

---

# Volatility

**Instructor: Byungjin Kang**

**송덕경상관 418호, Tel. 828-7392**

**E-mail. [bjkang@ssu.ac.kr](mailto:bjkang@ssu.ac.kr)**

# Volatility Estimation

---

## □ Two Ways of Estimating Volatility in the BS Model

### ❖ 1. Historical volatility

➤ This is estimated using data on past returns witnessed on the stock

### ❖ 2. Implied volatility

➤ This is estimated from prices of traded options

## □ Historical Volatility

Variance of returns over a  $T$  – year horizon is  $\sigma^2 T$ ,  $\because \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) \sim N(\mu T, \sigma^2 T)$

So standard deviation of returns over a  $T$  – year horizon is  $\sigma\sqrt{T}$

In particular, since a year is 252 days and 12 months

$$(1) \text{ standard deviation of daily returns } (\sigma_d) = \sigma \times \frac{1}{\sqrt{252}} \Rightarrow \sigma = \sigma_d \times \sqrt{252}$$

$$(2) \text{ standard deviation of monthly returns } (\sigma_m) = \sigma \times \frac{1}{\sqrt{12}} \Rightarrow \sigma = \sigma_m \times \sqrt{12}$$

# Historical Volatility

---

□ Data on CSCO, 16 – Dec – 2009 to 15 – Jan – 2010

<u>Date</u>	<u>Open</u>	<u>High</u>	<u>Low</u>	<u>Close</u>	<u>Volume</u>	<u>Adj Close</u>	<u>Returns</u>
1/15/10	25	25.1	24.3	24.4	51635500	24.4	-0.02229069
1/14/10	24.58	25.08	24.52	24.95	52302100	24.95	0.012502684
1/13/10	24.28	24.7	24.2	24.64	43617700	24.64	0.018018506
1/12/10	24.44	24.5	24.08	24.2	35765400	24.2	-0.015987223
1/11/10	24.64	24.89	24.41	24.59	35823100	24.59	-0.002842642
1/8/10	24.38	24.7	24.25	24.66	39103500	24.66	0.005285639
1/7/10	24.3	24.57	24.17	24.53	31531200	24.53	0.00449439
1/6/10	24.54	24.74	24.34	24.42	35715700	24.42	-0.006530635
1/5/10	24.6	24.73	24.38	24.58	45124500	24.58	-0.004465199
1/4/10	24.11	24.84	24.01	24.69	59853700	24.69	0.030847603
12/31/09	24.1	24.17	23.94	23.94	25208100	23.94	-0.009975145
12/30/09	24.01	24.2	24	24.18	17202900	24.18	0.003314005
12/29/09	24.03	24.17	24	24.1	21897300	24.1	0.00083022
12/28/09	23.89	24.1	23.81	24.08	20191200	24.08	0.004995847
12/24/09	23.8	23.99	23.79	23.96	9900600	23.96	0.007540882
12/23/09	23.79	23.93	23.7	23.78	23835000	23.78	0.001262361
12/22/09	23.63	23.87	23.57	23.75	27139900	23.75	0.004642338
12/21/09	23.53	23.82	23.48	23.64	35588700	23.64	0.013200107
12/18/09	23.13	23.37	23.02	23.33	67220300	23.33	0.006450248
12/17/09	23.46	23.47	23.14	23.18	33416700	23.18	-0.011580657
12/16/09	23.57	23.69	23.35	23.45	41819300	23.45	-0.0012785

# Implied Volatility

## □ (BS) Implied Volatility

- ❖ The volatility derived from the market price of a market traded option

let  $C^{mkt}$  = market price of an option

Then, by BSM model,

$$C^{mkt} = S_0 N \left( \frac{\ln \left( \frac{S_0}{X} \right) + \left( r + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \right) - X e^{-rT} N \left( \frac{\ln \left( \frac{S_0}{X} \right) + \left( r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \right)$$

➔ Forward looking, but unstable (Historical volatility = backward looking, but stable)

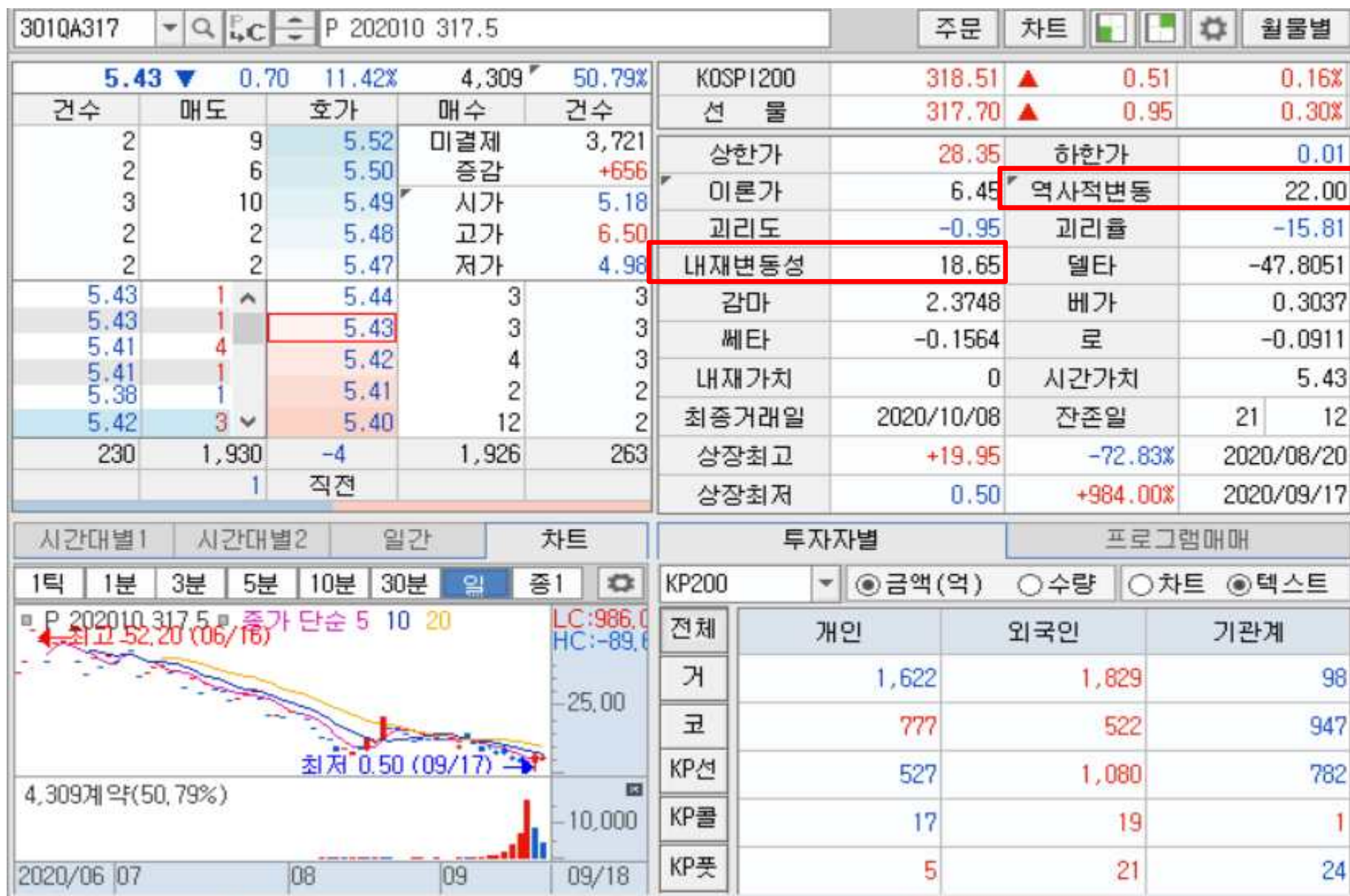
## □ Example

- ❖ Current stock price: \$21, risk-free rate: 10% p.a.
- ❖ Exercise price: \$20, Time to maturity: 3 months, European call option price: \$1.90
- ❖ (BS) Implied volatility? ➔ Use the “Excel solver”

# Volatility Estimates

2010A317					C 202010 317.5					주문		차트		월물별					
5.80 ▲ 0.25 4.50% 3,170 78.68%					KOSPI200		318.52 ▲ 0.52 0.16%												
건수		매도		호가		매수		건수		선 물		317.75 ▲ 1.00 0.32%							
3		16		5.88		미결제		5,801		상한가		28.25		하한가 0.0					
2		2		5.85		증감		+457		이론가		6.93		역사적변동 22.00					
2		2		5.84		시가		6.24		괴리도		-1.15		괴리율 -16.31					
3		3		5.83		고가		6.32		내재변동성		18.27		델타 52.2187					
2		2		5.82		저가		5.01		감마		2.3746		베가 0.3037					
5.80		2 ▲		5.78		2		2		세타		-0.1618		로 0.0915					
5.82		1		5.77		4		3		내재가치		1.02		시간가치 4.78					
5.83		2		5.76		1		1		최종거래일		2020/10/08		잔존일 21 12					
5.85		1		5.74		16		3		상장최고		+12.25		-52.49% 2020/08/11					
5.86		1		5.72		9		2		상장최저		3.40		+71.18% 2020/08/20					
5.86		1 ▼																	
195		1,199		+1,235		2,434		275											
				직전		1													
시간대별1					시간대별2					일간					차트				
시간		체결가		대비		체결량		미결제		투자자별					프로그램매매				
11:33:47		5.80 ▲ 0.25		2		5,799		KP200					● 금액(억) ○ 수량 ○ 차트 ● 텍스트						
11:33:26		5.82 ▲ 0.27		1		5,798		전체					개인 외국인 기관계						
11:33:21		5.83 ▲ 0.28		2		5,798		거					1,635 1,828 81						
11:33:15		5.85 ▲ 0.30		1		5,798		코					739 555 942						
11:33:13		5.86 ▲ 0.31		1		5,799		KP선					458 1,024 794						
11:33:00		5.86 ▲ 0.31		1		5,799		KP콜					17 18 1						
11:32:45		5.85 ▲ 0.30		2		5,798		KP풋					5 22 24						
11:32:34		5.88 ▲ 0.33		1		5,798													

# Volatility Estimates





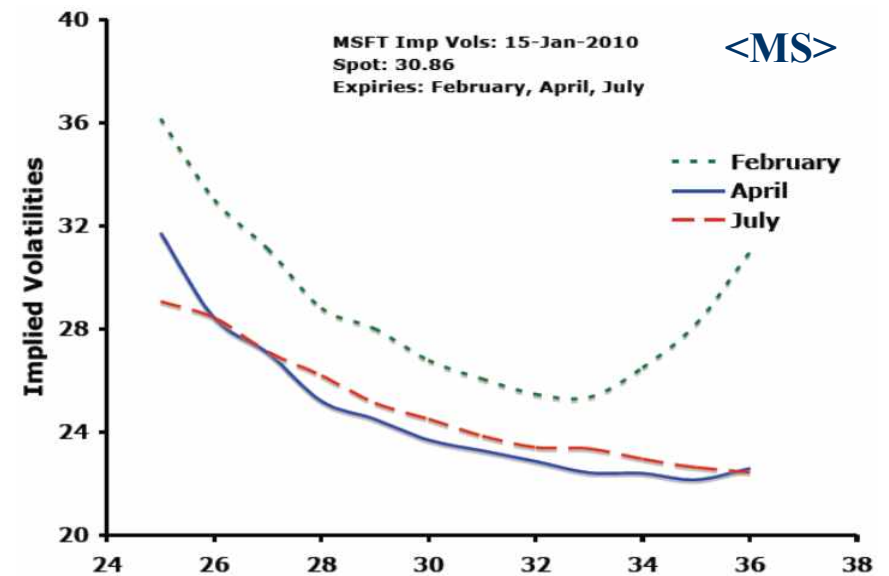
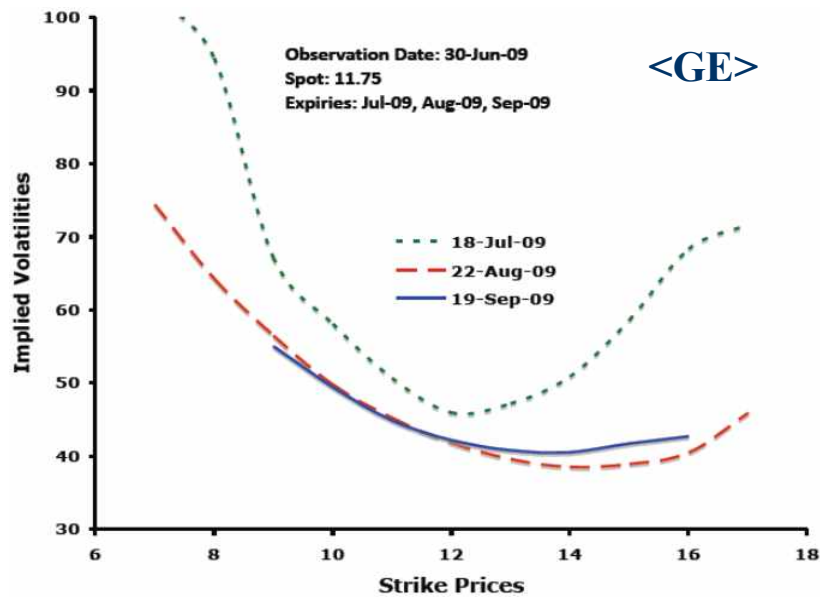
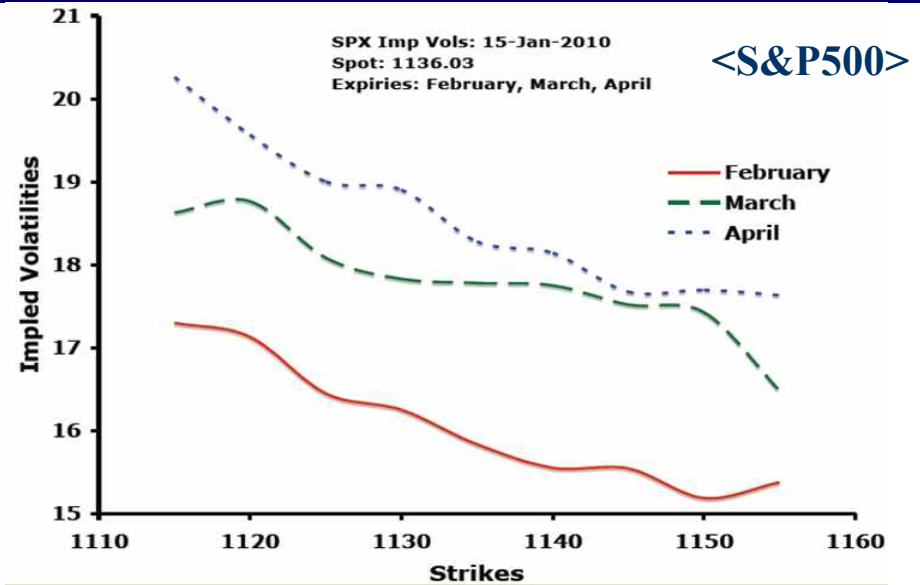
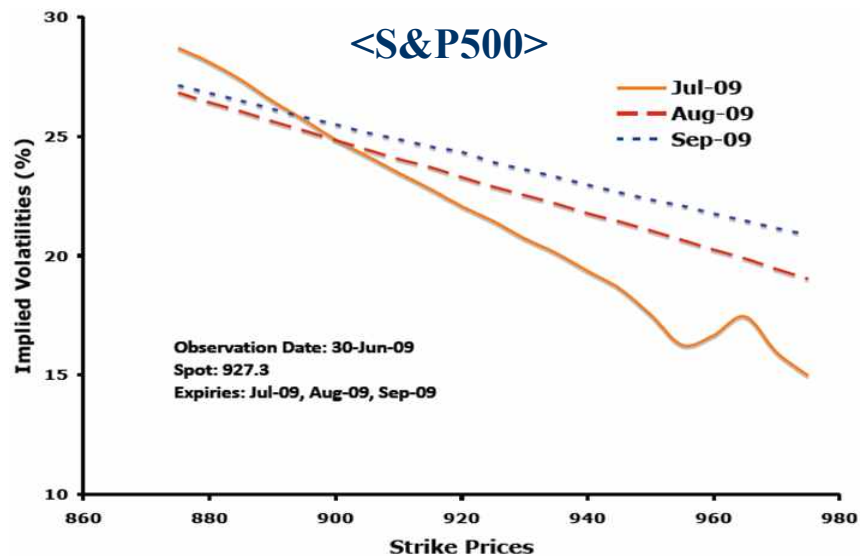
# (Implied) Volatility Smile / Skew

---

## □ Basic Concept

- ❖ In theory, any option (any exercise or maturity) may be used for measuring (BS) implied volatility
- ❖ Thus, if we fix maturity and plot implied volatilities against strike prices, the plot should be a flat line
- ❖ In practice, in equity markets, implied volatilities for “low” strikes (corresponding to OTM puts) are typically much higher than implied volatilities for ATM options → “(Implied) Volatility Skew”
- ❖ In currency markets (and for many individual equities), the picture is more symmetric with way – from – the – money options having higher implied volatilities than ATM options → “(Implied) Volatility smile”

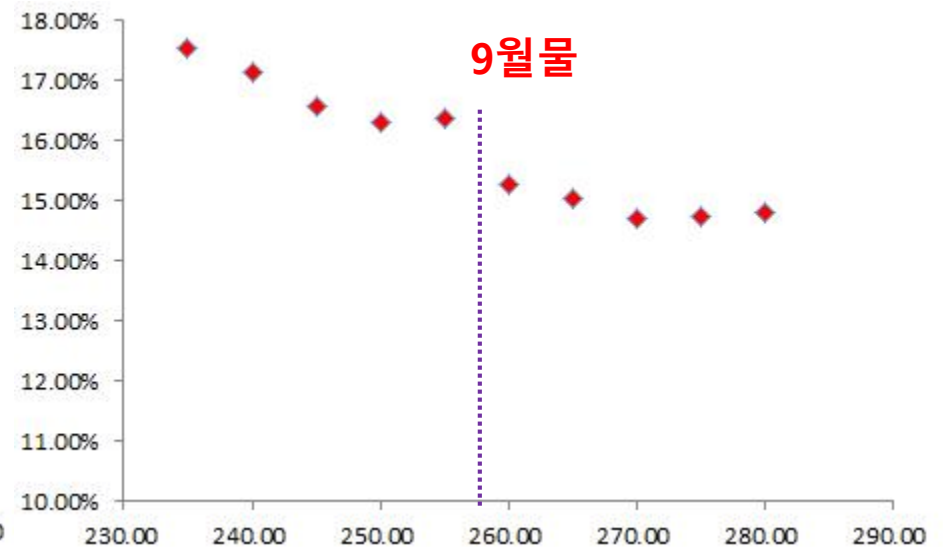
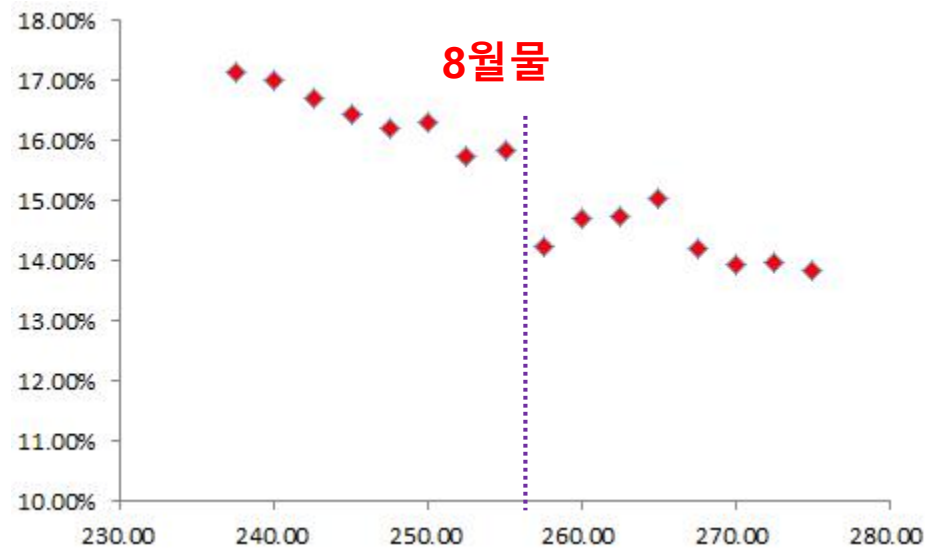
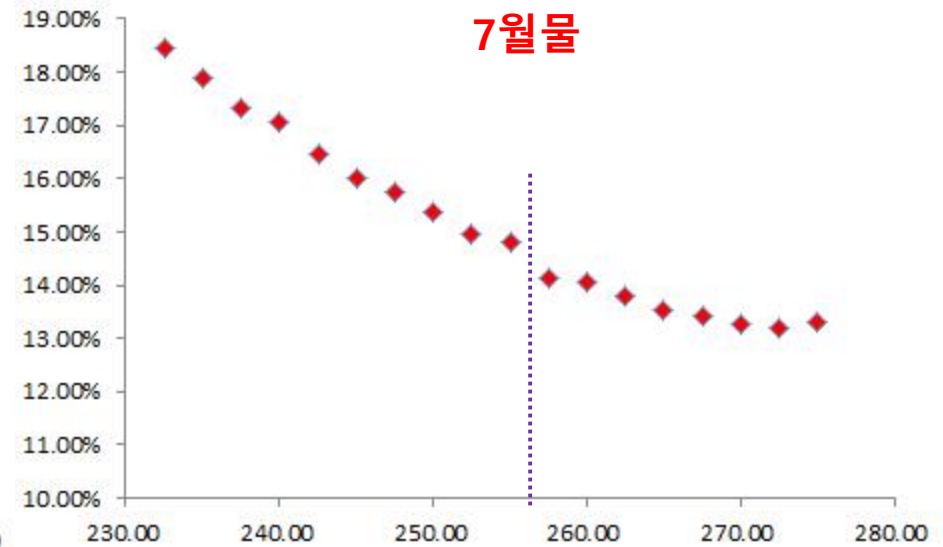
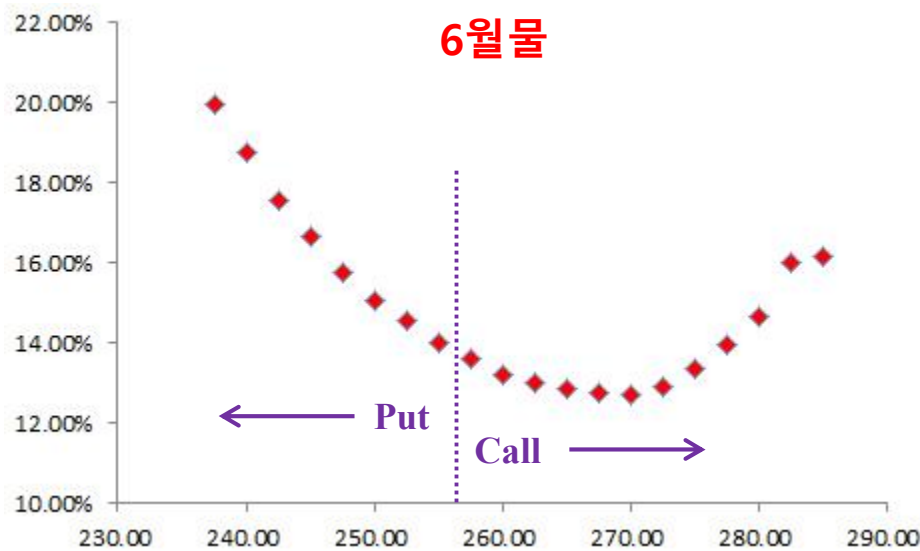
# (Implied) Volatility Smile / Skew





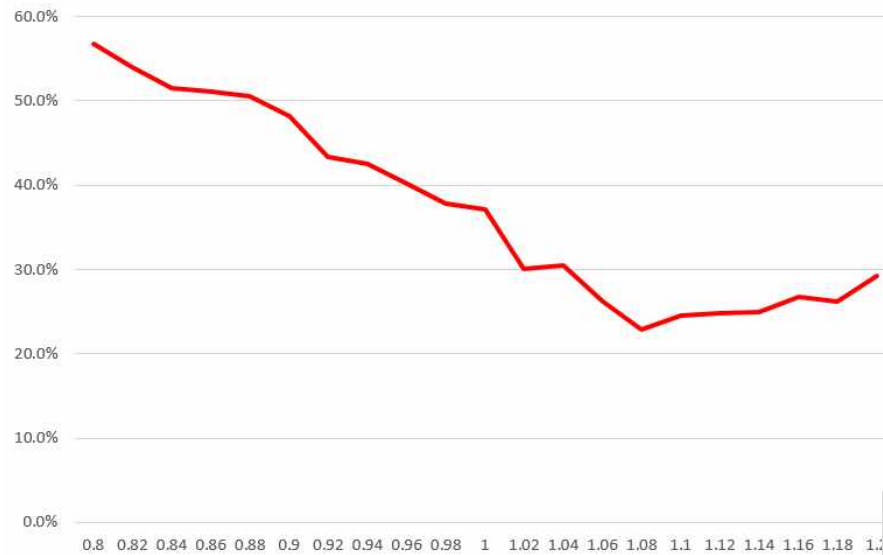
# (Implied) Volatility Smile / Smirk

KOSPI200, 2013.6.13

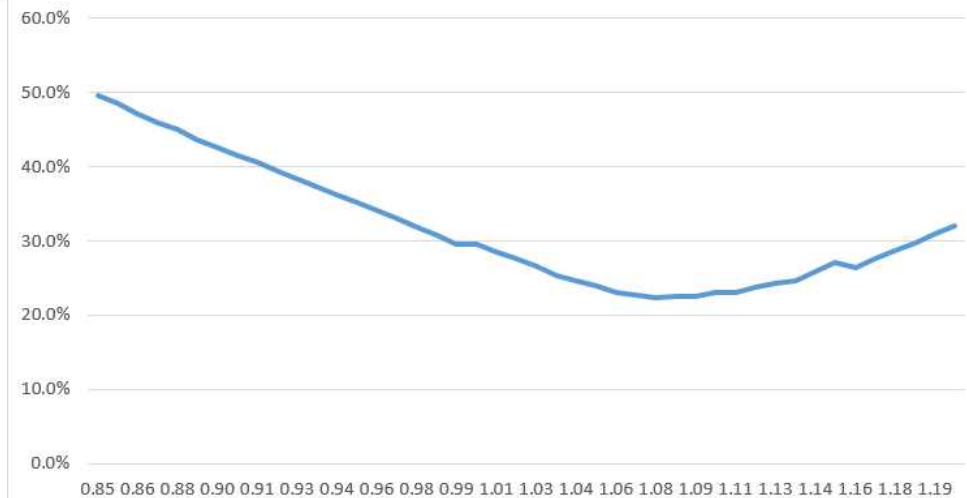


# Current (Implied) Volatility Smile / Smirk

S&P500 - IV (2020.10.30: 11월물 기준)



KOSPI200-IV: 2020.10.30. (11월물 기준)



# Implications – First Explanations

---

## □ Return Distributions

- ❖ The BS model assumes log – returns are normally distributed
- ❖ However, in every financial market, extreme observations are far more likely than predicted by the log – normal distribution
  - Extreme observations = observations in the tail of the distribution
  - Empirical distributions exhibit “fat tails” or leptokurtosis
- ❖ Empirical log – returns distributions are often also skewed

## □ Fat Tails / Negative Skewness

- ❖ BS model with a constant volatility will underprice OTM puts and OTM calls relative to those ATM → “correctly” priced OTM puts and calls will reflect a higher IV than ATM options
- ❖ More symmetric smile → less skewed distribution
- ❖ Flatter smile / skew → smaller kurtosis

# Implications – Second Explanations

---

## □ Demand – Supply Considerations

- ❖ The other reason commonly given for the IV smile / skew is that the world as a whole is net long equities, and so there is a positive net demand for protection in the form of puts
- ❖ This demand for protection, coupled with market frictions, raises the price of OTM puts relative to those ATM, and results in the IV skew
- ❖ With currencies, on the other hand, there is greater symmetry since the world is net long both currencies, so there is two – sided demand for protection
- ❖ Implicit in this argument is Rubinstein’s notion of “crash – o – phobia”, “fear of a sudden large downward jump in prices”

# Empirical Evidences on IV Smirk

<Bloomberg>

GRAB  
Click vol price for details

91) Actions 92) Charts 93) Settings 94) Refresh FX Volatility Surface

USD/KRW 02/21/08 Bloomberg BGN Default

Calendar Weekdays

RR/BF Bid/Ask Put/Call Mid/Spread

Exp	ATM		25D Call USD		25D Put USD		10D Call USD		10D Put USD	
	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask	Bid	Ask
1w	4.800	5.400	5.665	6.417	4.337	5.092	6.360	7.724	4.116	5.493
2w	4.700	5.400	5.490	6.366	4.428	5.310	6.226	7.816	4.375	5.984
3w	6.500	7.000	7.287	7.911	6.323	6.954	8.173	9.302	6.453	7.597
1M	4.850	5.350	5.488	6.112	4.785	5.415	5.847	6.978	4.715	5.860
2M	4.800	5.300	5.402	6.023	4.772	5.403	5.737	6.863	4.727	5.873
3M	5.000	5.300	5.614	5.986	5.011	5.389	6.146	6.817	5.176	5.861
6M	4.800	5.200	5.404	5.896	4.798	5.302	5.888	6.775	4.912	5.826
1Y	4.800	4.950	5.308	5.492	4.954	5.146	5.839	6.173	5.270	5.617
18M	4.408	5.236	5.050	6.068	4.474	5.535	6.695	8.525	5.221	7.168
2Y	4.500	4.850	5.181	5.609	4.670	5.119	6.782	7.550	5.955	6.776
3Y	4.279	5.326	4.832	6.109	4.427	5.781	6.375	8.665	5.357	7.862
5Y	4.846	5.558	5.165	6.020	5.307	6.234	6.696	8.221	7.064	8.784
7Y	4.866	5.535	5.232	6.029	5.447	6.324	6.949	8.362	7.338	8.973
10Y	4.878	5.543	5.273	6.054	5.533	6.411	7.054	8.432	7.382	9.025

96) Hide Quick Pricer ATM DNS | Spot & incl Prem | RR=USD Call-Put | BF=(C+P)/2-ATMD Interpolated

98) Launch OVML

	Bid	Ask	Mid	Deposit
Maturity 1M	Delta 49.869	C	Vol 4.850	5.350
Expiry 03/21/08	Strike 948.88	USD Price 0.549%	0.605%	Fwd 948.98 USD 3.135%
			Spot 948.40	KRW 3.950%

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000  
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2009 Bloomberg Finance L.P.  
G965-1098-0 22-Dec-09 15:51:04

# Empirical Evidences on IV Smirk





# Term Structure of Implied Volatilities

	행사가격		
잔존만기	OTM Put(245)	ATM(257.5)	OTM Call(270)
1개월	16.66%	13.60%	12.72%
2개월	16.00%	14.12%	13.28%
3개월	16.43%	14.24%	13.94%
4개월	16.58%	15.82%	14.71%

**Hump Shaped Curve**

**Upward Sloping Curve**

## □ Upward / Downward Sloping Volatility Curve

- ❖ The mean reverting property of volatilities
- ❖ High volatility regimes: downward sloping curve
- ❖ Low volatility regimes: upward sloping curve

# IV Surface

---

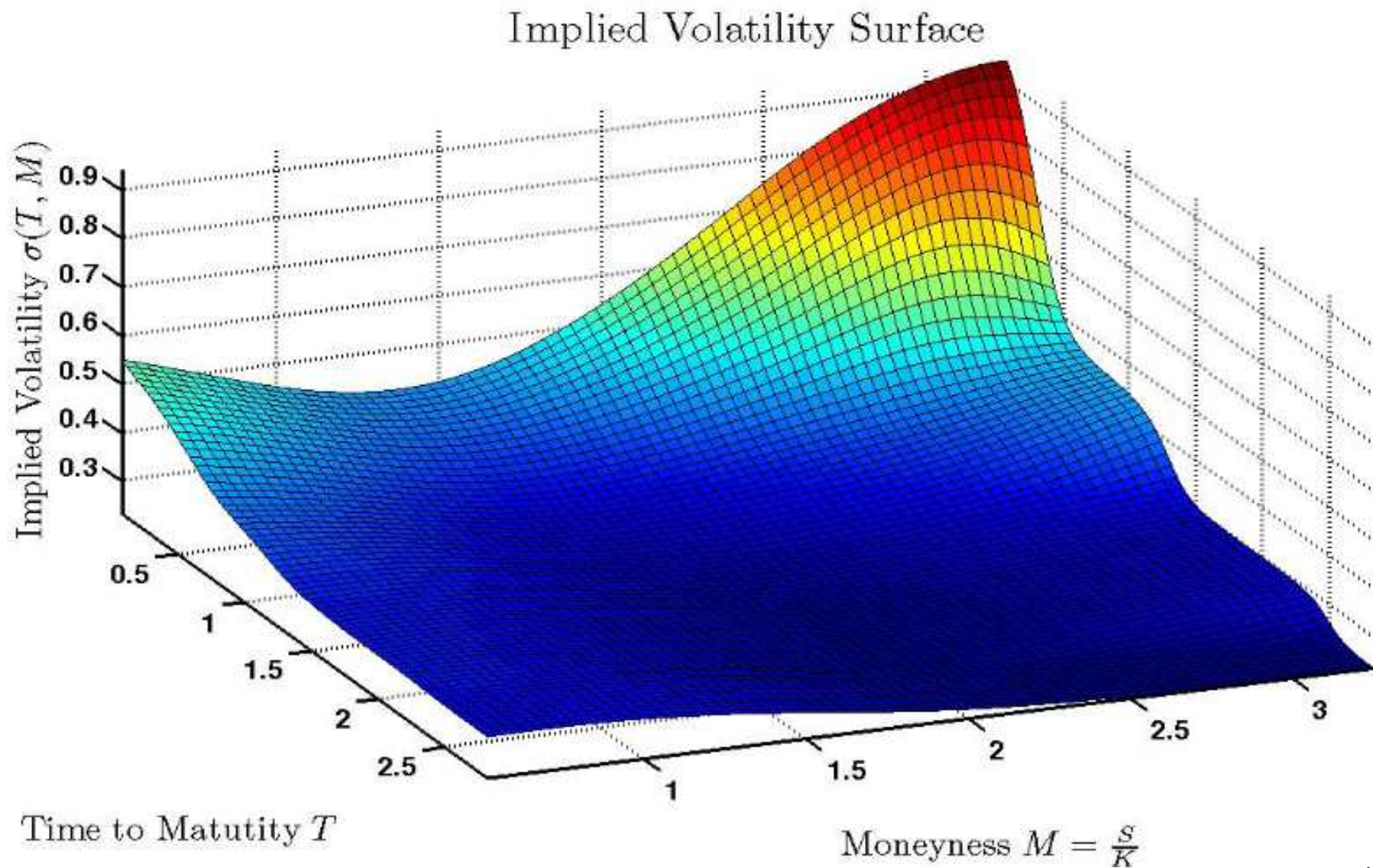
## ❑ Implied Volatility Surface

- ❖ The implied volatility as a function of the strike price and time to maturity is known as a volatility surface

## ❑ Example

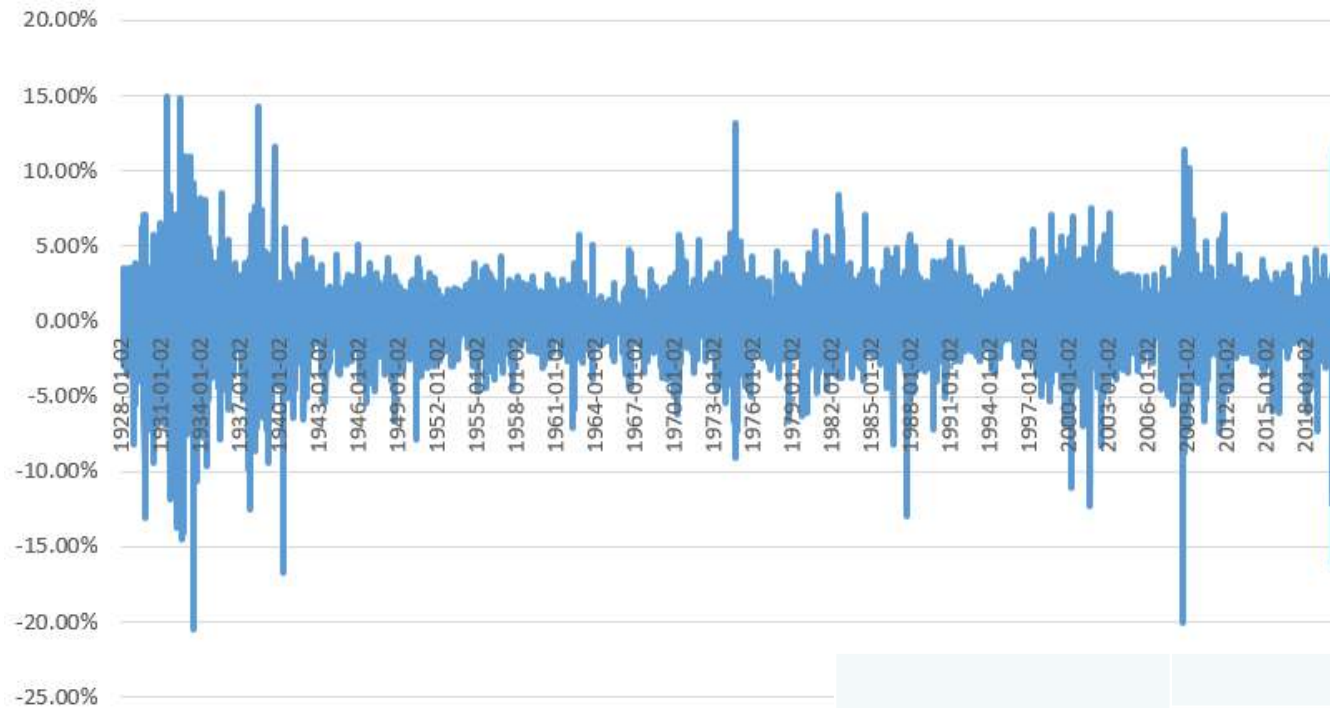
	K/S0				
	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10
1 month	14.2	13.0	12.0	13.1	14.5
3 month	14.0	13.0	12.0	13.1	14.2
6 month	14.1	13.3	12.5	13.4	14.3
1 year	14.7	14.0	13.5	14.0	14.8
2 year	15.0	14.4	14.0	14.5	15.1
5 year	14.8	14.6	14.4	14.7	15.0

# IV Surface



# Empirical Evidence on Time Varying Volatilities

## □ Volatility Clustering (1927 ~ 2020, S&P500 Weekly Returns)



	상관계수	
	수익률	수익률 제곱
lag 1주일	0.66%	26.01%
lag 4주일	-1.61%	18.97%
lag13주일	-0.69%	15.52%
lag 26주일	0.72%	15.74%
lag 52주일	1.78%	13.17%

# Volatility Index

<CBOE>

The Cboe Global Markets® (Cboe®) calculates and updates the prices of several volatility indexes that are designed to measure the market's expectation of future volatility implied by options prices.

Cboe's volatility indexes are key measures of market expectations of volatility conveyed by option prices. The indexes measure the market's expectation of volatility implicit in the prices of options. The indexes are quoted in percentage points, just like the standard deviation of a rate of return, e.g. 19.36. Cboe disseminates the index values continuously during trading hours. The indexes are leading barometers of investor sentiment and market volatility relating to listed options.

- ▶ [Cboe Options on Volatility Indexes](#)
- ▶ [CFE Futures on Volatility Indexes](#)

## Volatility Indexes

### Volatility Indexes on U.S. Stock Indexes

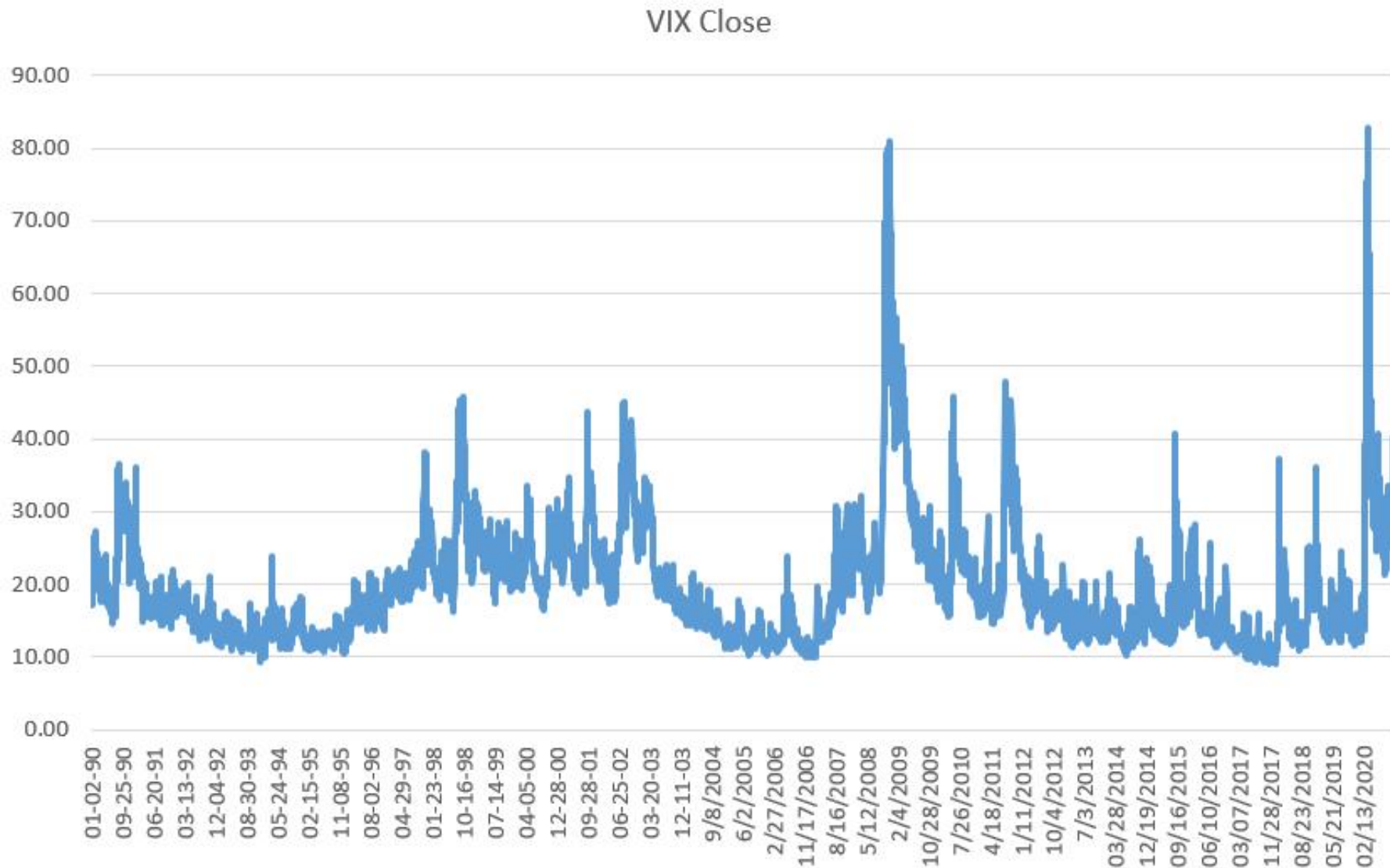
#### Delayed Quotes

Ticker	Index	Sym	Last	Pt. Change
VIX®	Cboe Volatility Index®	VIX	38.02	0.43
VXN <sup>SM</sup>	Cboe NASDAQ Volatility Index	VXN	41.30	1.22
VXO <sup>SM</sup>	Cboe S&P 100 Volatility Index	VXO	41.47	1.85
VXD <sup>SM</sup>	Cboe DJIA Volatility Index	VXD	35.18	0.25
RVX <sup>SM</sup>	Cboe Russell 2000 Volatility Index	RVX	41.36	-0.02
VIX9D <sup>SM</sup>	Cboe S&P 500 9-Day Volatility Index	VIX9D	44.33	-0.01
VIX3M <sup>SM</sup>	Cboe 3-Month Volatility Index	VIX3M	36.27	0.43
VIX6M <sup>SM</sup>	Cboe S&P 500 6-Month Volatility Index	VIX6M	34.30	0.27
VIX1Y <sup>SM</sup>	Cboe 1-Year Volatility Index <sup>SM</sup>	VIX1Y	32.70	-0.13



# Volatility Index

<CBOE>





# Volatility Index

<KRX>

## 코스피 200 변동성지수

코스피 200 변동성지수(V-KOSPI 200)는 코스피 200 옵션시장 투자자들이 예상하는 미래(30일 만기) 코스피 200 지수의 변동성을 나타낸 지수입니다. 코스피 200 변동성지수는 코스피 200 옵션가격에 내재된 변동성을 추출하여 산출하는 것으로 2009년 4월 13일부터 산출, 발표하고 있습니다.



개요	데이터	구성종목	보고서	지수공지
----	-----	------	-----	------

코스피 200 변동성지수는 코스피 200 옵션시장의 최근월종목과 차근월종목을 이용하여 산출한 잔존기간 30일의 코스피 200 지수의 변동성을 지수화한 것입니다.

코스피 200 변동성지수 산출에 사용되는 옵션종목은 콜옵션과 풋옵션별로 2개의 근월종목(최근월종목, 차근월종목)을 사용합니다. 다만 가장 먼저 도래하는 최종거래일로부터 직전 3거래일까지 4일간은 최근월종목을 제외한 2개 근월종목을 사용하며, 최근월종목의 잔존기간이 30일 이상인 경우에는 차근월종목을 제외한 최근월종목으로만 산출하게 됩니다.

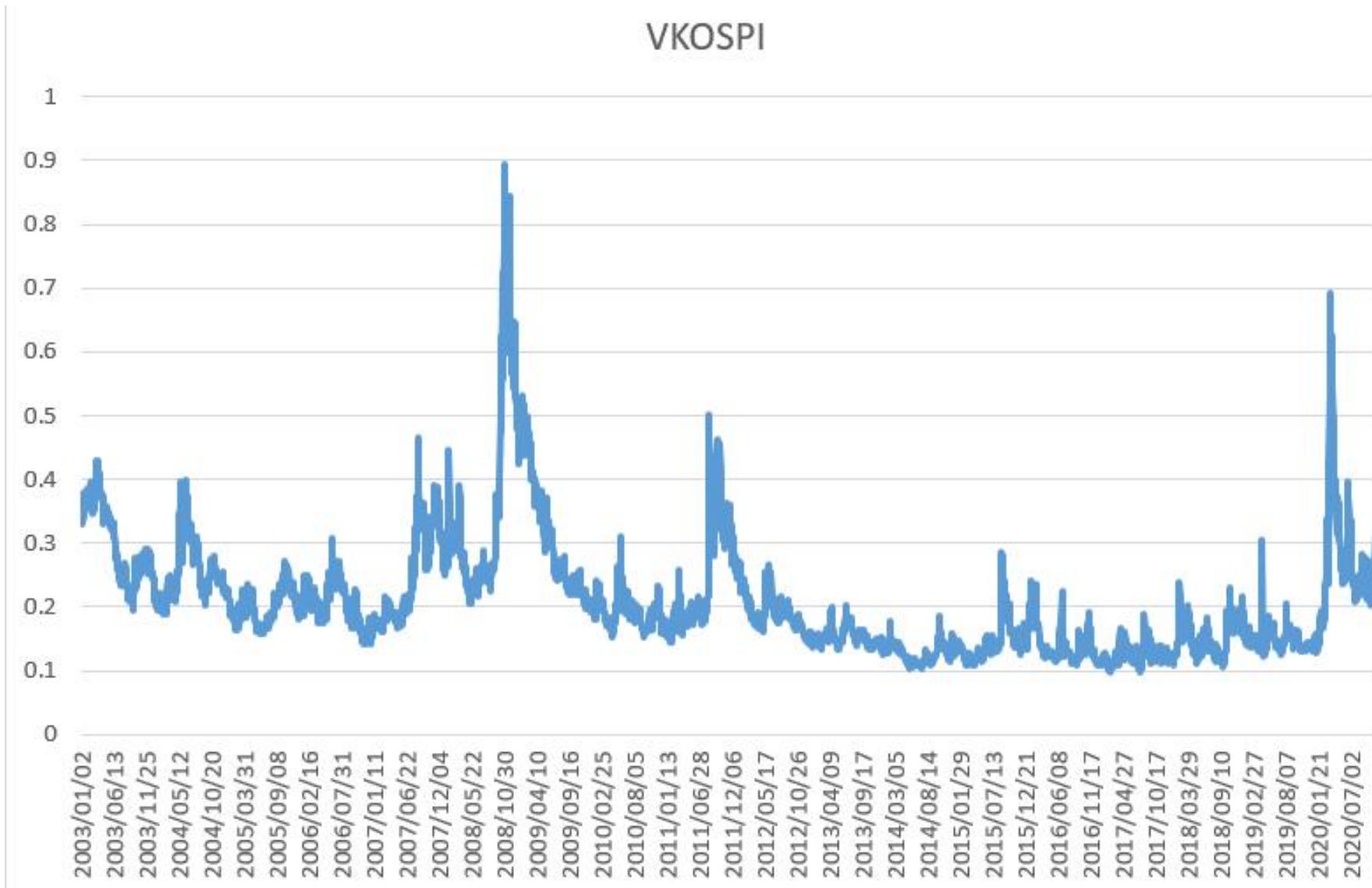
여기서 잔존기간이란 지수산출시점부터 만기시점(최종거래일의 거래종료시점)까지의 잔존기간을 말하며 초 단위로 환산하여 적용합니다.

결제월물 교체(Roll-over) 직후 최근월종목의 잔존기간이 30일 이상인 경우에는 최근월종목에 대부분의 거래가 집중되므로 최근월종목만 단독으로 사용하여 변동성지수 산출합니다.

만약 상장된 코스피 200 옵션의 종목이 부족하다고 판단되는 경우에는 블랙-숄즈가격결정모형을 이용하여 추정된 옵션을 보충하여 코스피 200 변동성지수를 산출합니다.

자세한 내용은 지수산출방법론을 참고하시기 바랍니다.

# Volatility Index



# Real World Example

## 美 증시 '공포지수', 금융위기 때보다 커졌다 – 조선일보 (2020.3.17.)

금융위기 때보다 더 뚜렷한 공포심이 증시를 휘감고 있다. 미국 증시에서 투자자들의 공포심을 측정하는 '변동성 지수'가 2008 년 금융위기 당시를 넘어섰다. 코로나 19 가 확산하면서 미증유의 전염병에 대한 두려움이 서브프라임 모기지 부실로 촉발한 인재(人災)에 대한 무서움보다 큰 것으로 풀이된다.

미국 시카고 옵션거래소(CBOE)는 16 일(현지 시각) 변동성 지수(VIX)가 전날보다 24.86 포인트 가까이 급등해 82.69 를 기록했다고 밝혔다. CNBC 에 따르면 이는 금융위기 당시인 2008 년 11 월 21 일 최고치(80.74)를 넘어선 수준이다. VIX 는 시카고옵션거래소에 상장된 스탠더드앤드푸어스(S&P)500 지수 옵션이 앞으로 30 일간 어떻게 변할지 변동성 여부를 수치화한 지표. 옵션시장 투자자들이 예상하는 미래 주가 변동 가능성이 얼마나 큰지를 숫자로 나타낸다. 통상 VIX 는 주식시장 움직임과 반대 방향으로 움직이며 지수가 상승할 때보다 하락 시 더 큰 변동을 보인다. 이 때문에 투자자 공포심리를 드러낸다고 해서 '공포지수'라고도 불린다.

2 월 28 일 40.11 이었던 VIX 는 3 월 들어 보름만에 두 배 넘게 뛰었다. 미 증시가 롤러코스터처럼 급등락을 거듭하면서 주식시장 불확실성이 커졌기 때문이다. 실제로 이날 미국 증시에서 다우존스 산업평균 지수는 전날보다 12.93% 가까이 내려 1987 년 10 월 19 일 '블랙먼데이' 이후 역대 3 번째 하락률을 기록했다. 빌 밀러 밀러밸류파트너스 설립자는 CNBC 인터뷰에서 "VIX 가 널뛰는 원인 가운데 하나는 코로나 19 가 언제까지 확산할지, 경제에 미치는 영향은 얼마나 클 지에 대한 불확실성이 크기 때문"이라고 평가했다.

# Real World Example

---

VIX 가 치솟으면 대체로 투자 손실 가능성이 높아진다. 하지만 여기서 한 걸음 더 나아가 VIX 가 최고치에 이르렀다면 투자자 불안심리가 극에 달했다고 볼 수 있다. 주식시장에서 팔 사람은 모두 팔아 치운 다음으로 지수가 반등의 여지를 마련했다는 것을 나타낸다. 과거 사례에서 S&P500 지수는 VIX 급등 이후 2~4 주 뒤부터 높은 확률로 반등했다.

CNBC 는 "도널드 트럼프 미국 대통령이 코로나 19 발발 사태가 8 월까지도 지속될 수 있다고 밝힌 뒤 증시가 악화일로에 접어들었다"고 전했다. 17 일 기준 미국 내 우한 코로나 확진자 수는 4570 명을 기록했다. 전세계 총 확진자 수는 18 만 2352 명이다.

# VKOSPI200 F

104QB000	변동성 F202011	◎정보 ○프로그램매매 ○차트	주 차 프 투 미
30.45 ▲ 3.35 12.36%	69 575.00%	이론가 32.00	이론 BASIS +0.03
건수 매도 15:45:01 매수 건수 ▼	미결제 93	괴리도 -1.55	괴리율 -4.84%
	증감 +67	시장 BASIS -1.52	거래대금 512,500
	시가 27.00	변동성지수 31.97 ▲ 6.07 23.44%	
	고가 30.45	종합주가지수 2,267.15 ▼ 59.52 2.56%	
	저가 27.00	상한가 35.20	하한가 19.00
1 1 32.00	27.00 1 1	CB상한가 0	CB하한가 0
30.45 30 ▲		미자율 0.630	기준가 27.10
29.55 1		최종거래일 2020/11/10	잔존만기 12 8
29.55 15		상장최고 30.45 0%	2020/10/30
29.55 15		상장최저 21.50 +41.63%	2020/10/12
28.95 1 ▼			
1 1	직전		
		KP200	◎금액(억) ○수량 ○차트 ◎텍스트
시간대별1	시간대별2	일간	차트
시간	체결가	체결량	기초자산 Basis
15:05:54	30.45	30	31.45 1.00
14:58:34	29.55	1	30.74 1.19
14:39:53	29.55	15	30.00 0.45
14:39:49	29.55	15	29.98 0.43
14:24:02	28.95	1	29.53 0.58
14:12:40	28.45	1	28.94 0.49
12:44:30	28.05	1	28.54 0.49
11:06:43	27.00	5	27.64 0.64
전체	개인	외국인	기관계
거	14,140	9,825	4,438
코	4,025	2,895	989
KP선	717	3,658	2,897
KP콜	9	40	31
KP풋	75	58	27



# VKOSPI200 F

기초자산	코스피200변동성지수
거래단위	코스피200변동성지수선물가격x25만(거래승수)
결제월	최근 연속 6개월
상장결제월	6개월 이내의 6개 결제월
가격의 표시	코스피200변동성지수선물 수치(포인트)
호가가격단위	0.05 포인트
최소가격변동금액	12,500원 (25만원x0.05)
거래시간	09:00 ~ 15:45 (최종거래일 09:00 ~ 15:35)
최종거래일	결제월이 속하는 월의 다음 월의 두번째 목요일(해당일이 휴장일인 경우에는 앞당김)부터 30일(Calendar Day) 전일에 해당하는 날(해당일이 휴장일인 경우에는 직전 거래일로 함)
최종결제일	최종거래일의 다음 거래일
결제방법	현금결제
가격제한폭	기준가격 대비 각 단계별로 확대 적용 ① ±30% ② ±45% ③ ±60%
단일가격경쟁거래	개장시(08:30~09:00) 및 거래종료시 (15:35~15:45)
필요적 거래중단	코스피200옵션시장의 거래중단인 경우 변동성지수선물거래도 일시중단