Risk Management of Options

Instructor: Byungjin Kang

숭덕경상관 **418**호**, Tel. 828-7392**

E-mail. **bjkang@ssu.ac.kr**

숭실대학교 금융학부
SSU School of Finance

I. Option’s Greek

Introduction

❒ Option Greeks

- ❖ Options are instruments whose values are affected by many factors
- ❖ Option pricing models value options taking as given information about these factors at a point in time
- ❖ As time passes, changes in the values of these factors will cause changes in option values
- ❖ Sensitivity analysis aims to quantify the impact of a change in each factor on the option price
- ❖ Corresponding to each factor is sensitivity measure (called the option Greek) that gives the quantitative impact of a change in that factor

❒ Four Factors

- ❖ Underlying asset prices / Volatility / Time to maturity / Interest Rate

Five Greeks

- 5 – Greeks
  - Delta: rate of change of option prices w.r.t. changes in the underlying asset price
  - Vega: rate of change of option prices w.r.t. changes in the volatility
  - Theta: sensitivity of the option prices to the passage of time
  - Rho: rate of change of option prices w.r.t. changes in the risk–free rate
  - Gamma: rate of change in the delta w.r.t. changes in the underlying asset price

Factor	Greek	If factor changes by	Then option value changes by
S	Δ	dS	$\Delta \cdot dS$
t	Θ	dt	$\Theta \cdot dt$
σ	$\mathcal{V}$	$d\sigma$	$\mathcal{V} \cdot d\sigma$
r	ρ	dr	$\rho \cdot dr$

Five Greeks

❐ Simple Example

If	And if the factor changes by	Then the option value changes by
$\Delta = +0.70$	$dS = -\$0.40$	$(+0.70)(-0.40) = -\$0.28$
$\Theta = -15.30$	$dt = +0.004$	$(-15.30)(+0.004) = -\$0.0612$
$\mathcal{V} = +16.50$	$d\sigma = +0.01$	$(+16.50)(+0.01) = +\$0.165$
$\rho = +19.50$	$dr = 0.001$	$(+19.50)(+0.001) = +\$0.0195$

❐ Two Important Caveats

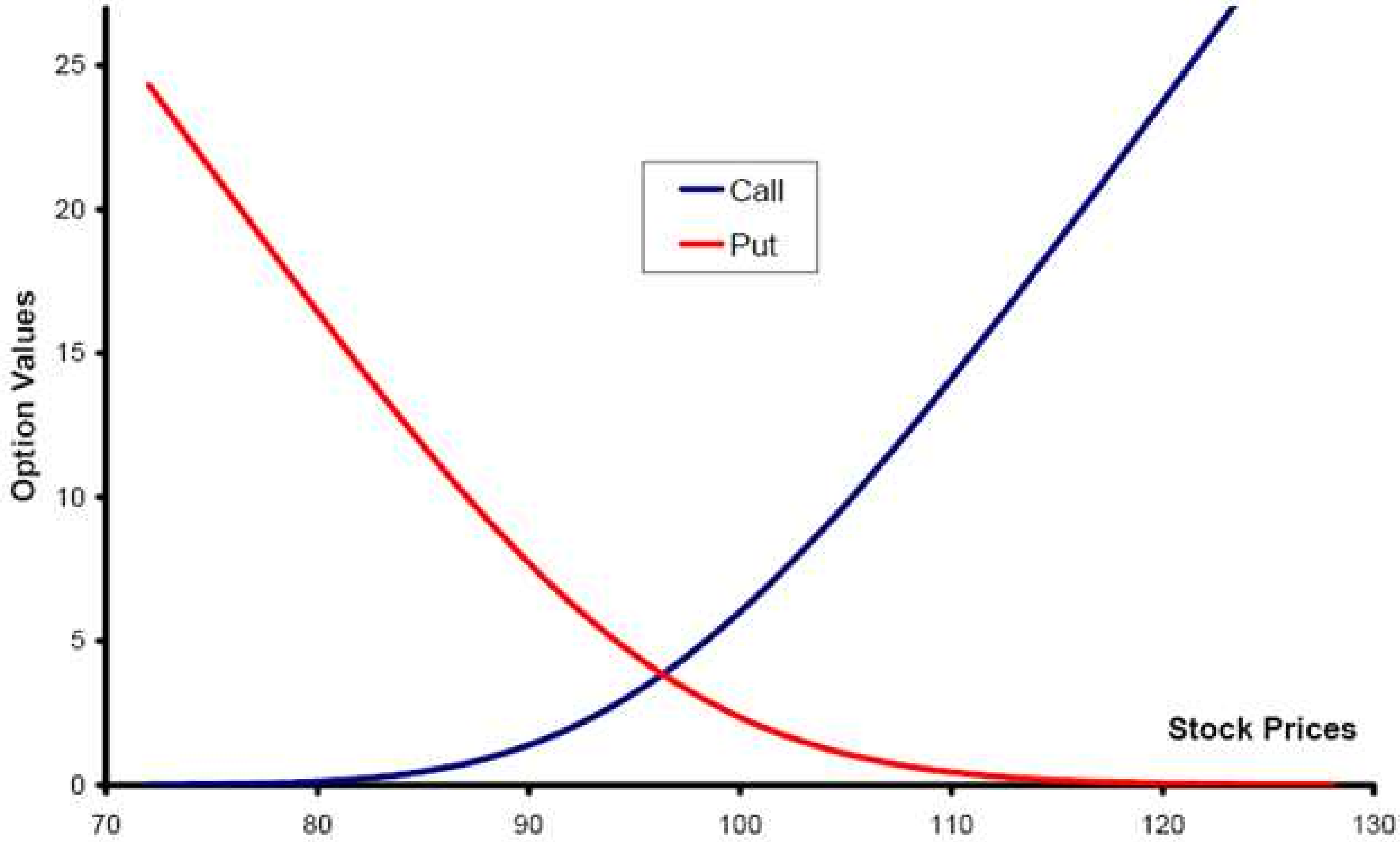
- The impact measured by the greeks is only approximate
- Even the approximations are good only for “small” changes in the concerned factor
- Also note that all the greeks described above measure the “dollar” impact of a change in the given factor, not a proportional change

Numerical Example

- Parameter Values
  - Throughout we use a BS example to illustrate computing and working with the greeks
  - Contract parameters
    - Strike price = 100
    - Time to maturity = 0.50 years
  - Market parameters
    - Current price of underlying = S
    - Volatility of underlying asset returns = 20%
    - Risk – free rate = 5%

Numerical Example

- Black – Scholes Option Premium

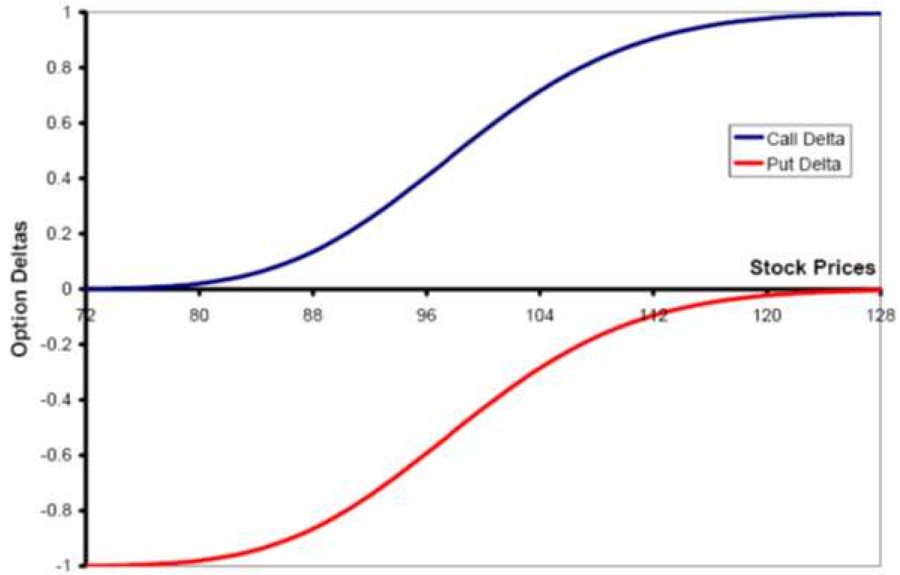


Option Delta

- Delta
  - Single most important sensitivity measure for an option
  - It is typically very accurate for "small" changes in S, but
  - Needs to be supplemented with the gamma for gauging the impact of "large" changes in S

$$\text{option delta}\ (\mathrm{D}) = \frac{\partial C}{\partial S} = \frac{C(S+\Delta S)-C(S)}{\Delta S} \quad \Rightarrow \quad -1 \le D \le 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Long a Call}: 0 \le D \le 1 \\ \text{Short a Call}: -1 \le D \le 0 \\ \text{Long a Put}: -1 \le D \le 0 \\ \text{Short a Put}: 0 \le D \le 1 \end{cases}$$



Option Delta

❒ Approximation Errors – Example

- ❖ S = K = 100, r = 5%, T = 0.50, volatility = 20%
- ❖ Call option premium = 6.889, and the delta = 0.598 (= N(d1))
- ❖ If the underlying asset price increases by +1, then
  - ➢ The new call option premium estimated by the delta is ___________
  - ➢ The new call option premium calculated by the BS model is 7.500
  - ➢ So the error is very small
- ❖ If the underlying asset price increases by +5, then
  - ➢ The new call option premium estimated by the delta is ___________
  - ➢ The new call option premium calculated by the BS model is 10.201
  - ➢ So the delta <u>underestimates</u> the change by 0.32 or over 10%

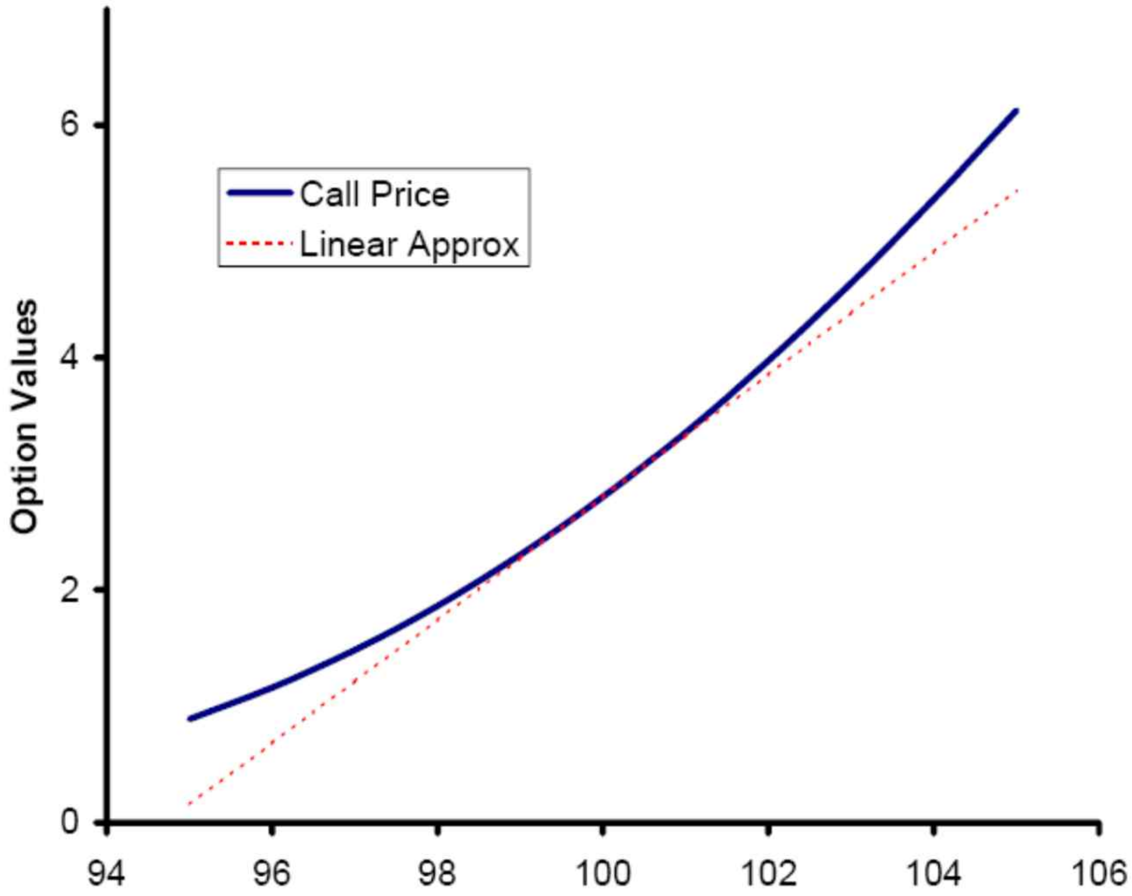
Option Delta

- Approximation Errors

New Stock Price	Actual New Call Price	Delta Approximation	Error
95	4.255	3.900	0.355
96	4.723	4.498	0.225
97	5.222	5.096	0.126
98	5.749	5.693	0.056
99	6.305	6.291	0.014
100	6.889	6.889	–
101	7.500	7.487	0.013
102	8.138	8.084	0.054
103	8.801	8.682	0.119
104	9.489	9.280	0.209
105	10.201	9.877	0.324

Option Delta

- Source of the Error
  - Curvature in the option price – the option price is not linear in S



Delta Hedge

- Definition (Investopedia)
  - Delta hedging is an options trading strategy that aims to reduce, or hedge, the directional risk associated with price movements in the underlying asset
  - Typically, the most basic type of delta hedging involves an investor who buys or sells options, and then offsets the delta risk by buying or selling an equivalent amount of stock or ETF shares

- Delta Neutral Position
  - A delta neutral position is one in which the overall delta is zero, which minimizes the options' price movements in relation to the underlying asset

- Example
  - Assume an investor holds 2 call option with a delta of 0.50
  - The investor can make his position delta – neutral by
  - (1) selling ______ shares of stock, or (2) purchasing put options

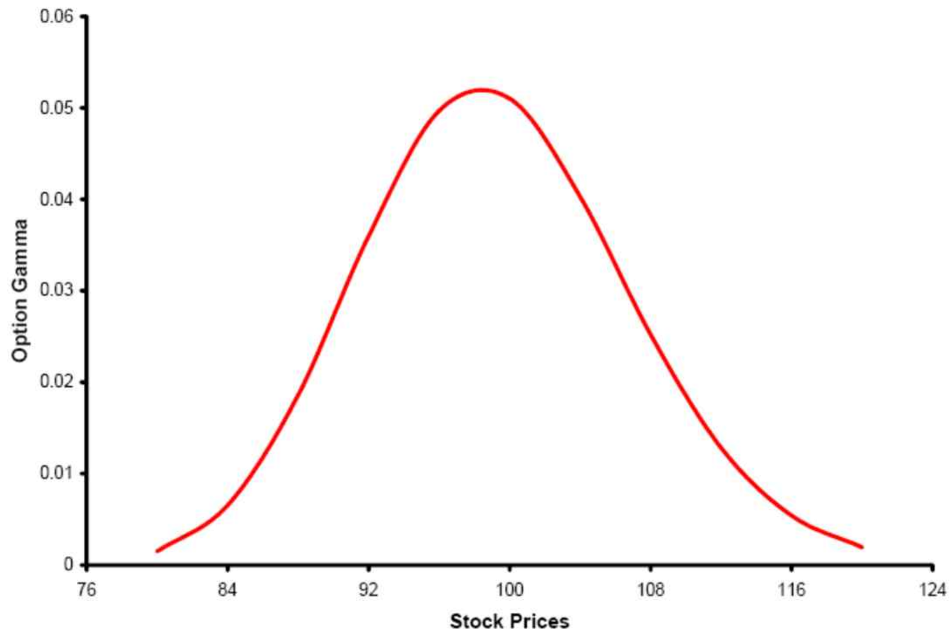
Option Gamma

- Gamma
  - Measures the curvature of the option pricing function
  - Curvature is the change in the <u>slope</u> of the function (<u>concave</u> vs. <u>convex</u>)
  - Since the slope is measured by the delta, gamma is the rate of change of the delta

$$\Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Long an option}: \Gamma > 0 \\ \text{Short an option}: \Gamma < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Gamma_C = \Gamma_P \quad \text{(from put} - \text{call parity)}$$



Option Gamma

Using the Option Gamma

- The gamma has many uses
- (1) In estimating changes in option value resulting from large changes in S
- (2) As reflecting a view on volatility
- (3) In estimating changes in delta that result from changes in S
- (4) As an indicator of the frequency with which a delta hedge must be rebalanced

Gamma as a Correction Factor

- A more accurate estimation of the change is obtained by

$$\Delta C \approx Delta \times \Delta S + \frac{1}{2} \times Gamma \times (\Delta S)^2$$

- Proof – refers to Taylor's expansion

Option Gamma

❒ Delta Hedged Portfolio

- Consider the performance of a delta – hedged portfolio
- Consider a call with current price C
- Suppose you are short the call and have delta hedged yourself by holding "delta" units of the stock
- Suppose the stock price registers an unanticipated move of ΔS
- What is the impact on your portfolio of this change?

$$(1)\ \text{Change in the stock value} = \Delta S$$

$$(2)\ \text{Change in the option value} \approx Delta \times \Delta S + \frac{1}{2} \times Gamma \times (\Delta S)^2$$

$$\Rightarrow \Delta(\text{Portfolio Value}) \approx -(2) + (1) = -\frac{1}{2} \times Gamma \times (\Delta S)^2$$

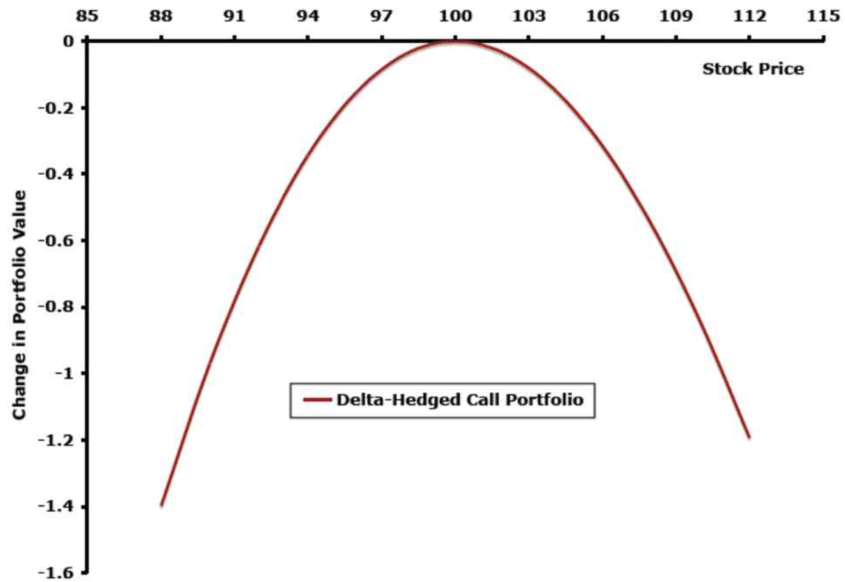
➔ This is <u>negative</u> regardless of ΔS

➔ A delta – hedged position in which you are short the option will lose money from an unanticipated change in prices regardless of the direction in which the price moves

Option Gamma

- Example
  - S = K = 100
  - T = 0.5, r = 5%, volatility = 20%
  - C = 6.889, delta = 0.598
  - Suppose you hold a portfolio that is short one call and long 0.598 units of the stock
  - What is the impact on the portfolio of $2 change in the underlying asset price?

- Case I & 2
  - I: price jumps up to S = 102
  - II: price jumps down to S = 98



Option Gamma

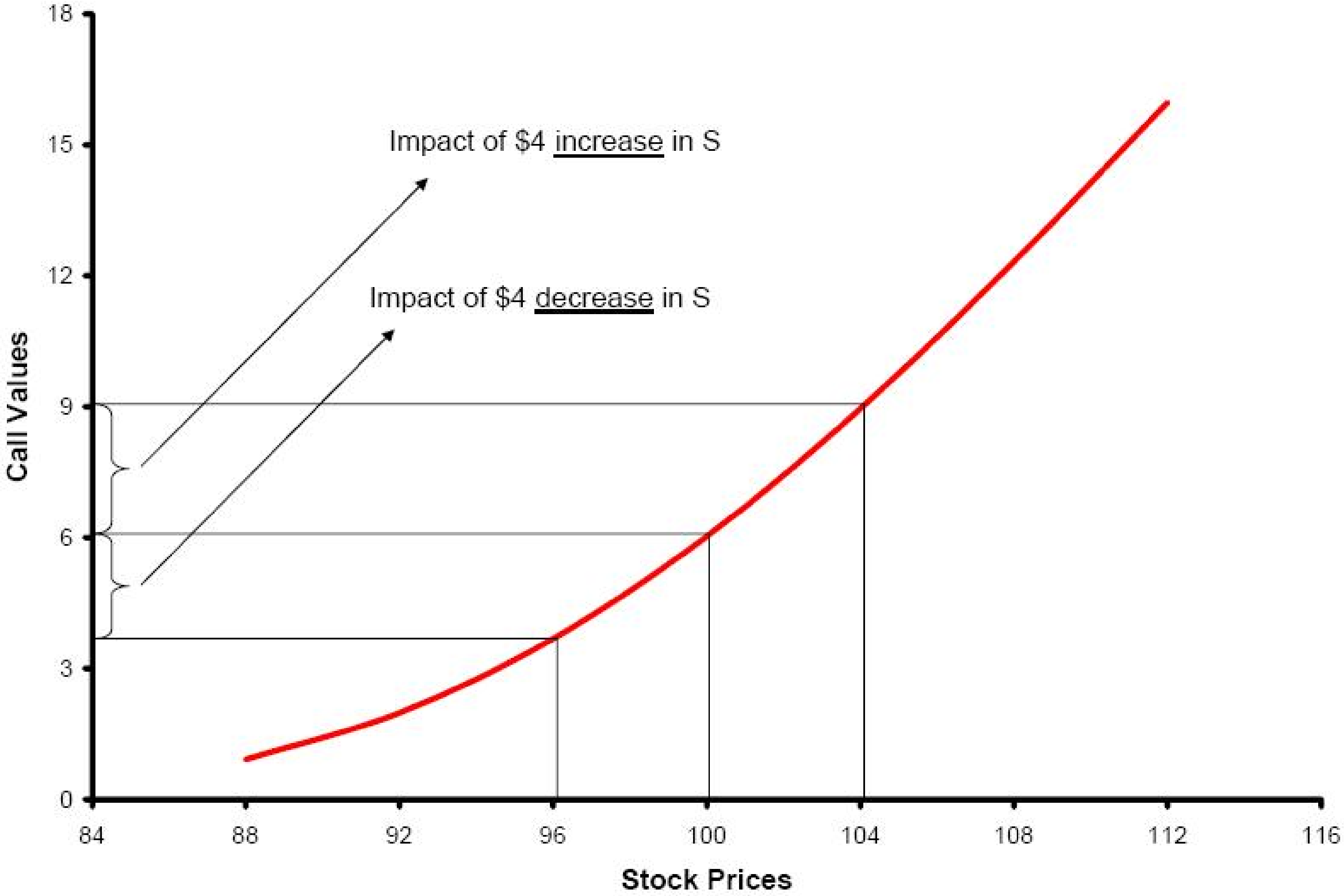
❒ Gamma as a View on Volatility

- As a measure of curvature, gamma reflects a view on volatility
- Suppose that
  - K = 100, r = 5%, T = 0.5 years, volatility = 20%
- At S = 100, call premium = 6.889
- If S increase to 104, the option price increases by 2.6000
- If S falls to 96, the option price decreases by only 2.166

❒ Curvature and Asymmetric Response

- Curvature creates asymmetric exposure to price changes
- Large gamma → considerable curvature → substantial asymmetry
- Small gamma → option price nearly linear → little asymmetry
- The curvature in the call(put) implies that the holder of a call(put) benefits more from a price increase(decrease) than he loses from a corresponding price decrease (increase)

Option Gamma



Option Gamma

❒ Long Gamma or Short Gamma

- Asymmetric exposure is desirable if you expect an increase in volatility
- It will enable you to benefit more on the upside than you lose on the downside
- Thus, a positive gamma position can be regarded as a <u>bullish</u> view on volatility
- Analogously, a negative gamma position – which is the gamma of the short position in the option – can be regarded as a <u>bearish</u> view on volatility

❒ Gamma and Hedge Rebalancing Frequency

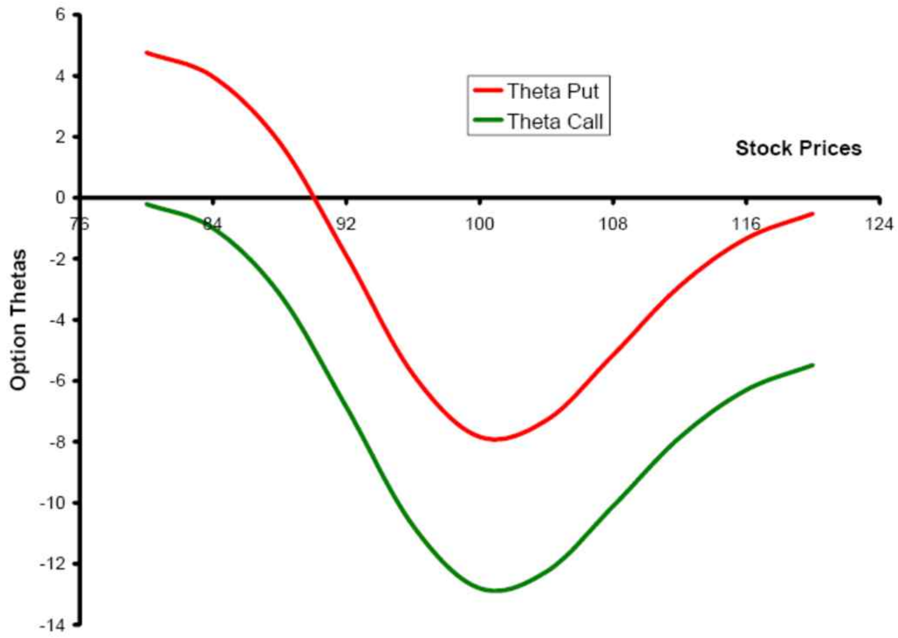
- "Small" gamma: delta does not change much for changes in S
  - Thus, a delta hedged position will remain approximately delta hedged even as S changes
- "Large" gamma: even small changes in S can create s substantial change in the delta
  - Thus, a delta – hedged position may become risky following changes in S and the hedge will have to be rebalanced more frequently

Option Theta

- Theta
  - Options are finitely – lived instruments
  - Thus, the time – left – to – maturity plays a major role in determining option values
  - The option theta measures the impact of the passage of time on option values
  - Theta is often referred to as the <u>time decay</u> in an option

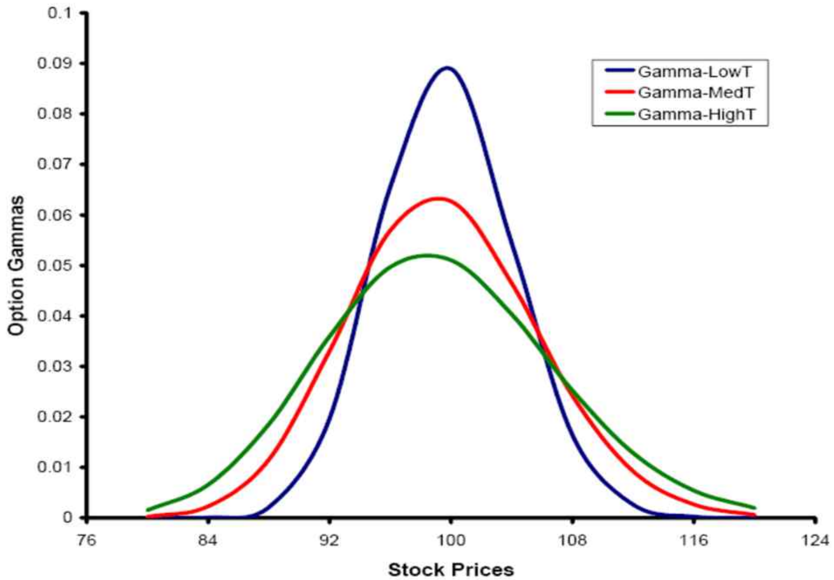
$$\text{option theta } (\theta) = \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C(t + \Delta t) - C(t)}{\Delta t}$$

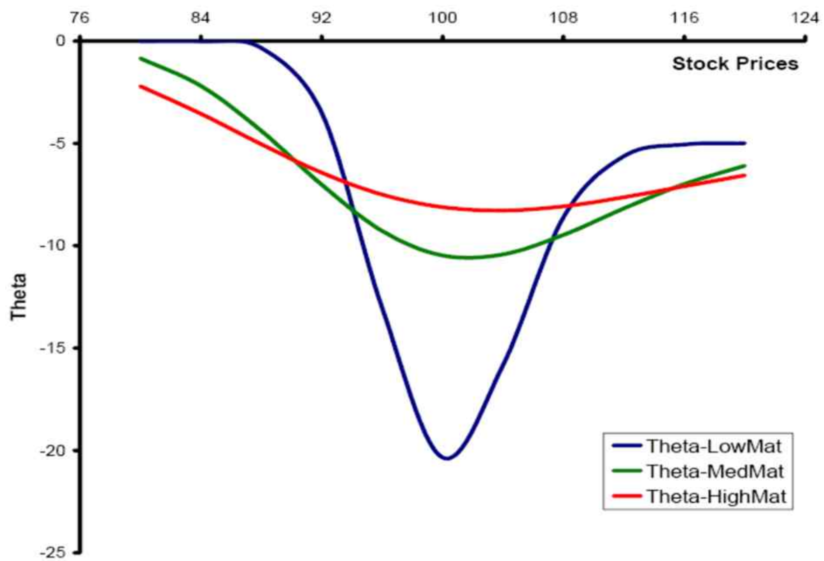
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Long a Call} : \theta < 0 \\ \text{Short a Call} : \theta > 0 \\ \text{Long(Short) a Put} : ? \end{cases}$$



Option Theta

- Gamma – Theta Trade – Off
  - The gamma of an option is always positive, but the theta is (typically) negative
  - Long option position: profits from convexity, but typically incurs time – decay
  - Short option position: appreciates over time, but has negative convexity
  - A portfolio which profits from volatility cannot avoid time – decay
  - Put differently, in a long option position, you pay in time and are compensated in volatility; a short option position works the other way



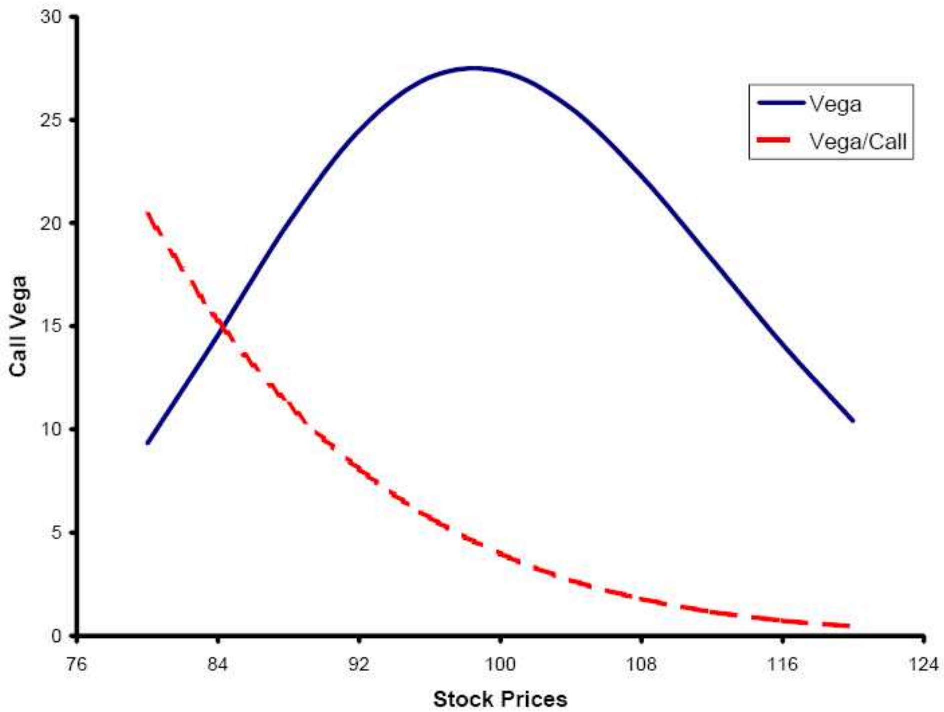


Option Vega

- Vega
  - Measures the quantitative impact of a change in volatility
  - From the put – call parity, the vega of a call is same with the vega of a corresponding put

$$\text{option} \quad \text{vega}(\upsilon) = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = \frac{C(\sigma + \Delta\sigma) - C(\sigma)}{\Delta\sigma}$$

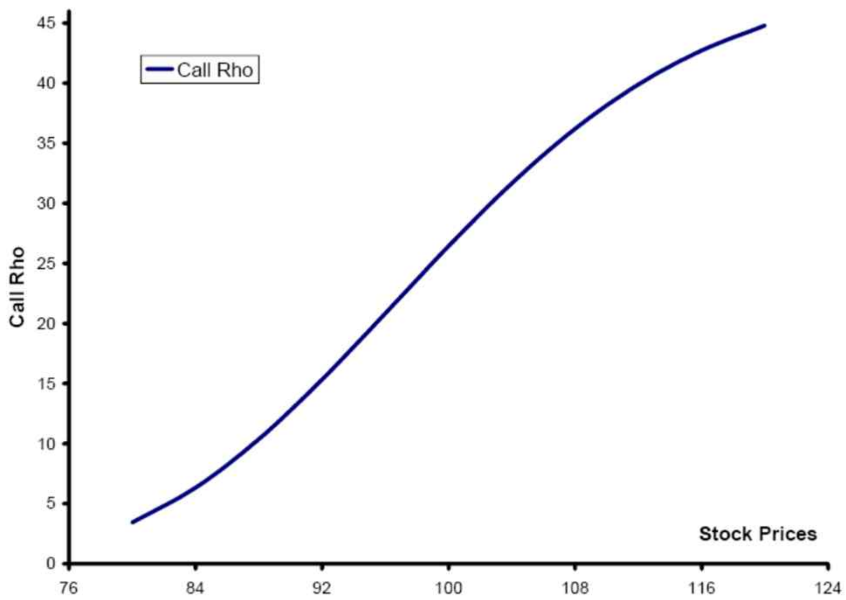
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Long an option}: \upsilon > 0 \\ \text{Short an option}: \upsilon < 0 \end{cases}$$

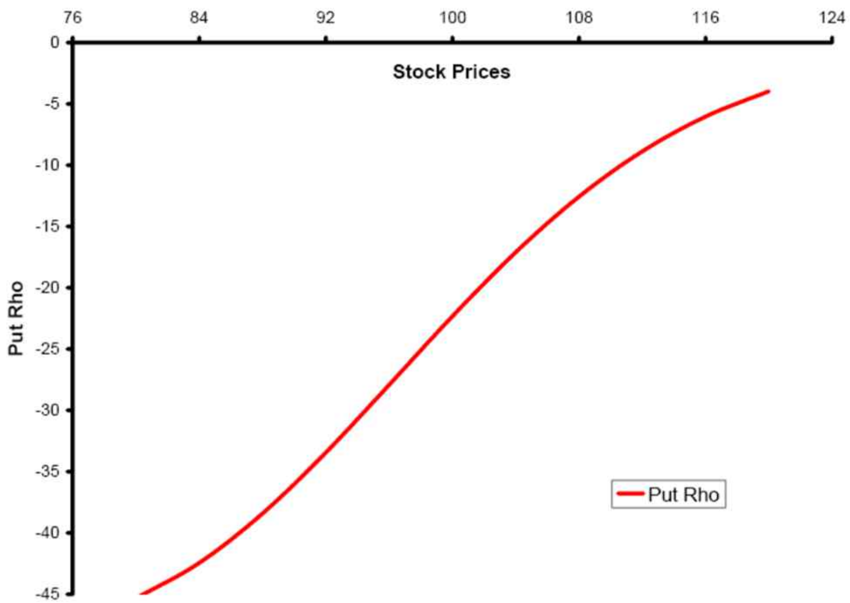


Option Rho

- Rho
  - ❖ Measures the sensitivity of option prices to changes in interest rate
  - ❖ The importance of the rho is relatively small, especially for equity options

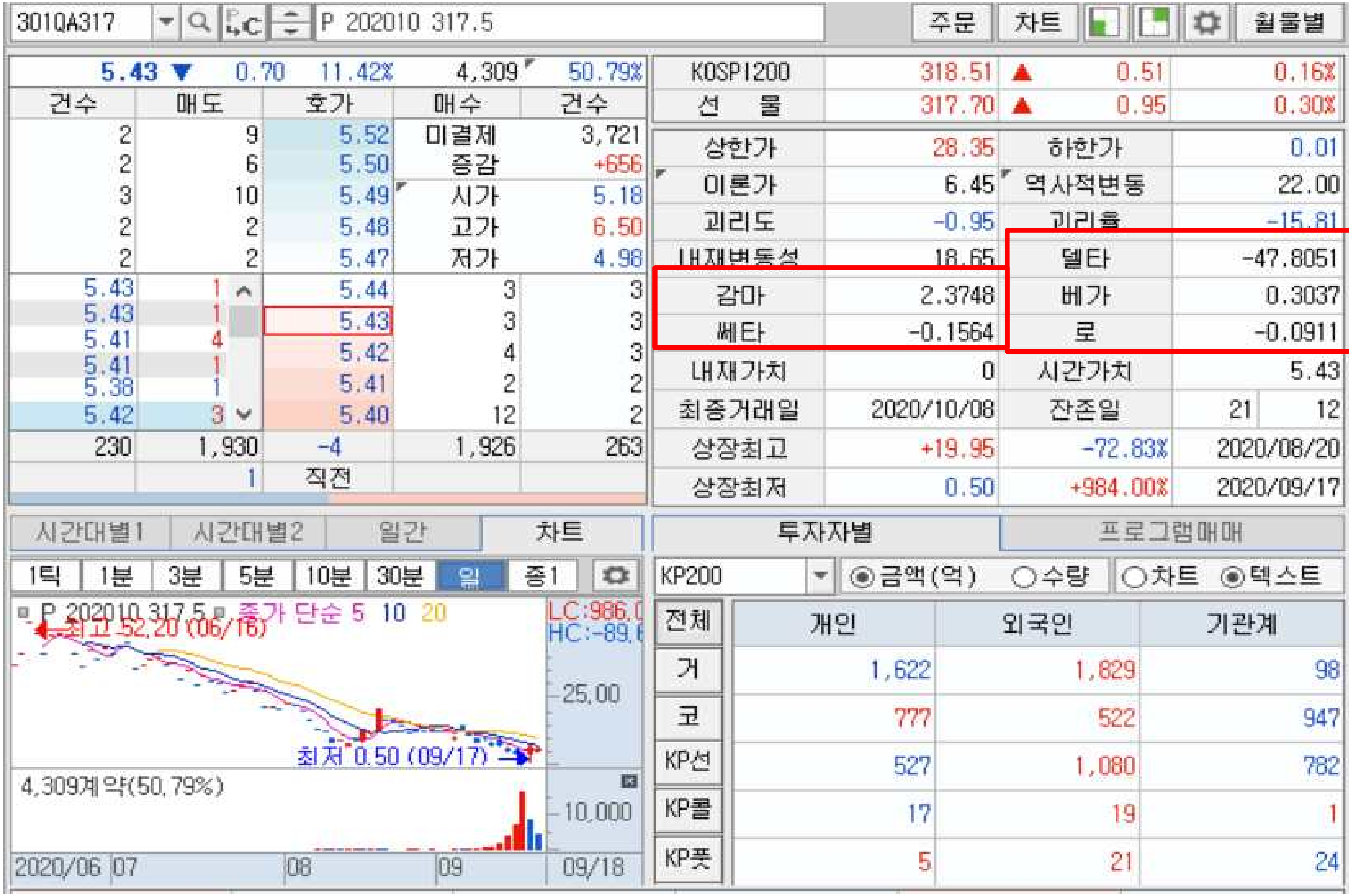
$$\text{Rho}\,(\rho) = \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{C(r+\Delta r) - C(r)}{\Delta r} \quad \Rightarrow \text{In stock options,} \begin{cases} \text{Long a Call} : \rho > 0 \\ \text{Long a Put} : \rho < 0 \end{cases}$$





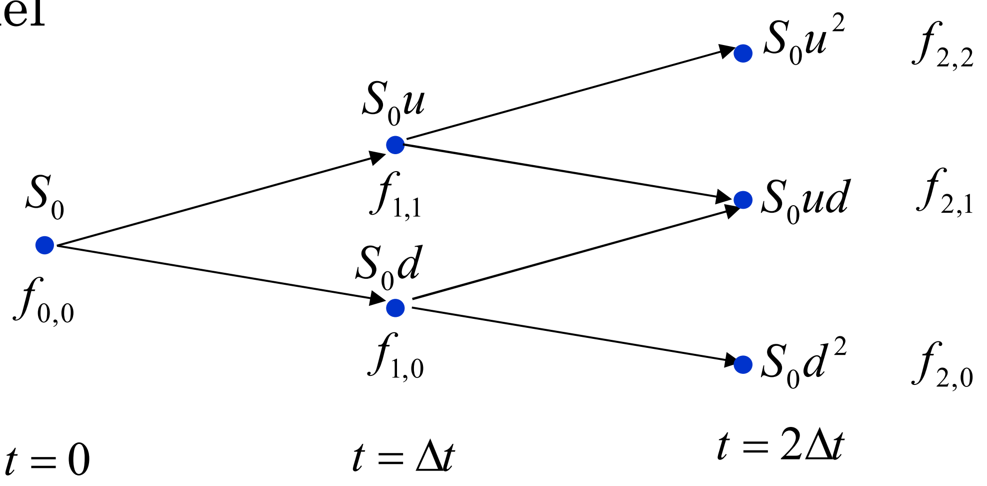
Option's Greek

Option's Greek



How to Calculate Option's Greek

- Binomial Model



$$\text{Delta at time } \Delta t \text{ (or } 0) = \frac{f_{1,1}-f_{1,0}}{S_0u-S_0d}$$

$$\text{Gamma at time } 2\Delta t \text{ (or } 0) = \frac{\left[\left(f_{2,2}-f_{2,1}\right)/\left(S_0u^2-S_0\right)\right]-\left[\left(f_{2,1}-f_{2,0}\right)/\left(S_0-S_0d^2\right)\right]}{0.5\left(S_0u^2-S_0d^2\right)}$$

$$\text{Theta at time } 0 = \frac{f_{2,1}-f_{0,0}}{2\Delta t}, \quad \text{Vega at time } 0 = \frac{f^*-f}{\Delta\sigma}$$

How to Calculate Option's Greek

- BSM Model
  - By partial differentiation,

$$D_C = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1), \qquad D_P = N(d_1) - 1$$

$$\upsilon_{C,P} = S\sqrt{T}N'(d_1)$$

$$\theta_C = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}N(d_2), \qquad \theta_P = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(d_2)$$

$$\Gamma_{C,P} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$\rho_C = KTe^{-rT}N(d_2), \qquad \rho_P = -KTe^{-rT}N(-d_2)$$

Option's Greek

옵션	202011	KOSPI200	301.60 ▼	8.34	최근월물	301.80 ▼	7.40	42	30	옵션잔존일	14	10

종목	현재가	대비	등락률	매도호가	매도잔량	매수호가	매수잔량	거래량	이론가	괴리율	미결제	시가	고가	저가	베이시스	잔존일
최근월물	301.80	▼ 7.40	2.39	301.80	14	301.75	207	311,993	301.82	0.01%	292,361	307.85	308.55	301.10	0.20	
차근월물	297.85	▼ 7.20	2.36	297.50	2	296.90	10	1,389	298.35	0.17%	16,598	304.35	304.35	297.00	3.75	

복수종목1 | 복수종목2 | 콜시세표1 | 풋시세표1 | 콜시세표2 | 풋시세표2

콜 옵션								행사가		풋 옵션							
로	베가	세타	감마	델타	I.V	이론가	현재가	행사가	지수환산	현재가	이론가	I.V	델타	감마	세타	베가	로
0.0002	0.0040	-0.0025	0.0661	0.2142	23.08	0.01	0.08	332.50	2,499.43	27.55	30.83	0	-99.7858	0.0661	0.0033	0.0040	-0.1273
0.0005	0.0073	-0.0046	0.1218	0.4225	22.60	0.01	0.11	330.00	2,480.63	28.00	28.33	0	-99.5775	0.1218	0.0011	0.0073	-0.1261
0.0009	0.0129	-0.0080	0.2146	0.8000	22.55	0.03	0.17	327.50	2,461.84	26.20	25.85	26.28	-99.2000	0.2146	-0.0024	0.0129	-0.1247
0.0017	0.0218	-0.0135	0.3608	1.4531	22.36	0.05	0.25	325.00	2,443.05	20.15	23.37	0	-98.5469	0.3608	-0.0079	0.0218	-0.1230
0.0029	0.0349	-0.0217	0.5783	2.5315	22.77	0.10	0.41	322.50	2,424.26	21.25	20.92	22.99	-97.4685	0.5783	-0.0161	0.0349	-0.1208
0.0048	0.0532	-0.0331	0.8826	4.2284	23.15	0.17	0.64	320.00	2,405.46	18.60	18.50	18.99	-95.7716	0.8826	-0.0276	0.0532	-0.1179
0.0077	0.0773	-0.0481	1.2812	6.7698	23.91	0.30	1.01	317.50	2,386.67	16.45	16.12	20.77	-93.2302	1.2812	-0.0426	0.0773	-0.1140
0.0118	0.1066	-0.0663	1.7668	10.3888	24.67	0.50	1.51	315.00	2,367.88	14.45	13.82	22.18	-89.6112	1.7668	-0.0609	0.1066	-0.1090
0.0174	0.1394	-0.0869	2.3115	15.2826	25.41	0.80	2.15	312.50	2,349.09	12.70	11.62	23.91	-84.7174	2.3115	-0.0815	0.1394	-0.1025
0.0245	0.1729	-0.1078	2.8656	21.5586	26.55	1.24	3.03	310.00	2,330.29	11.05	9.56	25.08	-78.4414	2.8656	-0.1025	0.1729	-0.0944
0.0331	0.2028	-0.1267	3.3616	29.1824	27.56	1.84	4.05	307.50	2,311.50	9.60	7.67	26.32	-70.8176	3.3616	-0.1214	0.2028	-0.0849
0.0429	0.2248	-0.1407	3.7265	37.9427	28.51	2.65	5.22	305.00	2,292.71	8.23	5.97	27.14	-62.0573	3.7265	-0.1355	0.2248	-0.0741
0.0535	0.2352	-0.1476	3.8983	47.4514	29.61	3.68	6.58	302.50	2,273.92	7.15	4.51	28.52	-52.5486	3.8983	-0.1424	0.2352	-0.0625
0.0643	0.2318	-0.1460	3.8427	57.1875	30.74	4.95	8.09	300.00	2,255.12	6.16	3.28	29.64	-42.8125	3.8427	-0.1409	0.2318	-0.0508
0.0745	0.2150	-0.1361	3.5640	66.5776	31.53	6.47	9.65	297.50	2,236.33	5.30	2.30	30.75	-33.4224	3.5640	-0.1310	0.2150	-0.0395
0.0837	0.1873	-0.1194	3.1052	75.0953	33.54	8.21	11.60	295.00	2,217.54	4.56	1.54	31.86	-24.9047	3.1052	-0.1143	0.1873	-0.0294
0.0914	0.1531	-0.0986	2.5376	82.3511	35.64	10.16	13.65	292.50	2,198.74	3.93	0.99	33.01	-17.6489	2.5376	-0.0936	0.1531	-0.0208
0.0973	0.1171	-0.0767	1.9419	88.1460	35.38	12.27	15.30	290.00	2,179.95	3.37	0.60	34.05	-11.8540	1.9419	-0.0717	0.1171	-0.0139
0.1014	0.0838	-0.0563	1.3891	92.4784	34.76	14.52	17.00	287.50	2,161.16	2.91	0.35	35.21	-7.5216	1.3891	-0.0513	0.0838	-0.0088
0.1040	0.0559	-0.0392	0.9273	95.5050	35.24	16.86	19.00	285.00	2,142.37	2.49	0.19	36.21	-4.4950	0.9273	-0.0343	0.0559	-0.0053
0.1054	0.0348	-0.0262	0.5766	97.4774	57.96	19.27	24.95	282.50	2,123.57	2.15	0.10	37.33	-2.5226	0.5766	-0.0213	0.0348	-0.0030
0.1058	0.0201	-0.0172	0.3334	98.6744	38.27	21.72	23.50	280.00	2,104.78	1.83	0.05	38.26	-1.3256	0.3334	-0.0123	0.0201	-0.0016
0.1057	0.0108	-0.0114	0.1788	99.3495	67.59	24.19	30.30	277.50	2,085.99	1.59	0.02	39.44	-0.6505	0.1788	-0.0066	0.0108	-0.0008
0.1051	0.0054	-0.0080	0.0889	99.7027	54.24	26.68	29.90	275.00	2,067.20	1.39	0.01	40.68	-0.2973	0.0889	-0.0033	0.0054	-0.0003
0.1043	0.0025	-0.0062	0.0408	99.8738	40.09	29.17	30.20	272.50	2,048.40	1.17	0	41.46	-0.1262	0.0408	-0.0015	0.0025	-0.0001
0.1035	0.0010	-0.0053	0.0173	99.9504	66.60	31.67	35.75	270.00	2,029.61	1.02	0	42.63	-0.0496	0.0173	-0.0006	0.0010	-0.0001

Position Greeks

Basic Concept

- The greeks are easily extended from individual options to portfolios consisting of options and the underlying
- The position greek is simply equals to the sum of the greeks of each option weighted by the number of options, plus the sensitivity of the underlying to that parameter
- In this process,
  - The delta of the underlying = 1
  - The gamma, vega, theta, and rho of the underlying = 0

Interpretation

- Position delta: implied view on direction
- Position gamma: implied view on jump risk / volatility
- By adding and subtracting different kinds of options, one can set up a portfolio with almost any desired kind of risk exposure

II. Dynamic Delta Hedge / Portfolio Insurance

Dynamic Delta Hedge

❒ Dynamic Delta Hedge

- ❖ A hedging technique which seeks to limit an investment's exposure to delta and gamma by adjusting the delta – hedged position as the underlying asset changes (hence, "dynamic")

❒ Example

- ❖ Current stock price: 10,000 won, risk free rate: 6% per annum, no dividend
- ❖ Exercise price: 10,000 won, time to maturity: 1 month, European call option premium: 900 won
- ❖ Sell 100 call option contracts at 90,000 won
- ❖ The delta of the option = 0.54

❒ No Hedge vs. Static Hedge vs. Dynamic Hedge?

Example of Dynamic Delta Hedge

❒ Example

❖ 향후 주가와 옵션의 델타 변화는 아래 표와 같다고 가정

	현재	1주일 후	2주일 후	3주일 후	만기
주가	10,000원	9,000원	10,000원	11,000원	12,000원
옵션 델타	0.54	0.16	0.53	0.95	1.00

❒ Static Hedge

❖ 최초 시점에 ________계약의 주식 _______ ➔ 결과는?

❒ Dynamic Delta Hedge

❖ Initial portfolio – 옵션 100계약 매도 + 주식 54주 매수

❖ 누적 복제비용 = 100*0.54*10,000 = 540,000원

Example of Dynamic Delta Hedge

❒ Rebalancing

- (1) 1주일 후
  - 주식 16주 보유 (38주 매도)
  - 누적 복제비용 = 540,000 – 38*9,000 + 540,000*0.06*(1/52) = 198,623원
- (2) 2주일 후
  - 주식 53주 보유 (37주 매수)
  - 누적 복제비용 = 198,623 + 37*10,000 + 198,623*0.06*(1/52) = 568,852원
- (3) 3주일 후
  - 주식 95주 보유 (42주 매수)
  - 누적 복제비용 = 568,852 + 42*11,000 + 568,852*0.06*(1/52) = 1,031,509원
- (4) 만기
  - 주식 100주 보유 (5주 매수)
  - 누적 복제비용 = 1,031,509 + 5*12,000 + 1,031,509*0.06*(1/52) = 1,092,690원
  - 권리 행사: ____________원 회수

Example of Dynamic Delta Hedge

❒ 결과 분석

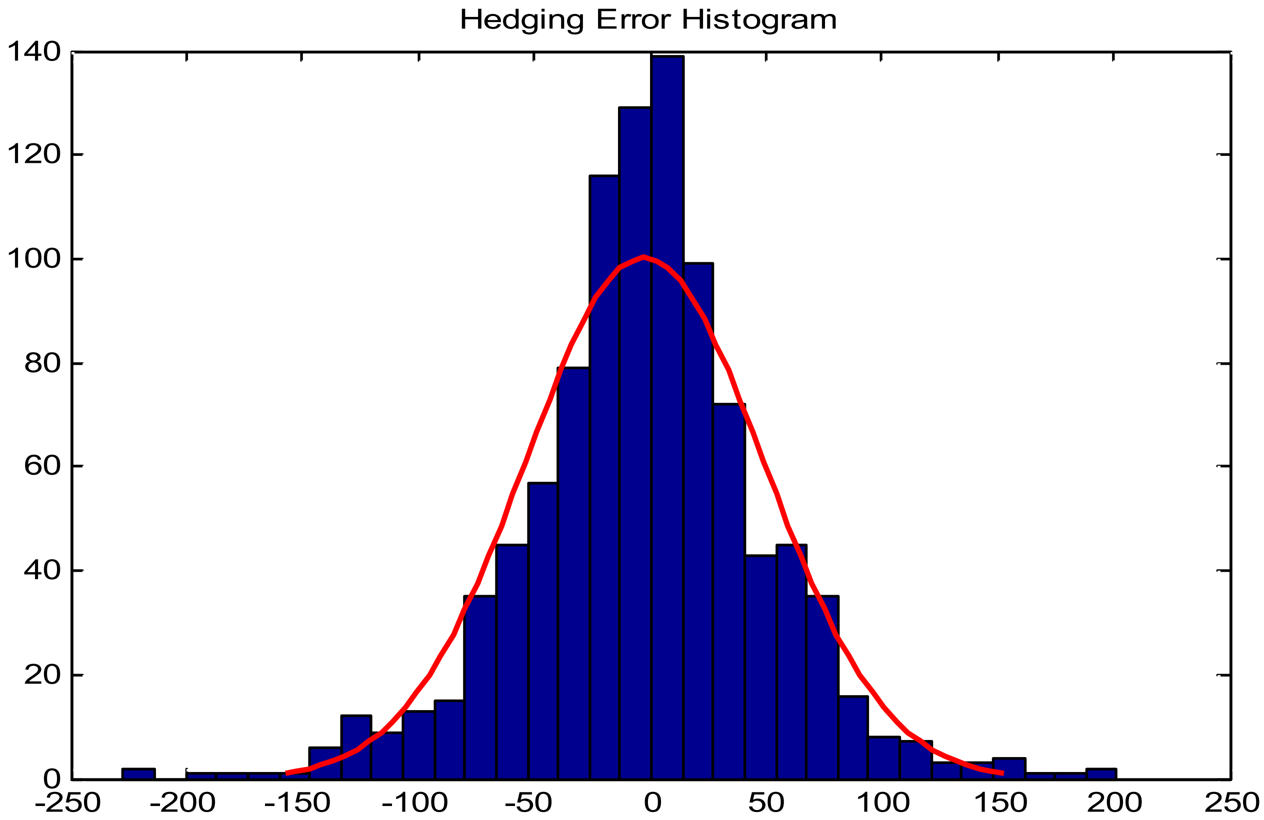
- ❖ Dynamic delta hedge를 통한 순 복제비용의 현재가치 = 92,690*exp(-0.06*4/52) = 92,263원
- ❖ 옵션 매도금액 = 900*100 = 90,000원
- ❖ Hedging error = 92,263 – 90,000 = 2,263원
- ❖ 1계약 당 hedging error = 약 23원

❒ Hedging Error의 발생 원인?

Exercise for D.D.H.– European Vanilla Options

❒ 상품명세

- ❖ 주가: 100, 행사가격: 100, 무위험이자율: 연 5%, 만기: 6개월, 변동성: 연 30%, 무배당
- ❖ 위와 같은 유럽형 주식 콜 옵션 100계약 매도에 대한 dynamic delta hedge 결과는?

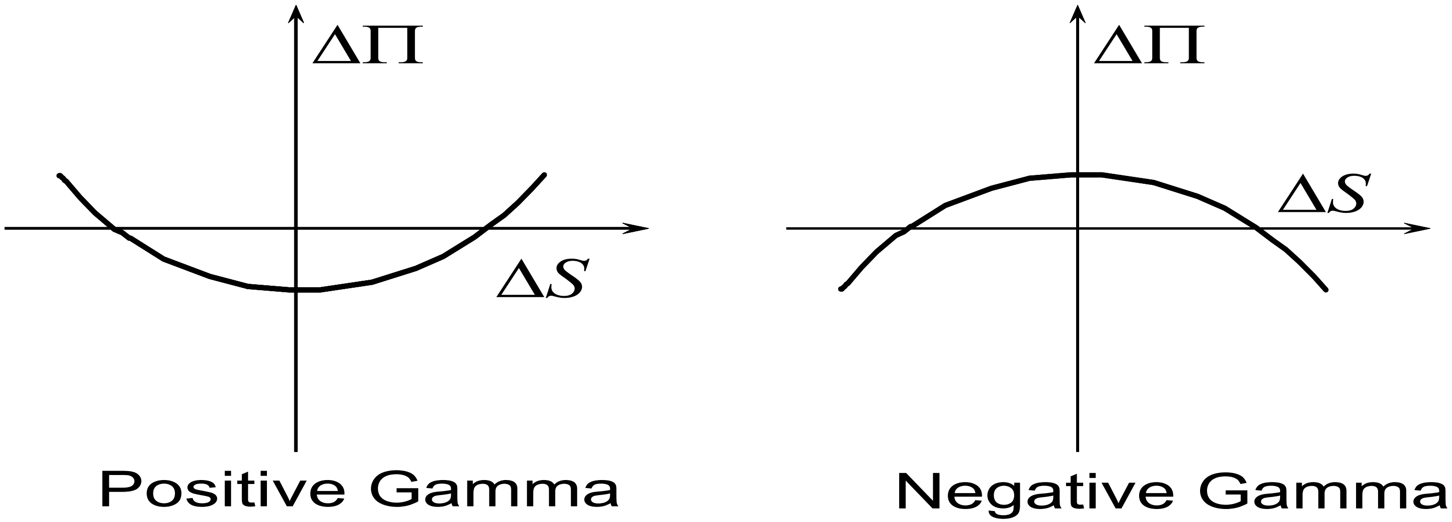


Exercise – European Vanilla Options

헤징 주기	결과 항목	Call	Put
주간	BS 이론가격	963.49	716.59
	순 복제비용 평균	968.26	721.36
	Hedging error 평균	4.77	4.77
	Hedging error 분산	136.06	136.06
	Hedging error 신뢰수준 (95%)	[-3.67, 13.22]	[-3.67, 13.22]
	Hedging error 표준오차	4.30	4.30
일간	BS 이론가격	963.49	716.59
	순 복제비용 평균	966.03	719.13
	Hedging error 평균	2.54	2.54
	Hedging error 분산	54.82	52.82
	Hedging error 신뢰수준 (95%)	[-0.86, 5.95]	[-0.86, 5.95]
	Hedging error 표준오차	1.73	1.73

The Results of D.D.H.

- The P/L of a Dynamically Delta Hedged Portfolio



* Long Gamma / Short Gamma?

Real World Example

[뉴스핌=김성덕 기자, 2010.7.2]

대우증권이 자사 ELS(주가연계증권)에 투자한 투자자들이 낸 손해배상소송 1심에서 패했다. 불과 한 달 전에 같은 내용의 원고만 다른 소송에서 승리했으나 이번엔 결과가 달라 당혹감을 감추지 못하고 있다. 서울중앙지방법원 민사 31부는 지난 1일 투자자 정모씨 등 2명이 ELS 조기상환을 무산시켰다며 대우증권을 상대로 제기한 2억 7000여만원 약정금 반환소송에서 원고 승소판결을 내렸다. 앞서 지난 5월 28일 서울중앙지법 민사 32부(서창원 부장판사)는 같은 내용의 사건에서 윤모씨 등 3명이 제기한 소송에 대해 원고 패소 판결을 내린 바 있다. 같은 사건임에도 두 재판부의 판결은 180도 달랐다. 5월 28일 판결이 법리적 해석에만 치중했다면 1일 판결은 재판부가 사건 내용을 보다 찬찬히 뜯어본 뒤 투자자 보호입장에서 판결을 내렸다는데 주목할 필요가 있다. 문제가 된 ELS는 대우증권이 삼성SDI 보통주를 기초자산으로 해 2005년 3월에 발행한 '제195회 대우증권 공모 ELS 삼성SDI 신조기상환형'이다. 사건은 두 번째 조기상환 평가일인 2005년 11월 16일 발생했다. 평가일 직전일인 2005년 11월 15일 삼성SDI 종가는 10만 8500원을 기록했고, 중간평가일인 16일 삼성SDI 주가는 장중 10만 9000원을 찍으며 기준가격(10만8500원)을 웃돌아 조기상환을 기대케 했다.

Real World Example

그런데 장 마감 10분전 대우증권은 삼성SDI 주식 13만 4000주, 무려 90억원 어치를 대량 매도했고, 삼성SDI 주가는 결국 기준가격을 밑돌아 조기상환이 무산됐다. 투자자들은 “대우증권의 조기상환 방해 행위로 말미암아 조기상환기회를 모두 놓치고 만기에 기초자산의 가치가 발행일 대비 33% 이상 하락함으로써 34%가량의 원금손실을 입었다”며 소를 제기했다. 이번에 승소판결을 받은 정모씨 등 두 명의 투자자들은 문제의 ELS에 각각 4억 2000만원과 7000만원을 투자했고, 조기상환이 이루어졌더라면 8개월 만에 원금과 6%의 이자를 돌려받을 수 있었다. 이에 대해 서울중앙지법 민사 31부는 판결문에서 “시장의 수요, 공급의 원리에 따라 기초자산의 주가가 공정하게 결정되고, 그 주가가 중도상환 조건을 충족할 경우 그에 따른 중도상환금을 지급받을 수 있으리라는 투자자의 정당한 신뢰와 기대를 해친 행위”라며 “대우증권이 신의성실에 반하여 중도상환조건의 성취를 방해했다”고 판시했다. 또 대우증권 측에서는 위와 같은 대량매도 행위가 델타헤지거래(위험회피거래)에 따른 것으로 정당하다는 주장을 폈다. 그렇지만, 재판부는 델타헤지거래라 하더라도 “기초자산의 공정한 가격형성에 영향을 주거나 투자자의 이익과 신뢰를 부당하게 훼손하지 않는 범위 내에서 이루어져야 한다”고 하면서 대우증권 측의 주장을 받아들이지 않았다. 재판부는 원고가 청구한 투자원리금과 이에 대한 지연이자를 전부인정, 대우증권에 2억 7000여만원의 반환금 지급을 명했다.

Real World Example

파생상품 위기②] 증권사 ELS 마진콜, 실적 타격 될까? – 한국금융신문 2020.3.27.

해외 증시 급락으로 증권사들의 지수형 주가연계증권(ELS) 관련 마진콜(증거금 추가 납부 요구)이 대거 발생한 가운데 자금 조달비용이 늘어난 증권사들의 부담이 커졌다. ELS 헤지(위험 회피) 비용 증가로 운용 손익이 악화될 수 있다는 우려 역시 높아지고 있다. 다만 ELS 발 마진콜이 증권사 대규모 손실로 이어질 가능성은 제한적이라는 분석이 나온다. 거래비용 증가로 단기 이익이 감소할 가능성은 있으나 녹인 배리어(knock-in barrier ·원금손실구간)를 터치한 난 뒤부터는 기존의 포지션 정리로 증거금 부담이 축소되기 때문이다.

27 일 한국예탁결제원에 따르면 지난달 말 기준 유로스톡스 50 지수 ELS 미상환잔액은 41 조 5664 억원 규모로 집계됐다. 이 가운데 삼성증권(6 조 3411 억원), 한국투자증권(5 조 6849 억원), 미래에셋대우(5 조 1278 억원)은 각각 5 조원을 넘어섰다. 전체 증권사 스탠더드앤드푸어스(S&P)500 지수 ELS 미상환잔액도 37 조 2512 억원에 달했다. 증권사들은 ELS 발행 시 투자자들에게 일정한 수익률을 보장하기 위해 헤지를 하는데, 해외 주가지수를 기초자산으로 하는 ELS 를 발행할 때는 해당 지수의 선물 매수 포지션을 취한다.

헤지 방식은 자체 헤지와 외국계 금융회사에 ELS 손실이나 이익을 넘기는 백투백 헤지가 있다. 이중 자체 헤지 방식을 쓰는 증권사들에 문제가 생겼다. 신종 코로나바이러스 감염증(코로나 19) 여파로 글로벌 증시가 급락하면서 증권사가 자체 헤지를 위해 매수한 파생상품에서 마진콜이 발생한 것이다. 증권사들은 증거금 납부를 위해 기업어음(CP) 등 단기채권 매각에 나섰고 이에 채권 가격이 급락하는 등 단기금융시장에 왜곡이 나타났다. 증권사들이 처분한 채권을 달러로 환전하면서 원·달러 환율이 급등하기도 했다. 삼성증권, 한국투자증권, 미래에셋대우 등에서 각각 1 조원 규모의 마진콜이 발생한 것으로 알려졌다. 하이투자증권에 따르면 삼성증권, 한국투자증권, 미래에셋대우, NH 투자증권 등 4 개 주요 증권사 ELS·파생결합증권(DLS) 관련

Real World Example

자체 헤지 규모는 총 17 조 830 억원으로 추정된다. 삼성증권이 7 조 2400 원으로 가장 많았고 한국투자증권 5 조 6060 억원, 미래에셋대우 3 조 5420 억원, NH 투자증권 1 조 4780 억원 순이었다. 발행 규모 대비 자체 헤지 비중은 삼성증권 80%, 한국투자증권 55%, 미래에셋대우 31%, NH 투자증권 22% 등이다. (...중략)

다만 증거금 부담으로 인한 대규모 손실 가능성은 제한적이라는 진단이다. 녹인 배리어를 터치하기 전에는 헤지 규모가 증가하고 증거금이 부족해 마진콜이 발생하지만 터치하고 난 뒤부터는 기존의 포지션을 정리하기 때문이다. 강 연구원은 "주식시장이 추가적으로 하락하는 경우 증거금 부담이 일정 부분 증가하겠지만 이는 녹인 배리어를 터치 전까지만 유효하다"며 "녹인 배리어를 터치하기 전까지는 운용 규모를 계속 확대해야 하지만 터치하는 순간 투자자에게 손실이 귀속되는 구조이기 때문에 델타 헤지(옵션 가격과 기초자산 가격과의 상관관계를 이용한 위험회피) 포지션을 정리하고 하락한 기초자산만 보유하면 된다"고 설명했다. 이어 "이 경우 녹인 베리어 직전까지 확대했던 레버리지가 일시에 해소되며 운용자산 규모 축소가 증거금 축소로 연결된다"고 덧붙였다. 헤지 비용 증가로 인한 운용손실은 불가피한 상황이다. 안나영 한국기업평가 수석연구원은 "자체 헤지 ELS 의 경우 조기상환이 안되는 상황에서 지수 변동성 확대로 인해 헤지 비용이 크게 증가할 것"이라며 "자기자본 대비 자체 헤지 ELS 비중으로 보면 주로 대형사들의 부담이 클 것으로 예상된다"고 내다봤다. 전배승 이베스트투자증권 연구원은 "현재 주가 수준이 유지될 경우 8 월까지 조기상환이 어렵게 되고 헤지 비용 증가에 따른 2~3 분기 ELS 관련 운용손실 확대가 불가피하다"고 진단했다. 한 증권사 관계자는 "마진콜이 발생하면서 자금을 조달하는 과정이 비용요소로 작용하는 것은 맞으나 자금 조달비용 외에 기초자산 변동에 따른 헤지 운용상에서의 손익에 대한 부분이 더 큰 영향을 줄 것으로 보인다"며 "다만 아직 3 월 남은 기간이 있기 때문에 남은 영업 일수 움직임을 지켜볼 필요가 있다"고 말했다.

Portfolio Insurance

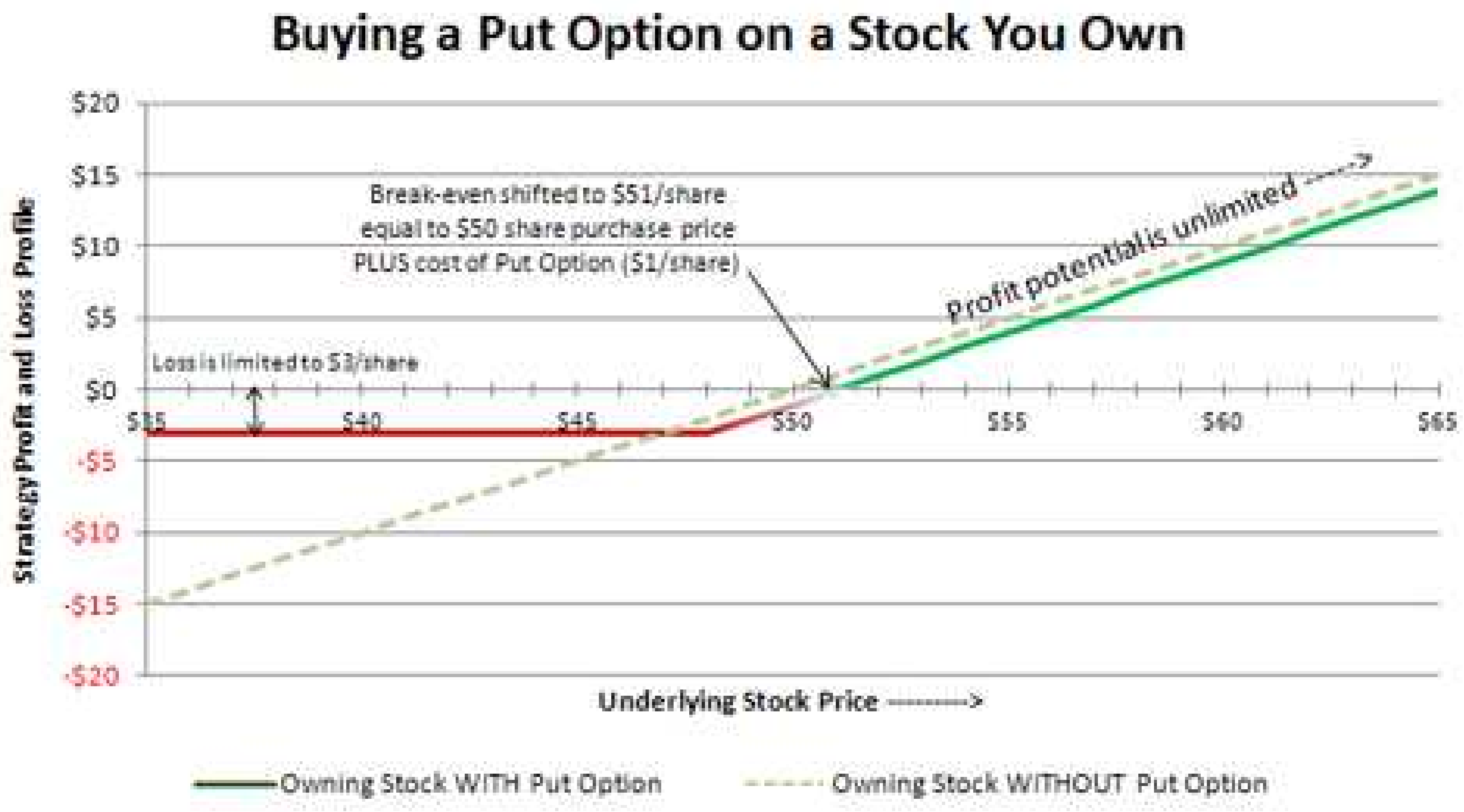
Basic Concepts

- A method of hedging a portfolio of stocks against the market risk by short selling stock index futures
- An investment strategy where various financial instruments like equities, debts, and derivatives are combined in such a way that degradation of portfolio value is protected

Two Methods

- (1) Buying an index put option
- (2) Using a dynamic hedging strategy which uses stock index futures, which implies buying and selling securities periodically in order to maintain limit of the portfolio value

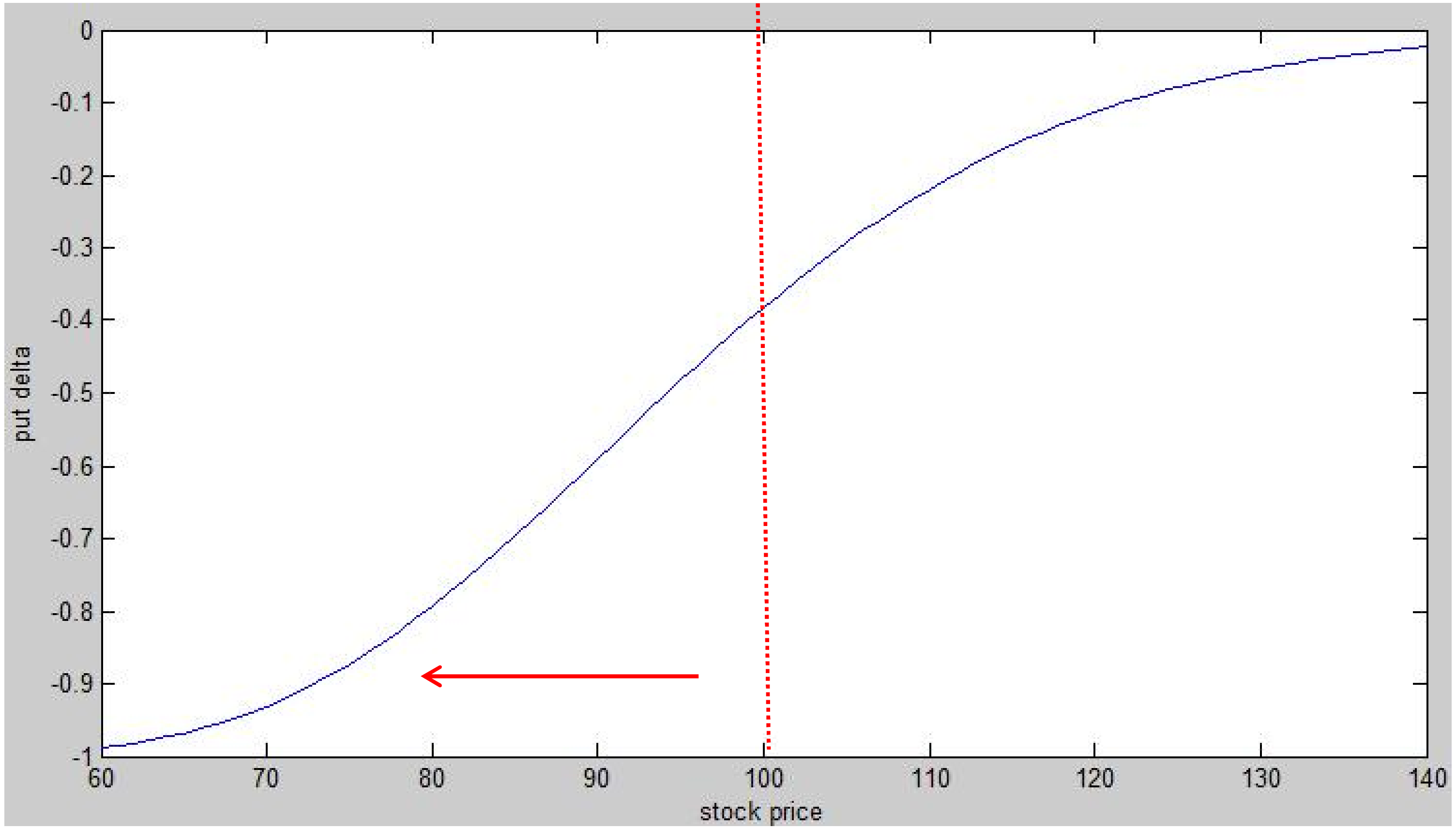
Buying a Put Option



Replicating a Put Option – The Delta of a Put

❐ Example

❖ Exercise price = 100, risk free rate = 4%, volatility = 20%, time to maturity = 1 year



Real World Example

주가 하락 대비한 '보험' 투자기법

[머니투데이, 2008.7.3] 자동차를 모는 사람이라면 누구나 자동차 보험에 가입하는 것을 당연하다고 여긴다. 물론 사고가 나지 않기를 바라지만 그래도 사람의 일이란 알 수 없다. 만일의 사태를 대비하여 사람들은 보험료를 지불하고 보험에 가입한다. 그러다가 보험 만기까지 아무런 사고가 나지 않더라도 보험료가 아깝다고 생각하는 사람은 거의 없다. 처음부터 주식투자에서 손해 볼 생각을 하는 사람이야 드물겠지만 주가의 앞날이란 알 수 없다. 투자할 때만 하더라도 상승하리라 철석같이 믿었던 주식이건만 오히려 하락하는 통에 손해를 보는 경우가 어디 한 두 번이었던가? 따라서 주식투자에서도 주가가 큰 폭으로 하락하여 손해를 볼 때를 대비하는 '보험'에 가입할 필요가 있다.

가장 간단한 방법은 풋 옵션을 매입하는 것이다. 풋 옵션은 지정된 가격으로 매도할 권리이다. 예컨대 행사가격이 60 만원 인 삼성전자의 풋 옵션을 보유한 투자자라면 삼성전자의 주가가 설령 50 만원이 되더라도 60 만원에 매도할 수 있다. 물론 매수단가가 65 만월일 때 그것을 60 만원에 매도하면 손해이다. 하지만 최소한의 손해에 그치고 더 큰 손해를 피할 수 있다. 결국 풋 옵션은 보험과 마찬가지인 셈. 하지만 우리나라 주식시장에서 개별종목 옵션은 삼성전자, 국민은행 등 일부 종목에만 한정되어 있는 데다 거래도 활발하지 않아 현실적으로 활용하기가 어렵다. 따라서 보험의 목적이라면 풋 옵션과 똑 같은 효과를 가지는 거래 시스템을 스스로 개발하여야 한다. 말은 복잡하게 하였지만 사실은 그리 어렵지 않다.

Real World Example

앞선 삼성전자의 예라면 주가가 미리 정한 60 만원이라는 수준을 하회할 때 무조건 매도하는 방식을 따르면 된다. 주가가 60 만원을 무너뜨리는 순간에 전액 매도하므로 그 이후에 주가가 설령 50 만원이 되더라도 손해는 더 커지지 않는다. 주가가 60 만원 이하로 내려서지 않는다면 굳이 매도할 필요는 없다. 그런데 주가가 60 만원을 하회하여서 모두 매도하였는데 그러다가 만일 주가가 60 만원을 다시 넘어선다면 어떻게 해야 할까?

우리는 보험에 가입하는 것이 목적이다. 보험사고가 나면(즉, 주가가 크게 하락하면 그걸 피해야 하지만, 보험사고가 나지 않으면 그럴 필요는 없다. 그러나 주가가 60 만원을 다시 넘어서서 올라서면 즉각 매수하여야 한다. 요약한다면 주가가 일정한 수준을 하회할 때 전액 현금화하고, 반대로 다시 주가가 그 이상으로 올라설 때 즉각 매수하여 상승세의 기회를 누리는 방식이다.

사실 이것은 버클리 대학의 헤인 리렌드 교수와 마크 루빈스타인 교수가 공동으로 개발한 ‘포트폴리오 보험’이라는 거래이다. 풋 옵션과 똑 같은 효과를 내는 거래를 통하여 최악의 사태는 막으면서 최대한의 수익을 얻고자 하는 거래가 포트폴리오 보험이다. 두 교수는 이 거래기법을 개발하여 큰 성공을 거두었다. 우리도 주가가 하락한다고 가만히 있어서는 안 된다. 최악의 사태는 막아야 한다. 포트폴리오 보험처럼 다양한 선진 투자기법을 사용할수록 성공의 길은 가깝다.

Real World Example

블랙먼데이 25 주년, 잘못된 과거 교훈 - 이코노미스트

[뉴스핌, 김사헌 기자, 2012.10.19] 전 세계 증시는 몇 차례 대붕괴를 경험했지만, 이 경험에서 교훈을 제대로 끌어내지 못한 것으로 보인다. 투자자나 정책당국은 과거 경험과 비교보다는 앞으로 올 새로운 폭락장을 대비해야 했지만, 실수는 반복됐고 새로운 문제점을 양산했다.

25 년 전인 1987 년 10 월 19 일, 전 세계 주식시장은 예기치 않은 상황에서 갑자기 폭락했고, 이날은 '검은 월요일(Black Monday)'로 명명됐다. 이날 뉴욕 증시의 다우존스산업지수(DJIA)는 하루 만에 무려 23% 가까이 떨어졌고, 아직도 사상 최대폭의 일일 낙폭 기록을 내주지 않고 있다. 1987 년 대폭락은 곧장 1929 년 대공황 직전 증시 폭락과 비교됐다. 하지만 2007 년 금융 위기 발생과 함께 다시 찾아온 금융시장의 급락 사태는 과거 경험에서 제대로 교훈을 도출하지 못해 제대로 대처하기 어려웠다.

19 일자 이코노미스트(Economist) 최신호는 블랙먼데이를 회고하는 기사를 통해 "25 년 전 폭락장 사태에서 제대로 교훈을 얻어내지 못했으며, 가장 큰 실수는 바로 통화정책 쪽에서 발생했다"고 지적했다. 블랙먼데이 당시 전 세계 중앙은행은 발 빠르게 금리인하와 금융시스템으로의 유동성 공급으로 대처했다. 당시 미국 연방준비제도 의장이었던 앨런 그린스펀(Alan Greenspan)은 "미국 중앙은행인 연준은 경제와 금융시스템을 지지하는 유동성 공급원으로 책무를 다할 만반의 준비가 됐다"고 말했다. 당시에는

Real World Example

중앙은행이 나서 금융시장의 혼란을 잠재우는 것이 당연해 보였다. 하지만 그 경험은 금융시장에 '그린스펀 풋(Greenspan Put)'이란 생각을 만들어냈다. 주식시장이 급격하게 하락하면 항상 중앙은행이 개입해서 막아줄 것이란 기대가 형성된 것이다. 이는 금융시장에서 자산거품이 형성되었을 때는 가격이 근거 없이 급등하더라도 중앙은행이 개입할 수는 없다는 그린스펀의 반대되는 입장과 결합된다.

◆ '그린스펀 풋'과 '대마불사'를 반성한다

경제적 기초여건과 직접 관련이 없었던 1987 년 대폭락으로 금융시장이 항상 효율적인 것은 아니라는 것을 알게 됐지만, 이후 인터넷 거품이나 부동산 가격의 폭등과 같은 상황에 대해서도 중앙은행이 개입할 필요가 있다는 권고를 그린스펀은 거부했다. 이에 따라 투자자들은 중앙은행이 주가가 하락할 때는 개입하지만 반대로 주가가 상승하는 것에는 관여하지 않을 것이라는 확신을 가지게 됐다. 25 년간 안정적인 성장과 완만한 물가 상승률이라는 이른바 '대완화(Great Moderation)' 시기는 그러나 이면에서 막대한 부채의 축적과 함께 전개됐다.

통화정책 외에도 금융 부문에서도 실수 혹은 잘못된 대처 양상이 나타났다. 1987 년 대폭락을 경험한 금융권은 방어 구조를 만드는데 골몰했다. 블랙먼데이 이전에는 대형 상업은행이 최고였고 증권사나 자산운용사 등 투자은행은 중요하지 않았다. 하지만 대폭락 이후 증시가 매일 신문의 헤드라인을

Real World Example

장식했고 정책당국은 '체계적 위험(systemic risk)'이라는 개념을 금융 산업 전반으로 확장했다. 그 결과 2007 년 위기 발생 시점까지 씨티그룹과 아메리칸인터내셔널그룹(AIG) 같은 금융회사가 '대마불사(too big to fail)'가 됐다.

증권 투자 방식에서도 잘못은 나타났다. 1980 년대 중반까지 기관투자자 다수는 이른바 '포트폴리오 보험'을 통해 시장이 하락할 때에 대비하는 헤지 전략을 구사했는데, 주로 주식시장에서 선물을 매도하는 방식으로, 주식 포트폴리오가 손실을 입을 때 파생상품에서 나오는 이익으로 이를 상쇄하는 전략이었다. 이것이 되레 주식시장의 폭락을 이끄는 요인이 됐다. 이 경험에서는 주식시장 등 금융시장은 스스로 보험을 들 수 없다는 교훈을 얻어야 했다. 즉 대다수 투자자들이 매도하기를 원하게 되면 시장에서 이를 받아줄 수 있는 투자자가 없어진다는 점 말이다. 20 년이 지나 미국 금융시장에서 모두들 모기지담보부증권을 매도하고자 했을 때 이 같은 교훈은 더 뼈저리게 다가왔다.

이코노미스트 지는 "투자자들이나 규제당국이 증권 거래에서 교훈을 얻지 못한 것은 단순히 실수를 반복한 것이라고 치더라도, 정책당국의 선택은 문제를 만들어냈다는 점에서 문제"라면서, "가장 큰 교훈은 자산가격이 오랫동안 빠르게 상승하는 것은 분명히 거품 신호이며, 거품이 터지고 난 다음에는 이를 고통 없이 처리할 수 있는 방법은 없다는 것"이라고 강조했다.