6. Interest Rates and IR Futures

Instructor: Byungjin Kang

숭덕경상관 **418**호**, Tel. 828-7392**

E-mail. **bjkang@ssu.ac.kr**

I. Basics of Interest Rates

Types of Interest Rates

<KOFIA>

종류명	잔존기간	최종호가수익률					
		당일		전일대비	전일	연중최고	연중최저
		오전	오후				
국고채권(1년)	10월 ~ 1년	0.677	0.683	0.016	0.667	1.355	0.649
국고채권(3년)	2년6월 ~ 3년	0.831	0.854	0.041	0.813	1.455	0.795
국고채권(5년)	4년6월 ~ 5년	1.104	1.126	0.046	1.080	1.583	1.031
국고채권(10년)	9년6월~10년	1.400	1.410	0.031	1.379	1.762	1.281
국고채권(20년)	18년 ~ 20년	1.579	1.582	0.022	1.560	1.802	1.334
국고채권(30년)	28년~30년	1.587	1.593	0.018	1.575	1.768	1.350
국고채권(50년)	48년~50년	1.587	1.593	0.018	1.575	1.768	1.349
국민주택1종(5년)	4년6월 ~ 5년1월	1.233	1.251	0.034	1.217	1.668	1.185
통안증권(91일)	85일 ~ 91일	0.593	0.599	0.011	0.588	1.316	0.569
통안증권(1년)	10월~1년	0.626	0.635	0.017	0.618	1.384	0.592
통안증권(2년)	1년9월 ~ 2년	0.753	0.764	0.028	0.736	1.444	0.712
한전채(3년)	2년9월 ~ 3년	1.427	1.437	0.026	1.411	1.739	1.340
산금채(1년)	10월 ~ 1년1월	0.756	0.762	0.017	0.745	1.468	0.723
회사채(무보증3년)AA-	2년9월 ~ 3년	2.195	2.204	0.021	2.183	2.251	1.644
회사채(무보증3년)BBB-	2년9월 ~ 3년	8.548	8.558	0.022	8.536	8.569	7.783
CD(91일)	91일	0.63	0.63	-	0.63	1.53	0.63
CP(91일)	85일 ~ 91일	1.40	1.40	-0.01	1.41	2.23	1.36

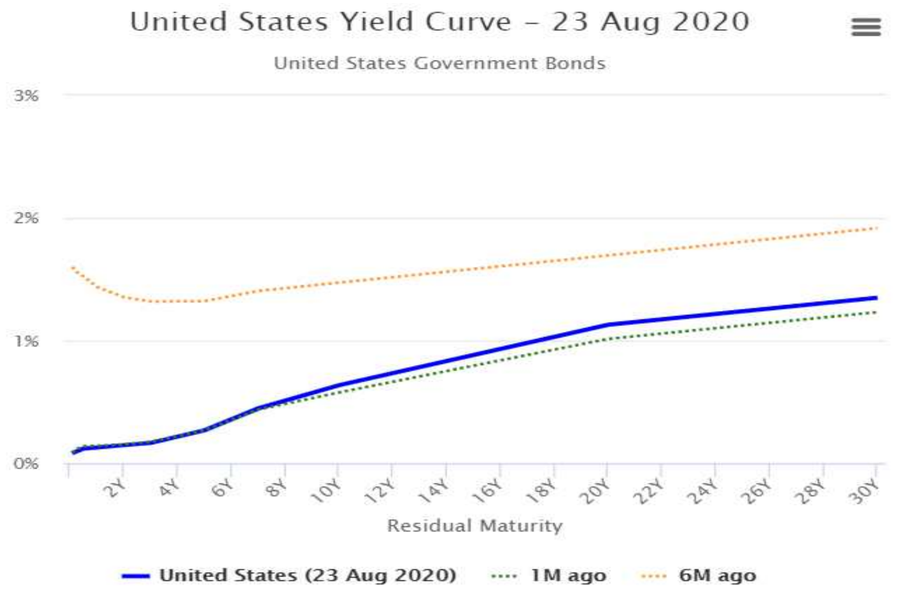
Types of Interest Rates

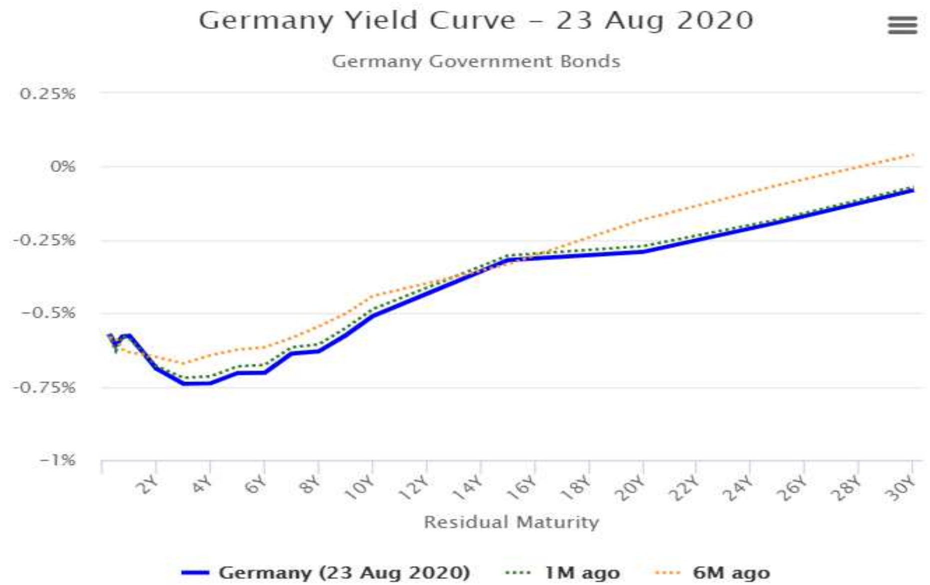
- Short Term Interest Rate
  - Generally, time to maturity is shorter than 1 year
  - 3M government bond rate
  - Libor (1M, 2M, 3M, 6M, 12M, …), 91 days CD rate
  - Repo (repurchase agreement) rate, CP rate

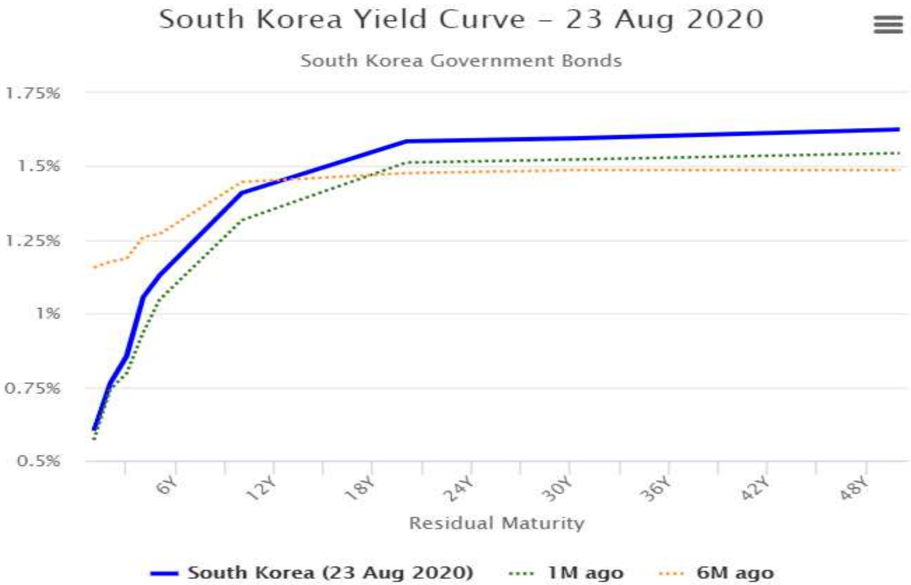
- Medium or Long Term Interest Rate
  - Generally, time to maturity is longer than 1 year
  - Government bond(note) rates
  - Bank bond rates
  - Monetary stabilization bond rates (1Y / 2Y)
  - Corporate bond rates
  - IRS / CRS rates

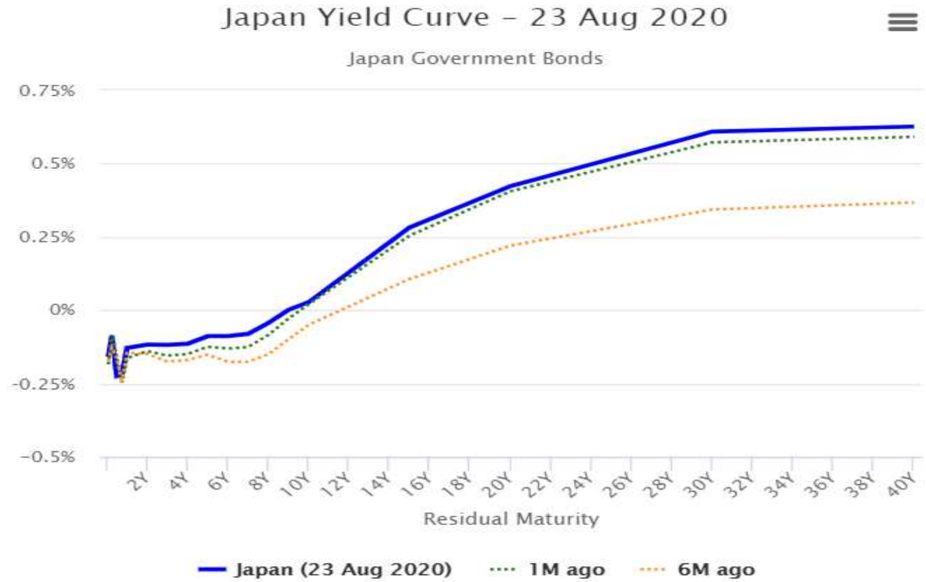
Global Yield Curve

<Worldgovernmentbond.com>









Computing Yield (or IRR)

❒ Basic Concept

- ❖ The yield on any investment is the interest rate that will make the present value of the cash flows from the investment equals to the price (or cost) of the investment
- ❖ Mathematically, the yield on any investment is the interest rate that satisfies the equation

$$P = \frac{CF_1}{1+y} + \frac{CF_2}{(1+y)^2} + \frac{CF_3}{(1+y)^3} + \cdots + \frac{CF_N}{(1+y)^N}$$

❒ Keep in Mind That

- ❖ The yield computed is the yield for the period
- ❖ That is, if the cash flows are semiannual, the yield is a semiannual yield
- ❖ If the cash flows are monthly, the yield is a monthly yield
- ❖ To compute the simple annual interest rate, the yield for the period is multiplied by the number of periods in the year

Conventional Yield Measures – YTM

- Yield to Maturity (YTM)
  - The yield to maturity is the interest rate that will make the present value of the cash flows equal to the bond price (or initial investment)
  - For semiannual pay bond, the yield to maturity is found by first computing the periodic interest rate which satisfies the relationship:

$$P = \frac{C}{1+y} + \frac{C}{(1+y)^2} + \frac{C}{(1+y)^3} + \cdots + \frac{C}{(1+y)^n} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

C : semiannual coupon interest

n : number of periods (number of years multiplied by 2)

  - Doubling the periodic interest rate or discount rate gives the YTM
  - Despite that doubling the periodic interest rate understates the effective annual yield, the market convention is to compute the YTM by doubling the periodic interest rate ➔ The yield to maturity computed on the basis of this market convention is called "bond equivalent yield (BEY)"

Conventional Yield Measures – YTM

- Yield to Maturity of ZCB

$$P = \frac{M}{(1+y)^n} \quad \Rightarrow \quad y = \left(\frac{M}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

  - Doubling the estimated periodic interest rate from the above equation gives the YTM

- The YTM Calculation Takes into Account
  - (1) The current coupon income
  - (2) Any capital gain or loss realized by holding the bond to maturity
  - (3) The timing of the cash flows

Zero Rates and Bond Pricing

❒ Definition

- A zero rate for maturity T is the rate of interest earned on an investment that provides a payoff only at time T

❒ Theoretical Price of Risk–Free Bond

$$P(0,t_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-R_i t_i} + F e^{-R_n t_n}$$

Where, R_i is the zero rate with the time to maturity of t_i

❒ Example

- Assume the zero rates as follows:
  - 6M: 3%, 1Y: 3.5%, 18M: 4%, 2Y: 4.5%
- 2 years government bond: FV = \$100, coupon rate = 5% with semi – annual comp.
- Theoretical bond price?

Bond Price Volatility – Duration

- Macaulay Duration (1938)
  - Average period of payment

$$D_{MAC} = \frac{\sum_{t=0}^{T} t\delta^t CF_t}{\sum_{t=0}^{T} \delta^t CF_t} = \sum_{t=0}^{T} t\frac{\delta^t CF_t}{P}, \quad \text{Where } \sum_{t=0}^{T} \frac{\delta^t CF_t}{P} = 1$$

- Modified Duration
  - The percentage derivative of price with respect to yield

$$D_{MOD} \equiv -\frac{\partial P / \partial y}{P} = -\frac{\partial(\ln P)}{\partial y}$$

Bond Price Volatility – Duration

- Forecasting the Change of the Bond Price Using Duration

$$\Delta P \cong -P \times MD \times \Delta y$$

  - Example
    - Market price of a 3Y coupon bond = $10,000, Modified duration = 2.7년
    - Market interest rates: 6% ➔ 7%
    - Expected changes in the bond price?

- Duration Matching (i.e. Bond Immunization; 채권면역전략)
  - Usually applied to ALM
  - Limitations
    - Assume the 'flat term structure'
    - Assume that the interest rates shift in parallel fashion

Bond Price Volatility – Duration

- More on Durations
  - Continuously compounding: Modified duration = Macaulay duration
  - Modified duration can be extended to instruments with non – fixed cash flows
  - Macaulay duration applied only to fixed cash flow instruments

- Key Rate Duration
  - The sensitivity of a security or the value of a portfolio to a change in rate for a given maturity, holding all other maturities constant
  - A set of key rates is assumed to describe the movements of the entire term structure

Real World Example

국민연금, 자산듀레이션 확대 위한 장기채 투자 증가 가능..단기물 매수 공백은 불안

(한국금융신문, 2019.12.9.)

신한금융투자는 9 일 "국민연금이 자산 듀레이션 확대를 위한 장기채 투자 확대는 가능할 것이지만 단기물 매수 공백은 불안 요인"이라고 밝혔다.

김지영 연구원은 "단기물 국채 위주로 편중되어 있는 국민연금의 투자 포트폴리오에 변화의 양상이 확인된다"면서 이같이 분석했다. 그는 "2018 년말 기준 국민연금의 7 년 초과 장기물 국내채권 보유 비중은 28.1%로 전년대비 2.6%p 증가했다"면서 "반면 동 기간 3 년 미만의 단기물은 48.4%에서 46.2%까지 감소했다"고 지적했다. 저금리 기조가 장기화되면서 자산 · 부채 듀레이션 관리의 중요성이 대두되고 있는 상황이라고 진단했다. 그는 "2018 년말 기준 국민연금의 국내채권 평균 듀레이션은 4.7 년이며, 부채 듀레이션은 30 년 정도로 추정된다"면서 "자산·부채 미스매치 현상이 우려되는 부분"이라고 밝혔다. 국민연금이 ALM 기반의 자산배분 체계 도입을 검토함에 따라 장기채에 대한 수요가 점진적으로 확대될 수 있지만, 단기채 중심의 투자비중 축소는 잠재적 리스크 요인이라고 풀이했다. 그는 "국민연금은 국내 채권시장 전체의 15.5% 비중을 차지하고 있는 주요 플레이어"라며 "국민연금의 단기채 투자 공백은 충분히 조정의 빌미가 될 수 있다"고 밝혔다. 그러면서 국내 채권시장의 수급 상황에 대한 점검이 필요하다고 밝혔다.

Real World Example

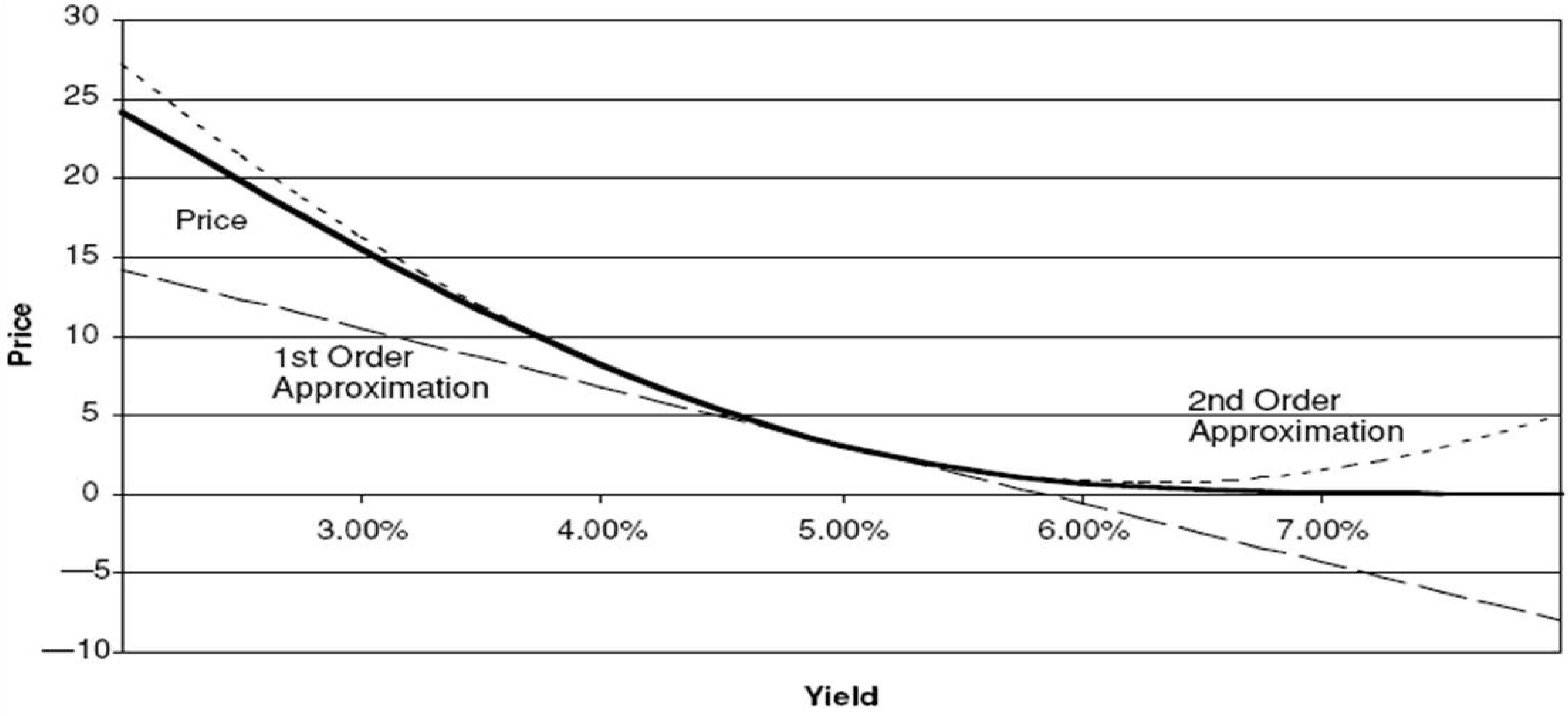
2019 년 9 월말 기준 714 조원의 기금적립금을 보유한 국민연금은 일본 공적연금(GPIF), 노르웨이 국부펀드(GPFG)에 이어 세계 3 위 규모의 연기금이다. 김 연구원은 "국회예산정책처에 따르면 국민연금의 기금적립금은 2041 년 1,778 조원으로 정점에 이른 후 감소세로 돌아선다"면서 "2042 년부터 재정적자가 본격화돼 2057 년에는 기금이 완전히 고갈된다"고 지적했다. 그는 "이런 예상은 출산율 저하, 기대수명 증가에 따른 고령화 가속화, 저성장ㆍ저금리 환경 등이 불러온 결과"라며 "지난 2013 년 3 차 국민연금 재정계산 대비 적립금 소진 시점이 3 년 축소됨에 따라 국민연금 재정에 대한 불안감은 증폭되고 있다"고 밝혔다.

그는 "국민연금의 운용기금 자산배분 체계 개선 필요성이 꾸준히 제기되는 상황"이라며 "지난 2010 년 이후 올해 9 월말까지의 기금운용 연평균 누적 수익률은 5.4%로 주요 선진국 연기금 대비 낮은 수준"이라고 밝혔다. 캐나다 CPPIB 10.2%, 노르웨이 GPFG 7.6% 등을 감안할 때 성과가 상대적으로 낮다는 것이다. 그는 "국민연금은 수익률 제고를 위해 이미 오래 전부터 해외투자 비중을 늘리는 등 포트폴리오 다변화를 추진하고 있다"면서 "최근에는 자산부채관리를 고려한 레퍼런스 포트폴리오 체계 도입을 검토한다고 밝혔다"고 지적했다. 그는 "장기 운용 목표를 설정해 긴 호흡에서 효율적 자산배분 전략을 수립해 나갈 것으로 보인다"면서 "국민연금은 또한 자산·부채 듀레이션 갭 관리를 통해 재무건전성 확보에 주력할 계획"이라고 덧붙였다.

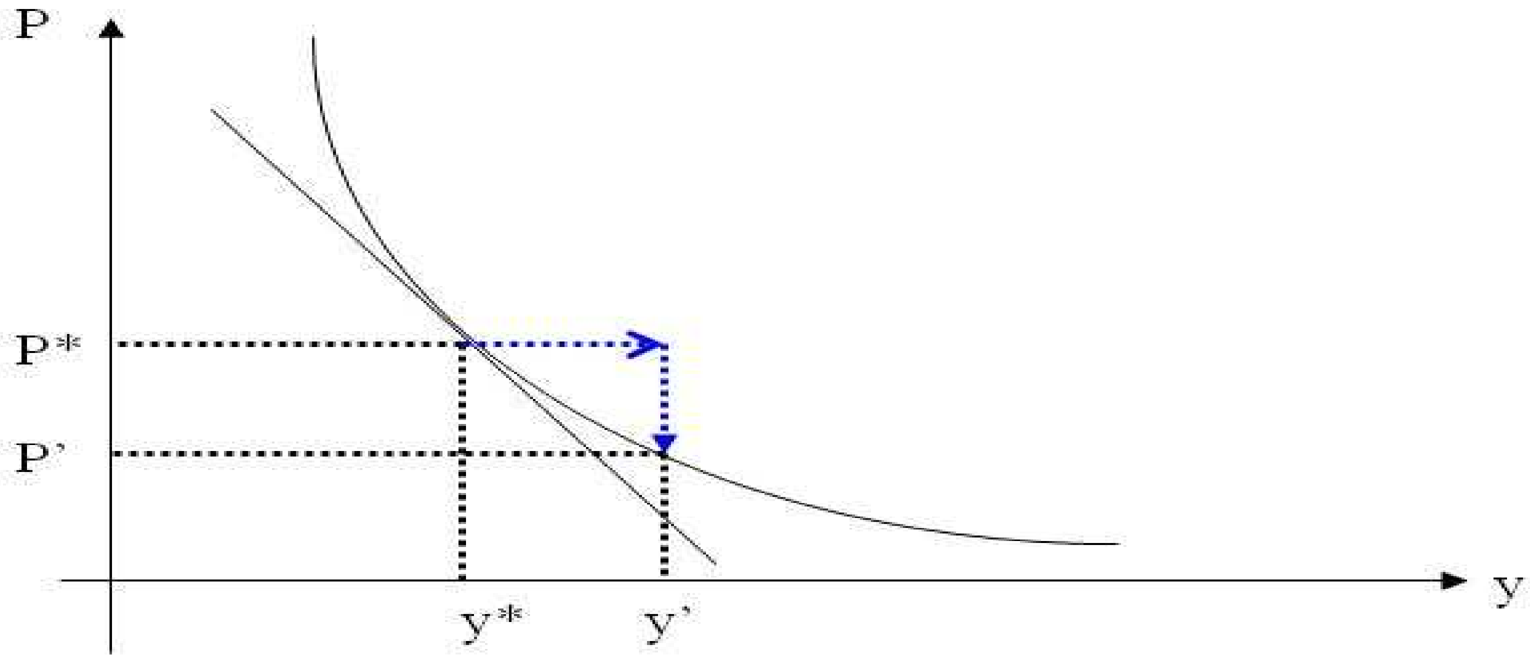
Bond Price Volatility – Convexity

- Convexity
  - Measures how interest rate sensitivity change with rates

$$C \equiv \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dy^2}$$



Bond Price Volatility – Convexity



$$dP = \frac{dP}{dy}dy + \frac{1}{2}\frac{d^2P}{dy^2}(dy)^2 + \cdots \Rightarrow dP = -P \times \frac{dP/P}{dy} \times dy + \frac{1}{2} \times P \times \frac{1}{P} \times \frac{d^2P}{dy^2} \times (dy)^2 + \cdots$$

$$\Rightarrow \Delta P \cong -P \times MD \times \Delta y + \frac{1}{2} P \times C \times (\Delta y)^2$$

Term Structure of Interest Rates

- Definition
  - A curve showing several yields or interest rates across different contract lengths for a similar debt contract

- Types of Shape
  - Upward sloping curve / Downward sloping curve / Flat curve
  - Others: Humped, Inverted humped,…

- Some Theories on Term Structure of Interest Rates
  - Unbiased expectations hypothesis
  - Liquidity preference / premium hypothesis
  - Market segmentation hypothesis
  - Preferred habitat hypothesis

II. IR Futures

Forward Interest Rates

❑ Definition

- Future zero rate implied by today's term structure of interest rates

❑ Example

Years	Zero rate (Spot rate, %)	Forward rate (%)
1Y	3.0	-
2Y	4.0	__________
3Y	4.6	__________
4Y	5.0	__________
5Y	5.3	__________

$$e^{0.04\times 2} = e^{0.03\times 1} \times e^{f_{1,2}\times 1}$$

$$e^{0.046\times 3} = e^{0.04\times 2} \times e^{f_{2,3}\times 1}$$

$$\vdots$$

$$e^{R_2 T_2} = e^{R_1 T_1} \times e^{f_{T_1,T_2}(T_2 - T_1)} \qquad \Rightarrow \qquad f_{T_1,T_2} = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1}$$

FRA: A Formal Definition

Definition of FRA in Forma Terms

- FRA is an agreement to exchange interest calculated at a fixed rate R_K for interest computed at a floating rate R_M (typically Libor) on a specified principal amount P over a specified horizon [T1, T2] in the future, and which is settled in discounted form at time T1

Terminology

- A FRA is described by the start and end dates of the underlying investment period (stated in months)
- E.g., "3*6 FRA" refers to a FRA whose underlying investment period begins in 3 months and ends in 6 months
- Long position in the FRA: "pays fixed, receives floating"
- Short position in the FRA: "receives fixed, pays floating"

Hedging with FRAs

❒ Basic Concept

- It is easy to create fixed rate borrowing or lending using a FRA
- If a long FRA is combined with floating rate borrowing at time T1, the result is a fixed rate borrowing at the rate R_K
  - You pay R_M on the borrowing, but receives $R_M - R_K$ from the FRA, so the net payment is R_K
- Similarly, a short FRA with a floating rate investment creates a fixed rate investment at the rate R_K

❒ P/L from FRA

(1) Lender (Forward rate seller): $L \times (R_K - R_M) \times (T_2 - T_1)$

(2) Borrower (Forward rate buyer): $L \times (R_M - R_K) \times (T_2 - T_1)$

Where, R_K is the FRA contract rate, R_M is the realized rate with $(T_2 - T_1)$ compounding

Eurodollar Futures – Short Term IR Futures

❒ Overview

- ❖ A Eurodollar futures contract is an exchange – traded instrument that facilitates locking in a Libor rate for borrowing or investment over a <u>3 month period</u> beginning at the maturity of the futures contract
- ❖ At any point in time, there are 44 Eurodollar futures contracts offered by CME and SGX over a 10 year horizon
  - ➢ Unusually for a futures contract, there is substantial liquidity across the entire maturity spectrum

❒ EFs vs. FRAs

- ❖ To a first approximation, EFs may be thought of as a special case of FRAs with fixed start dates and fixed 3 month investment periods
- ❖ One particularly important differences is that while FRAs are settled in discounted form at the start of the investment horizon, the settlement specification in EFs is in undiscounted form ➔ "<u>Convexity bias</u>"

Contract Specifications

- Price of EFs
  - Quoted as "100 – 3M Libor rate"
  - E.g., a quoted price of 96.25 corresponds to a Libor rate of 3.75%
  - It is this rate that gets locked in via the contract
  - Note that a movement of 1 bp in the interest rate corresponds to a movement <u>in the opposite direction</u> of 0.01 in the futures price

- Underlying Instrument
  - 90 day \$1,000,000 time deposit, and thus the impact on this time deposit of a 1 bp change in interest rates:

$$1{,}000{,}000 \times 0.0001 \times \frac{90}{360} = \$25$$

  - Every 0.01 increase in the price leads to gain(loss) of \$25 for the long(short) position

Trading Strategies

- Hedging
  - We will receive $1M on June, 2020, and will invest $1M on September, 2020
  - Current price of 3M Eurodollar futures contract maturing on June, 2020 is 97.00
  - Hedging strategy and the results?
    - Realized Eurodollar interest rate on June, 2020 = 4.00% or 2.00% ?

- Speculation
  - Forecasted future interest rate >(<) Interest rate implied by IR futures contracts ➔ ________________

- Arbitrage Trading
  - When the forward interest rate implied by a current yield curve is not approximately equal to the corresponding interest rate implied by IR futures contracts, then we can make arbitrage profit

Real World Example

미 채권시장 "美 금리인상, 내년 말 조기종료" 신호 (뉴시스, 2018.7.16.)

미국 채권시장 투자자들이 미 연방준비제도(FED, 연준)의 금리 인상 사이클의 조기 종료 가능성을 점치고 있는 것으로 나타났다. 현재 미국 채권 시장의 여러 가격들의 추이는 이르면 내년 말 연준의 긴축정책이 끝날 수 있다는 신호를 보내고 있다는 분석이다. 파이낸셜타임스(FT)는 15일(현지시간) 연준은 내년에 이어 2020년까지 기준금리 인상이 이어질 것임을 시사해 왔으나 미 채권 시장 투자자들은 연준의 금리 인상이 이보다 이른 내년 말 끝날 것으로 전망하고 있다고 보도했다. FT는 연준의 금리 인상 계획은 17~18일로 예정된 파월 연준 의장의 의회 증언을 통해 큰 윤곽이 드러날 것이라고 전했다.

연준은 오는 2020년까지 연방기금 금리를 3.375%(연준 위원 중간값 기준) 올릴 것으로 전망하고 있다. 그러나 유로달러 선물(Eurodollar Futures)은 2019년 금리가 정체 양상을 나타낼 것을 시사하고 있다. 이는 기준금리가 예상 속도대로 오르지 못할 것이라는 의미로 풀이된다. FT는 투자자들이 양호한 기업 실적 성장과 긍정적인 경제 지표에도 불구하고 경제 둔화 가능성을 예상하고 있다고 전했다 ... (중략) ... 2019년 12월 만기인 유로달러 금리선물의 내재 수익률은 지난 13일 2.97%를 기록했다. 이는 2020년 3월 만기물의 수익률인 2.975%와 거의 같은 수준이다. 2020년 12월에 만기 유로달러 선물의 이자율은 2.96%로 더 낮았다. 미국 선물투자회사인 RJ 오브라이언의 존 브래디 매니징 디렉터는 "시장은 연준이 틀렸다고 말하고 있는 것"이라고 말했다. FT는 이처럼 유로달러 선물의 수익률 곡선이 역전된 것은 1989년 이후 다섯 번째라면서 커브 역전 이후에는 연준의 긴축이 중단됐음을 지적했다.

Real World Example

연준은 최근 미국 경제가 호조를 보이고 있음을 강조해 왔다. 그러나 최근 글로벌 무역전쟁에 대한 우려가 증폭되면서 기업들이 투자를 늦추고 있다는 우려가 증폭되고 있다. 일부 애널리스트들은 세제개편 효과도 내년부터 줄어들 것으로 예상하고 있다. 또한 연방기금 금리선물 시장도 내년 금리 인상이 정체될 것임을 시사하고 있다. 최근 미국의 2년 물 국채 금리와 10년 물 국채 금리 차이에서도 유사한 패턴이 나타나고 있다. 미 국채수익률 곡선의 플래트닝(평탄화) 현상이 심화하고 있는 것이다. 13일 기준 2년 물과 10년 물 국채 금리 차는 24bp(1bp=0.01%포인트)로 2007년 이후 최저 수준을 기록했다. 장단기 국채 금리간 차이가 좁혀지는 스프레드의 축소 혹은 금리 역전은 경기침체의 전조로 해석되고 있다.

연준은 지난 2015년 12월 기준금리를 기존 연 0.25~0.5%에서 0.50%~0.75%로 인상하면서 7년 동안 지속된 제로금리 시대에 종지부를 찍은 이래 지금까지 총 7차례의 금리인상을 단행했다. 연준은 이후 일 년 만인 2016년 12월 한 차례, 2017년 3월과 6월, 12월 등 세 차례에 걸쳐 기준금리를 각각 0.25%포인트씩 인상했다. 연준은 올 들어서도 3월과 6월 기준금리를 각각 0.25%포인트씩 인상하면서 현행 금리를 1.75~2.0%로 조정했다. 연준은 또한 4조 5000억 달러 규모에 달하는 대차대조표를 줄이는 작업을 하고 있다.

현재 대부분의 연준 위원들은 올해 말까지 두 차례 추가금리 인상을 해야 한다는 입장을 나타내고 있다. 연준은 내년 초까지 금리 인상을 이어가면 중립금리의 중앙값에 근접하게 될 것으로 예상하고 있다. 이에 따라 연준 위원들이 그 이상으로 기준금리를 올릴지 말지에 대해 치열한 논쟁을 벌이고 있다.

Treasury Futures – Long Term IR Futures

- Treasury Securities
  - T – bills: maturities < 1 year at issue
  - T – notes: maturities between 2 and 10 years at issue
  - T – bonds: maturity of 30 years at issue

- Treasury Futures
  - T – bill futures: introduced in 1976 on the CME
  - T – bond futures: introduced in 1977 on the CBOT
  - T – note futures: introduced in the 1980
  - T – bond futures design has been widely copied including by JGB futures, German Bond Futures, UK Gilt futures, and KTB futures

Duration Based Hedging

Duration of a Porfolio

- Sensitivity of a portfolio of fixed income instruments to a small change in interest rates

$$D = \frac{\sum t_i c_i e^{-r_i t_i}}{P}, \quad D_P = \omega_1 D_1 + \cdots + \omega_n D_n \quad \Rightarrow \quad \Delta P \approx -P \times D_P \times \Delta r$$

Duration of a Futures Contract

- Suppose we are given a particular bond futures contract to be used for hedging the given portfolio
- Let F be the current futures price
- Question: How does F react to a small change in interest rates?
- Answer: The duration of the futures contract is the duration of the bond underlying the futures contract <u>measured from the maturity date of the futures contract</u>

Duration Based Hedging

Duration Based Hedging

- Consider a position in H futures contracts to hedge the given bond portfolio

$$D = \frac{\sum t_i c_i e^{-r_i t_i}}{P}, \quad D_P = \omega_1 D_1 + \cdots + \omega_n D_n \quad \Rightarrow \quad \Delta P \approx -P \times D_P \times \Delta r$$

- For the position to be hedged against interest rate changes, we must have:

$$\Delta P + H\Delta\Delta = 0 \quad \Rightarrow \quad -P \times D_P \times \Delta r - H \times F \times D_F \times \Delta r = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore H^* = -\frac{P \times D_P}{F \times D_F}$$

Example

- Given portfolio: current value P = \$5,000,000, duration = 1
- Futures contract used for hedging: T – bill futures contract, current futures price = \$990,000
- Then, duration – based hedge size is ____________