

# Estructuras de datos y Algoritmos II

## *UNIDAD 1: Algoritmos de ordenamiento*

**Profesor: Ing. Jonathan Roberto Torres Castillo**



**Ingeniería en Computación**

**Universidad Nacional Autónoma de México**

# Segunda sesión

- 1 Introducción MergeSort.
- 2 Descripción del Algoritmo Merge Sort.
- 3 Principio de Dividir
- 4 Principio de ordenar
- 5 Principio de Mezclar o intercalar.

# Algoritmos de ordenamiento

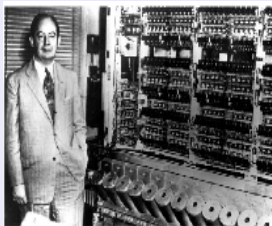
Ordenar una estructura de datos consiste en reacomodar sus elementos de manera tal que queden ordenados de acuerdo a un atributo clave. Los algoritmos de ordenamiento resultan un tema de interés por varios motivos:

- 1 Son importantes en diversas aplicaciones, en particular en el área de Bases de Datos, en donde los requerimientos de eficiencia hacen del ordenamiento un tema crítico.
- 2 Existen muchísimos métodos para resolver el mismo problema y por lo tanto es un tema interesante para introducir nociones de tiempo de ejecución y eficiencia.
- 3 Permiten ilustrar temas importantes de Resolución de Problemas.

# Algoritmos de ordenamiento: MergeSort

## Algoritmo de ordenación 'Divide y vencerás': Descripción y características

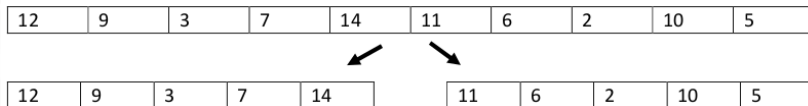
El algoritmo de ordenamiento por mezcla (*Merge Sort* en inglés) es un algoritmo de ordenamiento externo estable basado en la técnica divide y vencerás, también es llamado de intercalación o combinación, ya que intercala dos estructuras previamente ordenadas.



Fue desarrollado en 1945 por *Jonh Von Neuman*

# MergeSort: Dividir y ordenar

- ① **'Divide y vencerás'** plantea que un problema puede ser dividido en varios **subproblemas** y una vez resueltos estos se puede proceder a **unir las soluciones** para formar la solución del problema general.

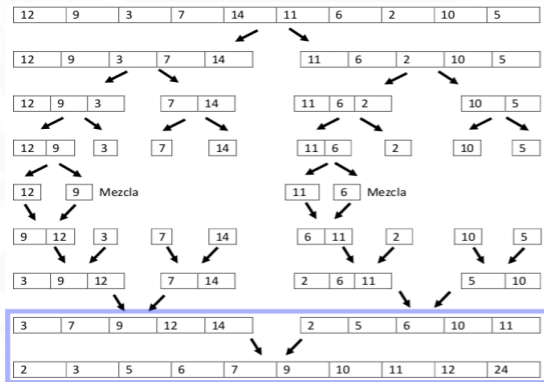


La solución de los **subproblemas** más pequeños se realiza de la misma manera: es decir, se van resolviendo problemas cada vez más pequeños (hasta llegar a un caso base: **problema no divisible** con solución **trivial**).



# MergeSort

Cada recursión toma un arreglo de elementos desordenados. Se divide en dos mitades, se aplica la recursión en cada una de estas y ya que al finalizar estas recursiones tenemos las dos mitades ordenadas se **intercalan ambas** para obtener el arreglo ordenado.

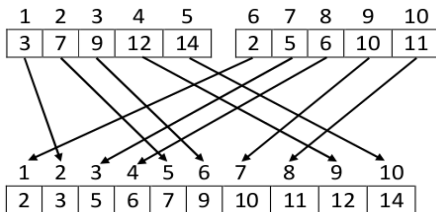


INTERCALAR

# MergeSort: Mezclar-intercalar

## Intercalar (Merge)

Es la operación que le da el nombre a este algoritmo. La intercalación toma dos secuencias (arreglos) de elementos y a partir de estas construye una tercera secuencia que contiene todos los elementos de estas en orden [1] [2] [3].





# MergeSort: Algoritmo

El algoritmo de ordenamiento por mezcla o intercalación de un arreglo  $A$  consta de dos partes como se mostró anteriormente, el de división y ordenación ( $\text{MergeSort}(A, p, r)$ ) y el de intercalación o mezcla ( $\text{Merge}(A, p, q, r)$ ):

$\text{MergeSort}(A, p, r)$

$\text{MergeSort}(A, p, r)$

Inicio

Si  $p < r$  entonces

$q = (p+r)/2$

$\text{MergeSort}(A, p, q)$

$\text{MergeSort}(A, q+1, r)$

$\text{Merge}(A, p, q, r)$

Fin

# MergeSort: Algoritmo

Merge( $A, p, q, r$ )

Inicio

Formar subarray Izq  $[0 \dots q-p]$  y subarray Der  $[0 \dots r-q]$

Copiar de  $A[p \dots q]$  a Izq  $[0 \dots q-p]$  y  $A[q+1 \dots r]$

... a Der  $[0 \dots r-q-1]$

$i=0, j=0$

Para  $k=p$  hasta  $r$

Si  $(j \geq r-q)$  o  $(i < q-p+1$  y  $Izq[i] < Der[j])$  entonces

$A[k] = Izq[k]$

$i=i+1$

En otro caso

$A[k] = Der[j]$

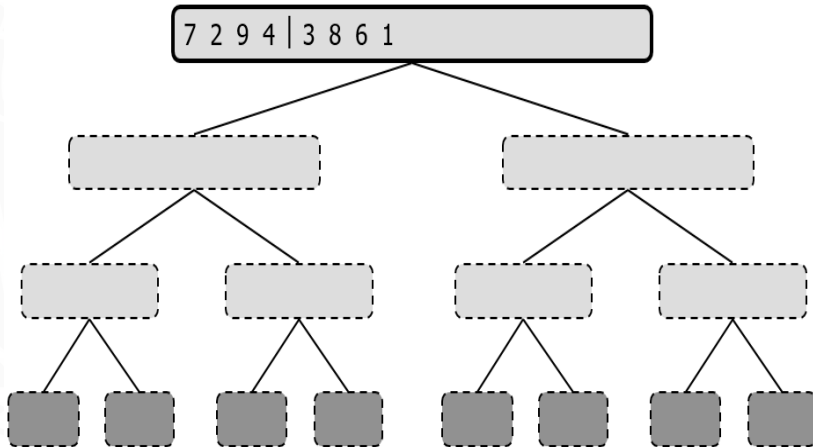
$j=j+1$

Fin Si

Fin Para

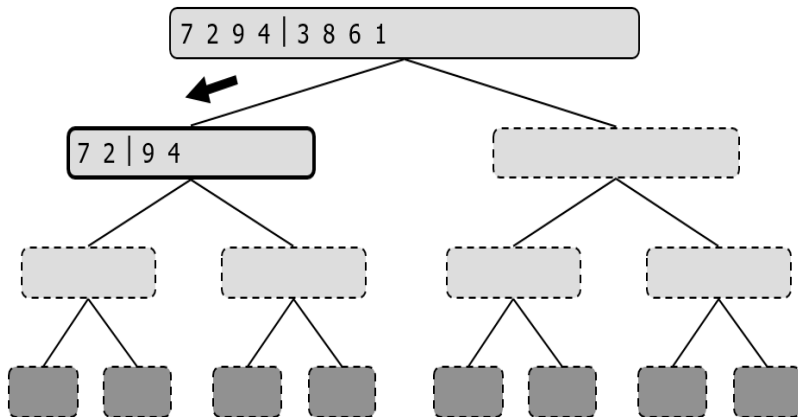
Fin

## Partición

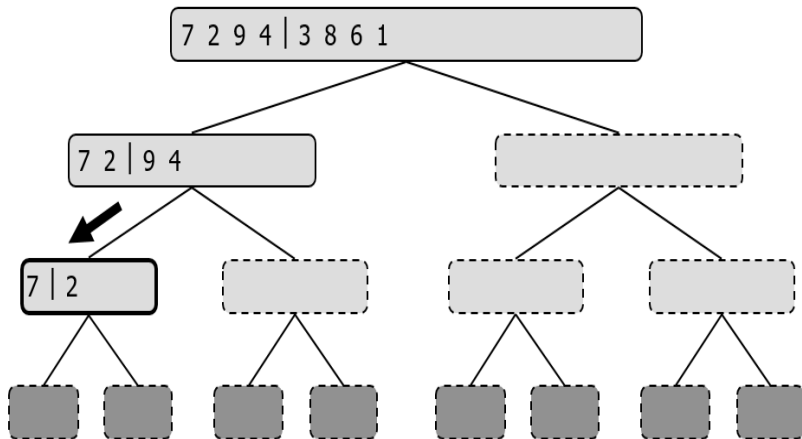


# MergeSort: Ejemplo

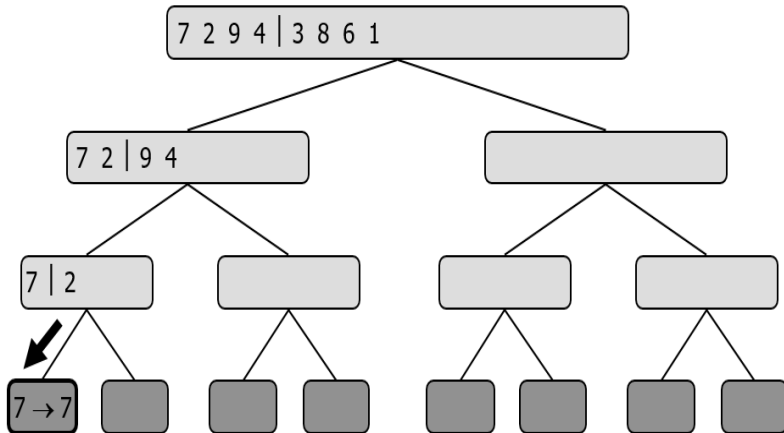
## Llamada recursiva 1:



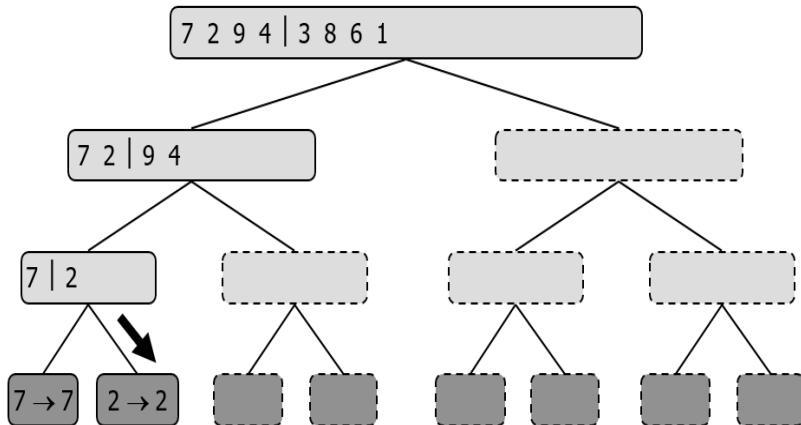
## Llamada recursiva 2:



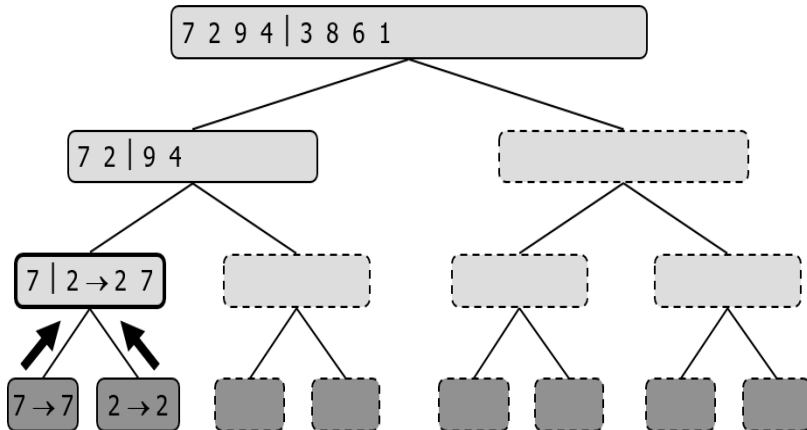
## Llamada recursiva 3:



## Llamada recursiva 4:



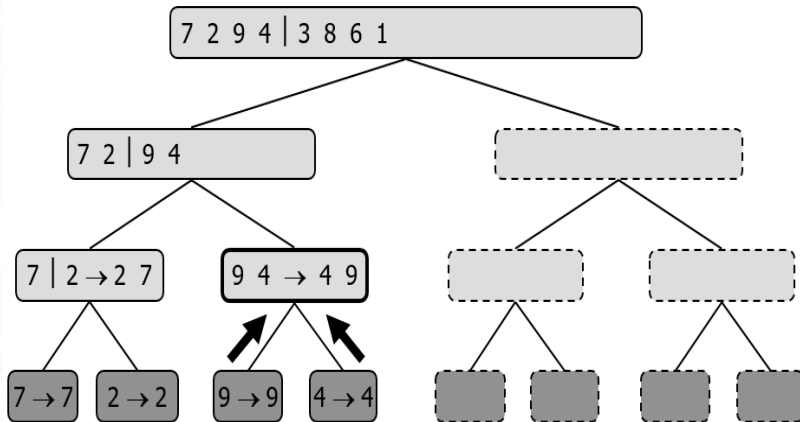
## Mezcla (Merge)



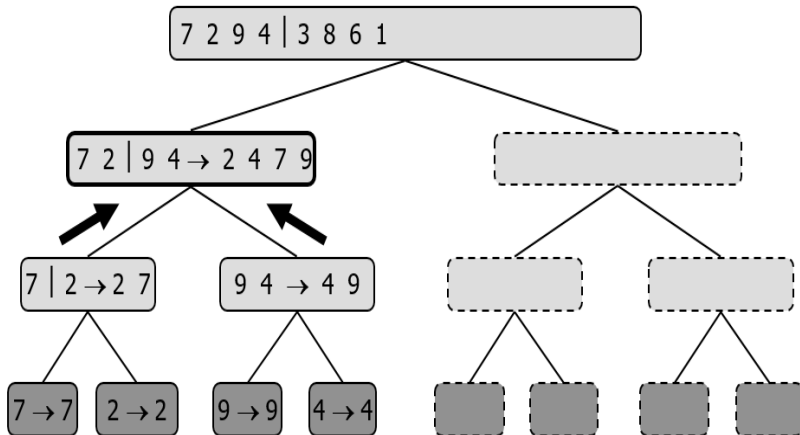


# MergeSort: Ejemplo

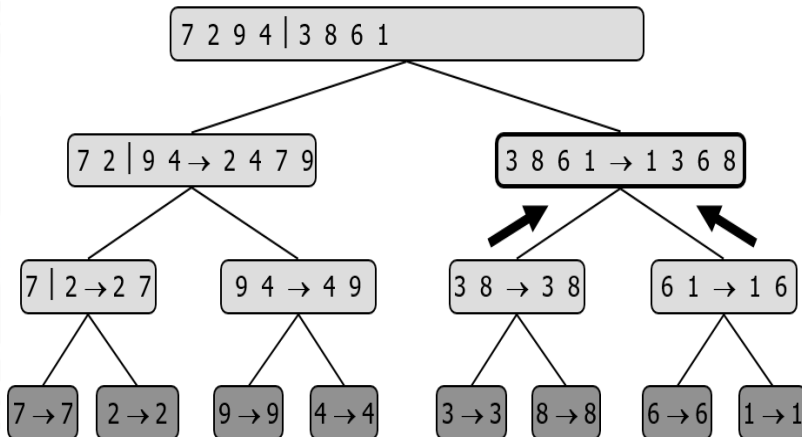
## Llamada recursiva 5:



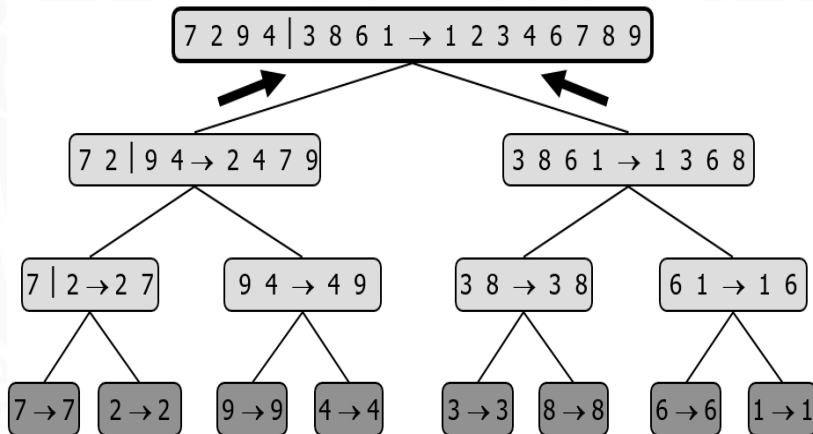
## Mezcla (Merge)



## Llamada recursiva 6:



## Mezcla (Merge)



# Ejemplo de mezcla para dos secuencias ordenadas

## Mezcla (Merge)

S1 

24	45	63	85
----	----	----	----

S2 

17	31	50	96
----	----	----	----

S 

--	--	--	--	--	--	--	--

# Ejemplo de mezcla para dos secuencias ordenadas

## Mezcla (Merge)

S1 

24	45	63	85
----	----	----	----

S2 

31	50	96	
----	----	----	--

S 

17							
----	--	--	--	--	--	--	--

S1 

45	63	85	
----	----	----	--

S2 

31	50	96	
----	----	----	--

S 

17	24						
----	----	--	--	--	--	--	--

# Ejemplo de mezcla para dos secuencias ordenadas

## Mezcla (Merge)

S1 

45	63	85	
----	----	----	--

S2 

50	96		
----	----	--	--

S 

17	24	31					
----	----	----	--	--	--	--	--

S1 

63	85		
----	----	--	--

S2 

50	96		
----	----	--	--

S 

17	24	31	45				
----	----	----	----	--	--	--	--

# Ejemplo de mezcla para dos secuencias ordenadas

## Mezcla (Merge)

S1 

63	85		
----	----	--	--

S2 

96			
----	--	--	--

S 

17	24	31	45	50			
----	----	----	----	----	--	--	--

S1 

85			
----	--	--	--

S2 

96			
----	--	--	--

S 

17	24	31	45	50	63		
----	----	----	----	----	----	--	--



# Ejemplo de mezcla para dos secuencias ordenadas

## Mezcla (Merge)

S1 

--	--	--	--

S2 

96			
----	--	--	--

S 

17	24	31	45	50	63	85	
----	----	----	----	----	----	----	--

S1 

--	--	--	--

S2 

--	--	--	--

S 

17	24	31	45	50	63	85	96
----	----	----	----	----	----	----	----

# Complejidad del Algoritmo MergeSort

## Tiempo de ejecución de Merge Sort

El tiempo de ejecución  $\tau$  de la mezcla (Merge) es proporcional a  $n\log(n)$  donde  $n$  es el tamaño de la secuencia.

$$\tau = O(n\log(n))$$

Recuerde que el tiempo de funcionamiento del algoritmo de burbuja es proporcional al cuadrado de  $n$   $O(n^2)$ . Por lo tanto, MergeSort es mucho más rápido que BubbleSort.



# Referencias I



Thomas H Cormen.

*Introduction to algorithms.*

MIT press, 2009.



Donald Knuth.

The art of programming.

*ITNow*, 53(4), 2011.



Elba Karen Sáenz García.

Guía práctica de estudio 1, algoritmos de ordenamiento parte 1.

*Facultad de ingeniería, UNAM.*