste ancora un modello di forza di gruppo che sia generalmente accettato. È stato rilevato che un certo grado di sincronizzazione tra le persone

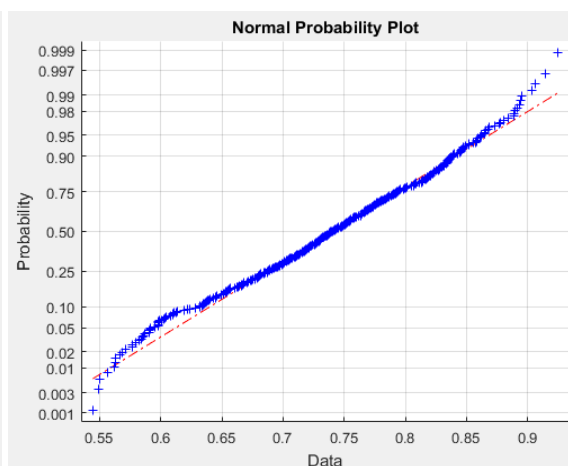
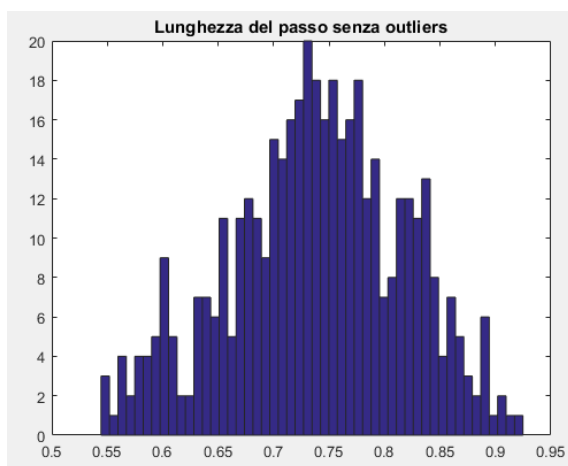
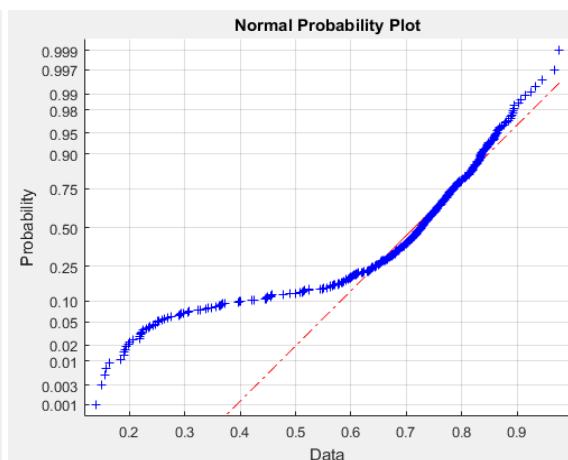
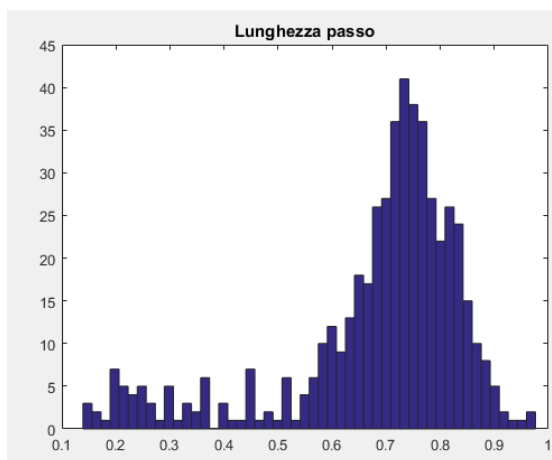
all'interno della folla esiste come conseguenza di diversi fattori tra cui la frequenza naturale della passerella eccitata dalla folla che cammina, l'ampiezza della risposta della passerella, il numero di persone coinvolte e la loro velocità. Per favorire questa ricerca, rendendola più generalizzabile, è necessario quantificare in modo più preciso l'influenza di ciascun parametro in relazione al grado di sincronizzazione della folla. Questa conoscenza costituirà una base stabile, quando si utilizzano i dati raccolti, per analizzare le prestazioni di stabilità della passerella. Ulteriori sforzi dovrebbero essere indirizzati alla definizione di una *best practice* riconosciuta a livello internazionale tale da poter essere utilizzata dalla comunità di progettazione strutturale in tutto il mondo. Infine, a partire dalle tre relazioni individuate attraverso questa ricerca, è necessario proporre un metodo di generazione statistico per la camminata bipede, ossia un algoritmo che vada a sostituire il protocollo sperimentale.

8 Appendici

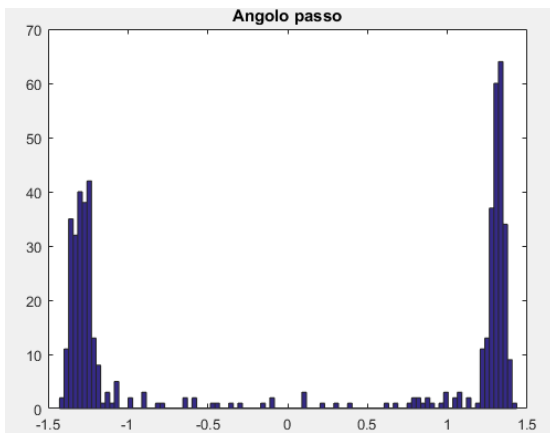
8.1 APPENDICE 1

Dati acquisizione 1 di soggetto A

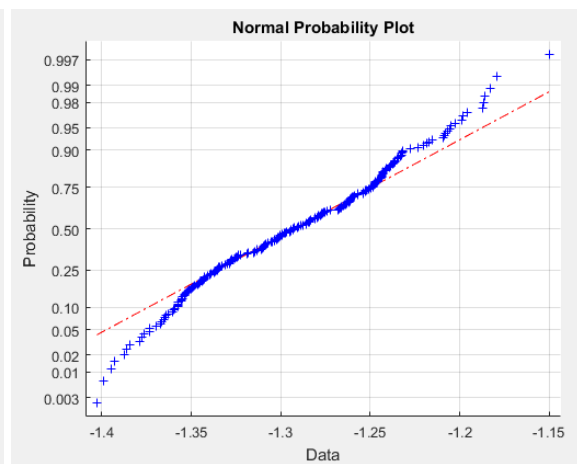
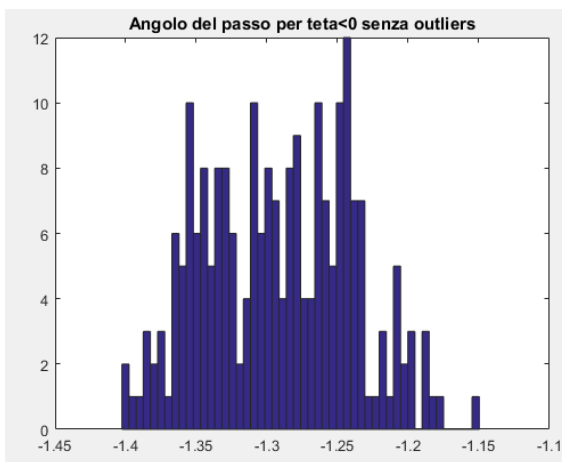
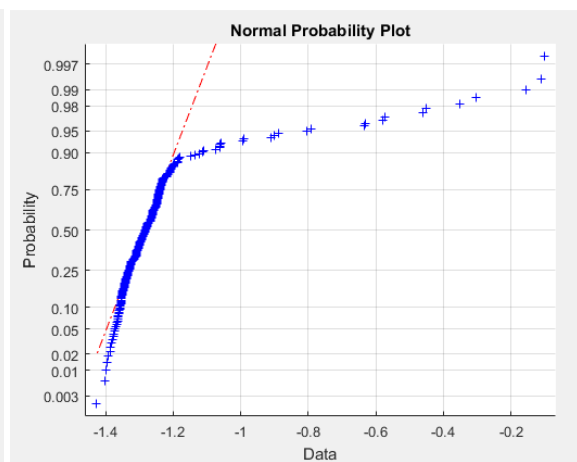
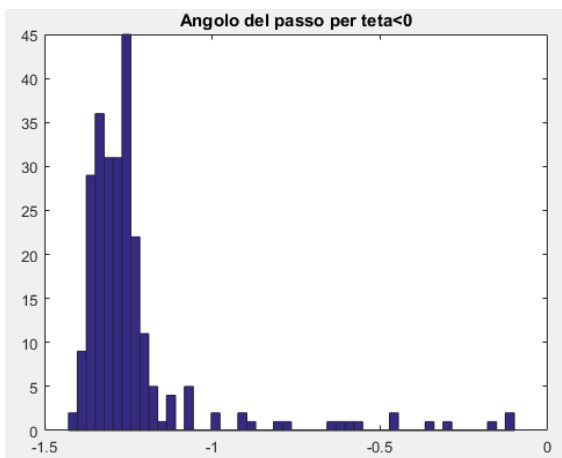
❖ Lunghezza passo



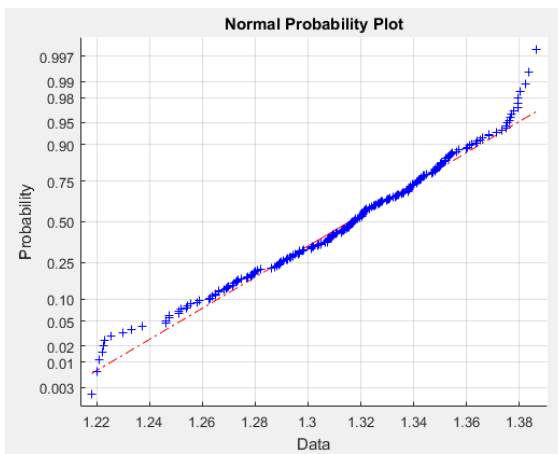
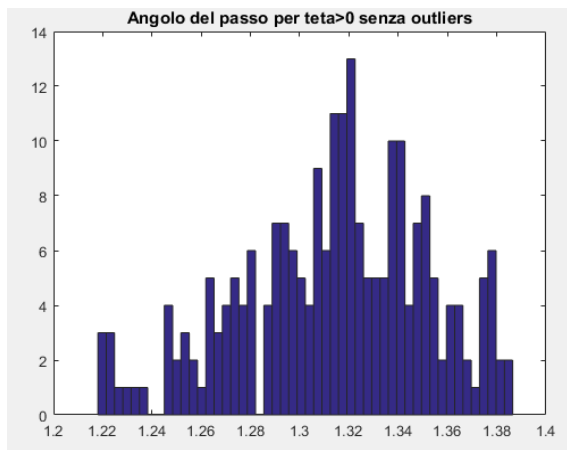
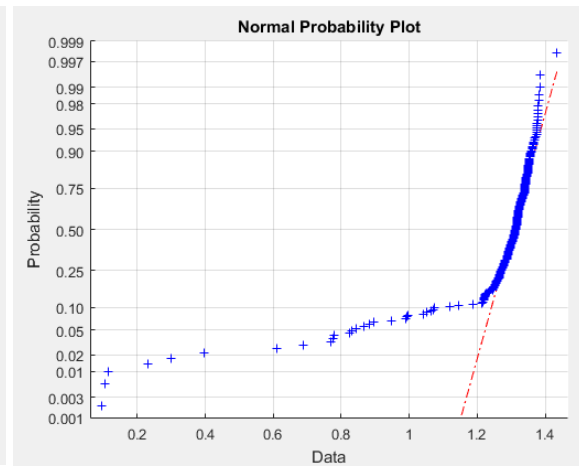
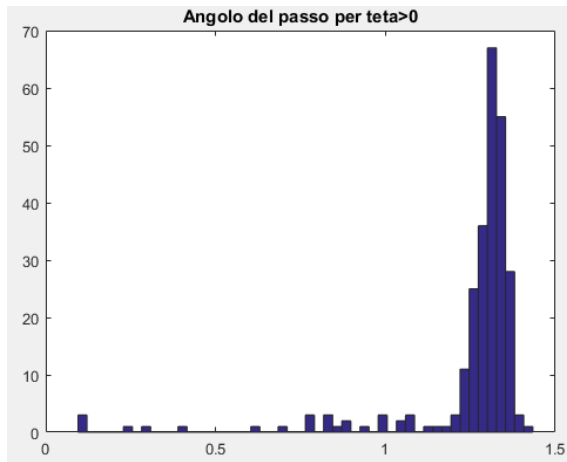
❖ Angolo del passo



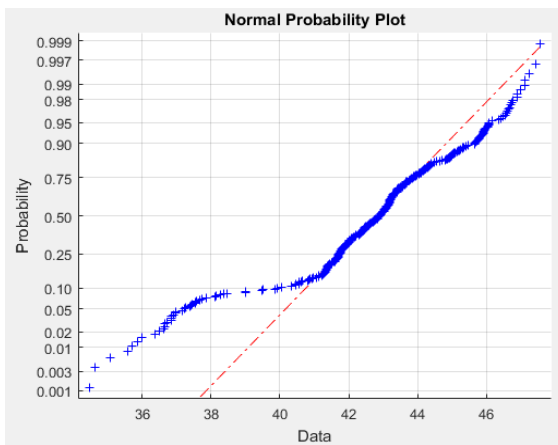
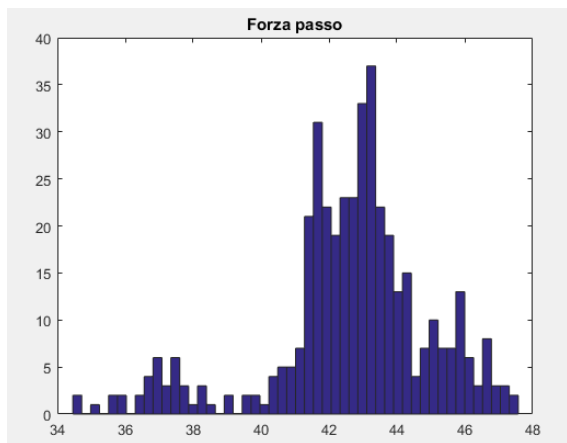
❖ $\theta < 0$

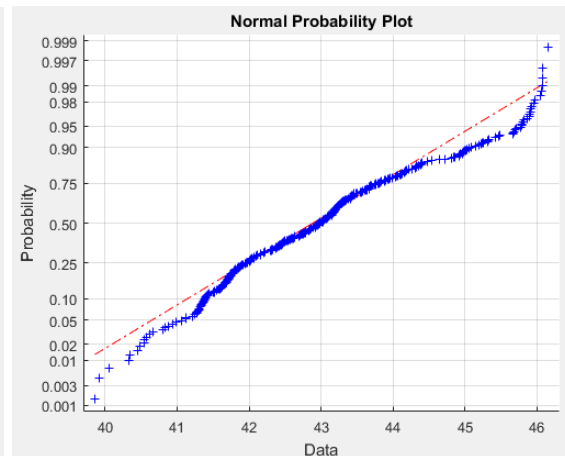
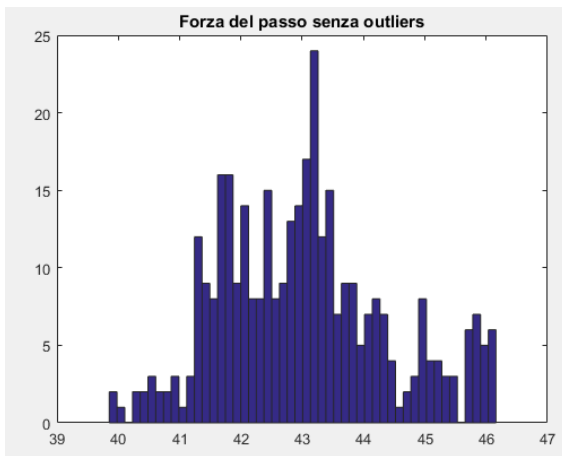


❖ $\theta > 0$

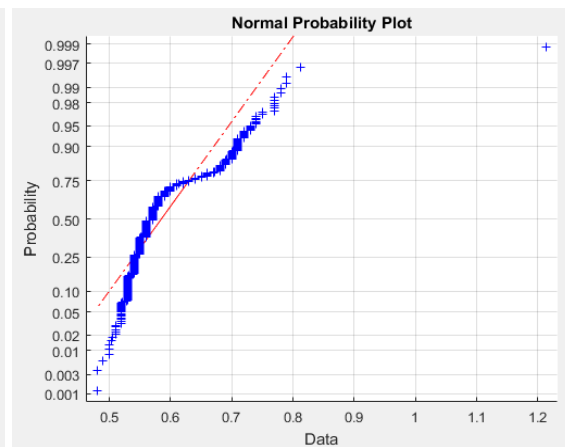
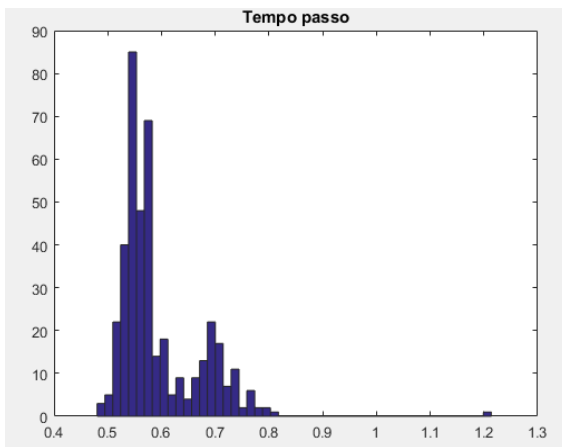


❖ Forza passo



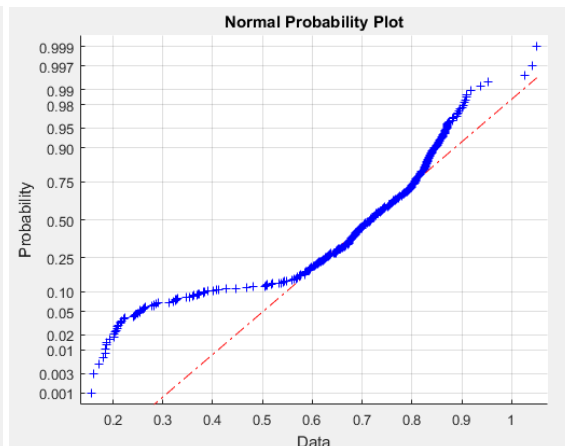
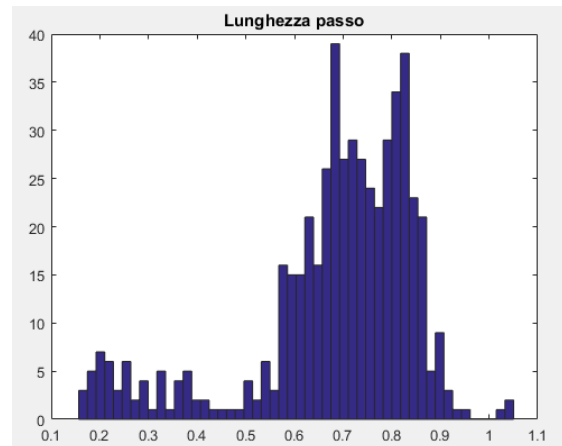


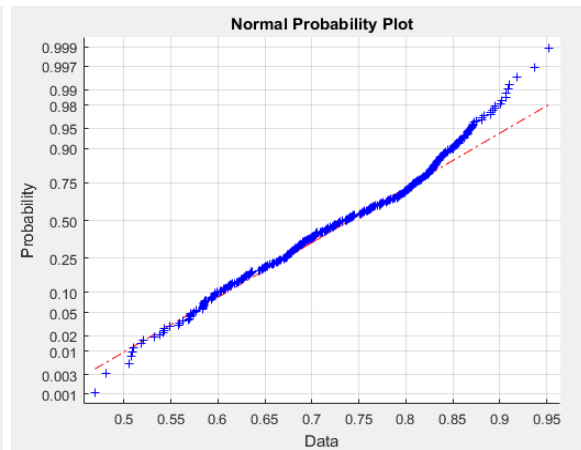
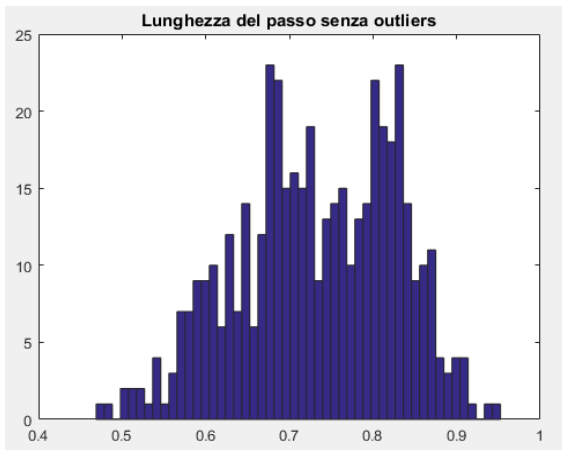
❖ Tempo (durata passo)



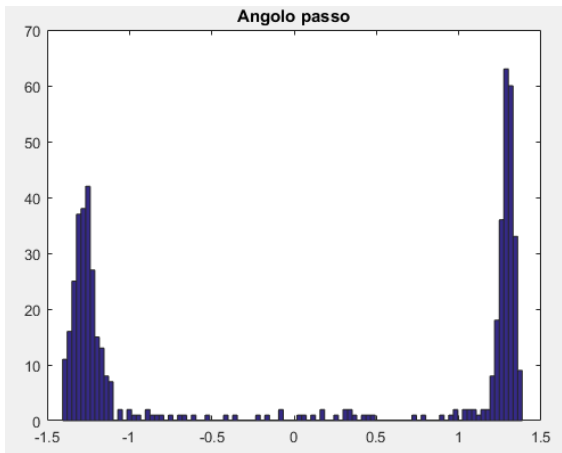
Dati acquisizione 2 di soggetto A

❖ Lunghezza passo

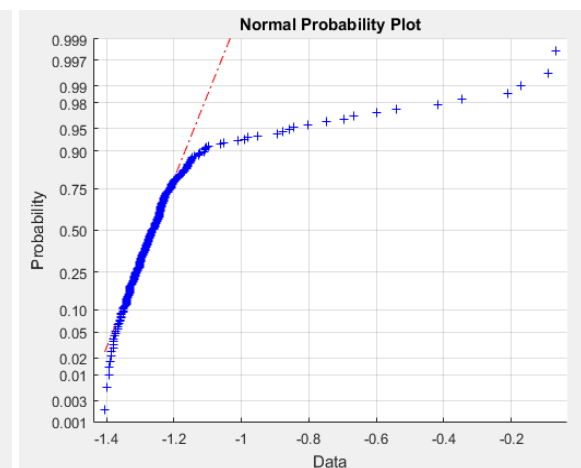
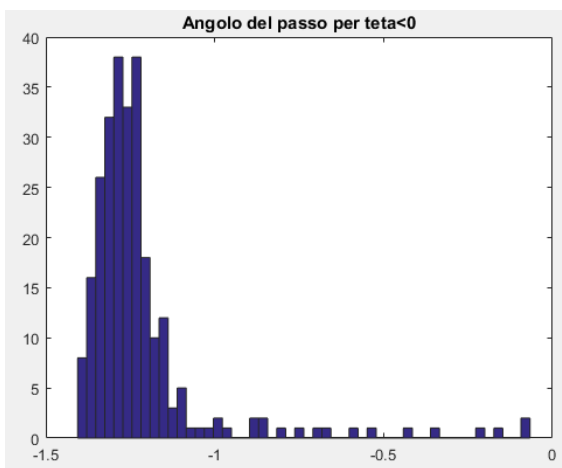


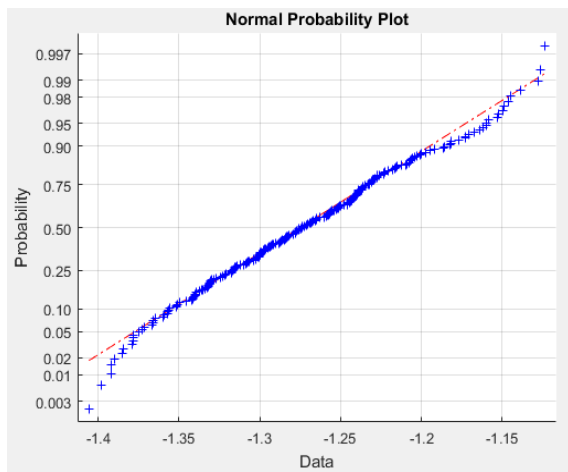
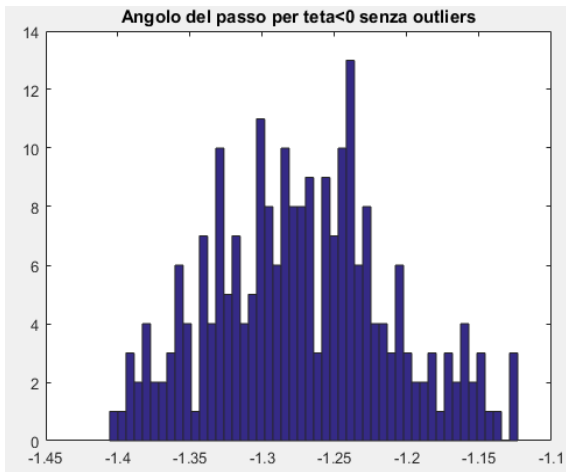


❖ Angolo del passo

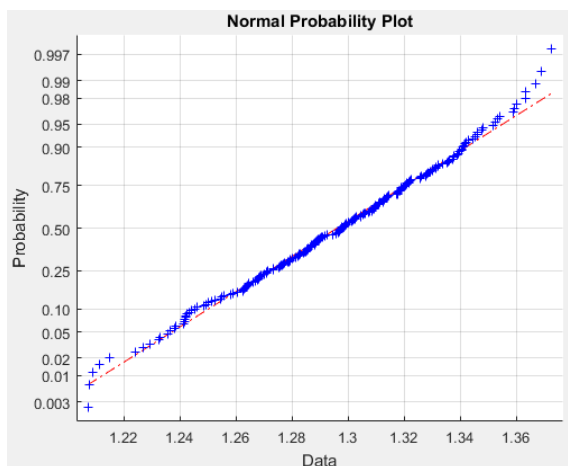
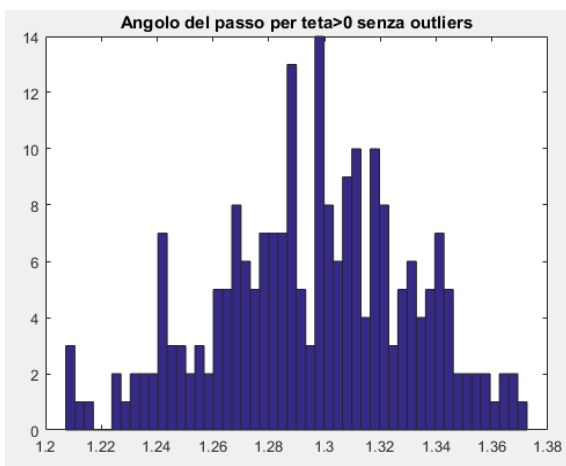
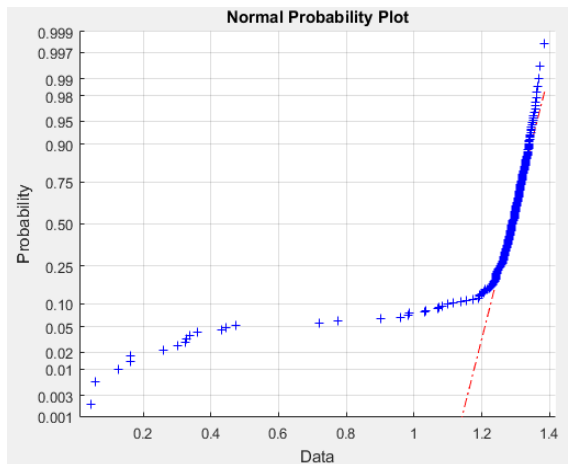
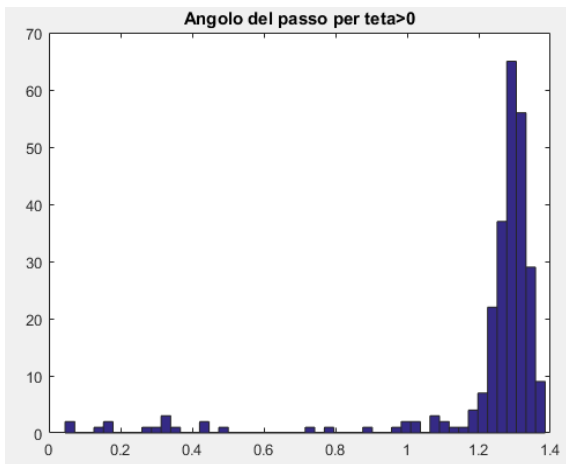


❖ $\theta < 0$

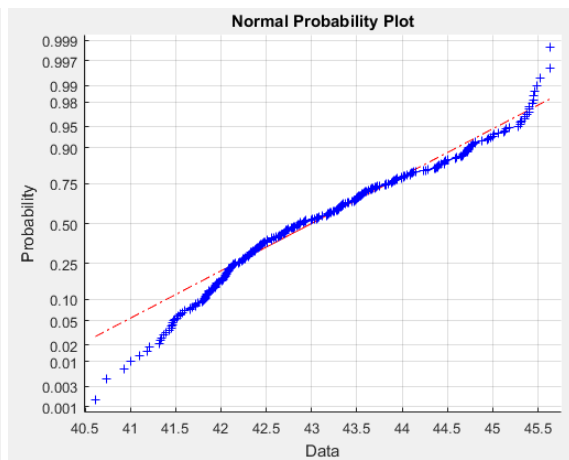
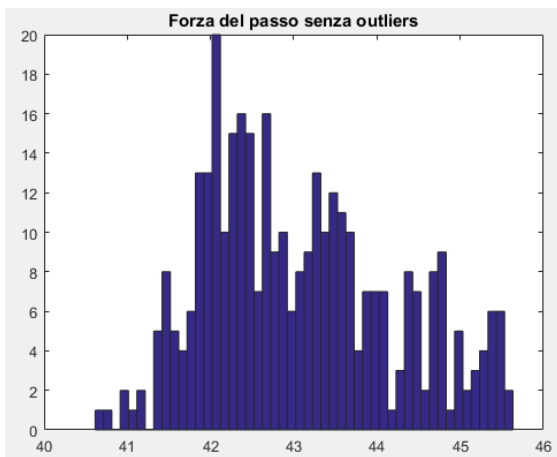
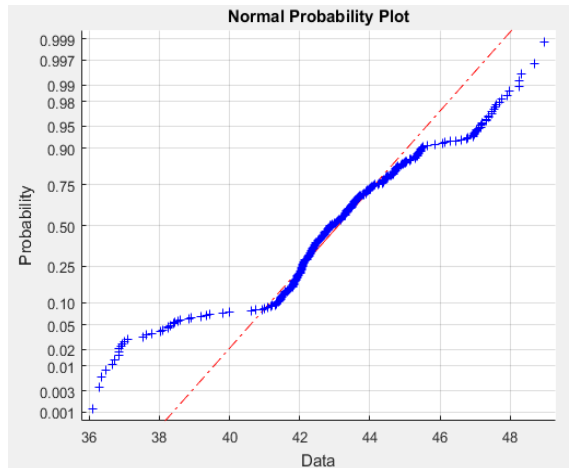
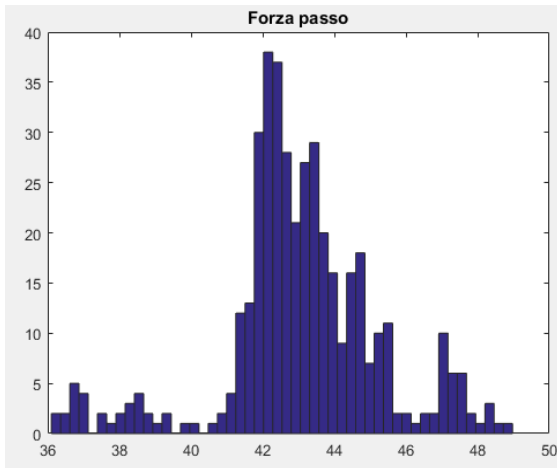




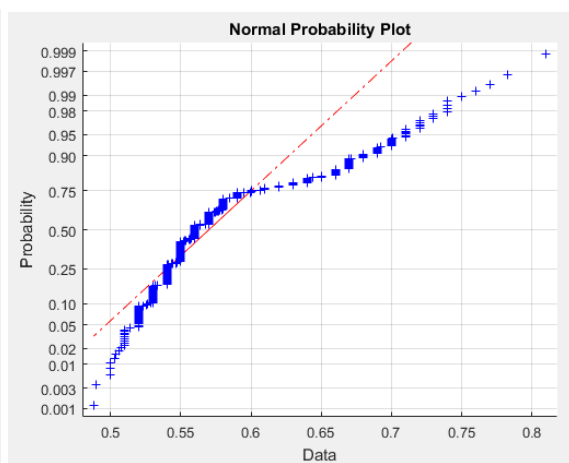
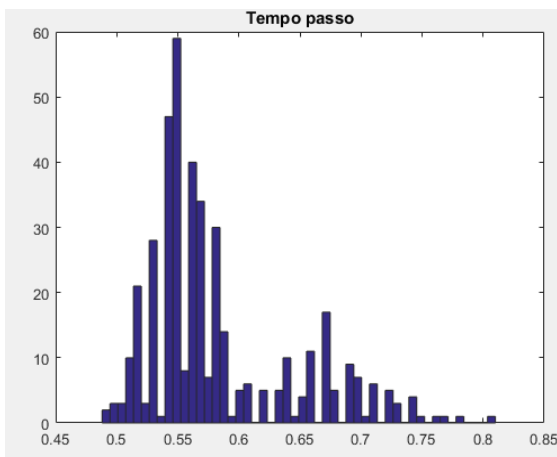
❖ $\theta > 0$



❖ Forza passo

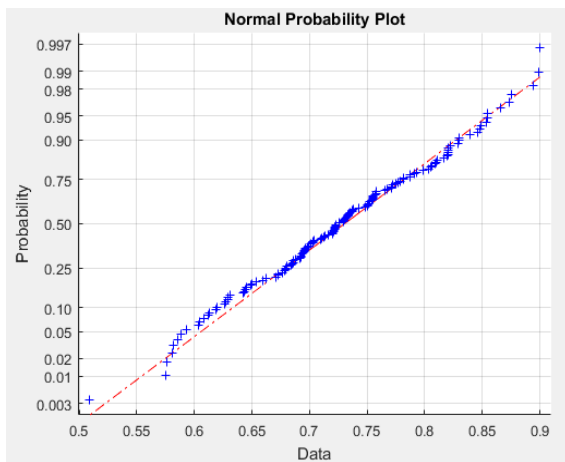
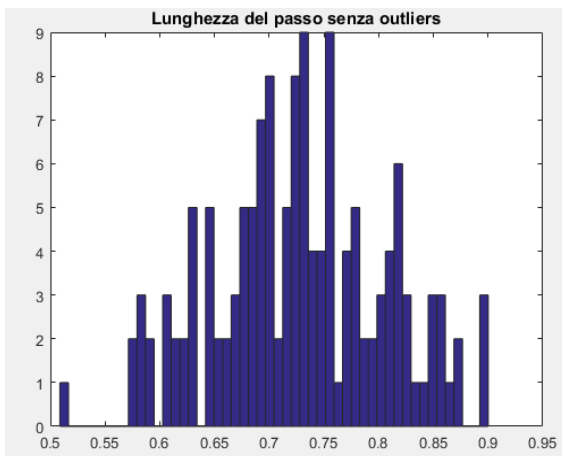
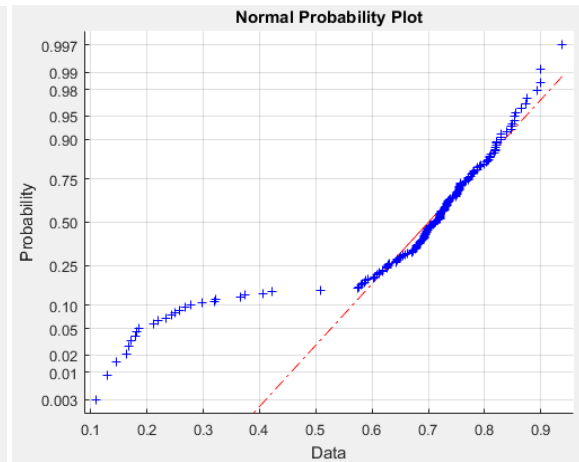
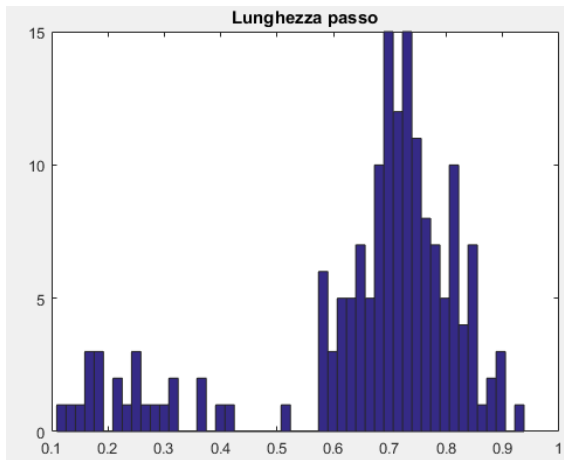


❖ Tempo (durata passo)

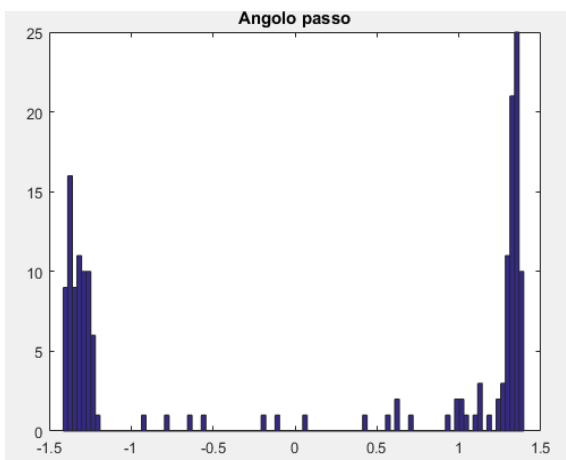


Dati acquisizione 1 di soggetto B

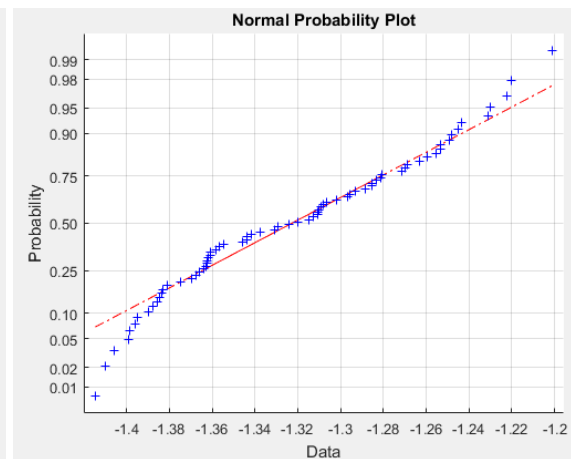
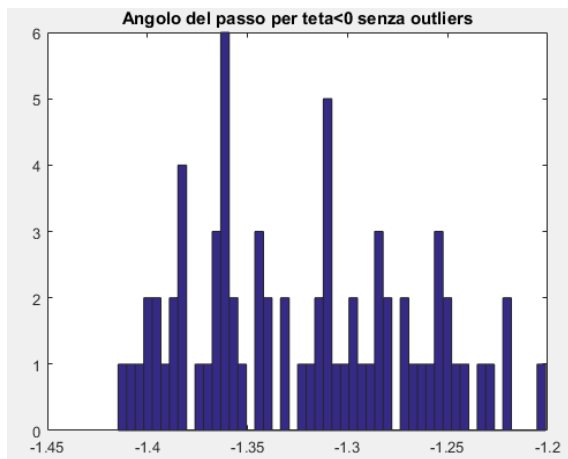
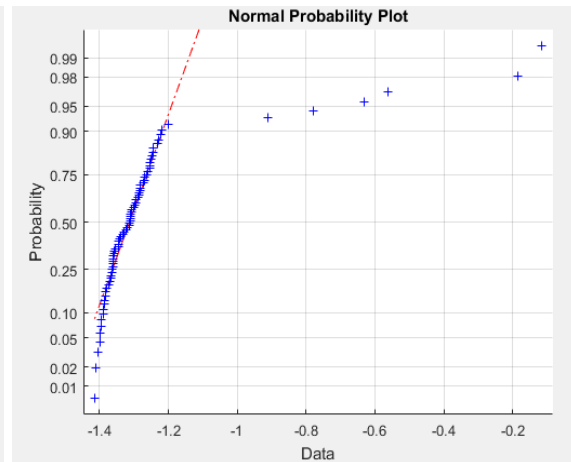
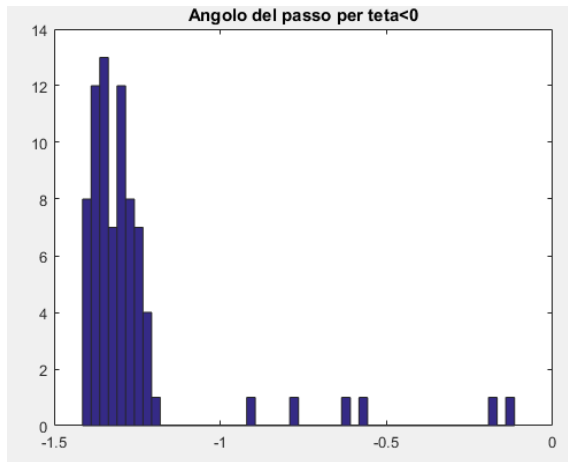
❖ Lunghezza passo



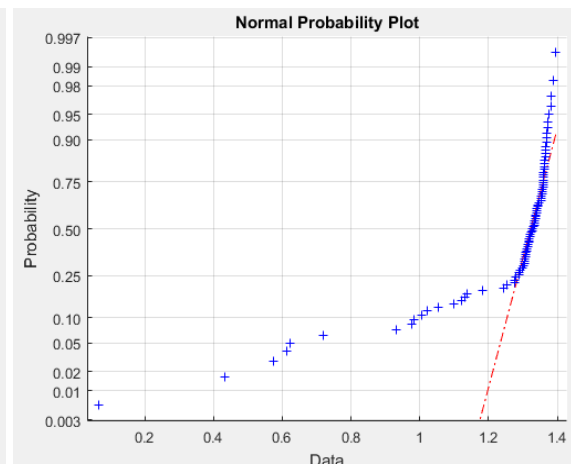
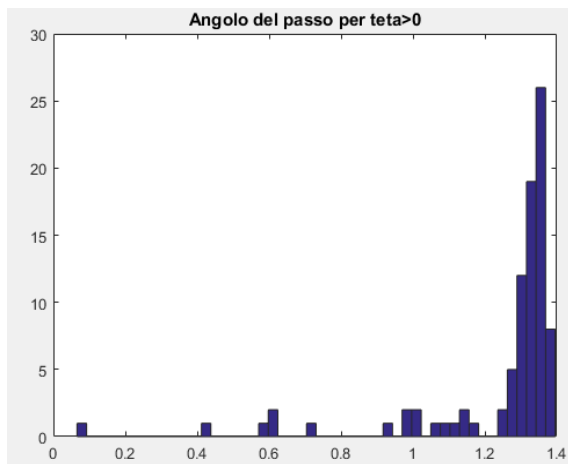
❖ Angolo del passo

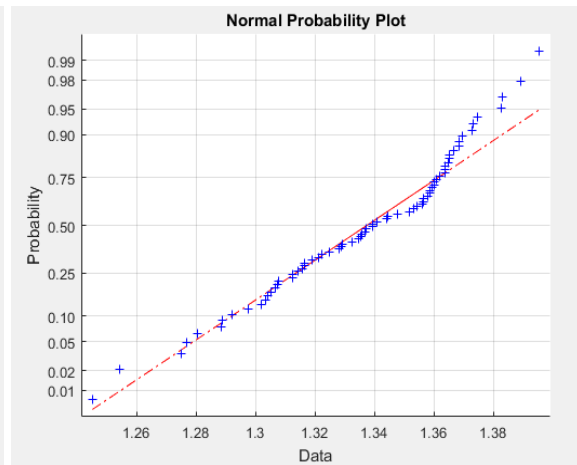
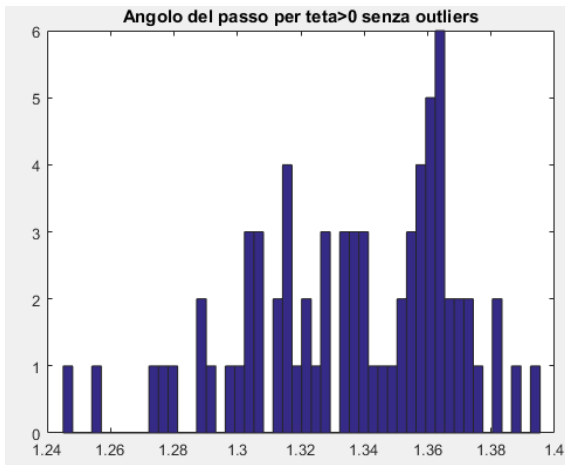


❖ $\theta < 0$

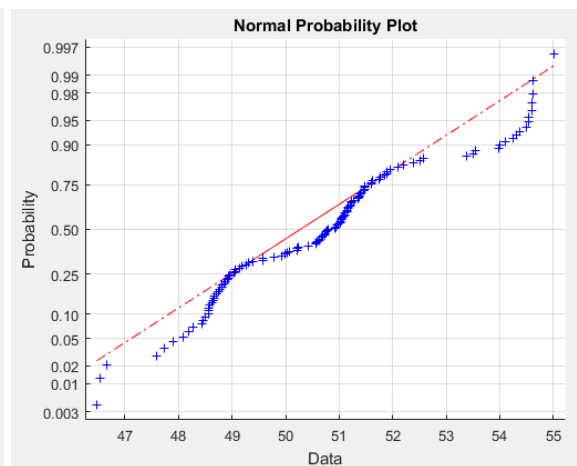
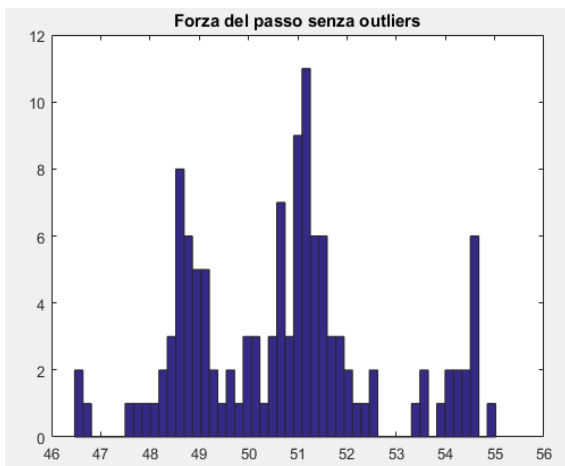
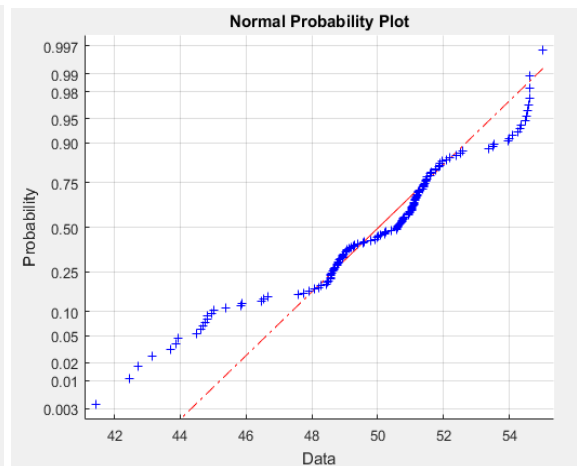
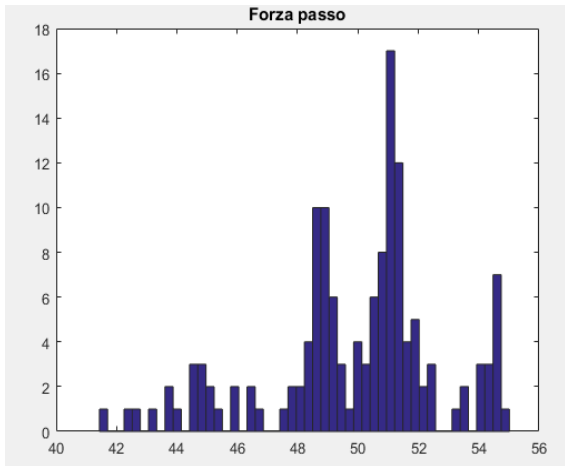


❖ $\theta > 0$

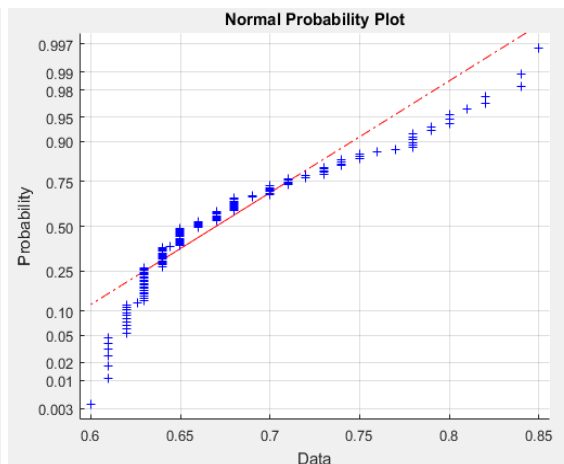
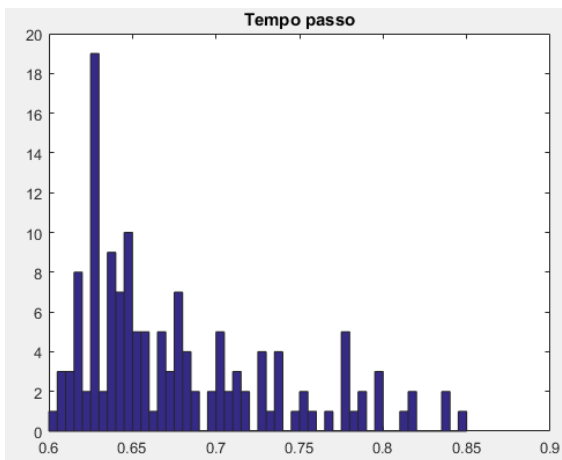




❖ Forza passo

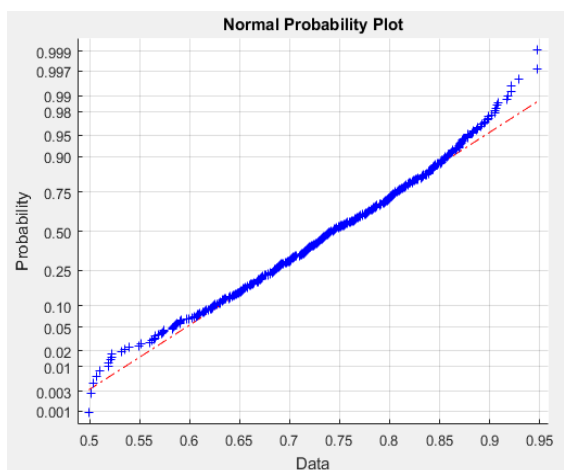
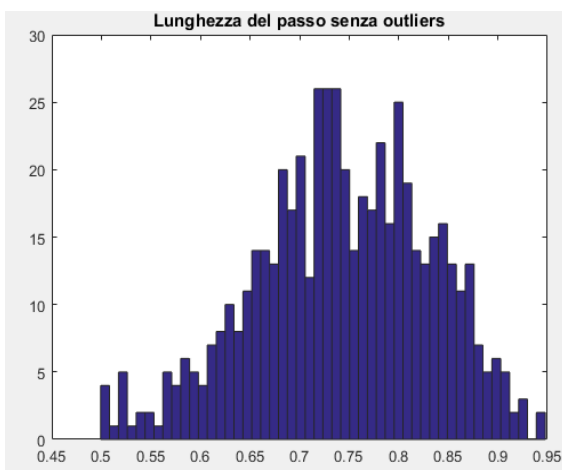
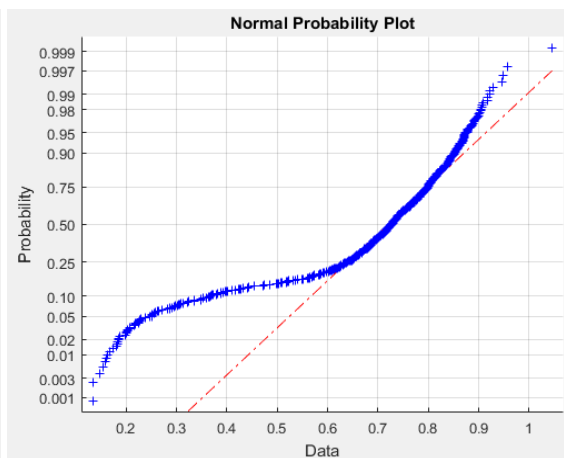
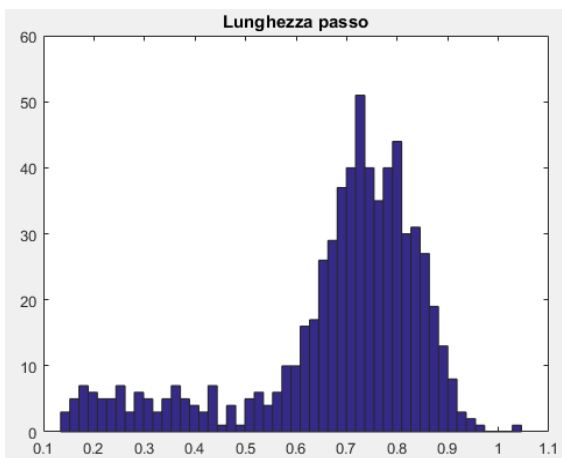


❖ Tempo (durata passo)

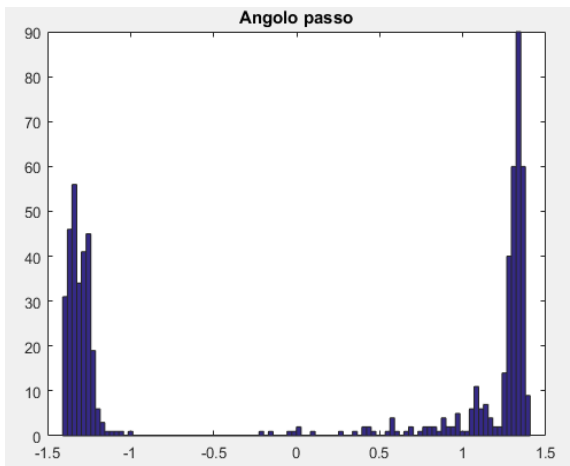


Dati acquisizione 2 di soggetto B

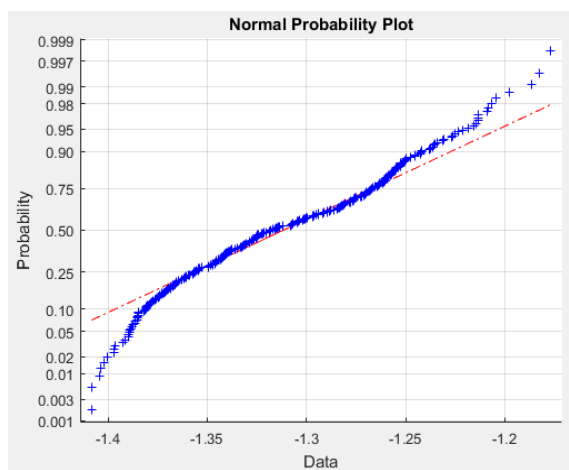
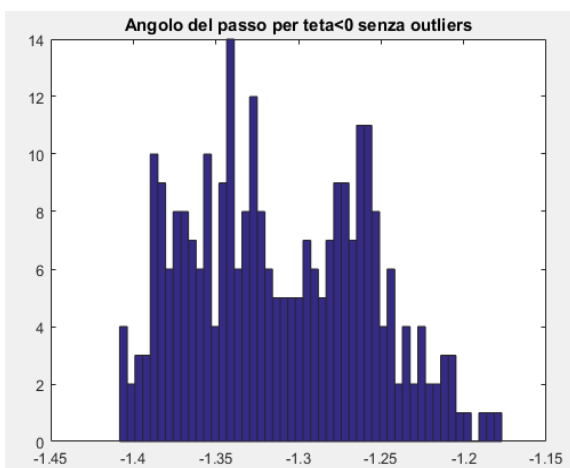
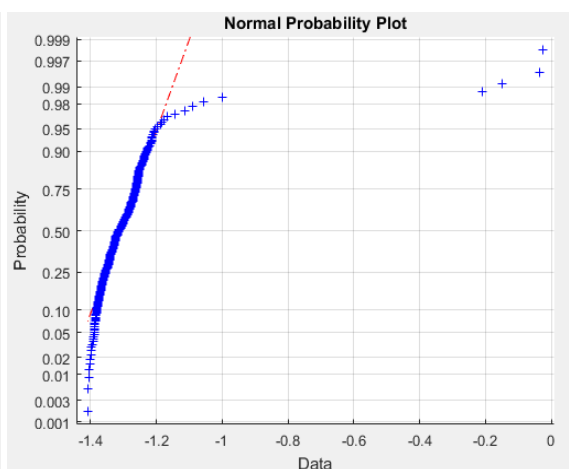
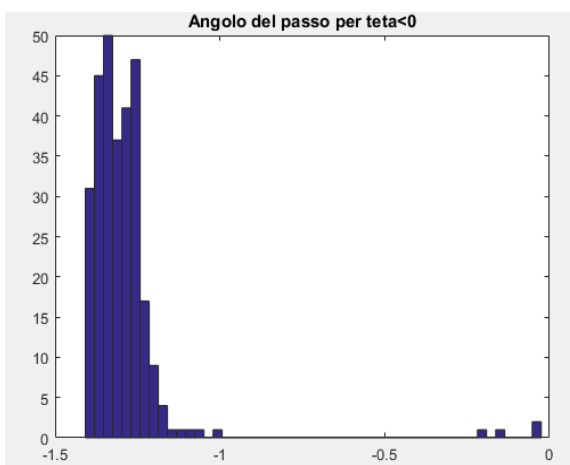
❖ Lunghezza passo



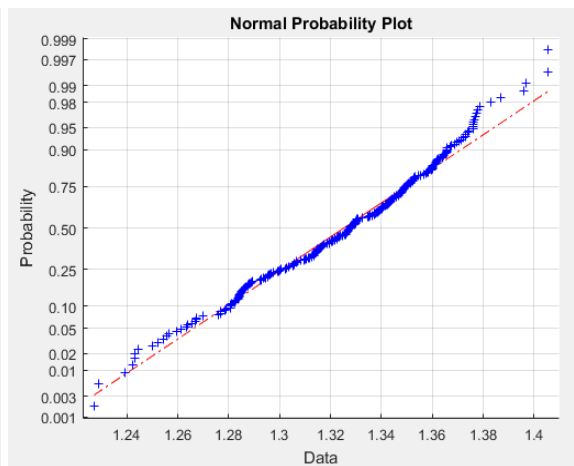
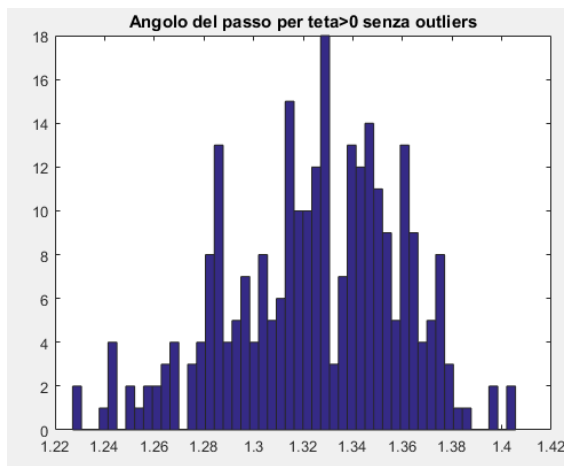
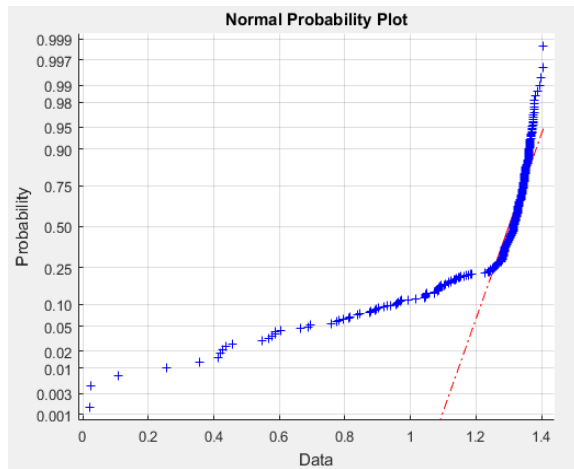
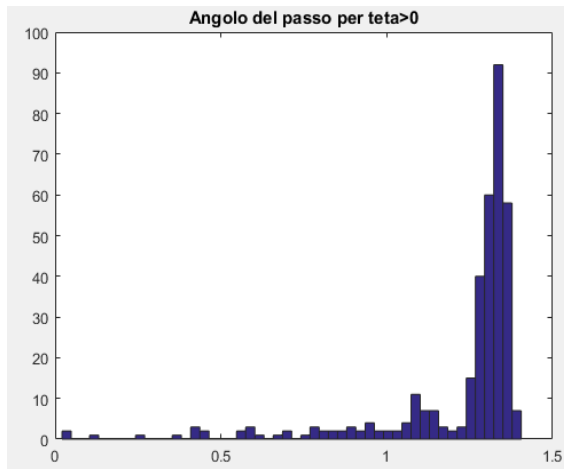
❖ Angolo del passo



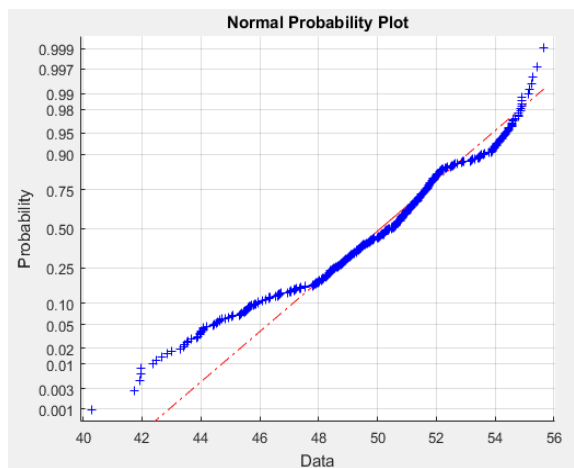
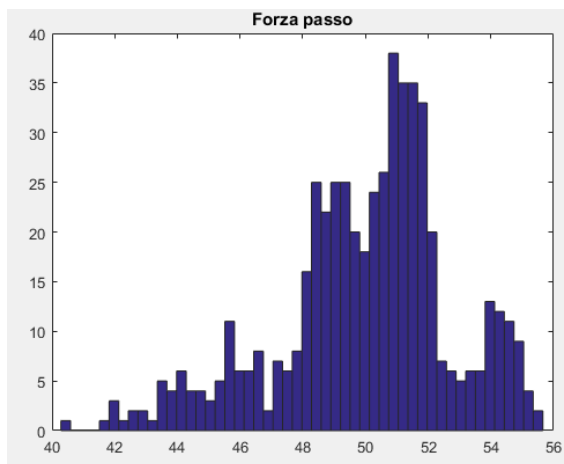
❖ $\theta < 0$

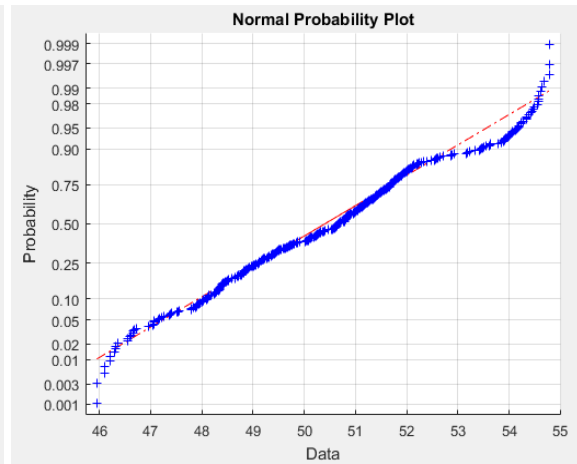
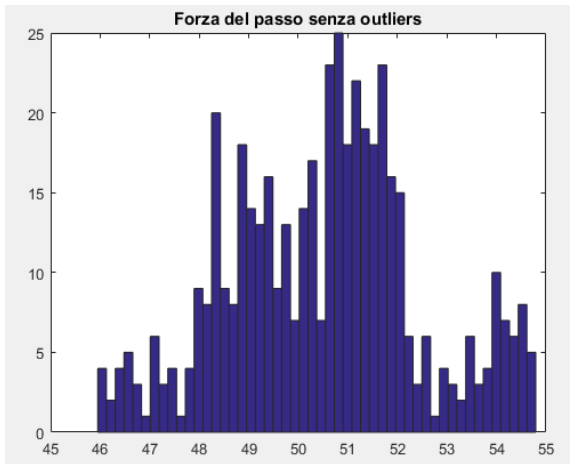


❖ $\theta > 0$

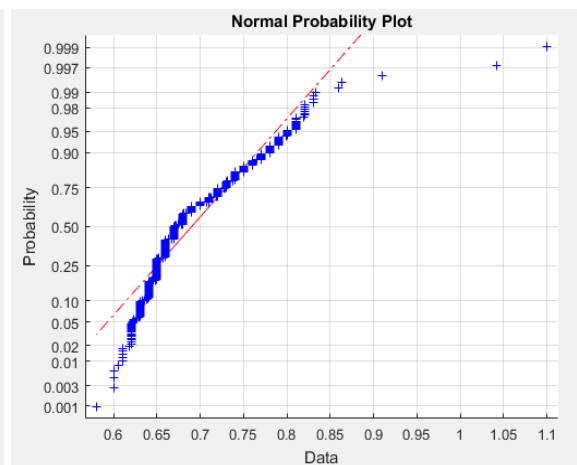
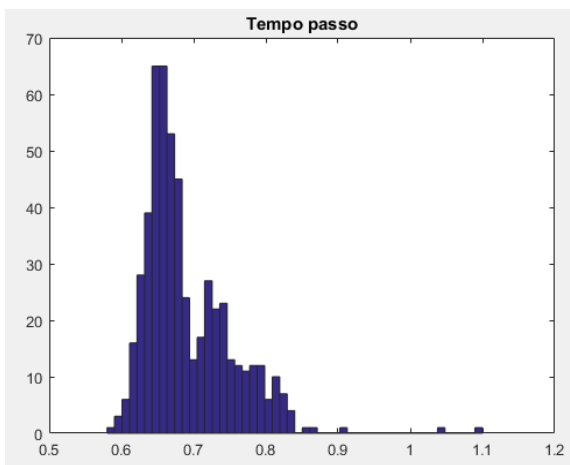


❖ Forza passo



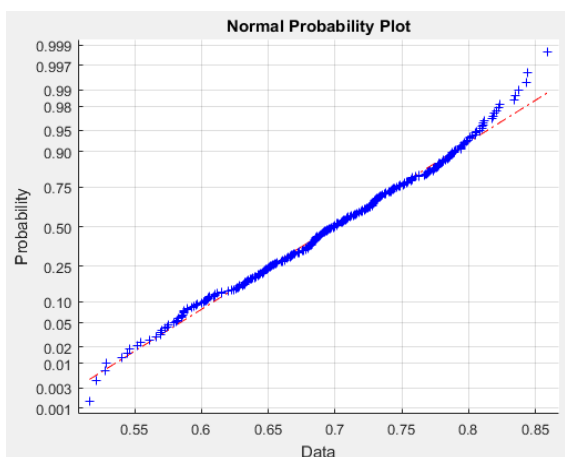
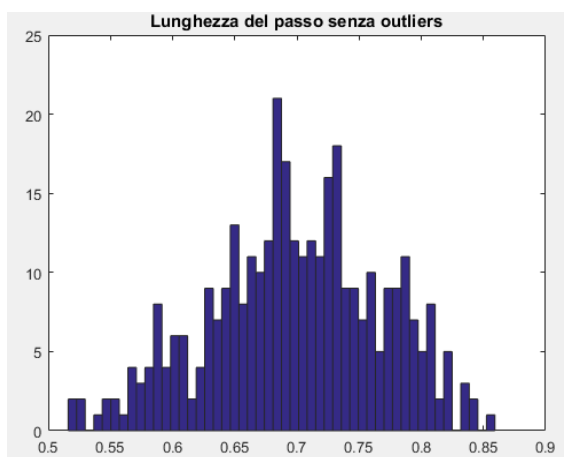
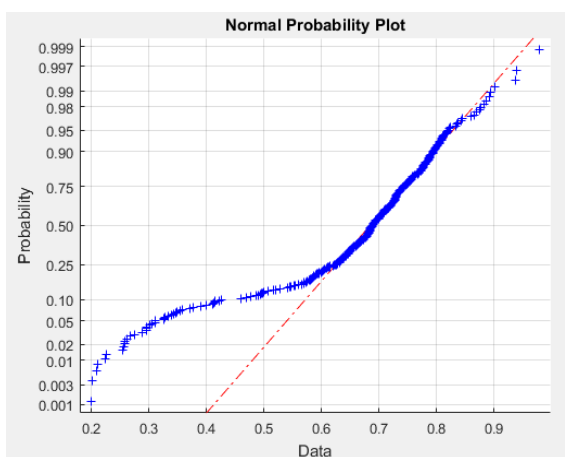
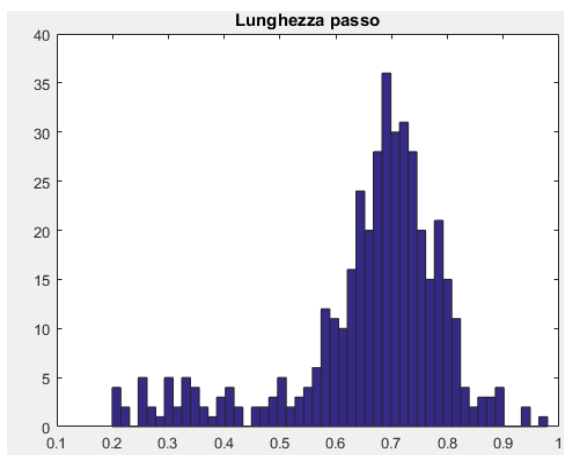


❖ Tempo (durata passo)

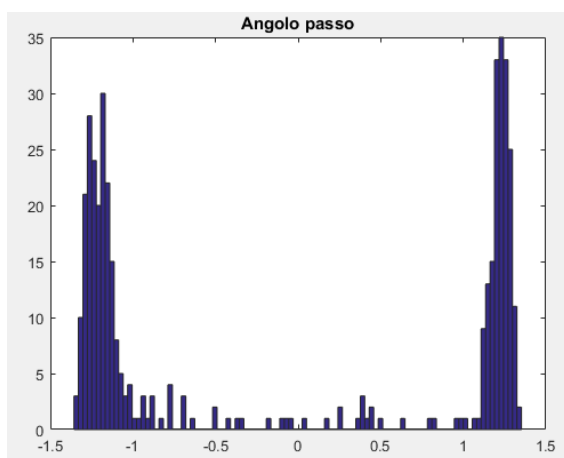


Dati acquisizione 1 di soggetto C

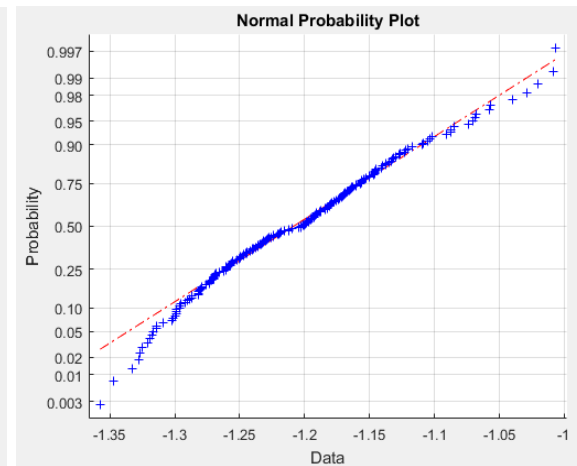
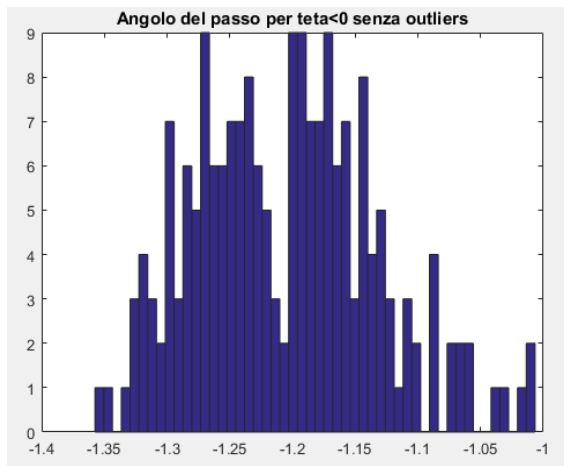
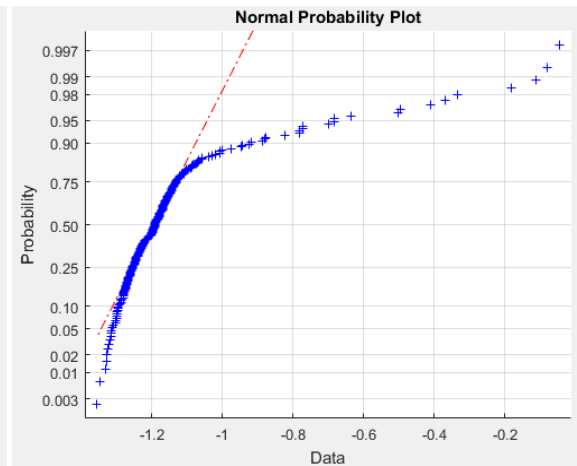
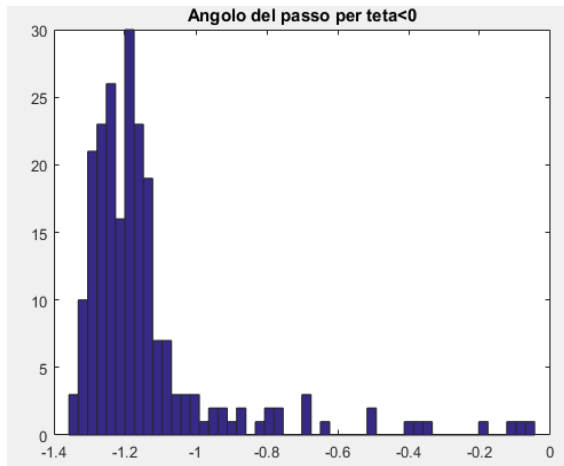
❖ Lunghezza passo



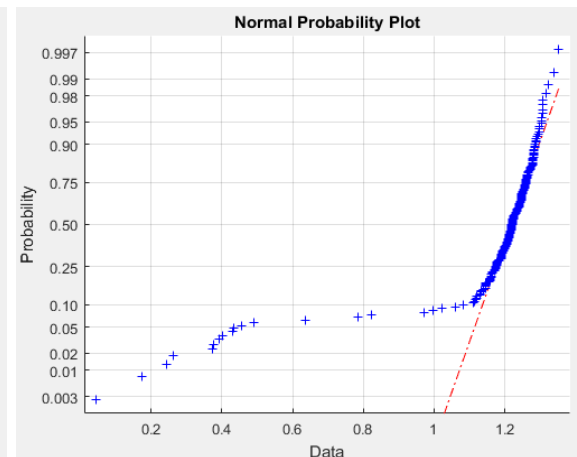
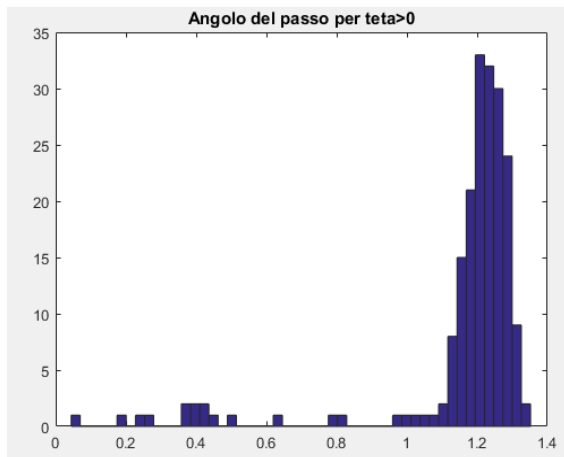
❖ Angolo del passo

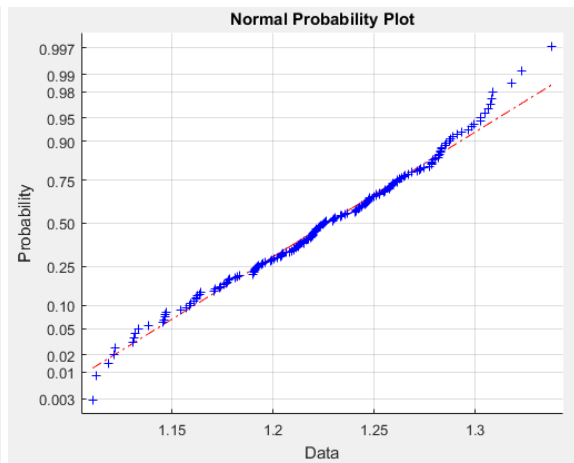
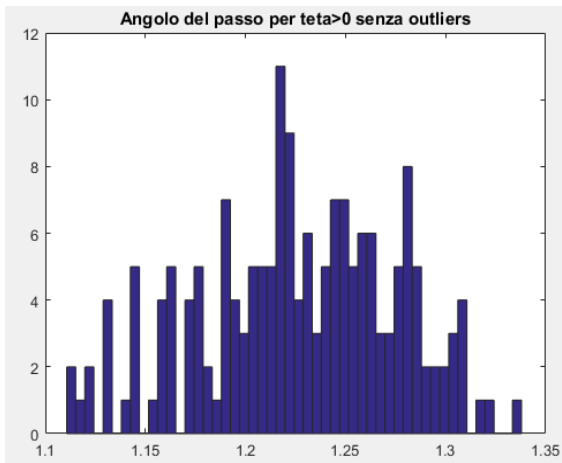


❖ $\theta < 0$

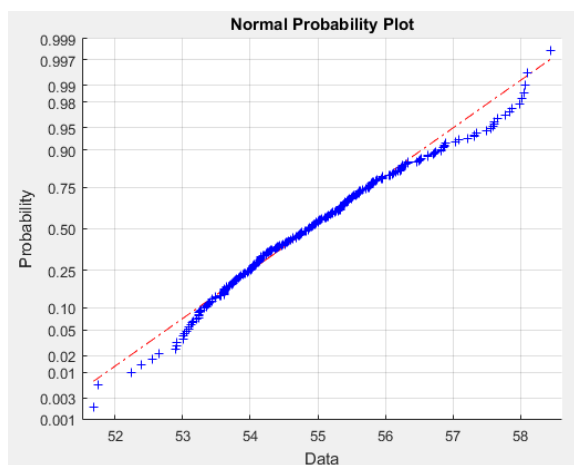
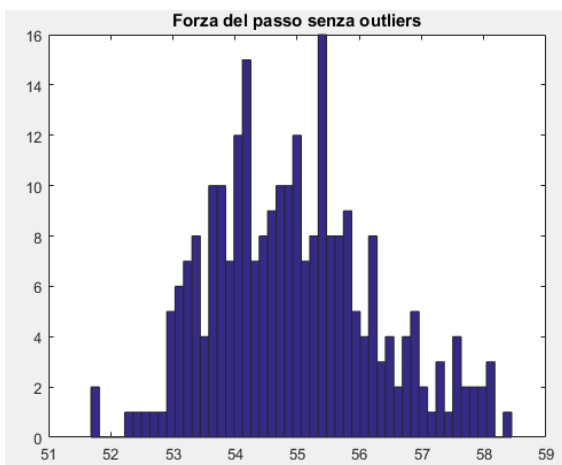
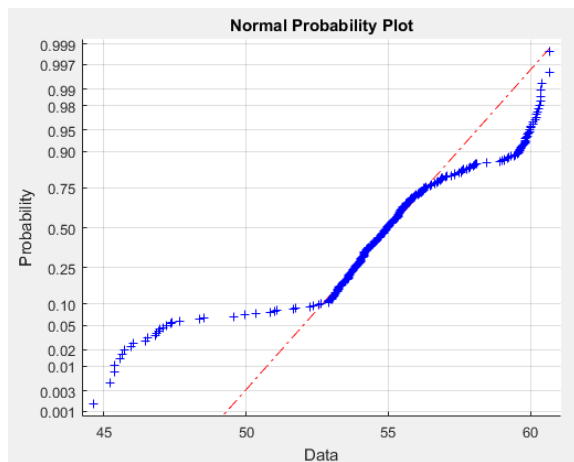
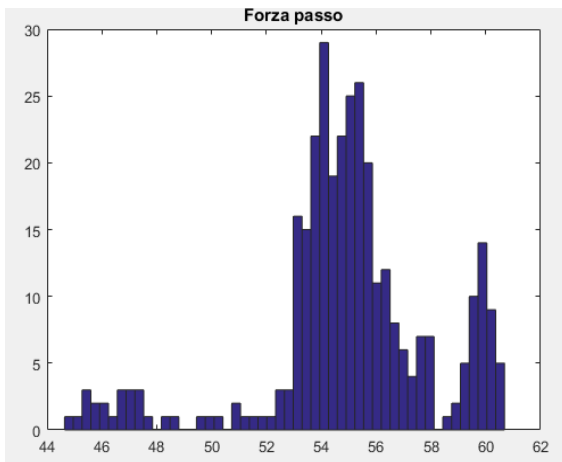


❖ $\theta > 0$

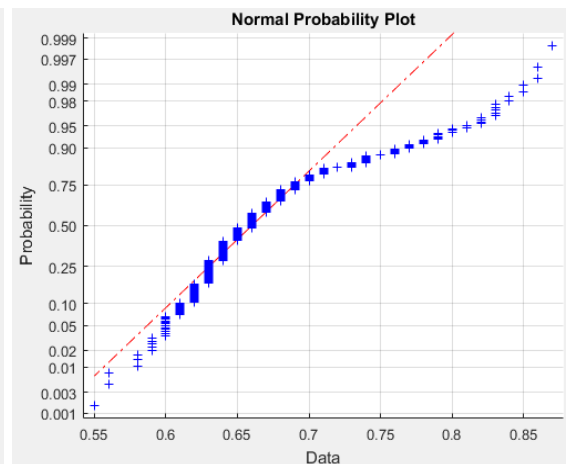
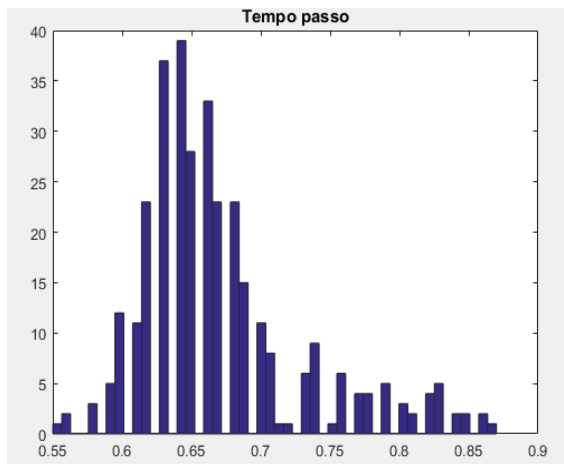




❖ **Forza passo**

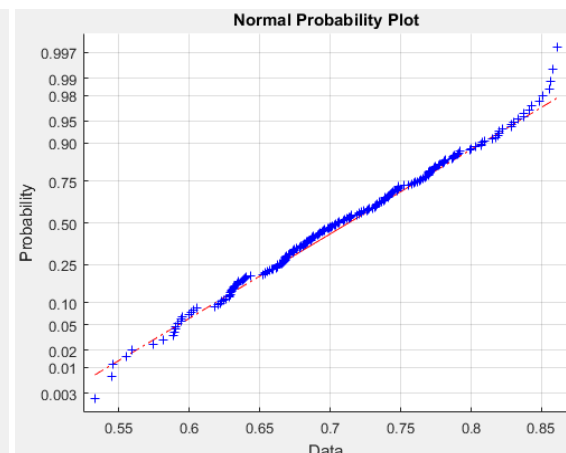
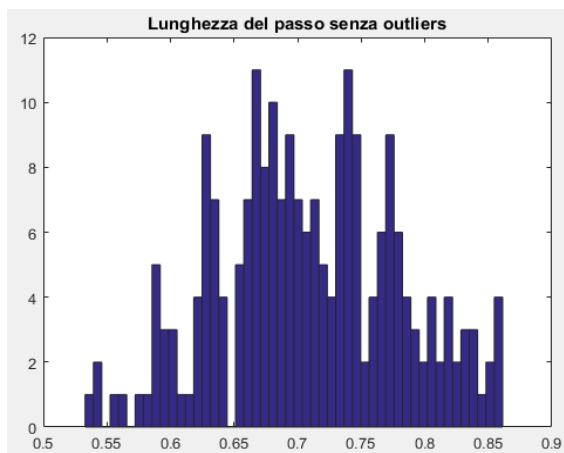
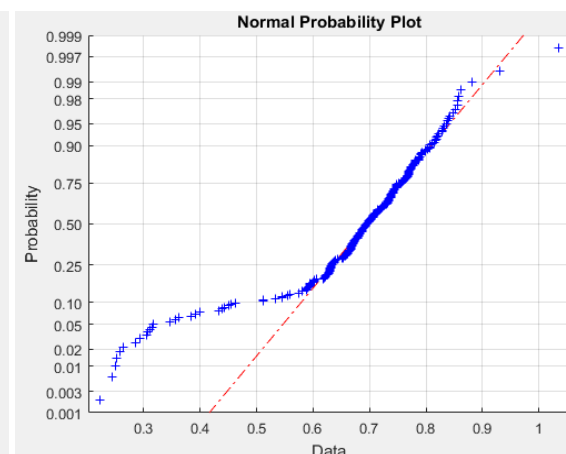
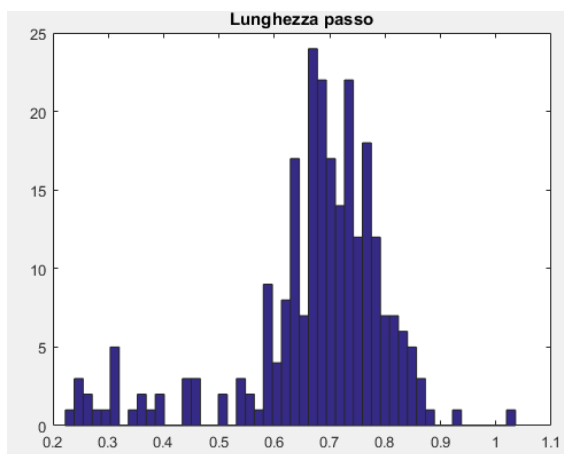


❖ Tempo (durata passo)

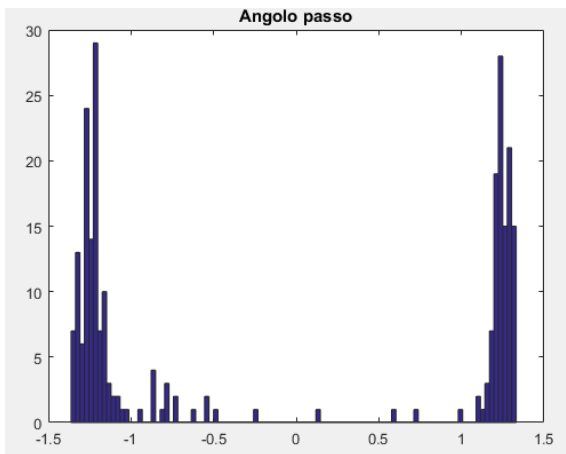


Dati acquisizione 2 di soggetto C

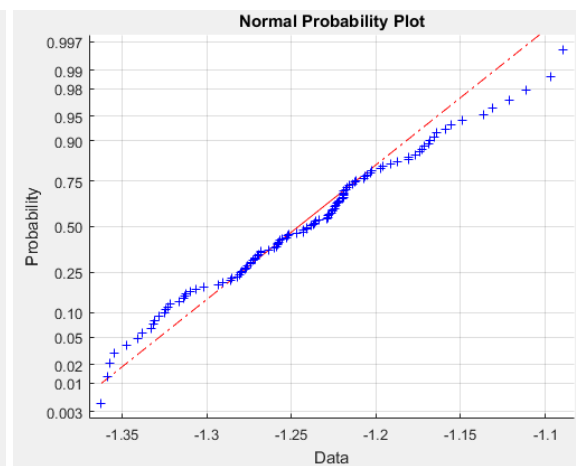
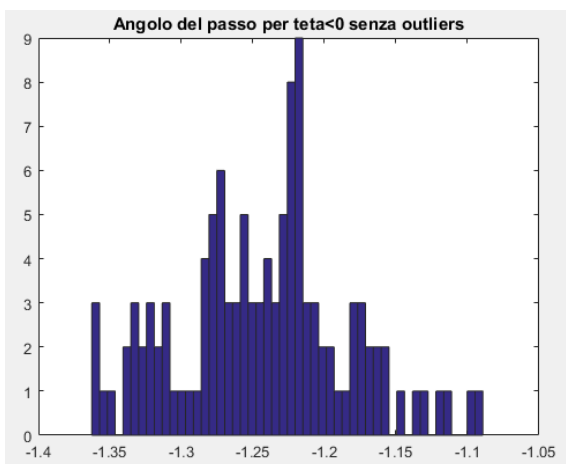
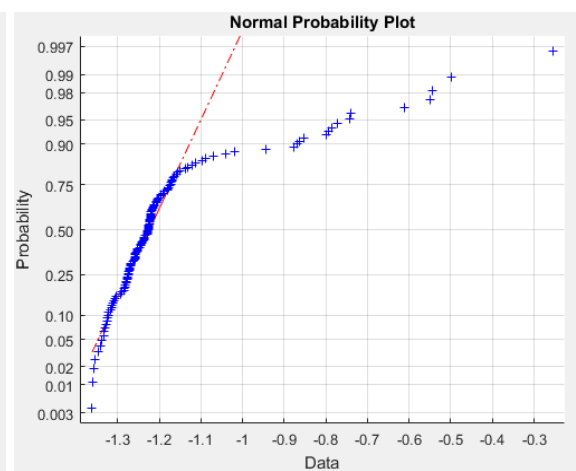
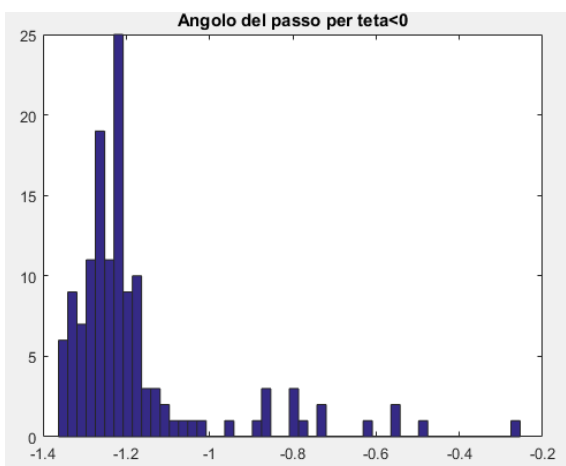
❖ Lunghezza passo



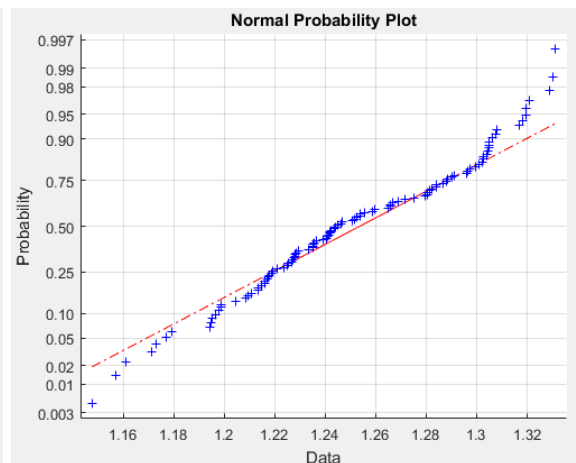
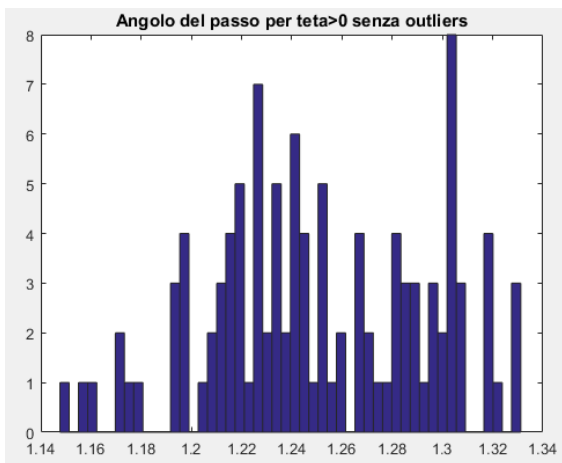
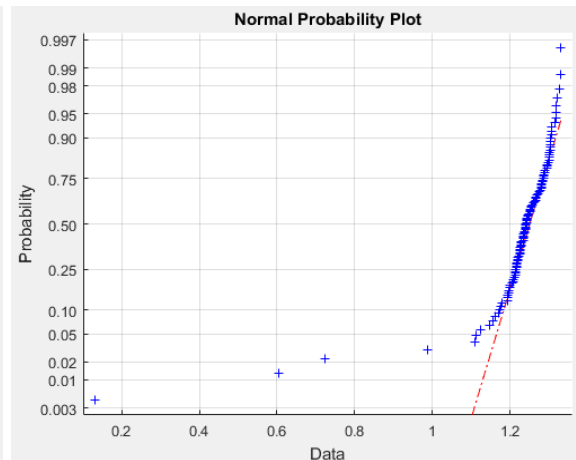
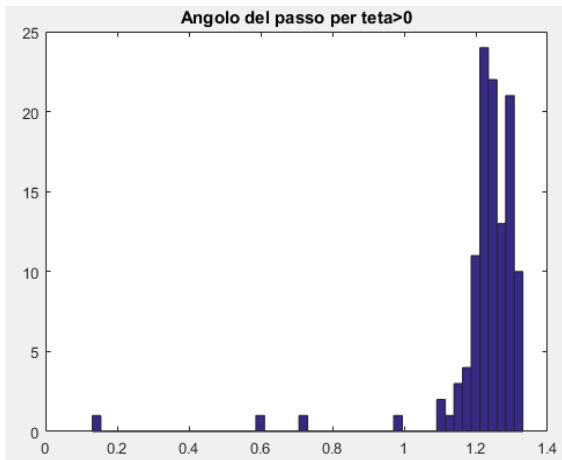
❖ Angolo del passo



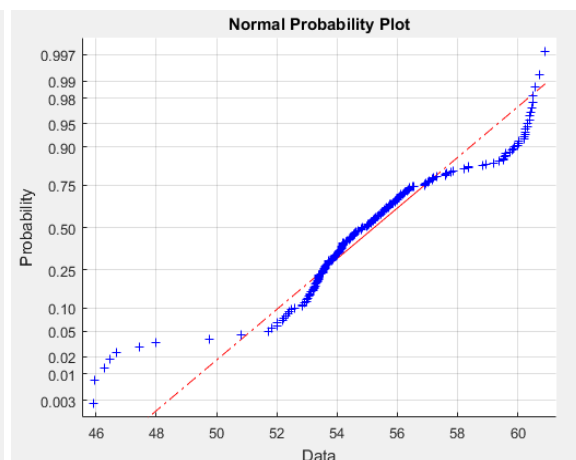
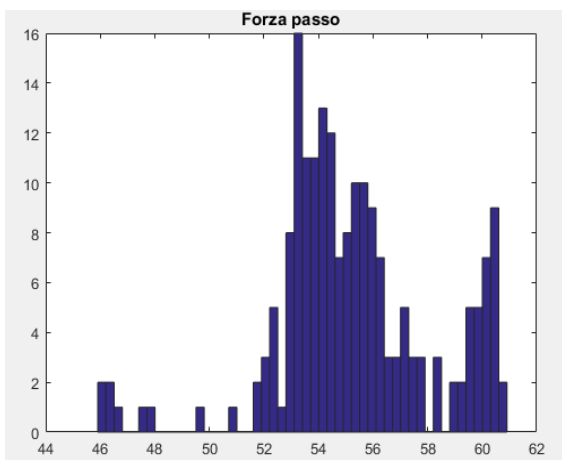
❖ $\theta < 0$

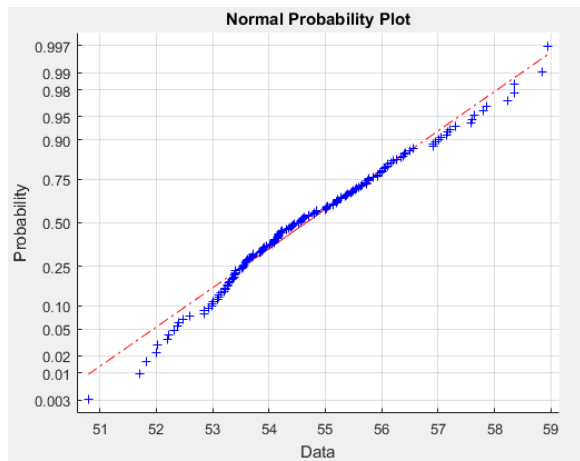
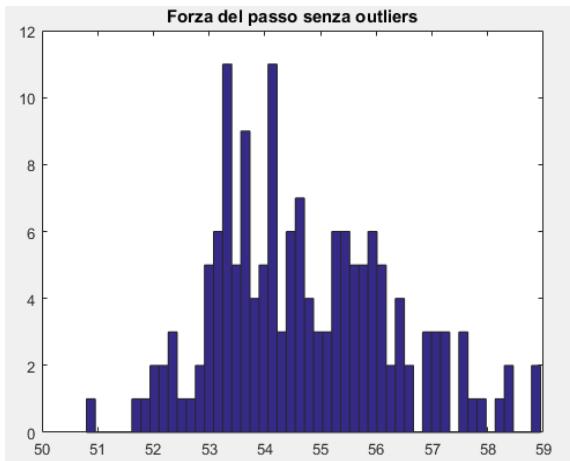


❖ $\theta > 0$

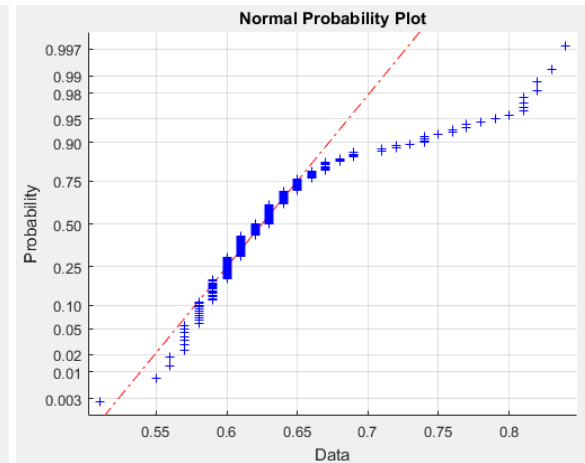
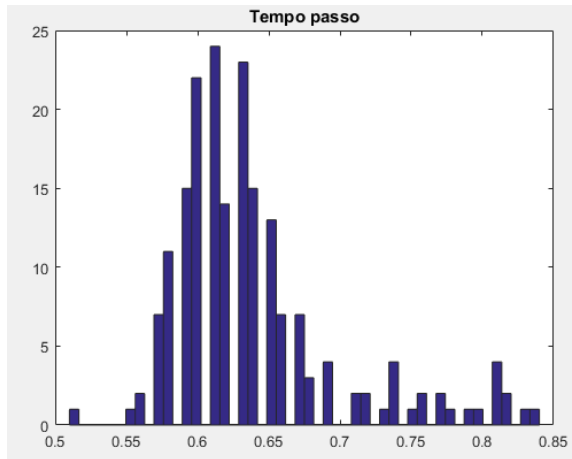


❖ Forza passo





❖ Tempo (durata passo)



8.2 APPENDICE 2

1) Matrici di correlazione soggetto A

Acquisizione 1

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.4559	-0.2841	0.0162
<i>Forza passo</i>	-0.4559	1.0000	0.0910	0.0105
<i>Lunghezza passo</i>	-0.2841	0.0910	1.0000	0.1697

<i>Angolo passo</i>	0.0162	0.0105	0.1697	1.0000
---------------------	--------	--------	--------	--------

Acquisizione 2

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.4304	-0.2235	0.0718
<i>Forza passo</i>	-0.4304	1.0000	0.2811	-0.2697
<i>Lunghezza passo</i>	-0.2235	0.2811	1.0000	0.1562
<i>Angolo passo</i>	0.0718	-0.2697	0.1562	1.0000

2) Matrici di correlazione soggetto B

Acquisizione 1

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.2505	-0.2349	0.1854
<i>Forza passo</i>	-0.2505	1.0000	-0.0449	0.3925
<i>Lunghezza passo</i>	-0.2349	-0.0449	1.0000	0.0161
<i>Angolo passo</i>	0.1854	0.3925	0.0161	1.0000

Acquisizione 2

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.2351	-0.2385	0.1062
<i>Forza passo</i>	-0.2351	1.0000	0.0938	0.3779
<i>Lunghezza passo</i>	-0.2385	0.0938	1.0000	0.0572

<i>Angolo passo</i>	0.1062	0.3779	0.0572	1.0000
---------------------	--------	--------	--------	--------

3) Matrici di correlazione soggetto C

Acquisizione 1

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.3478	-0.0509	-0.1179
<i>Forza passo</i>	-0.3478	1.0000	-0.1492	0.1694
<i>Lunghezza passo</i>	-0.0509	-0.1492	1.0000	0.0287
<i>Angolo passo</i>	-0.1179	0.1694	0.0287	1.0000

Acquisizione 2

	<i>Tempo passo</i>	<i>Forza passo</i>	<i>Lunghezza passo</i>	<i>Angolo passo</i>
<i>Tempo passo</i>	1.0000	-0.3039	-0.0180	-0.1059
<i>Forza passo</i>	-0.3039	1.0000	-0.0695	0.0908
<i>Lunghezza passo</i>	-0.0180	-0.0695	1.0000	0.1217
<i>Angolo passo</i>	-0.1059	0.0908	0.1217	1.0000

Bibliografia

- [1] c. l. c. d. M. R. M. Antinori, Passerelle ciclopedonali in acciaio, Palermo: Dario Flaccovio Editore, 2017.
- [2] J. P. R.W. Clough, Dynamics of Structures, New York: McGraw-Hill, 1993.
- [3] D. C. Giancoli, Fisica I, Milano: Casa Editrice Ambrosiana, 2009.
- [4] A. F. R. C. C. S. Y. Deger, «Dynamic modelling and testing of a cable stayed pedestrian bridge,» in *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference*, vol. Vol. 1, Dearborne, Michigan, USA, 1996, p. 211-217.
- [5] C. K. M. ., T. M. H. T. Ventura, «Dynamic analysis of a pedestrian walkway,» in *Proceedings of the international modal analysis conference (imac xx)*, vol. Vol.1, Los Angeles, California: University of British Columbia, 2002, pp. 114-119.
- [6] J. M. M.I. Friswell, Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [7] M. J. H. P. W. A. Pavic, «Updating of the analytical models of two footbridges based on modal testing of full-scale structures,» in *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA 23)*, Leuven, Belgio, 1998, p. 1111-1118.
- [8] P.-Q. X. J.M.W. Brownjohn, «Dynamic assessment of curved cable-stayed bridge by model updating,» in *Journal of Structural Engineering*, 2000, p. 252-260.
- [9] D.J. Ewins, Modal Testing: Theory, Practice and Application, Baldock, Inghilterra: Research Studies Press, 2000.
- [10] J. Przemieniecki, Theory of Matrix Structural Analysis, New York: Dover Publications, 1968.
- [11] ., M.G. Gardner-Morse, Modal Analysis of a Cable-Stayed Pedestrian Bridge, The Faculty of the Graduate College, The University of Vermont, 1990.
- [12] D. H. M.G. Gardner-Morse, «Modal identification of cable-stayed pedestrian bridge,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 119, n. 11, pp. 3384-3404, 1993.
- [13] O. H. M. Z. M.A. Khalifa, «Analysis and design methodology for an FRP cable-stayed pedestrian bridge,» *Composites B*, vol. 27, pp. 307-317, 1996.
- [14] R. Pimentel, Vibrational Performance of Pedestrian Bridges Due to Human-Induced Loads, Sheffield, UK: University of Sheffield, 1997.

- [15] T. H. K. S. T. Obata, «Study on dynamic response characteristics and identification of walking force on pedestrian bridges,» in *Proceedings of the Seventh East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-7)*, Japan, 1999.
- [16] G. Tilly, «Damping of highway bridges: a review,» in *Proceedings of the DOE and DOT TRRL Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges*, Crowthorne, UK, 1977, p. 1-9.
- [17] A. Pavic, Vibration Serviceability of Long-Span Cast In Situ Concrete Floors, PhD Thesis, Department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield, Sheffield, UK, 1999.
- [18] T. Wyatt, «Mechanisms of damping,» in *Proceedings of the DOE and DOT TRRL Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges*, Crowthorne, UK, 1977, p. 10-19.
- [19] V. T. R. H. J. a. T. F. Inman, Human Walking, Philadelphia, PA: Williams & Wilkins, 1981.
- [20] M. Perc, The Dynamics of Human Gait, Eur. J. Phys., 2005, pp. 525-534.
- [21] C. L. D. B. L. a. J. C. O. Vaughan, Dynamics of Human Gait, Cape Town, South Africa: Kiboho Publishers, 1992.
- [22] E. Ayyappa, Normal Human Locomotion, Part I: Basic Concepts and Terminology, American Academy of Orthotists & Prosthetists, 1997.
- [23] N. Messenger, Moving the Human Machine: Understanding the Mechanical Characteristics of Normal Human Walking, 1994, pp. 352-357.
- [24] M. W. Whittle, Gait Analysis: An Introduction, Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [25] J. G. J. G. a. A. J. M. Rose, Human Walking, Philadelphia, PA: Lippincott Williams & Wilkins, 2006.
- [26] K. M. S. A. B. Newell, «The Nature of Movement Variability,» in *Motor Behavior and Human Skill*, Champaign, Human Kinetics Publishers, 1998, pp. 143-160.
- [27] F. C. Harper, The Mechanics of Walking, Res. Appl. Ind., 1962.
- [28] J. D. B. L. a. S. J. W. ., Blanchard, «Design Criteria and Analysis for Dynamic Loading of Footbridges,» in *Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges at the Transport and Road Research Laboratory*, Crowthorne, Berkshire, UK, Transport and Road Research Laboratory (TRRL), 1977, pp. 9-106.
- [29] S. V. Ohlsson, Floor Vibration and Human Discomfort, Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology, 1982.
- [30] K. S.C., Human Induced Loading on Staircases, London: University of London, 1998.

- [31] J. E. Wheeler, «Pedestrian Induced Vibrations in Footbridges,» in *10th Australian Road Research Board Conference (ARRB)*, Sydney, Australia, ARRB Group Limited, 1980, pp. 21-35.
- [32] J. E. Wheeler, Prediction and Control of Pedestrian Induced Vibration in Footbridges, *J. Struct. Div.*, 1982, pp. 2045-2065.
- [33] O. A. M. H. B. D. P. R. A. Younis, «Dynamic Forces induced by a single pedestrian,» *Applied Mechanics Reviews*, vol. 69, 2017.
- [34] V. P. A. B. J. M. W. Racic, «Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 326, n. 1, pp. 1-49, 2009.
- [35] H. A. W. J. D. F. E. J. F. I. H. G. K. G. K. L. G. J. M. O. a. N. H. G. Mercier, *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*, Basel, Switzerland: Birkhauser, 2012.
- [36] M. Yoneda, «A Simplified Method to Evaluate Pedestrian-Induced Maximum Response of Cable-Supported Pedestrian Bridges,» in *International Conference on the Design and Dynamic Behavior of Footbridges*, Paris, France, 2002, pp. 255-256.
- [37] a. A. W. Bachmann. H., *Vibrations in Structures: Induced by Man and Machines*, Zurich, Switzerland: IABSE, 1987.
- [38] J. H. P. G. a. A. D. E. Rainer, «Dynamic Loading and Response of Footbridges,» *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 15, n. 1, pp. 66-71, 1988.
- [39] P. Young, *Improved Floor Vibration Prediction Methodologies*, London: Arup Vibration Seminar on Engineering Structural Vibration, 2001.
- [40] Y. P. F. C. Willford M., «Predicting Footfall-Induced Vibration: Part I,» *Proc. Inst. Civ. Eng. Build.*, vol. 160, n. 2, pp. 65-72, 2007.
- [41] K. a. B. H. Baumann, *Dynamic Loads Caused by Humans and Their Effect on Beam Structures*, Zurich, Switzerland: Institute of Structural Engineering (IBK), 1988.
- [42] P. R. L., *Vibrational Performance of Pedestrian Bridges Due to Human-Induced Loads*, Sheffield, UK: University of Sheffield, 1997.
- [43] M. M. J. H. G. a. B. J. F. Bocian, «Biomechanically Inspired Modeling of Pedestrian-Induced Vertical Self-Excited Forces,» *J. Bridge Eng.*, vol. 18, n. 12, pp. 1336-1346, 2013.
- [44] C. J. a. B. J. M. W. Middleton, «Response of High Frequency Floor: A Literature Review,» *Eng. Struct.*, vol. 32, n. 2, pp. 337-352, 2010.
- [45] M. Y. P. a. F. Willford, «Improved Methodologies for the Prediction of Footfall-Induced Vibration,» *Buildings for Nanoscale Research and Beyond*, vol. 5933, pp. 206-217, 2005.

- [46] A. H. A. S. R. L. P. W. N. Ebrahimpour, «Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 122, n. 12, pp. 1468-1474, 1996.
- [47] S. Živanović, Probability-Based Estimation of Vibration for Pedestrian Structures Due to Walking, Sheffield, UK: University of Sheffield, 2006.
- [48] S. P. A. R. P. Živanović, «Probability-based prediction of multi-mode vibration response to walking excitation,» *Eng. Struct.*, vol. 29, n. 6, pp. 942-954, 2007.
- [49] V. B. J. M. W. Racic, «Stochastic model of near-periodic vertical loads due to humans walking,» *Adv. Eng. Inf.*, vol. 25, n. 2, pp. 259-275, 2011.
- [50] D. R. Leonard, Human Tolerance Levels for Bridge Vibrations, TRRL Report No. 34 a cura di, Road Research Laboratory: Road Research Laboratory, 1966.
- [51] Y. J. H. T. a. M. K. Matsumoto, «Dynamic design of footbridges,» *IABSE proceedings*, vol. 2, pp. 1-15, 1978.
- [52] S. C. a. B. N. W. M. Kerr, «Human Induced Loading on Flexible Staircases,» *Eng. Struct.*, vol. 23, n. 1, pp. 37-45, 2001.
- [53] a. S. C. Kasperski. M., «Serviceability of Pedestrian Structures,» *25th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, pp. 774-798, 2007.
- [54] A. a. J. T. Pachi, «Frequency and Velocity of People Walking,» *Struct. Eng.*, vol. 84, n. 3, pp. 36-40, 2005.
- [55] H. a. K. H. W. Kramer, «Man-Induced Structural Vibrations,» *Der Bauing*, vol. 54, n. 5, pp. 195-199, 1980.
- [56] R. Wiseman, Quirkology: The Curious Science of Everyday Lives, Wales, UK: Macmillan, 2008.
- [57] M. S. T. M. Yamasaki, «Sex difference in the pattern of lower limb movement during treadmill walking,» *Eur J Appl Physiol*, vol. 62, n. 2, pp. 99-103, 1991.
- [58] A. Antoniou, Digital Signal Processing, Toronto, Canada: McGraw-Hill, 2006.
- [59] S. W. Smith, The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, San Diego, CA: California Technical Pub., 1997.
- [60] E. P.-E., Vibration of Low-Frequency Floors - Dynamic Forces and Response Prediction, Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology, 1994.
- [61] J. M. W. P. A. a. O. P. Brownjohn, «A Spectral Density Approach for Modelling Continuous Vertical Forces on Pedestrian Structures Due to Walking,» *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 31, n. 1, pp. 65-77, 2004.

- [62] C. a. K. M. Sahnaci, «Random Loads Induced by Walking,» *6th European Conference on Structural Dynamics (EURODYN)*, pp. 441-446, 2005.

Ringraziamenti

Desidero spendere qualche parola di ringraziamento nei confronti di tutti coloro che mi hanno sostenuta e aiutata durante quest'attività di ricerca. Anzitutto, vorrei esprimere la mia sincera gratitudine ai professori Fabrizio Pancaldi e Claudio Giberti per i preziosi insegnamenti e il supporto ricevuto. Oltre ad avermi guidata nella stesura di questo lavoro, mi hanno trasmesso l'entusiasmo necessario per affrontare uno studio, come questo, di ricerca sperimentale. Poi, un particolare ringraziamento va alle studentesse Jessica Cuoco e Martina Menozzi di Ingegneria Civile del Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari di Modena per la loro fantastica collaborazione durante il processo di acquisizione dei dati. Inoltre, desidero ringraziare i miei compagni di corso con i quali condivido successi, sacrifici e preoccupazioni da tre anni e con i quali ho sviluppato un'importante amicizia. L'affetto e il sostegno che mi hanno dimostrato mi sono stati di grande aiuto nel raggiungere un obiettivo così importante. Infine, un ringraziamento speciale è rivolto alla mia famiglia: è grazie alla loro costante presenza e al loro incoraggiamento se oggi sono riuscita a raggiungere questo traguardo, a loro devo tutto.

