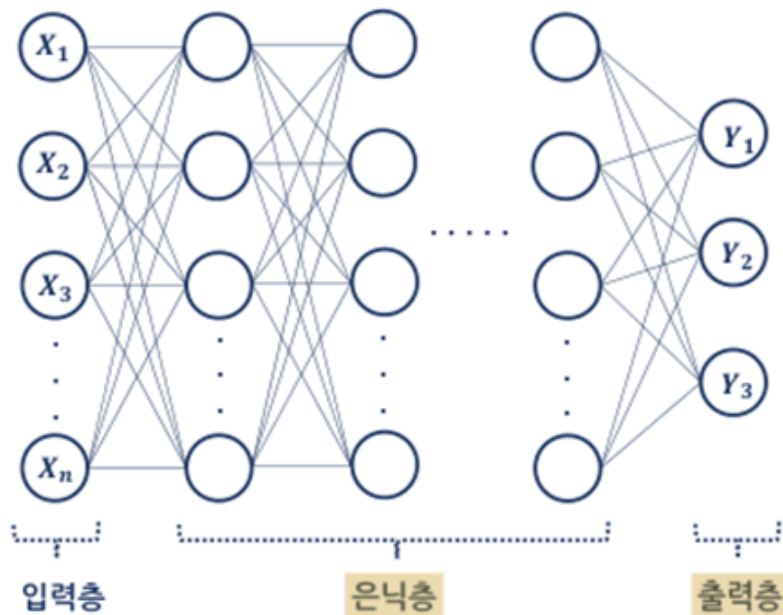


18강. 신경망에서의 활성화함수와 손실함수

- 은닉층에서의 활성화함수
- 출력층에서의 활성화함수
- 네트워크의 손실함수

■ 신경망에서의 활성화함수와 손실함수



은닉층에서의 활성화함수

- 비선형 문제의 해결이 목적
- 기울기 소실 문제의 해결을 고려
- 신경망의 유형에 따른 적용

출력층에서의 활성화함수

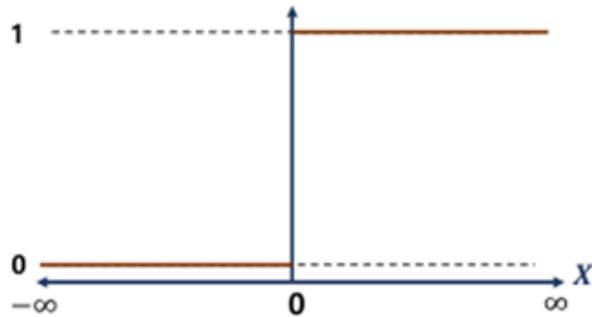
- 신경망의 목적에 맞는 함수 선정

네트워크의 손실함수

- 출력층의 활성화함수와 손실함수는 Pair

■ 은닉층에서의 활성화함수

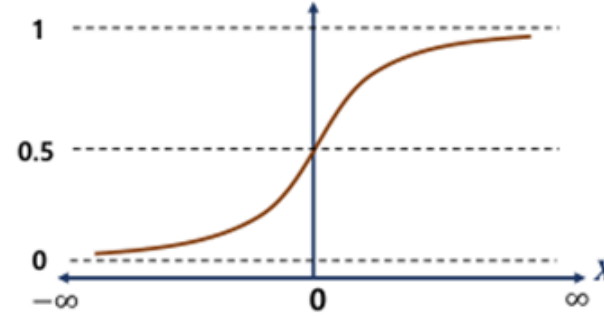
계단 함수



$$\text{Step}(X) = \begin{cases} 1 & (X \geq 0) \\ 0 & (X < 0) \end{cases}$$

- 전구간 기울기가 0이며, 특정구간 미분 불가
- 오류역전파 알고리즘에서 **사용 불가**

시그모이드 함수



$$\sigma(X) = \frac{1}{1 + e^{-X}} = \frac{e^X}{e^X + 1}$$

- 기울기가 0 ~ 0.25로 기울기 소실 문제 발생
- **LSTM, GRU의 내부 메모리 Cell**에서 사용

✓ 계단 함수

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def step_function(x):
5     return np.array(x>0, dtype=np.int32)
```

```

1 if __name__ == '__main__':
2     x = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
3     y = step_function(x)

```

```

1 print(x)
2 print(x.shape)

```

```

➡ [-5.00000000e+00 -4.90000000e+00 -4.80000000e+00 -4.70000000e+00
   -4.60000000e+00 -4.50000000e+00 -4.40000000e+00 -4.30000000e+00
   -4.20000000e+00 -4.10000000e+00 -4.00000000e+00 -3.90000000e+00
   -3.80000000e+00 -3.70000000e+00 -3.60000000e+00 -3.50000000e+00
   -3.40000000e+00 -3.30000000e+00 -3.20000000e+00 -3.10000000e+00
   -3.00000000e+00 -2.90000000e+00 -2.80000000e+00 -2.70000000e+00
   -2.60000000e+00 -2.50000000e+00 -2.40000000e+00 -2.30000000e+00
   -2.20000000e+00 -2.10000000e+00 -2.00000000e+00 -1.90000000e+00
   -1.80000000e+00 -1.70000000e+00 -1.60000000e+00 -1.50000000e+00
   -1.40000000e+00 -1.30000000e+00 -1.20000000e+00 -1.10000000e+00
   -1.00000000e+00 -9.00000000e-01 -8.00000000e-01 -7.00000000e-01
   -6.00000000e-01 -5.00000000e-01 -4.00000000e-01 -3.00000000e-01
   -2.00000000e-01 -1.00000000e-01 -1.77635684e-14  1.00000000e-01
    2.00000000e-01  3.00000000e-01  4.00000000e-01  5.00000000e-01
    6.00000000e-01  7.00000000e-01  8.00000000e-01  9.00000000e-01
    1.00000000e+00  1.10000000e+00  1.20000000e+00  1.30000000e+00
    1.40000000e+00  1.50000000e+00  1.60000000e+00  1.70000000e+00
    1.80000000e+00  1.90000000e+00  2.00000000e+00  2.10000000e+00
    2.20000000e+00  2.30000000e+00  2.40000000e+00  2.50000000e+00
    2.60000000e+00  2.70000000e+00  2.80000000e+00  2.90000000e+00
    3.00000000e+00  3.10000000e+00  3.20000000e+00  3.30000000e+00
    3.40000000e+00  3.50000000e+00  3.60000000e+00  3.70000000e+00
    3.80000000e+00  3.90000000e+00  4.00000000e+00  4.10000000e+00
    4.20000000e+00  4.30000000e+00  4.40000000e+00  4.50000000e+00
    4.60000000e+00  4.70000000e+00  4.80000000e+00  4.90000000e+00]
(100,)

```

```

1 print(y)
2 print(y.shape)

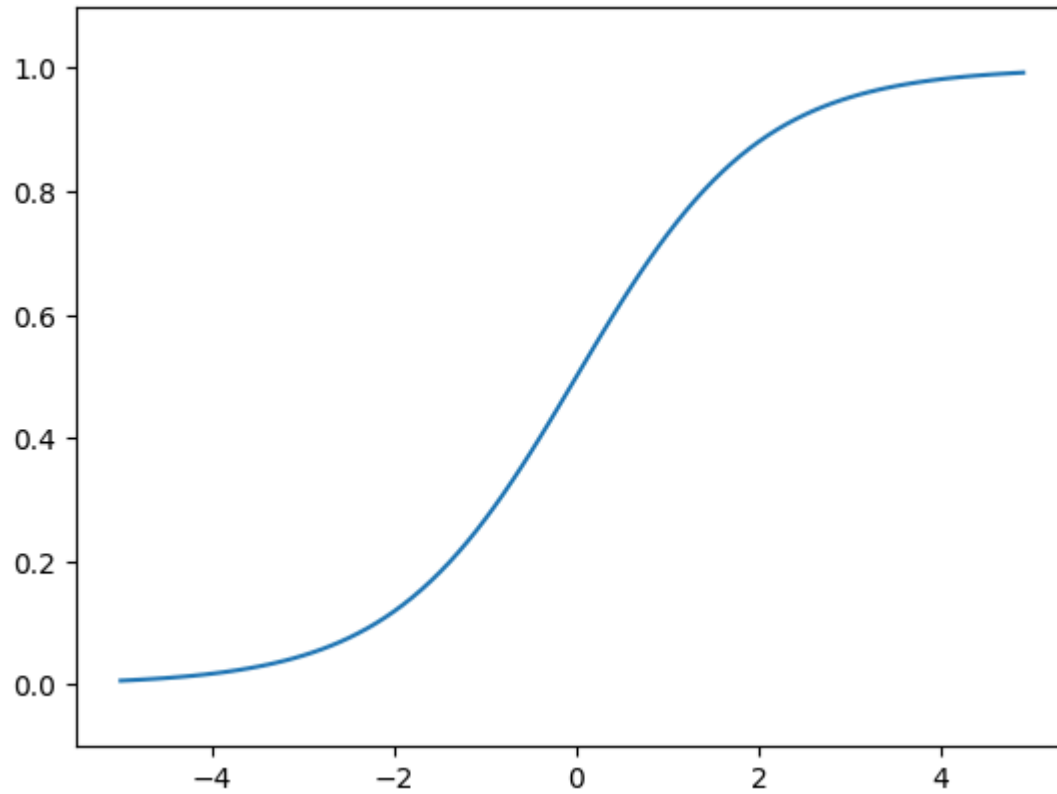
```

```
1 plt.plot(x, y)
2 plt.ylim(-0.1, 1.1)
3 plt.show()
```

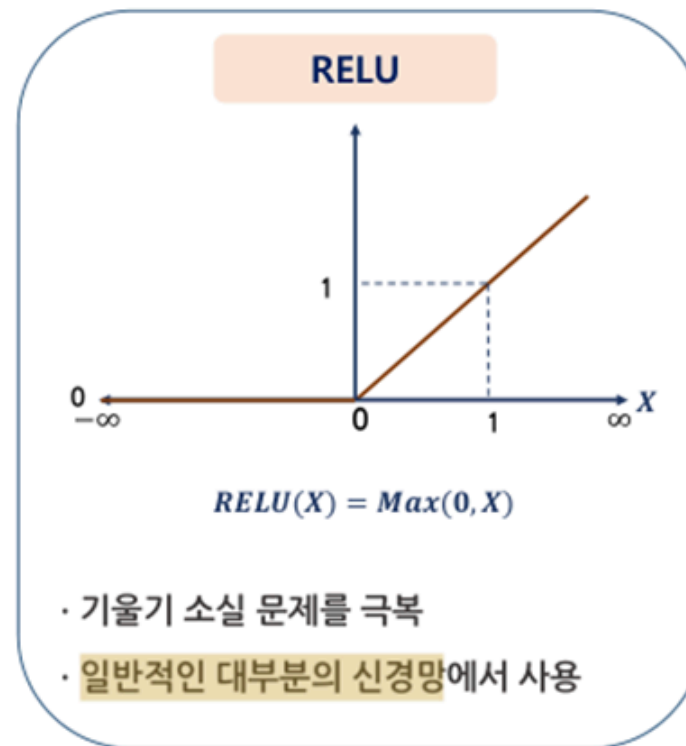
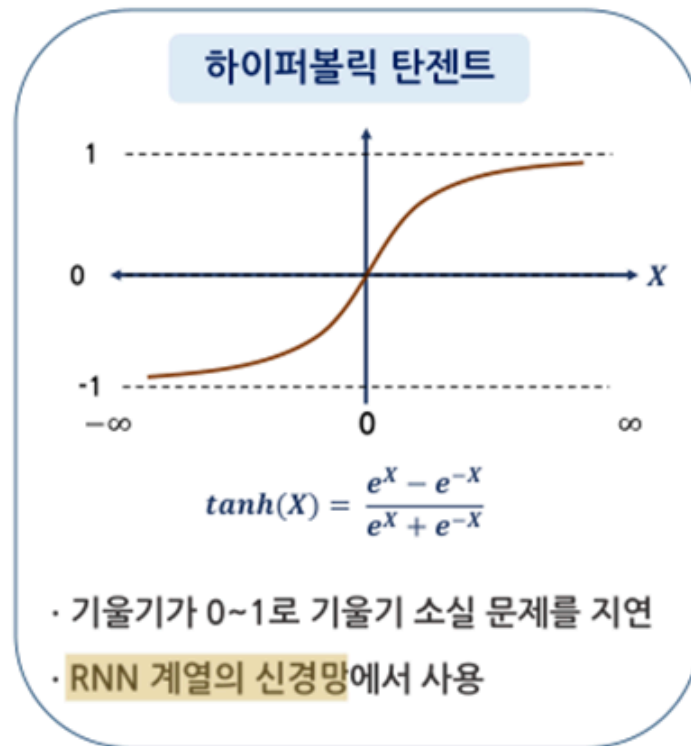


```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def sigmoid(x):
5     return 1 / (1 + np.exp(-x))
6
7 x = np.array([-1.0, 1.0, 2.0])
8 y = sigmoid(x)
9 print(y)
10
11 x = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
12 y = sigmoid(x)
13 plt.plot(x, y)
14 plt.ylim(-0.1, 1.1)
15 plt.show()
```

 [0.26894142 0.73105858 0.88079708]



■ 은닉층에서의 활성화함수



✓ 하이퍼볼릭 탄젠트 함수

```

1 import numpy as np
2 def tanh(x):
3     p_exp_x = np.exp(x)
4     m_exp_x = np.exp(-x)
5     y = (p_exp_x - m_exp_x) / (p_exp_x + m_exp_x)
6     return y

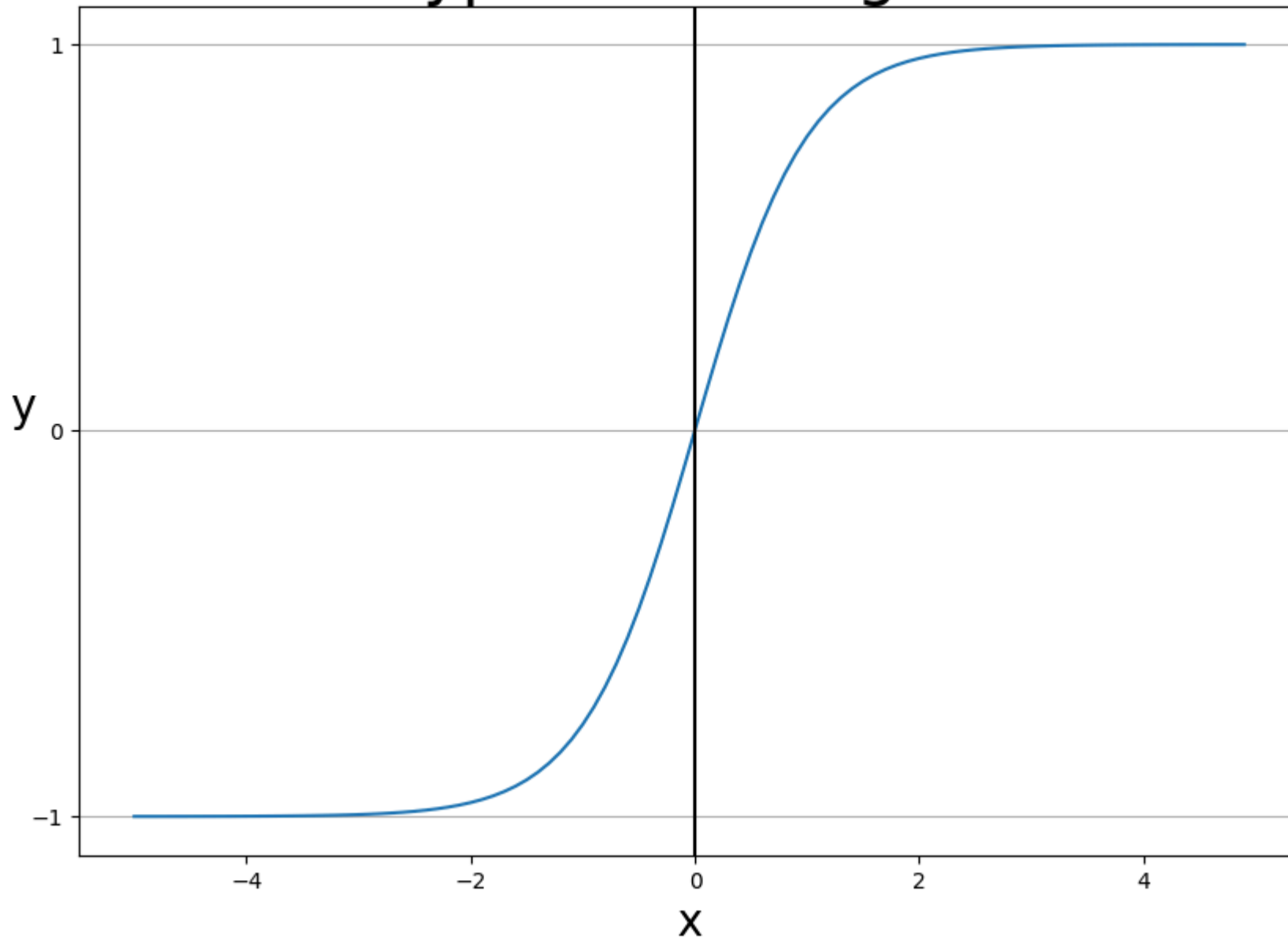
```

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 x = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
3 y = tanh(x)

1 fig = plt.figure(figsize=(10, 7))
2 fig.set_facecolor('white')
3
4 plt.plot(x, y)
5 plt.title("Hyperbolic Tangent", fontsize=30)
6 plt.xlabel('x', fontsize=20)
7 plt.ylabel('y', fontsize=20, rotation=0)
8
9 plt.yticks([-1.0, 0.0, 1.0])
10 plt.axvline(0.0, color='k')
11
12 ax = plt.gca()
13 ax.yaxis.grid(True)
14
15 plt.show()
```

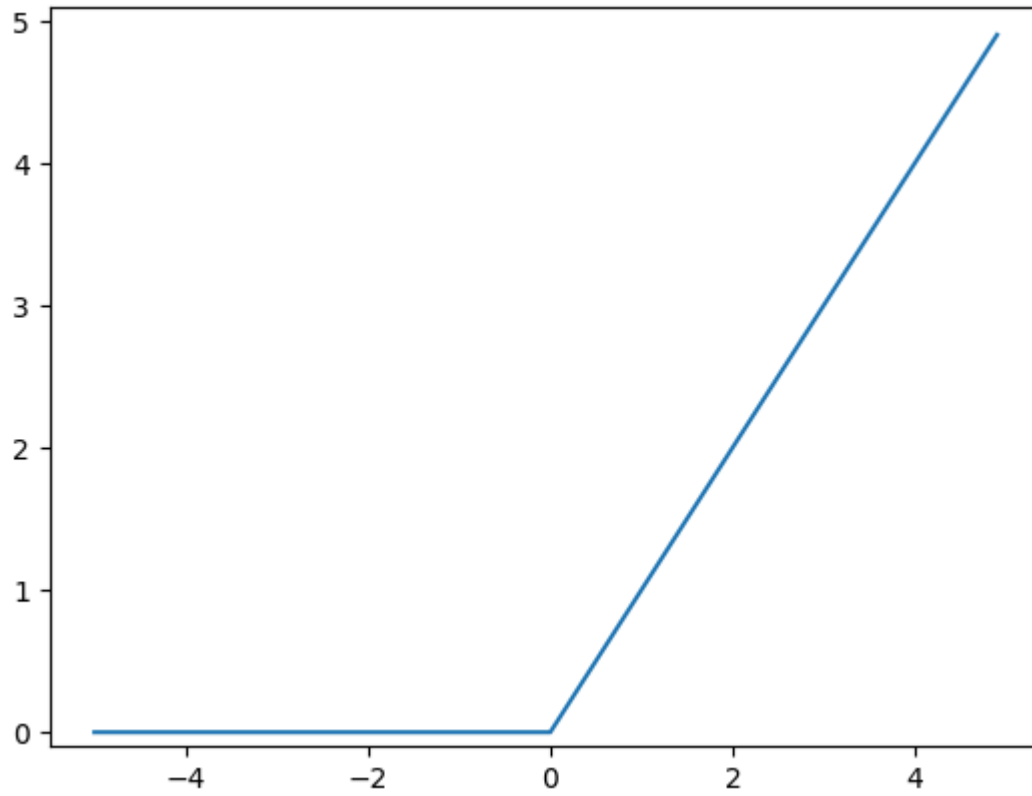



Hyperbolic Tangent

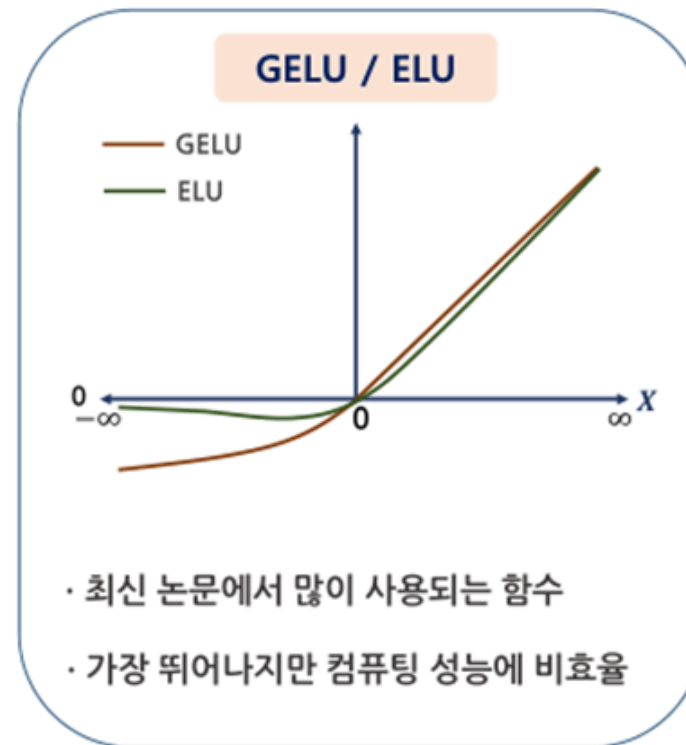
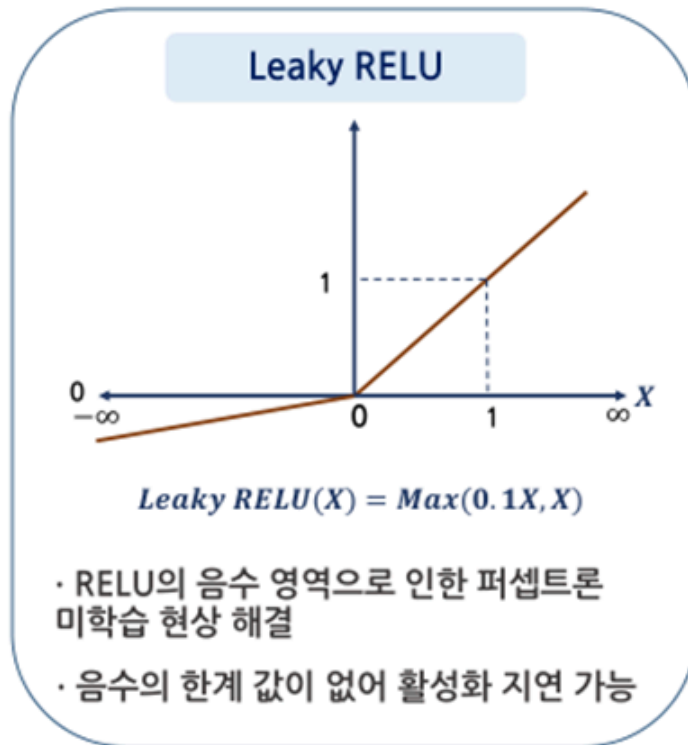


✓ 렐루 함수

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4
5 def ReLU(x):
6     return np.maximum(0, x)
7
8
9 x = np.array([-1.0, 1.0, 2.0])
10 print(ReLU(x))
11
12 x = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
13 y = ReLU(x)
14 plt.plot(x, y)
15 plt.ylim(-0.1, 5.1)
16 plt.show()
```

 [0. 1. 2.]

■ 은닉층에서의 활성화함수

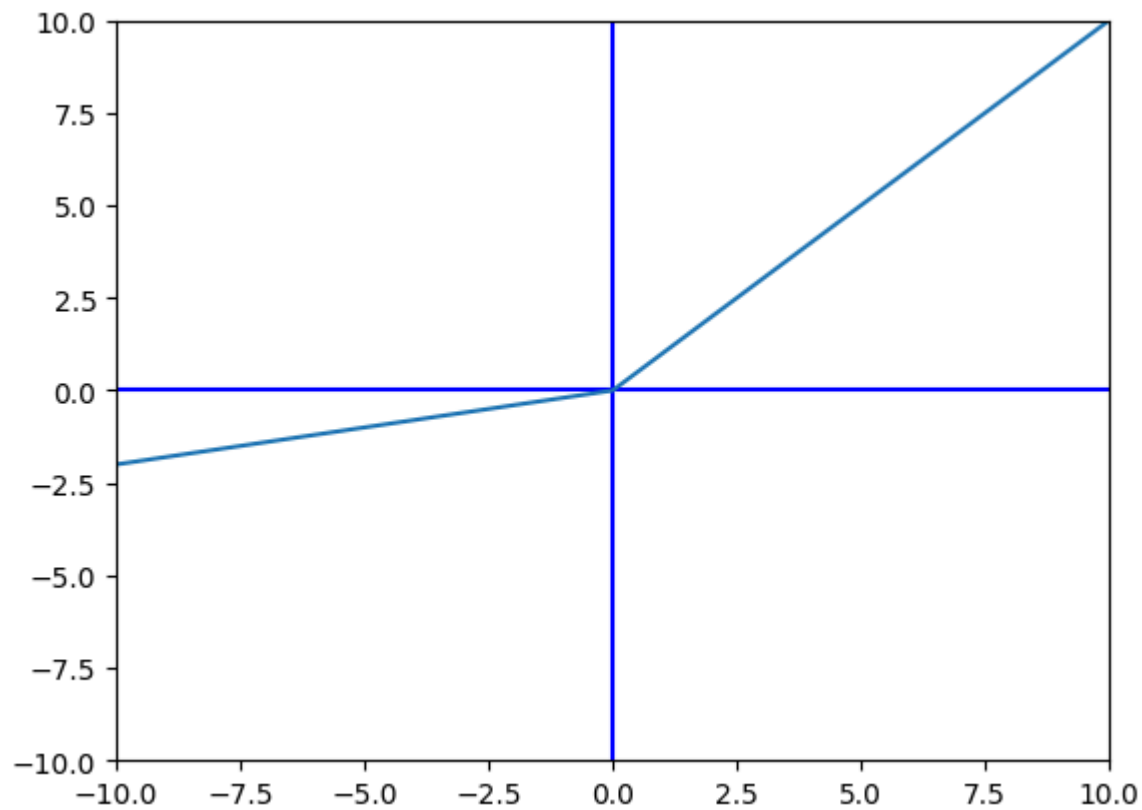


▽ Leaky ReLU

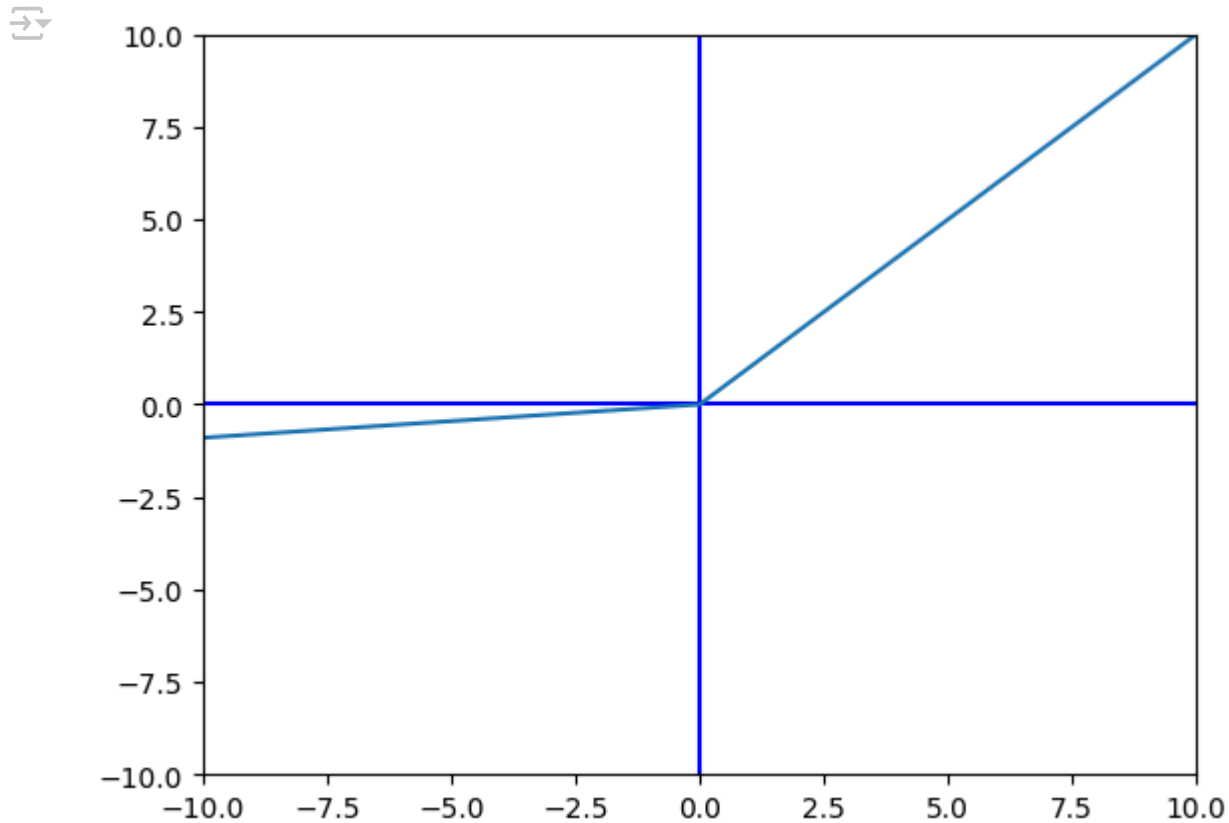
```
1 def leakyrelu(A,x):
2   if x<0:
3     return A*x
```

```
4 else:  
5     return x
```

```
1 X=[x for x in range(-10,11)]  
2 Y=[leakyrelu(0.2,x) for x in range(-10,11)]  
3 plt.xlim((-10,10))  
4 plt.ylim((-10,10))  
5 plt.plot([0,0],[-10,10],color='blue')  
6 plt.plot([-10,10],[0,0],color='blue')  
7 plt.plot(X,Y)  
8 plt.show()
```



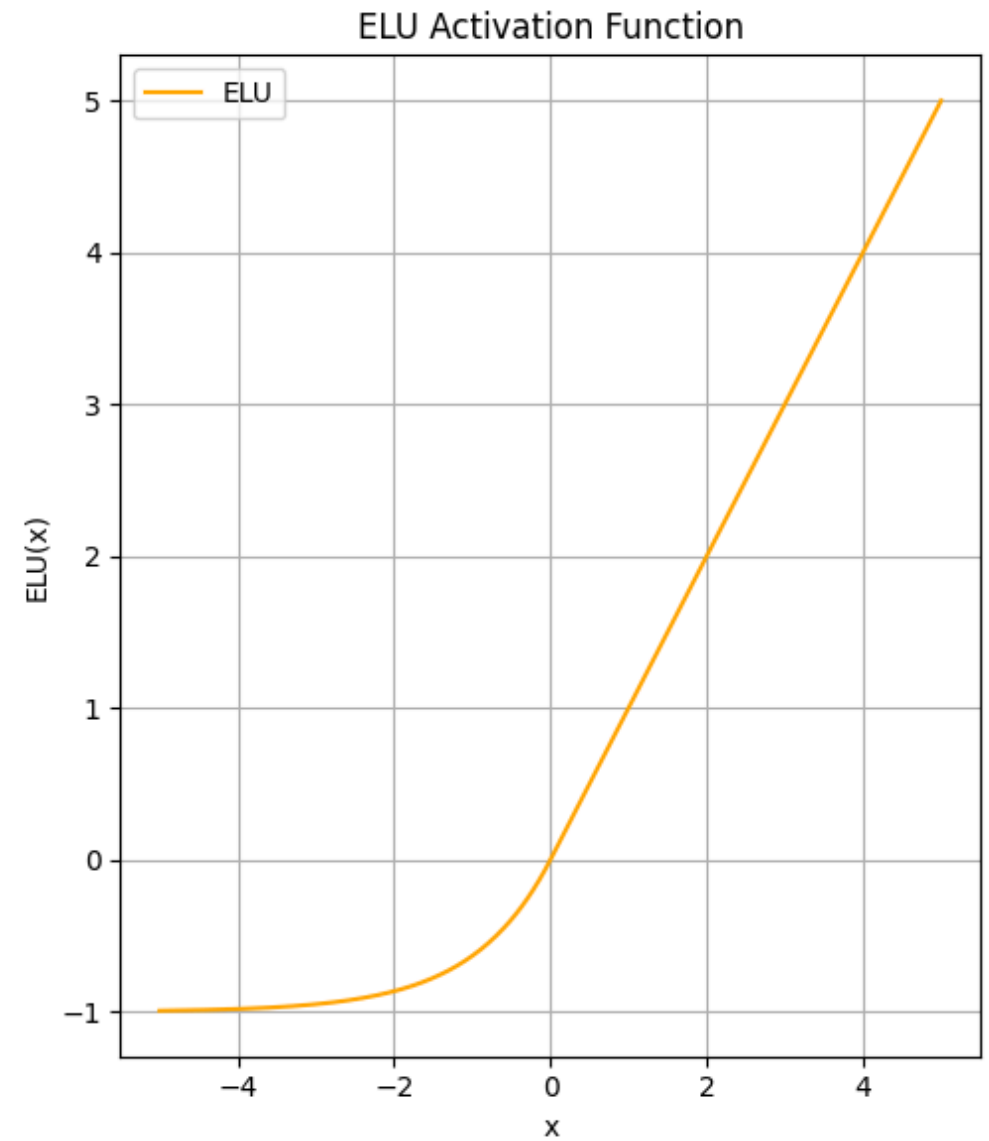
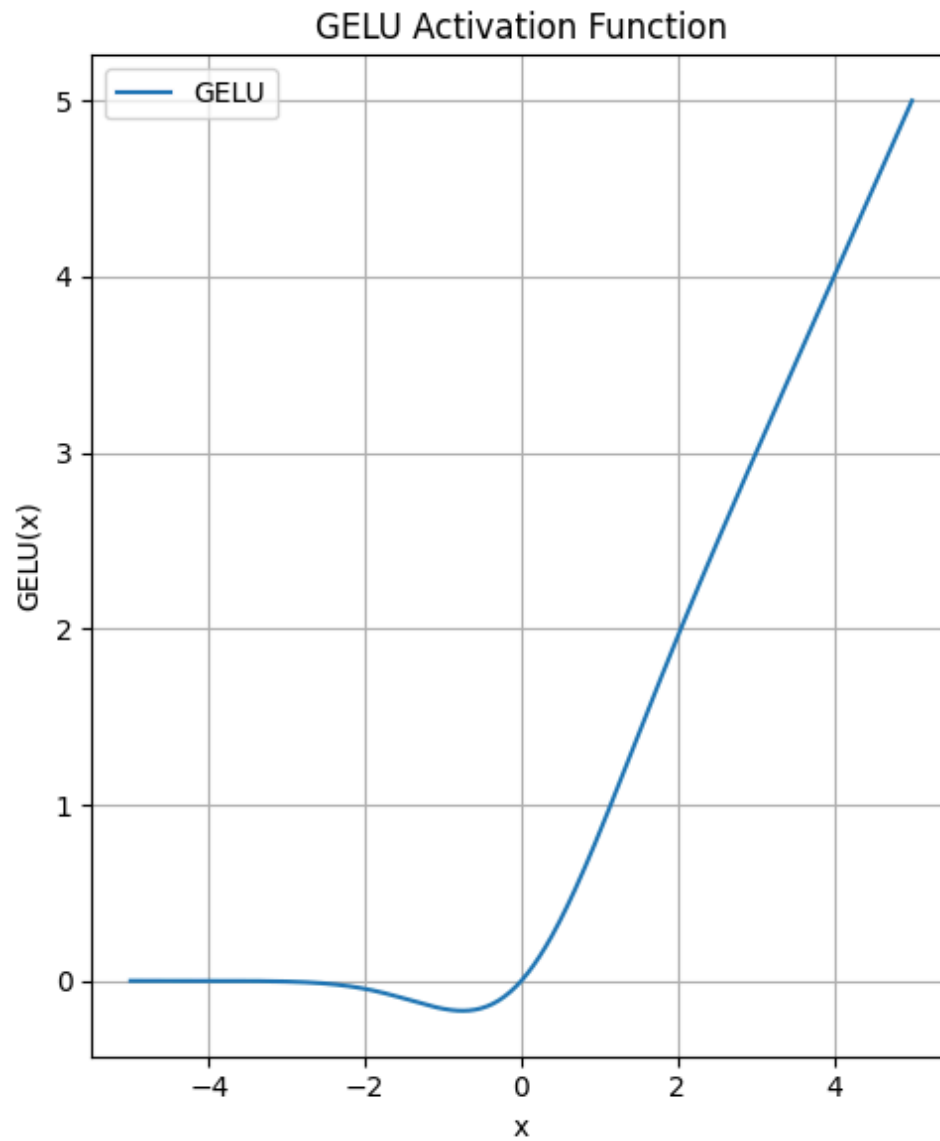
```
1 X=[x for x in range(-10,11)]
2 Y=[leakyrelu(0.09,x) for x in range(-10,11)]
3 plt.xlim((-10,10))
4 plt.ylim((-10,10))
5 plt.plot([0,0],[-10,10],color='blue')
6 plt.plot([-10,10],[0,0],color='blue')
7 plt.plot(X,Y)
8 plt.show()
```



✓ GELU

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.special import erf
4
5 def gelu(x):
6     """Gaussian Error Linear Unit (GELU) activation function."""
7     return 0.5 * x * (1 + erf(x / np.sqrt(2)))
8
9 def elu(x, alpha=1.0):
10    """Exponential Linear Unit (ELU) activation function."""
11    return np.where(x > 0, x, alpha * (np.exp(x) - 1))
12
13 # Generate values for x-axis
14 x = np.linspace(-5, 5, 400)
15
16 # Calculate GELU and ELU values
17 gelu_values = gelu(x)
18 elu_values = elu(x)
19
20 # Plotting
21 plt.figure(figsize=(10, 6))
22
23 plt.subplot(1, 2, 1)
24 plt.plot(x, gelu_values, label='GELU')
25 plt.title('GELU Activation Function')
26 plt.xlabel('x')
27 plt.ylabel('GELU(x)')
28 plt.grid(True)
29 plt.legend()
30
31 plt.subplot(1, 2, 2)
32 plt.plot(x, elu_values, label='ELU', color='orange')
33 plt.title('ELU Activation Function')
34 plt.xlabel('x')
35 plt.ylabel('ELU(x)')
36 plt.grid(True)
37 plt.legend()
```

```
38  
39 plt.tight_layout()  
40 plt.show()
```



■ 출력층에서의 활성화함수와 네트워크의 손실함수

회귀 모델



· 활성화함수

· 항등함수: $\hat{Y} = OUT$

· 연속적인 예측을 위하여 신경망의 값 그대로 출력

· 손실함수

· MSE: $\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (Y_l - \hat{Y})^2$

· 전 구간이 미분 가능하며 아래로 볼록

✓ 출력층 함수란?

- 흘러온 확률의 숫자를 취합해 결론을 내는 함수
- 신경망으로 구현하고자 하는 문제에 따라 사용하는 출력층 함수가 다름
- 회귀(Regression)의 경우, 항등함수를 사용

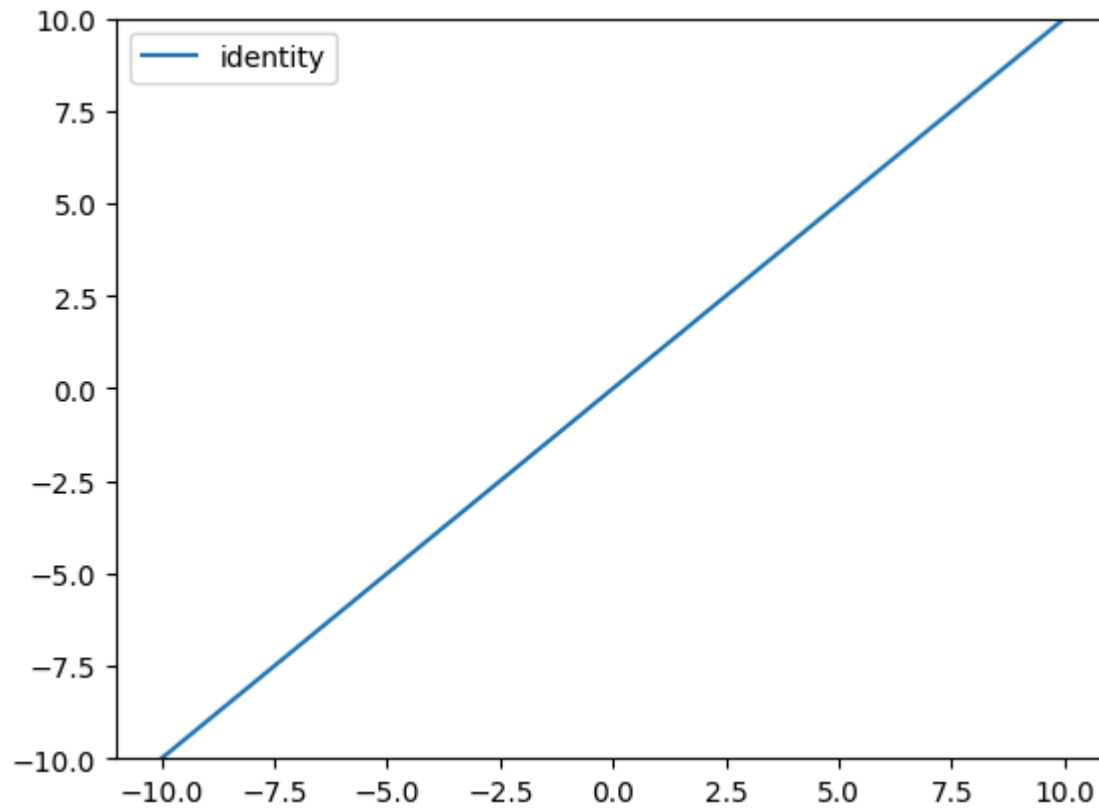
✓ 항등함수란

- 어떤 변수도 자기 자신을 함수값으로 하는 함수

```
1 def identity(x):  
2     return x  
3  
4 identity(30)
```

⇒ 30

```
1 import numpy as np  
2 import matplotlib.pyplot as plt  
3  
4 def identity_func(x):  
5     return x  
6  
7 x = np.arange(-10, 10, 0.01)  
8 plt.plot(x, identity_func(x), linestyle='-', label="identity")  
9 plt.ylim(-10, 10)  
10 plt.legend()  
11 plt.show()
```



✓ MSE(Mean Squared Error, 평균 제곱근 오차)

$$\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2$$

```
1 p = np.array([3,4,5]) # 예측값  
2 act = np.array([1,2,3]) # 실제값 (오차가 있는것!)  
3
```

```

4 def my_mse(pred, actual):
5     return ((pred-actual) ** 2).mean()
6
7 print(my_mse(p, act))    # 수가 크던 작던 상관x, 다른 값과 비교대상으로 사용하기 위함(상대적으로 적은 값이 더 실제값과 가깝다라고 평가)

```

⇒ 4.0

✓ MAE(Mean Absolute Error, 평균 절대값 오차)

$$\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n |y_i - x_i|$$

```

1 def my_mae(pred, actual):
2     return np.abs(pred-actual).mean()
3
4 print(my_mae(p, act))

```

⇒ 2.0

✓ RMSE(Root Mean Squared Error)

$$\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}$$

```

1 def my_rmse(pred, actual):
2     return np.sqrt(my_mse(pred, actual))

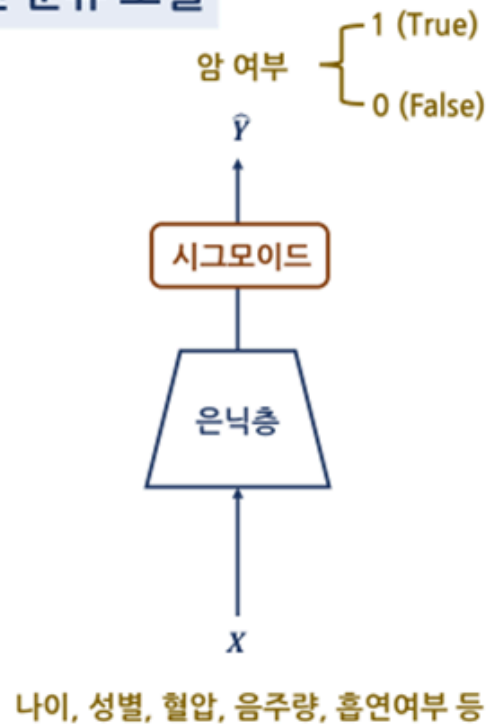
```

```
3  
4 print(my_rmse(p, act))
```

↔ 2.0

■ 출력층에서의 활성화함수와 네트워크의 손실함수

이진 분류 모델



· 활성화함수

· **시그모이드**: $\hat{Y} = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x + 1}$

· 0과 1사이의 예측이 True가 될 확률을 출력

· 0.5이상이면, True로 판정

· 손실함수

· **Binary Cross Entropy**: $-(Y \log \hat{Y} + (1 - Y) \log(1 - \hat{Y}))$

· 정답과 멀어질수록 오차가 기하급수적으로 증가

출력층에서의 활성화함수와 네트워크의 손실함수

다중 분류 모델



· 활성화함수

· **소프트맥스**: $\hat{y}_k = \frac{e^{x_k}}{\sum_{i=1}^n e^{x_i}}$

· 각 클래스에 속할 확률을 출력

· 확률의 총합이 1

· 손실함수

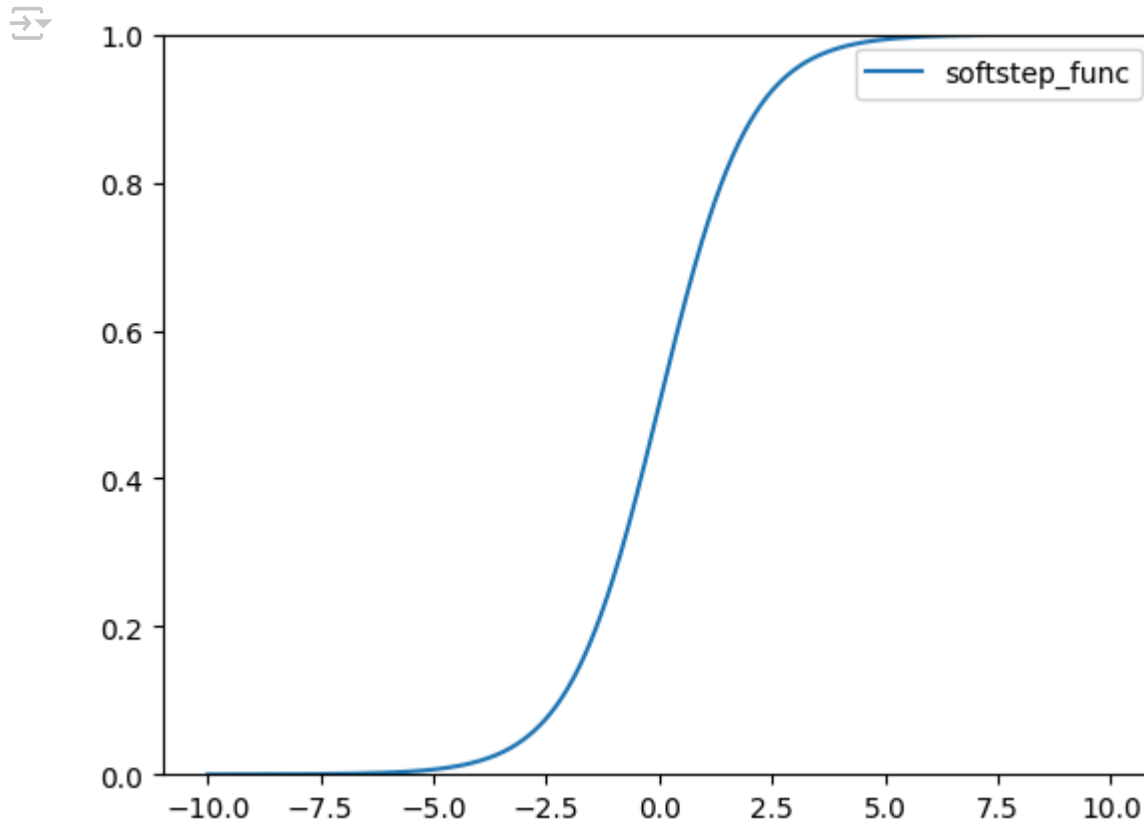
· **Cross Entropy**: $-\sum y_i \log \hat{y}_i$

· 정답인 클래스와의 오차만을 고려

✓ 분류(Classification)의 경우

- 시그모이드(Sigmoid) 함수 - 2클래스 분류에서 사용(ex, 개 vs 고양이 분류)
- 소프트맥스(Softmax) 함수 - 다중 클래스 분류(ex, 정상 폐사진 vs 폐결절, 폐혈증... 등 분류)

```
1 #로지스틱(Logistic) 또는 시그모이드(Sigmoid)라고 불리는 함수 정의 - http://www.gisdeveloper.co.kr/?p=8285
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 def softstep_func(x):
5     return 1 / (1 + np.exp(-x))
6 x = np.arange(-10, 10, 0.01)
7 plt.plot(x, softstep_func(x), linestyle='-', label="softstep_func")
8 plt.ylim(0, 1)
9 plt.legend()
10 plt.show()
```



✓ 소프트 맥스(Softmax) 함수란?

- 0과 1사이의 숫자를 출력하는 함수로, 출력하는 값은 확률

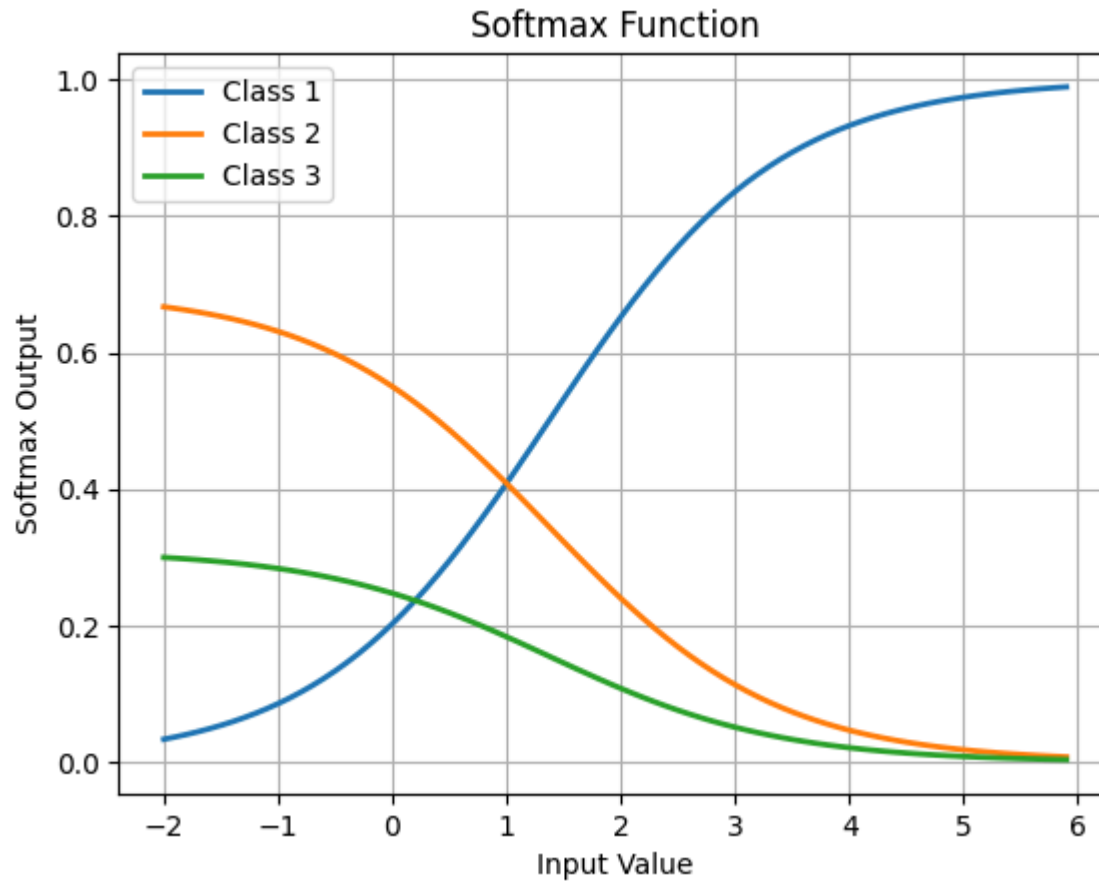
```
1 def softmax(a):
2     C = np.max(a)
3     exp_a = np.exp(a-C)
4     sum_a = np.sum(exp_a)
5
6     return exp_a / sum_a
```

```
1 import numpy as np
2
3 def softmax(x):
4     """
5     Computes the softmax function for a given input array.
6
7     Args:
8     x: A NumPy array of numbers.
9
10    Returns:
11    A NumPy array with softmax values, where each value represents a probability.
12    """
13    e_x = np.exp(x - np.max(x)) # Subtract max for numerical stability
14    return e_x / e_x.sum(axis=0)
15
16 # Example usage
17 logits = np.array([2.0, 1.0, 0.1])
18 probabilities = softmax(logits)
19 print(probabilities) # Output: [0.65900308 0.24242973 0.09856719]
20 print(np.sum(probabilities)) # Output: 1.0
```

```
⇒ [0.65900114 0.24243297 0.09856589]
   1.0
```




```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def softmax(x):
5     """
6     Compute softmax values for each set of scores in x.
7     """
8     e_x = np.exp(x - np.max(x)) # Subtract max for numerical stability
9     return e_x / e_x.sum(axis=0)
10
11 # Example usage:
12 x = np.arange(-2, 6, 0.1)
13 scores = np.vstack([x, np.ones_like(x), 0.2 * np.ones_like(x)])
14
15 plt.plot(x, softmax(scores).T, linewidth=2)
16 plt.xlabel("Input Value")
17 plt.ylabel("Softmax Output")
18 plt.title("Softmax Function")
19 plt.legend(["Class 1", "Class 2", "Class 3"])
20 plt.grid(True)
21 plt.show()
```



```
1 # The below code implements the softmax function
2 # using python and numpy. It takes:
3 # Input: It takes input array/list of values
4 # Output: Outputs a array/list of softmax values.
5
6
7 # Importing the required libraries
8 import numpy as np
9
```

```
10 # Defining the softmax function
11 def softmax(values):
12
13     # Computing element wise exponential value
14     exp_values = np.exp(values)
15
16     # Computing sum of these values
17     exp_values_sum = np.sum(exp_values)
18
19     # Returning the softmax output.
20     return exp_values/exp_values_sum
21
22
23 if __name__ == '__main__':
24
25     # Input to be fed
26     values = [2, 4, 5, 3]
27
28     # Output achieved
29     output = softmax(values)
30     print("Softmax Output: ", output)
31     print("Sum of Softmax Values: ", np.sum(output))
```

 Softmax Output: [0.0320586 0.23688282 0.64391426 0.08714432]
Sum of Softmax Values: 1.0

✓ Why is Binary Cross-Entropy Important?

- 딥러닝 모델 학습

- 이진 교차 엔트로피는 이진 분류 작업에서 신경망 학습의 손실 함수로 사용됨
- 예측 오류를 최소화하기 위해 모델의 가중치를 조정하는 데 도움이 됨

- 확률적 해석

- 모델의 예측에 대한 확률적 해석을 제공하므로 의료 진단이나 사기 탐지와 같이 예측의 신뢰도를 이해하는 것이 중요한 응용 분야에 적합함

- 모델 평가

- 이진 분류 모델의 성능을 평가하는 명확하고 해석 가능한 지표임
- BCE 값이 낮을수록 모델 성능이 우수함을 나타냄

- 불균형 데이터 처리

- 특히 한 클래스의 빈도가 다른 클래스보다 훨씬 높은 불균형 데이터 세트가 있는 상황에서 유용할 수 있음
- 확률 예측에 중점을 두므로 클래스 불균형이 있는 경우에도 모델이 정확한 예측을 수행하도록 학습하는 데 도움이 됨

```
1 import numpy as np
2 from keras.losses import binary_crossentropy
3
4 # Example true labels and predicted probabilities
5 y_true = np.array([0, 1, 1, 0, 1])
6 y_pred = np.array([0.1, 0.9, 0.8, 0.2, 0.7])
7
8 # Compute Binary Cross-Entropy using NumPy
9 def binary_cross_entropy(y_true, y_pred):
10     bce = -np.mean(y_true * np.log(y_pred) + (1 - y_true) * np.log(1 - y_pred))
11     return bce
12
13 bce_loss = binary_cross_entropy(y_true, y_pred)
14 print(f"Binary Cross-Entropy Loss (manual calculation): {bce_loss}")
15
16 # Compute Binary Cross-Entropy using Keras
```

```
17 bce_loss_keras = binary_crossentropy(y_true, y_pred).numpy()
18 print(f"Binary Cross-Entropy Loss (Keras): {bce_loss_keras}")
```

➡ Binary Cross-Entropy Loss (manual calculation): 0.20273661557656092
Binary Cross-Entropy Loss (Keras): 0.20273661557656092

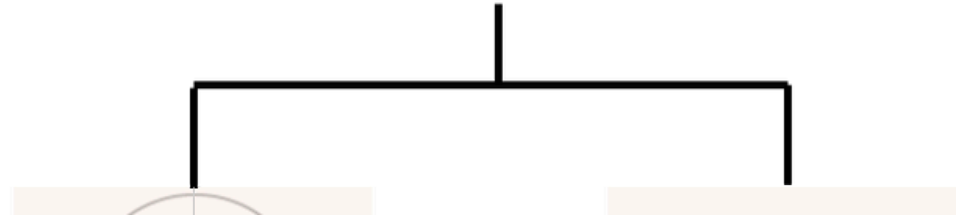
```
1 # The below code implements the cross entropy
2 # loss between the predicted values and the
3 # true values of class labels. The function:
4 # Inputs: Predicted values, True values
5 # Output: The cross entropy loss between them.
6
7
8 # Importing the required library
9 import torch.nn as nn
10 import torch
11
12 # Cross Entropy function.
13 def cross_entropy(y_pred, y_true):
14
15     # computing softmax values for predicted values
16     y_pred = softmax(y_pred)
17     loss = 0
18
19     # Doing cross entropy Loss
20     for i in range(len(y_pred)):
21
22         # Here, the loss is computed using the
23         # above mathematical formulation.
24         loss = loss + (-1 * y_true[i]*np.log(y_pred[i]))
25
26     return loss
27
28 # y_true: True Probability Distribution
```

```
29 y_true = [1, 0, 0, 0, 0]
30
31 # y_pred: Predicted values for each calss
32 y_pred = [10, 5, 3, 1, 4]
33
34 # Calling the cross_entropy function by passing
35 # the suitable values
36 cross_entropy_loss = cross_entropy(y_pred, y_true)
37
38 print("Cross Entropy Loss: ", cross_entropy_loss)
```

 Cross Entropy Loss: 0.010199795719758164

✓ 아래의 신경망을 직접 구현

시그모이드



항등함수

