

Inferencia Estadística

Profesor(es): Jarnishs Beltran

Ayudante: Pablo Rivera

Pauta Ayudantía N°5

Otoño 2020

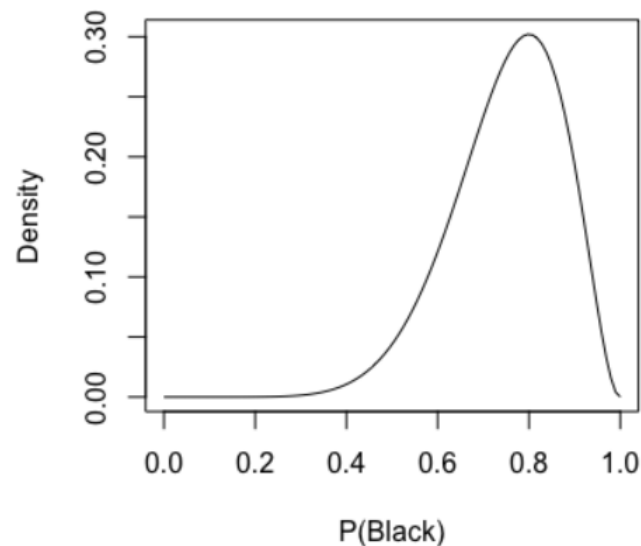
Ejercicios

- i) Hace unos cinco años, mi hermano y yo jugábamos a la ruleta en el casino de Portimão, Portugal. Entre otras cosas, puedes apostar a obtener negro (N) o rojo (r) con una probabilidad supuestamente igual. Por simplificación, asumiremos que $P(N) = P(r) = 0,5$ y, que recuerdo los diez sorteos pasados antes de que hiciéramos una apuesta:

N, N, r, N, N, N, r, N, N, N

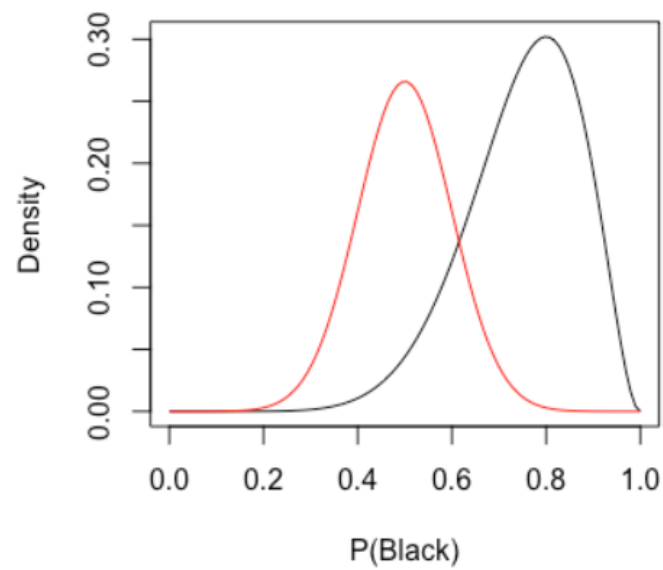
- a) Sin saber nada de las posibilidades de acertar en cualquier color, gráfique la verosimilitud (probabilidad) $P(\text{datos}|P(N))$ de 100 estimaciones de $P(N)$ desde 0 a 1, la función de probabilidad de distribución binomial sería $(10, P(N))$ con ocho sucesos, por ejemplo: $P(X \sim (10, P(N)) = 8)$ proporciona la probabilidad de todas las estimaciones diferentes de $P(N)$.

```
rangeP <- seq(0, 1, length.out = 100)
plot(rangeP, dbinom(x = 8, prob = rangeP, size = 10),
     type = "l", xlab = "P(Black)", ylab = "Density")
```



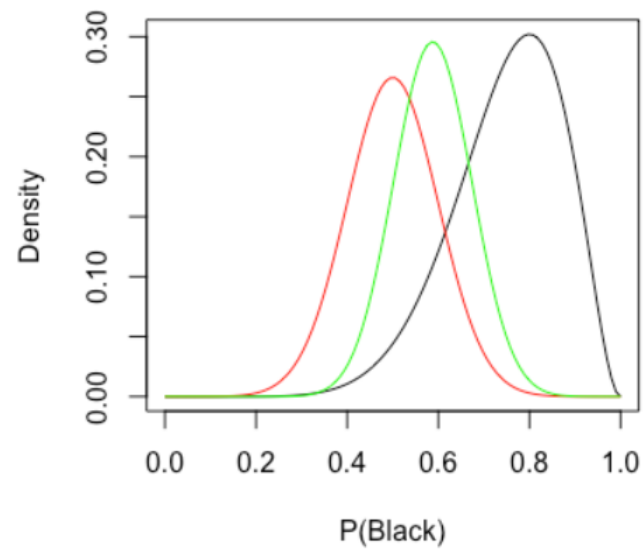
- b) Suponga ahora que intervine y le expresé mi creencia a mi hermano de que $P(N)$ debe ser 0,5 o cercano. Por ejemplo: $P(N) \sim \text{Normal}(0,5, 0,1)$. A modo de comparación, superponga esta distribución anterior con la probabilidad del paso anterior.

```
lines(rangeP, dnorm(x = rangeP, mean = .5, sd = .1) / 15,  
      col = "red")
```



- c) Calcule y grafique el producto entre la verosimilitud y la distribución anterior ($P(\text{datos}|\theta)P(\theta)$).

```
lik <- dbinom(x = 8, prob = rangeP, size = 10)
prior <- dnorm(x = rangeP, mean = .5, sd = .1)
lines(rangeP, lik * prior, col = "green")
```



d) Estandarice el "posterior" calculado anteriormente y compare todas las piezas del teorema. (Recuerde que el posterior es siempre proporcional al posterior no estandarizado: $P(\theta|\text{datos}) \propto P(\text{datos}|\theta)P(\theta)$, siendo \propto "proporcional a").

```
unstdPost <- lik * prior  
stdPost <- unstdPost / sum(unstdPost)  
lines(rangeP, stdPost, col = "blue")  
legend("topleft", legend = c("Lik", "Prior", "Unstd Post", "Post"),  
text.col = 1:4, bty = "n")
```

