9장. 래스터 변환

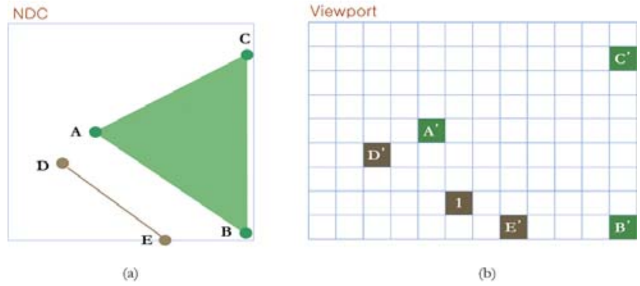
학습목표

- 래스터 변환이 필요한 이유를 이해한다.
- 지-버퍼 알고리즘에 의한 은면제거가 래스터 변환과 병행되어야 하는 이유를 이해한다.
- 선분의 래스터 변환에 있어서 브레스넘 알고리즘의 장점을 이해한다.
- 주사선 채움 알고리즘 및 활성화 선분 리스트의 사용법을 이해한다.
- 경계채움 알고리즘과 홍수채움 알고리즘의 차이점을 이해한다.
- 선형보간 방법을 이해한다.
- 비트맵과 포스트스크립트의 개념상 차이점 및 저장방식의 차이점을 이해한다.
- 에일리어싱이 발생하는 이유와 앤티-에일리어싱 기법에 대해 이해한다.

9. 1 레스터 변환–래스터 변환(Rasterization)

래스터 변환 또는 스캔 변환(Scan Conversion)

- **Raster** = 화소
- 물체를 표현하기 위해 어떤 화소를 밝힐 것인지를 결정하는 작업
- 정규화 가시부피에서 뷰포트로의 사상
- 정점좌표를 화면좌표로 변환한 결과를 기준으로
  - 선분을 화면좌표로 변환
  - 내부면을 화면좌표로 변환



[그림 9-1] 정규화 가시부피에서 뷰포트로의 사상

지엘의 래스터변환

- 은면제거와 동시에 진행
  - 깊이와 색을 보간
  - 정점의 z 값으로부터 선분 및 내부면의 깊이를 보간
  - 정점의 색으로부터 선분 및 내부면의 색을 보간

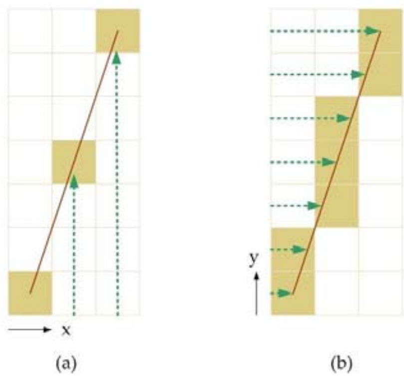
[그림 9-3] 래스터변환 시기

- 화면에 보이는 모든 것은 래스터 변환결과
  - 최대의 연산속도, 최대의 정확성이 요구됨

3

9.2 선분의 래스터 변환–선분의 래스터 변환

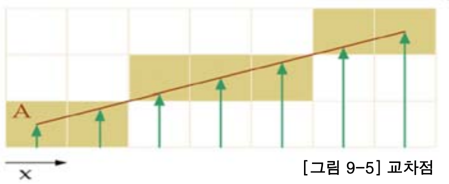
- 기울기를 기준으로 샘플링
  - 1보다 크면 y 좌표를 증가
  - 1보다 작으면 x 좌표를 증가



[그림 9-4] 기울기에 의한 선택

4

교차점 계산에 의한 변환



[그림 9-5] 교차점

```
void LineDraw(int x1, int y1, int x2, int y2){
    float y, m;
    int dx, dy;
    dx = x2 - x1;  dy = y2 - y1;
    m = dy / dx;
    for (x = x1; x <= x2; x++) {
        y = m*(x - x1) + y1;
        DrawPixel(x, round(y));
    }
}
```

: 부동소수 곱셈으로 인한 속도저하

DDA(Digital Differential Analyzer)

[그림 9-6] 교차점의 증가분

```
void LineDraw(int x1, int y1, int x2, int y2) {
    float m, y;   int dx, dy;
    dx = x2 - x1;  dy = y2 - y1;
    m = dy / dx;
    y = y1;
    for (int x = x1; x <= x2; x++) {
        DrawPixel(x, round(y));
        y += m;
    }
}
```

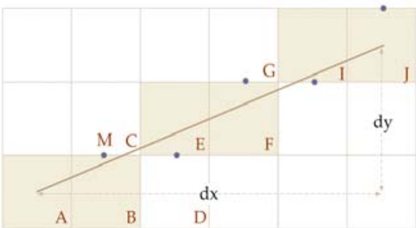
DDA 단점

- 부동소수 연산
  - 부동소수 덧셈
  - 정수 연산에 비해 느림
- 반올림 연산
  - **round( )** 함수 실행에 걸리는 시간
- 연산 결과의 정확도
  - 부동소수의 경우 뒷 자리가 잘려나감
  - 연속적인 덧셈에 의한 오류 누적
  - 선택된 화소가 실제 선분에서 점차 멀어져서 표류(**Drift**)

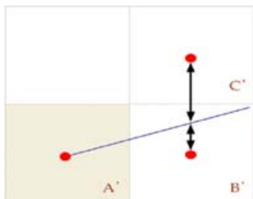
7

브래스넘 알고리즘

- 브레스넘 알고리즘(**Bresenham Algorithm**)
  또는 중점 알고리즘(**中點, Midpoint Algorithm**)



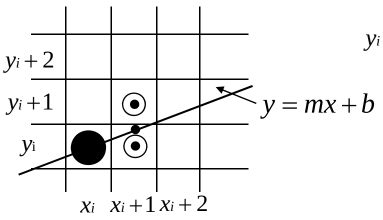
[그림 9-7] 선분과 화소경계 중점

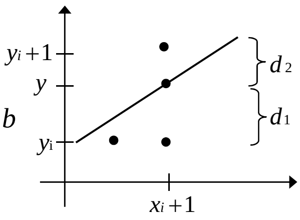


[그림 9-8] 선분거리

- **A** 선택
  - 다음 화소는 **B, C** 중 하나
  - 화소 중심과 선분간의 수직 거리에 의해 판단
  - 선분이 중점 **M**의 아래에 있으면 화소 **B**, 위에 있으면 화소 **C**를 선택

8





$$0 < m \le 1, \quad x_i < x_j, \quad i < j$$

$$y_i = mx_i + b$$

$$\therefore\ d_1 = y - y_i = \underline{m(x_i+1) + b} - y_i$$

$$d_2 = y_{i+1} - y = y_i + 1 - \underline{m(x_i+1) - b}$$

$$d = d_1 - d_2 = 2m(x_i+1) - 2y_i + 2b - 1 \quad \text{(where } m = \Delta y / \Delta x)$$

$$p_i = \Delta x(d_1 - d_2) = 2\Delta y(x_i+1) - 2\Delta x y_i + \Delta x(2b-1)$$

$$= 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + \underline{(2\Delta y + \Delta x((2b-1))}$$

$$= 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + c \qquad \stackrel{\triangle}{=} c$$

$$\underline{p_i = 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + c}$$

$$\text{if } p_i < 0 \text{ then } (x_i+1, y_i)$$

$$\text{if } p_i \ge 0 \text{ then } (x_i+1, y_i+1)$$

$$p_i = 2\Delta y x_i - 2\Delta x y_i + c$$

$$p_{i+1} = 2\Delta y x_{i+1} - 2\Delta x y_{i+1} + c$$

$$\therefore\ p_{i+1} - p_i = 2\Delta y\underbrace{(x_{i+1} - x_i)}_{=1} - 2\Delta x(y_{i+1} - y_i)$$

$$\therefore\ p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x(\underline{y_{i+1}} - y_i)$$

$$y_{i+1} = \begin{cases} y_i & \text{if } p_i < 0 \\ y_i + 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\boxed{\therefore\ p_{i+1} = \begin{cases} p_i + 2\Delta y & \text{if } p_i < 0 \\ p_i + 2\Delta y - 2\Delta x & \text{otherwise} \end{cases}}$$

Now,

$$p_1 = 2\Delta y x_1 - 2\Delta x y_1 + \underline{c}$$

$$= 2\Delta y - \Delta x \qquad c = 2\Delta y + \Delta x(2\underline{b} - 1)$$

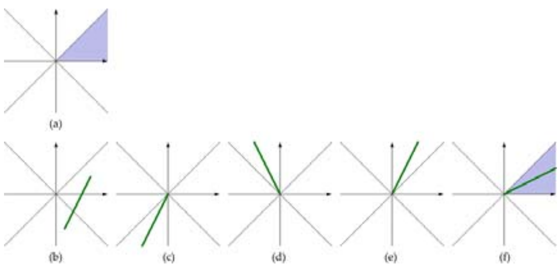
$$b = y_1 - (\Delta y/\Delta x)x_1$$

$$\boxed{\therefore\ p_1 = 2\Delta y - \Delta x}$$

```
procedure bres_line (x1, y1, x2, y2 : integer);
  var
      dx, dy, x,y,x_end,p,const1,const2 : integer;
  begin
      dx := abs(x1 - x2);
      dy := abs(y1 - y2);
      p := 2*dy - dx;
      const1 := 2*dy;
      const2 := 2*(dy - dx);
      { determine which point to use as start,
        which as end }
      if x1 > x2 then begin
            x := x2; y := y2;
            x_end := x1;
      end { if x1 > x2 }
      else begin
            x := x1; y := y1;
            x_end := x2
      end { if x1 <= x2 }
      display(x,y);
      while x < x_end do begin
            x := x + 1;
            if p<0 then p := p + const1
            else begin
                  y := y + 1;
                  p := p + const2;
            end; { else begin }
            display (x, y)
      end { while  x < x_end }
end; { bres_line}
```

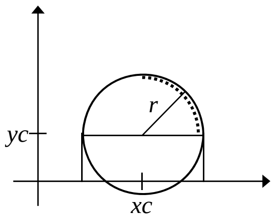

브래스넘 알고리즘

- 정수연산에 의한 속도증가 + 하드웨어로 구현
- 첫 8분면에서만 정의
  - 다른 선분은 이동, 반사하여 적용



[그림 9-10] 선분의 반사

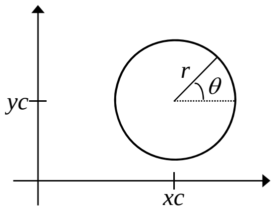
Circle Generating Algorithm



Pythagorean Theorem

$$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = r^2$$

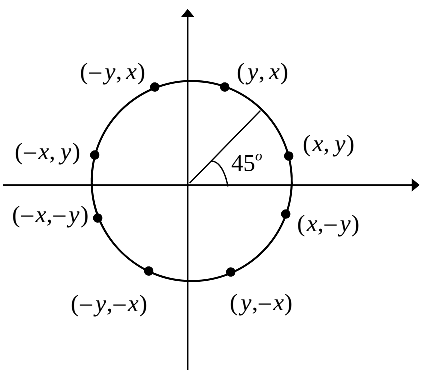
$$y = yc \pm \sqrt{r^2 - (x - xc)^2}$$



Polar Form

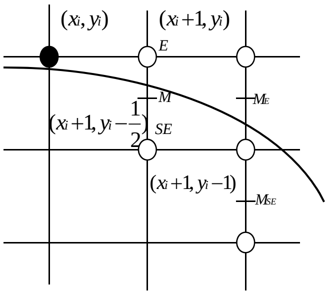
$$x = xc + r\cos\theta$$

$$y = yc + r\sin\theta$$



using symmetry

Midpoint Circle Algorithm



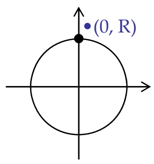
Previous pixel | Choices for current pixel | Choices for next pixel

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Let $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

$$(x_{i+1}, y_{i+1}) = \begin{cases} (x_i + 1, y_i) & \text{if } F(M) > 0 \quad \text{외부} \\ (x_i + 1, y_i - 1) & \text{otherwise} \quad \text{내부} \end{cases}$$

외부 => SE
내부 => E



Let $P_i = F(x_i + 1, y_i - \frac{1}{2}) = (x_i + 1)^2 + (y_i - \frac{1}{2})^2 - R^2$

$P_{i+1} = F(x_{i+1} + 1, y_{i+1} - \frac{1}{2}) = (x_i + 2)^2 + (y_{i+1} - \frac{1}{2})^2 - R^2$, where

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = \begin{cases} y_i & \text{if } P_i < 0 \\ y_i - 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\therefore P_{i+1} = \begin{cases} P_i + 2x_i + 3 & \text{if } P_i < 0 \\ P_i + 2(x_i - y_i) + 5 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$P_0 = F(x_0 + 1, y_0 - \frac{1}{2}) = (0 + 1)^2 + (R - \frac{1}{2})^2 - R^2 = \frac{5}{4} - R$ since $(x_0, y_0) = (0, R)$

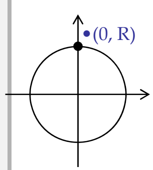
In summary,

$$(x_{i+1}, y_{i+1}) = \begin{cases} (x_i + 1, y_i) & \text{if } P_i < 0 \\ (x_i + 1, y_i - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\therefore\ P_{i+1} = \begin{cases} P_i + (2x_i + 3) & \text{if } P_i < 0 \\ P_i + (2x_i - 2y_i + 5) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{5}{4} \text{-} R$$


```
procedure MidpointCircle (radius,value : integer);
  var
       x,y : integer; P: real;
  begin
       x := 0;                { initialization }
       y := radius;
       P := 5/4 - radius;     <————————  • ✶
       CirclePoints(x,y,value);
       while y > x do begin
            if P < 0 then           { select E }   • ✸
                 P : = P + 2*x + 3;  <————  • ✹
                 x := x + 1;
            end
            else begin               { select SE }
                 P := P + 2*(x - y) + 5;  <———  • ❋
                 x := x + 1;
                 y := y - 1;
            end
            CirclePoints(x,y,value)
       end { while }
  end; { MidpointCircle }
```



d = P - 1/4

P = d + 1/4

✶ → d = 1 - radius

✸ d < -1/4 ⇒ d < 0

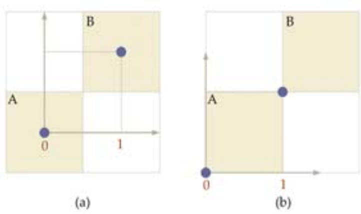
why?

✹ d := d + 2*x + 3

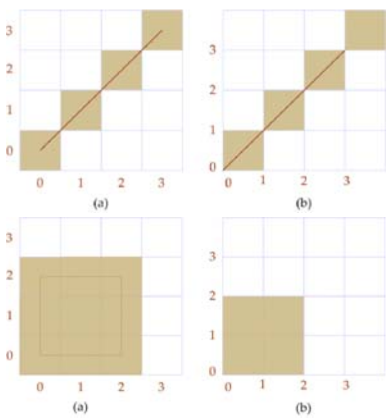
❋ d := d + 2(x-y) + 5

```
procedure MidpointCircle (radius,value : integer);
{ Assumes center of circle is at origin. Integer arithmetic only }
  var
       x,y,d : integer;
  begin
        x := 0;              { initialization }
        y := radius;
        d := 1 - radius;
        CirclePoints(x,y,value);
        while y > x do begin
             if d < 0 then          { select E }
                  d := d + 2*x + 3;
                  x := x + 1;
             end
             else begin              { select SE }
                  d := d+2*(x - y) + 5;
                  x := x + 1;
                  y := y - 1;
             end
             CirclePoints(x,y,value)
        end { while }
  end; { MidpointCircle }
```


화소좌표



[그림 9-12] 화소 좌표



[그림 9-13/14] 주소지정 방식의 차이 I/II

- 화소의 좌하단을 기준으로 부여하는 것이 일반적
  - 선분길이 조정을 위해 마지막 화소는 제외시킴
  - 면적 조정을 위해 외곽 화소는 제외시킴

9.3 다각형의 레스터 변환-그래픽 수식 표현

- 현시적 표현(Explicit Representation)

$$y = 2x + 4$$

- 묵시적 표현(Implicit Representation)

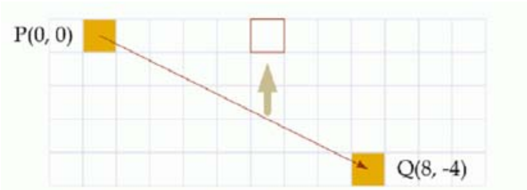
$$f(x, y) = y - 2x - 4 = 0$$

- 파라미터 표현(Parametric Representation)

$$(t, 2t + 4) \text{ 또는 } (t^2 + 1, 2(t^2 + 1) + 4)$$

  - 단일하지 않음
  - $x^2 + y^2 - 1 = 0$ => $(\cos\theta, \sin\theta)$

상하 및 내외 판단



[그림 9-15] 화소의 상하 판단

$$y - y_1 = (y_2 - y_1)(x - x_1)/(x_2 - x_1)$$

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1) \qquad (9.19)$$

$$f(x, y) = (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y + x_1y_2 - x_2y_1 = 0$$

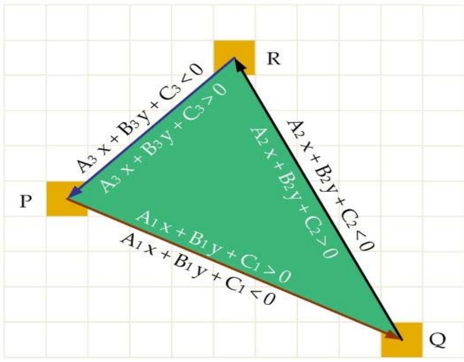
$$f(x, y) = (0 - (-4))x + (8 - 0)y + 0 - 0 = 0$$

$$f(x, y) = 4x + 8y = 0 \qquad (9.20)$$

- (5, 0)를 대입하면 결과는 $f(x, y) = 4 \times 5 + 8 \times 0 = 20 > 0$으로서 양수. 따라서 선분의 위쪽
- x = 2를 기준으로 할 경우. 상하 판단이 어려움

삼각형의 래스터 변환

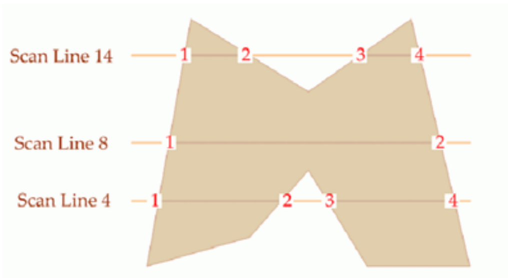
- 주어진 화소가 삼각형의 내부인지를 판단
  - 다각형의 모든 정점을 항상 반 시계 방향으로 정의.
  - 먼저 정의된 정점을 (x1, y1)으로, 나중 정의된 정점을 (x2, y2)로
  - 선분은 반 시계 방향으로 진행할 때 진행방향의
    - 왼쪽에 대해서는 $f(x, y) > 0$
    - 오른쪽에 대해서는 $f(x, y) < 0$



[그림 9-16] 화소의 내외부 판단

23

주사선 채움 알고리즘(Scan Line Fill Algorithm)

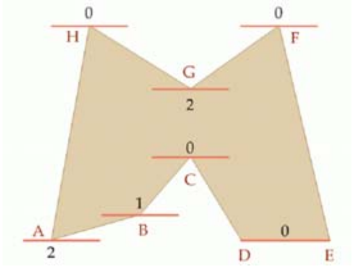


[그림 9-17] 주사선과 다각형의 교차점

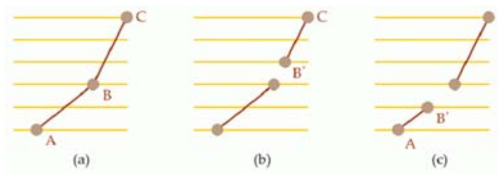
- 홀수 규칙(Odd Parity Rule, Even-Odd Rule)
  - 홀수번째 교차화소부터 짝수번째 교차화소 직전 직전까지 채움
  - 짝수번째를 포함하지 않는 이유: 길이보존
    - 14번: $1 \le x < 2$, $3 \le x < 4$
    - 8번: $1 \le x < 2$
    - 4번: $1 \le x < 2$, $3 \le x < 4$

24

특수 경우 처리



[그림 9-18] 교차 횟수 판단

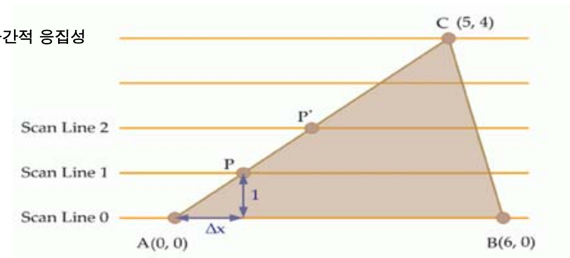


[그림 9-19] 극대/극소점의 화소분할

- 길이보존
  - 극대점: 교차하지 않은 것으로 간주(H, F, C)
  - 극소점:각각 교차한 것으로 간주: 2번(G, A)
- 극대극소: 1번 교차(B): 2개의 선분으로 분할
- 주사선과 평행
  - 선분이 없는 것으로 간주(DE)
  - CD, FE에 의해서 처리됨

공간적 응집성(Spatial Coherence)

[그림 9-20] 공간적 응집성



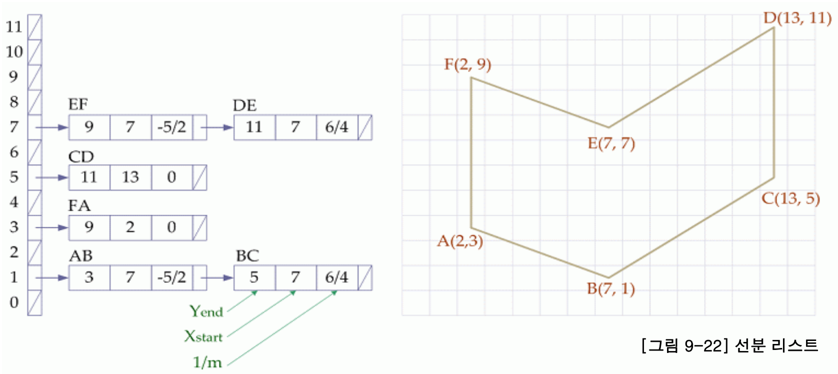
- 내부채움
  - 인접 화소끼리는 같은 색이 칠해질 확률이 높다
- 선분
  - 주사선 0번이 선분 AC와 만났다면 바로 위 주사선 1번도 선분 AC와 만날 확률이 높다.

$$m = 1/\Delta x$$

$$\text{if } \mathit{Intersection\ of\ Scan\ Line}\ k = (x_k, y_k)$$

$$\mathit{then}\ \mathit{Intersection\ of\ Scan\ Line}\ (k+1) = (x_k + 1/m, y_k + 1)$$

선분 리스트(선분 테이블)

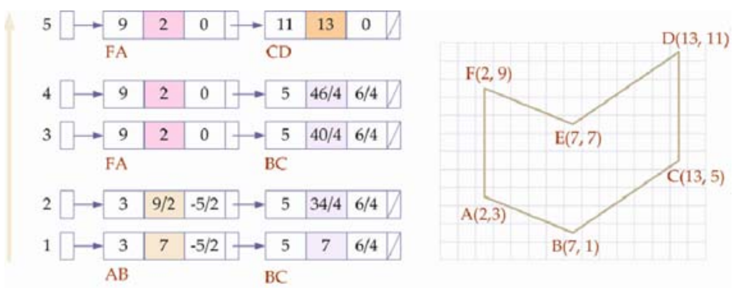


[그림 9-22] 선분 리스트

- 선분 위쪽 끝점의 y 좌표(Yend), 아래쪽 시작점의 x 좌표(Xstart), 선분 기울기의 역수(1/m)
- 주사선 1번: (7, 1), 2번: (7+(-5/2), 2) = (9/2, 2), 3번: (9/2+(-5/2), 3) = (4/2, 3) … Yend와 일치할 때까지 계속

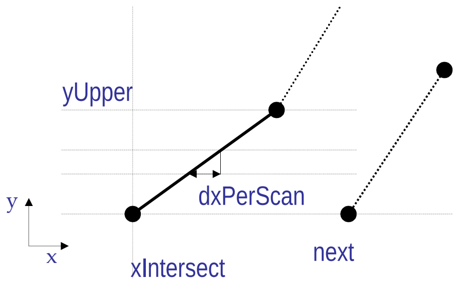
활성화 선분 리스트(Active Edge List)

- 주사선 2번으로 증가할 경우 교차점의 x
  - 선분 AB: 7+(-5/2) = 9/2, 선분 BC: 7+(6/4) = 34/4
  - 오름차순으로 정렬 => (9/2, 34/4). 그 사이의 화소가 칠해짐..
- 주사선 3번으로 증가할 경우 현재의 주사선 번호가 Yend(=3)에 도달
  - AB는 비활성화 되어 리스트에서 제거
  - 선분 FA가 활성화 되어 활성화 선분 리스트에 삽입



[그림 9-23] 활성화 리스트의 상태변화

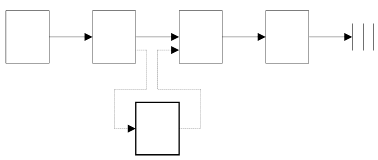
```
const MaxScreenx = 512;
const MaxScreenY = 480;

typedef struct edgeRec {
    int        yUpper;
    double     xIntersect;
    double     dxPerScan;
    edgeRec    *next;
} edgeRec;

// global variables ------------------------------------------------
static edgeRec          *edges[MaxScreenY];
static edgeRec          *active;
```



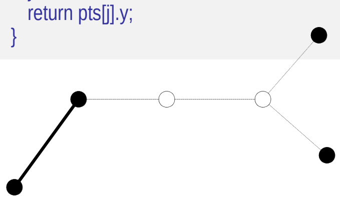

```
// Main routine ---------------------------------------------------
scanFill ( int cnt, dcPts2 pts )
{
    int                     scan, i;

    // initialize edge list with dummy nodes
    for (i=0 ; i<MaxScreenY ; i++) {
        edges[i] = (edgeRec*) malloc (sizeof(edgeRec));
        assertValid (edge[i]);
        edges[i]->next = NULL;
    }
    // initialize active list with dummy node
    active = (edgeRec*) malloc (sizeof(edgeRec));
    assertValid (edge[i]);
    active->next = NULL;

    buildEdgeList (cnt, pts);

    for (scan=0 ; scan<MaxScreenY ; scan++) {
        buildActiveList (scan);
        if (active->next != NULL) {
            fillScan (scan);
            updateActiveList (scan);
            resortActiveList();
        }
    }
}
```

29

```
// Inserts edge into list in order of increasing
//                    edge->xIntersect
insertEdge ( edgeRec *list, edgeRec *edge )
{
    edgeRec *p, *q;
    q = list;
    for ( p=q->next ; p != NULL ; p=p->next) {
        if (edge->xIntersect < p->xIntersect) break;
        q = p;              // save previous pointer
    }
    edge->next = q->next;// insert "edge"
    q->next = edge;
}
```



```
buildEdgeList ( int cnt, dcPts2 pts )
{
    edgeRec *edge;
    dcPt2      v1, v2;
    int          yPrev, i;

    // given an index, return y coordinate of next
    // nonhorizontal line
    int yNext ( int k )
    {
        int j;
        if (k+1 >= cnt) j = 0;
        else    j=k+1;

        while (pts[k].y == pts[j].y) {
            if (j+1 >= cnt) j = 0;
            else j++;
        }
        return pts[j].y;
    }
```



30

```
void makeEdgeRec ( dcPt2 lower, dcPt2 upper, int
      yComp)
   {
      edge->dxPerScan = (upper->x - lower->x) /
      (upper->y - lower->y);
      edge->xIntersect = lower->x;

      if (upper->y < yComp) {
         edge->yUpper = upper->y - 1;
      }
      else {
         edge->yUpper = upper->y;
      }
      insertEdge (edges[lower->y], edge);
   }
```

```
   v1 = pts[cnt-1];          // the last point
   yPrev = pts[cnt-2].y;    // prev y coord of the last point

   for (i=0 ; i<cnt ; i++) {
      v2 = pts[i];

      // a non-horizontal line
      if (v1.y != v2.y) {
         edge = (edgeRec*) malloc (sizeof(edgeRec));
         if (v1.y < v2.y) makeEdgeRec (v1, v2, yNext(i));
         else      makeEdgeRec (v2, v1, yPrev);
      }
      yPrev = v1.y;
      v1 = v2;
   }
}
```



```
void buildActiveList ( int scan )
{
   edgeRec *p, *q;

   p = edges[scan]->next;
   while ( p != NULL) {
      q = p->next;
      insertEdge (active, p);
      p = q;
   }
}
```

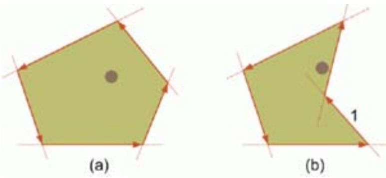
```
void fillScan ( int scan )
{
   edgeRec *p1, *p2;
   int                i;

   p1 = active->next;
   while (p1 != NULL) {
      p2 = p1->next;
      for (i=round(p1->xIntersect) ; i < round(p2-
      >xIntersect)-1 ; i++) {
         setPixel (i, scan, 1);
      }
      p1 = p2->next;
   }
}
```

```
void updateActiveList ( int scan )
{
   edgeRec *p, *q;

   void deleteAfter ( edgeRec *q)
   {
     edgeRec           *p;
     p = q->next;
     q->next = p->next;
     dispose (p);
   }

   q = active;
   p = active->next;
   while (p != NULL) {
     if (scan >= p->yUpper) {
        p = p->next;
        deleteAfter (q);
     }
     else {
        p->xIntersect += p->dxPerScan;
        q = p;
        p = p->next;
     }
   }
}
```

```
void resortActiveList ()
{
   edgeRec *p, *q;

   p = active->next;
   active->next = NULL;
   while (p != NULL) {
     q = p->next;
     insertEdge (active, p);
     p = q;
   }
}
```

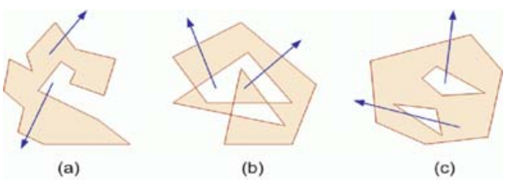

내외부 판정(Inside Outside Test)

- 진행방향의 왼쪽이 내부
  - 볼록 다각형에서만 성립
  - 오목 다각형의 경우 다각형 분할(**Tessellation**)에 의해 볼록 다각형의 집합으로 변형



[그림 9-24] 볼록과 오목

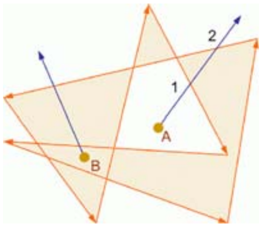
- **홀수 규칙(Odd Parity Rule, Even-Odd Rule)**
  - 볼록, 오목에 무관하게 내외부 판정
  - 내부점으로부터 외부를 향한 직선은 다각형과 반드시 홀수 번 교차



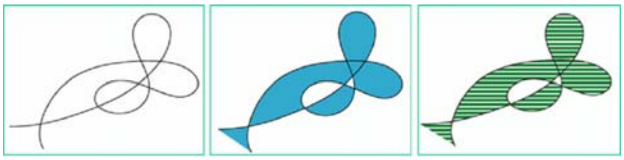
[그림 9-26] 홀수 규칙

내외부 판정(Inside Outside Test)

- <u>넌 제로 와인딩 (Non-Zero Winding Rule)</u>: 선분의 방향을 고려
  - 감싸기 수(Winding Number)
    - 선분이 반 시계방향으로 그 점을 몇 번이나 감싸는가. 0으로 초기화. 선분의 오른쪽에서 왼쪽으로 건너가면 +1, 왼쪽에서 오른쪽으로 건너가면 -1. 최종 감싸기 수가 0이 아니면 내부점으로 간주

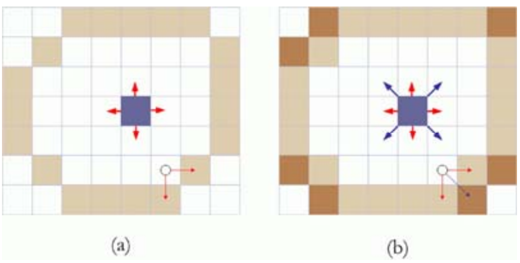


[그림 9-27] 감싸기 수


[그림 9-28] 열린 도형의 내부

씨앗채움 알고리즘(Seed Fill Algorithm)

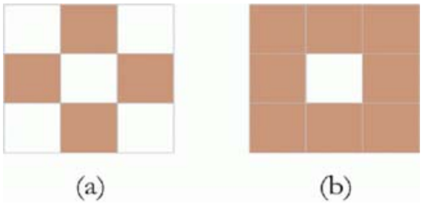
- 어떤 화소가 다각형 내부임이 확인
  - 이를 씨앗으로 해당 화소의 색을 인근으로 번져 나가게 함
  - 경계채움과 홍수채움
- <u>경계채움 알고리즘(Boundary Fill Algorithm)</u>
  - 경계화소 색을 만날 때까지 4방 또는 8방으로 번짐.
  - 4방향 경계채움, 8방향 경계채움.



[그림 9-29] 경계채움 알고리즘

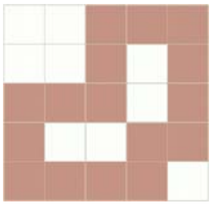
다각형의 연결

- 4방 연결(4-Connectedness), 8방 연결(8-Connectedness)



[그림 9-30] 4방

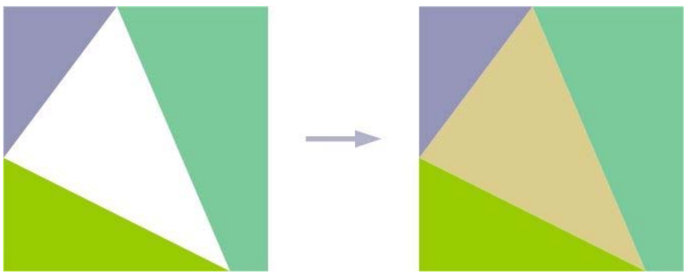
- 4방 연결 시에 8방향 경계채움을 적용하면 오류.
- 8방 연결 시에 4방향 경계채움을 적용하면 완전히 채워지지 않음.



[그림 9-31] 8방

홍수채움 알고리즘(Flood Fill Algorithm)

- 경계채움: 경계화소의 색이 동일
- <u>홍수채움</u>
  - 경계화소 색이 상이
  - 삼각형 내부의 현재 색은 백색으로 모두 동일
  - 백색을 만날 때까지 4방 또는 8방으로 진행



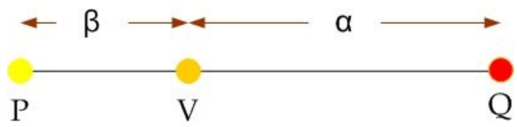
[그림 9-32] 홍수채움 알고리즘

9.4 보간법–무게중심 좌표(Barycentric Coordinates)

- 선분의 무게중심 좌표(α, β)

$$V(t) = P + t(Q - P) = (1-t)P + tQ = \alpha P + \beta Q \quad (9.22)$$

$$0 \leqq \alpha, \beta \leqq 1, \; \alpha + \beta = 1 \quad (9.23)$$



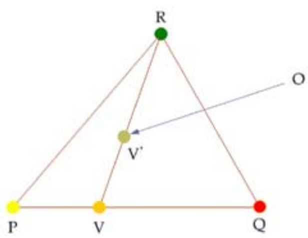
[그림 9-33] 선분의 무게중심

무게중심 좌표(Barycentric Coordinates)

- 삼각형의 무게중심 좌표 (α, β, γ)

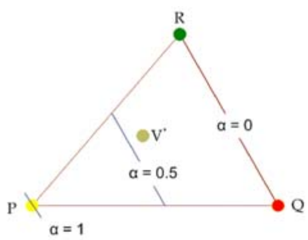
$$\begin{aligned} V' &= V + s(R - V) \\ &= P + t(Q-P) + s(R - (P + t(Q-P))) \\ &= (1 - t - s + st)P + (t - st)Q + sR \\ &= \alpha P + \beta Q + \gamma R \quad (9.25) \end{aligned}$$

$$0 \leqq \alpha, \beta, \gamma \leqq 1, \; \alpha + \beta + \gamma = 1 \quad (9.26)$$



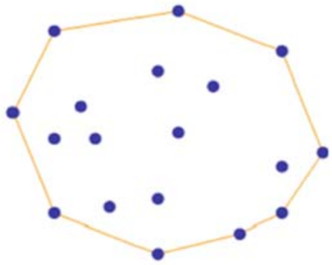
[그림 9-34] 삼각형의 무게중심

- α 의 의미



[그림 9-35] 가중치

컨벡스 헐(Convex Hull)



[그림 9-36] 컨벡스 헐

$$V = t_1P_1 + t_2P_2 + \ldots + t_nP_n \quad (9.27)$$

$$0 \leq t_1, t_2, \ldots, t_n \leq 1,\ t_1 + t_2 + \ldots + t_n = 1 \quad (9.28)$$

- 컨벡스 헐
  - 주어진 점을 모두 포함하는 가장 작은 볼록 다각형
- 컨벡스 헐 특성(**Convex Hull Property**)
  - 위 식으로 표현된 정점 **V**는 항상 컨벡스 헐 내부에 존재

41

무게중심 좌표 계산

$$\alpha = area(V'QR)/area(PQR) \quad (9.29)$$

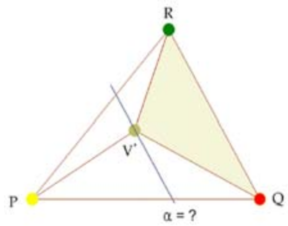
$$\beta = area(V'RP)/area(PQR) \quad (9.30)$$

$$\gamma = area(V'PQ)/area(PQR)$$

$$\alpha = abs((V'-Q)\times(R-Q))/abs((P-Q)\times(R-Q))$$

$$\beta = abs((V'-R)\times(P-R))/abs((P-Q)\times(R-Q))$$

$$\gamma = abs((V'-P)\times(Q-P))/abs((P-Q)\times(R-Q))$$



[그림 9-37] 무게중심 좌표

2차원 투상 $area(PQR)$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} Q_x & R_x \\ Q_y & R_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_x & P_x \\ R_y & P_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P_x & Q_x \\ P_y & Q_y \end{vmatrix}\right)$$

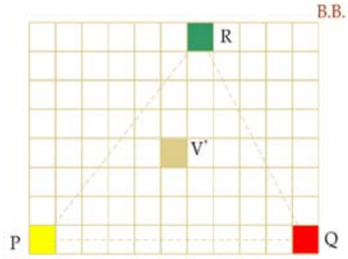
$$= \frac{1}{2}(Q_xR_y - R_xQ_y + R_xP_y - P_xR_y + P_xQ_y - Q_xP_y)$$

$$= \frac{1}{2}((Q_x - P_x)(R_y - P_y) - (R_x - P_x)(Q_y - P_y)) \quad (9.31)$$

42

무게중심 좌표에 의한 보간

- 경계상자(BB: Bounding Box)
  - 다각형을 둘러싼 최소크기 4각형



[그림 9-38] 경계상자

- 보간
  - 경계부피 내의 모든 화소에 대해 무게중심 좌표를 계산
  - 해당 화소가 삼각형 내부인지 판단
  - 색과 깊이를 보간

$$r = \alpha P_r + \beta Q_r + \gamma R_r$$

$$g = \alpha P_g + \beta Q_g + \gamma R_g$$

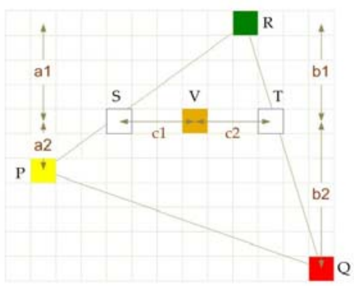
$$b = \alpha P_b + \beta Q_b + \gamma R_b \quad (9.32)$$

$$z = \alpha P_z + \beta Q_z + \gamma R_z \quad (9.33)$$

43

양방향 선형보간(Bilinear Interpolation)

- Y 방향 보간에 의해 S, T를 구함
- X 방향 보간에 의해 V를 구함
- 무게중심 좌표와 일치
- 연산속도는 더 빠름



[그림 9-39] 양방향 선형보간

$$S = \frac{a1}{a1+a2}P + \frac{a2}{a1+a2}R \qquad T = \frac{b1}{b1+b2}Q + \frac{b2}{b1+b2}R \qquad V = \frac{c2}{c1+c2}S + \frac{c1}{c1+c2}T$$

(9.34) (9.35) (9.36)

$$V = \frac{c2}{c1+c2}S + \frac{c1}{c1+c2}T$$

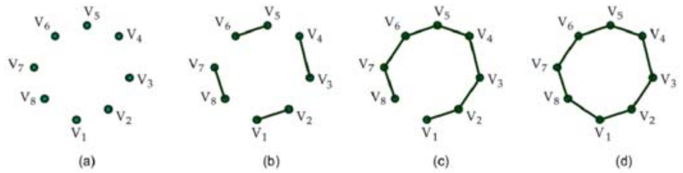
$$= \frac{c2}{c1+c2}\left(\frac{a1}{a1+a2}P + \frac{a2}{a1+a2}R\right) + \frac{c1}{c1+c2}\left(\frac{b1}{b1+b2}Q + \frac{b2}{b1+b2}R\right)$$

$$= \alpha P + \beta Q + \gamma R \quad (9.37)$$

44

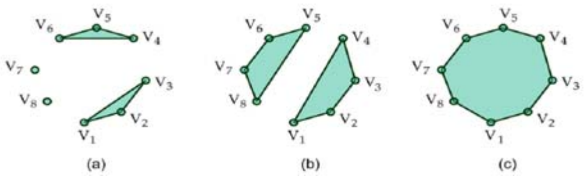
9.5 지엘의 그래픽 기본요소

- GL_POINTS, GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP



[그림 9-40] GL_POINTS, GL_LINES, GL_LINE_STRIP, GL_LINE_LOOP

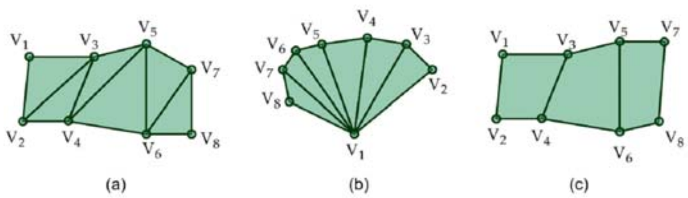
- GL_TRIANGLES, GL_QUADS, GL_POLYGON



[그림 9-41] GL_TRIANGLES, GL_QUADS, GL_POLYGON

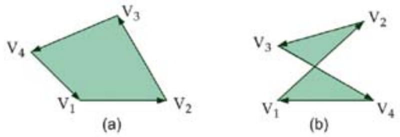
지엘의 그래픽 기본요소(Primitives)

- GL_TRIANGLE_STRIP, GL_TRIANGLE_FAN, GL_QUAD_STRIP



[그림 9-43] GL_TRIANGLE_STRIP, GL_TRIANGLE_FAN, GL_QUAD_STRIP

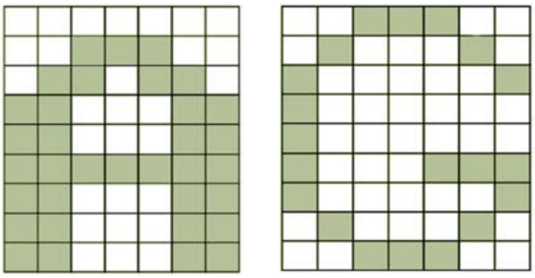
- 제약조건
  - 단순 다각형(Simple Polygon), 볼록 다각형(Convex Polygon), 평면 다각형(Flat Polygon)
  - 단순 다각형



[그림 9-42] 단순 다각형과 비 단순 다각형

9.6 비트맵과 포스트스크립트–비트맵(Bitmap)

- 비트맵 편집기: **Adobe Photoshop**
  - **cf.** 포스트스크립트 편집기: **Adobe Illustrator**
- 래스터 모니터 영상, 스캐너로 읽은 영상, 팩스에 인쇄된 영상, 페인트 브러시로 만든 영상
- 영상을 구성하는 개별 화소의 색을 표현하고 저장
  - 예: 7×9 = 63 개의 화소배열

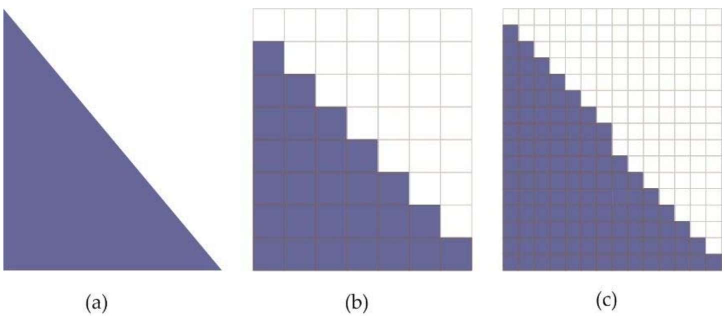


[그림 9-55] 문자 A [그림 9-56] 문자 G

47

에일리어스(Alias)

- 계단(Stair-step, Jaggies) 모양의 거친 경계선
  - 비트맵 표현에서는 화소 단위로 근사화 할 수 밖에 없기 때문
  - 무한 해상도를 지닌 물체를 유한 해상도를 지닌 화소 면적 단위로 근사화 할 때 필연적으로 일어나는 현상

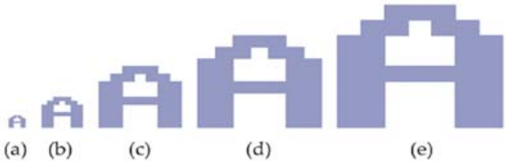


[그림 9-57] 삼각형의 래스터변환

48

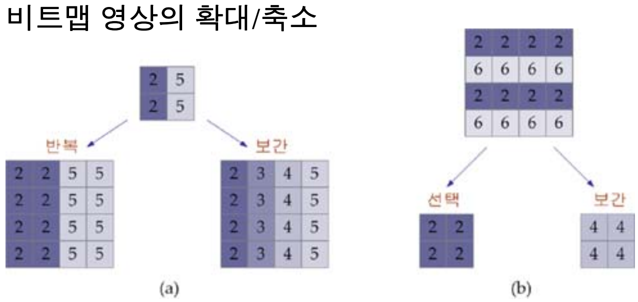
비트맵의 확대

- 필연적으로 에일리어싱을 수반
  - 추가의 화소를 채우기 위한 별도 정보가 없음.



[그림 9-58] 비트맵의 확대

- 비트맵 영상의 확대/축소



[그림 9-59] 비트맵 영상의 확대/축소 방법

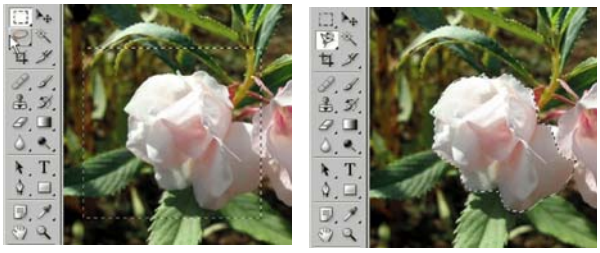
포스트스크립트(Postscript)

- 벡터 그래픽 장비로부터 유래
  - 화소라는 개념이 없음. 무한 해상도

- 실제로는 영상을 그려내는 방식
  - 물체(객체, Object)단위로 물체를 표현
  - 화소 대신 정점좌표를 사용

비트맵과 포스트스크립트

- 비트맵 그리기 = PAINTING, 포스트스크립트 그리기 = DRAWING
- 영상선택
  - 비트맵: 비트 단위, 포스트스크립트: 물체(객체) 단위

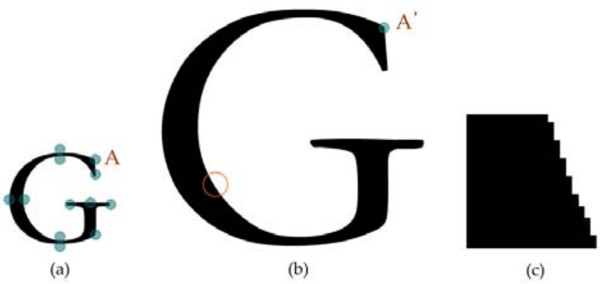


[그림 9-60/61] 선택 I/II

[그림 9-62/63] 벡터 영상/물체 선택

포스트 스크립트 글꼴

- 영상의 윤곽선을 수식으로 표현
  - 특징적인 정점의 좌표, 이를 연결하는 보간 곡선의 수식을 명시
  - 특징적인 정점 = 제어점(Control Point)
  - 확대된 정점 위치에 보간 곡선을 다시 적용
    - 비트맵 보다 매끄러운 곡선
    - 에일리어싱 완화



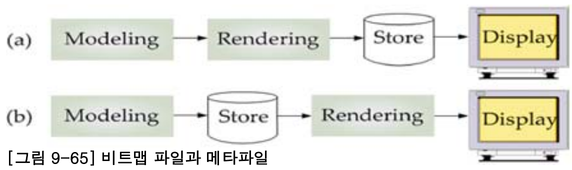
[그림 9-64] 포스트스크립트 글꼴

그래픽 파일 형식

- 영상압축
  - 무손실 압축(Lossless Compression),손실압축(Lossy Compression)
- BMP(BitMapped Picture)
  - 마이크로 소프트 윈도우즈 운영체제의 기본 비트맵 파일. 일반적으로 압축을 가하지 않은 파일.
- GIF(Graphic Interchange Format)
  - 무손실 압축을 사용한 비트맵 파일. 8비트 컬러 256 컬러 중 하나를 투명성을 구현하는데 사용
- GIF 89a(Graphic Interchange Format 89a)
  - 애니메이션을 위한 파일 형식으로서 하나의 파일에 일련의 영상을 저장. Moving GIF. 프레임 재생률 제어가능. 256 컬러. 사운드 추가할 수 없음. 단순한 웹 애니메이션
- PNG (Portable Network Graphics)
  - W3C에서 추천 파일형식. 향상된 투명성 제어기능. 무손실
- JPEG(Joint Photographic Expert Group)
  - JPEG은 엄밀한 의미에서 일종의 압축 기법. 파일 형식이 아님. 24비트 컬러를 지원. 손실압축.
- TIFF(Tagged Image File Format)
  - 8비트, 24비트 컬러 지원. JPEG 및 기타 압축방법을 수용

53

그래픽 파일형식



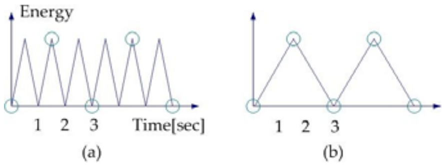
[그림 9-65] 비트맵 파일과 메타파일

- 메타파일
  - 렌더링 결과 저장: 비트맵 파일
  - 모델링 결과와 렌더링 명령어 저장: 메타파일(예: 포스트스크립트 파일)
  - Ex. PDF(Postscript Description File)
  - 0 1 0 setrgbcolor 현재 색을 녹색으로 설정
  - 0 0 128 128 rectfill 외부 사각형을 채움
  - 1 0 1 setrgbcolor 현재 색을 자홍으로 설정
  - 32 32 64 64 rectfill 내부 사각형을 채움
- EPS(Extended PostScript), SWF(Shockwave Flash), WMF(Windows Meta File), SVG(Scaleable Vector Graphic), PICT(PICTure)
  - 메타파일. 포스트스크립트, 비트맵, 텍스트를 동시에 저장.
  - SWF: 플래시 애니메이션을 위한 파일형식.웹 애니메이션에서 사실 표준, WMF: 마이크로소프트 윈도우즈에서 사용하는 파일
  - SVG: W3C 추천하는 그림파일 형식. XML(Extensible Markup Lang)에서 자주 사용, PICT: 매킨토시에서 사용하는 표준 메타파일 형식.

54

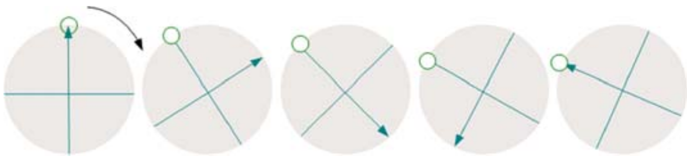
9.7 에일리어싱과 앤티-에일리어싱

- 언더 샘플링으로 인함
  - 신호의 복원
  - 나이퀴스트 주파수



[그림 9-66] 언더샘플링

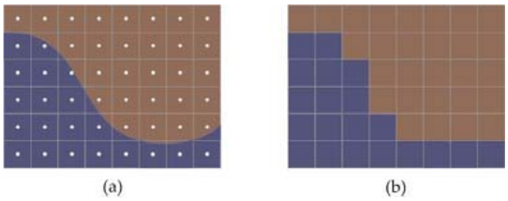
- Stroboscopic Effect
  - 시간적 에일리어싱



[그림 9-67] 스트로보스코프 효과

점 샘플링과 므와르 패턴

- 점 샘플링으로 인한 에일리어싱



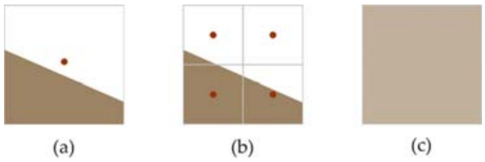
[그림 9-68] 샘플링에 따른 에일리어싱

- 므와르 패턴
  - 뒷 부분의 높은 주파수를 화소 크기가 수용하지 못함

[그림 9-70] 므와르

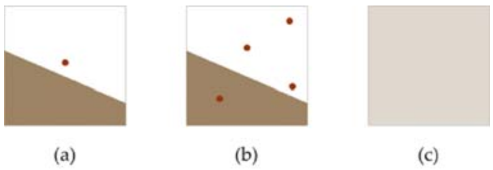
앤티 에일리어싱(Anti-Aliasing)

- **수퍼 샘플링(Super-Sampling)**
  - 부분화소에서 샘플링. 사후 필터링
  - 부분화소의 평균값을 반영



[그림 9-72] 수퍼 샘플링

  - 지터에 의한 수퍼 샘플링
    - 물체 자체가 불규칙이라면 불규칙 샘플링이 유리

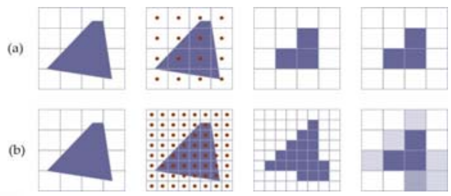


[그림 9-73] 지터에 의한 수퍼 샘플링

57

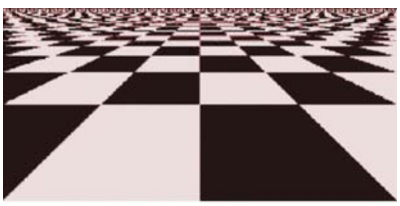
수퍼샘플링

- 포인트 샘플링, 수퍼 샘플링
- 수퍼 샘플링

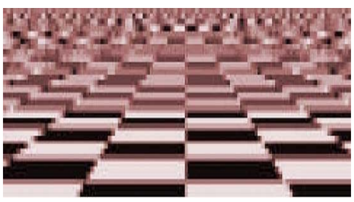


[그림 9-74] 포인트 샘플링과 수퍼 샘플링

[그림 9-75] 수퍼 샘플링 예시



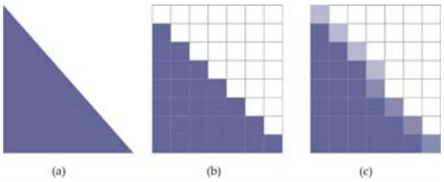
[그림 9-76] 4×4 수퍼 샘플



[그림 9-77] 상단 확대

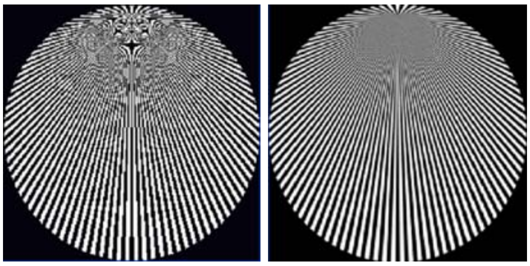
58

수퍼 샘플링



[그림 9-78] 수퍼 샘플링

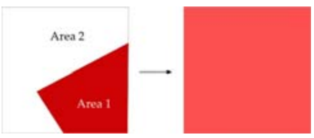
- 포인트 샘플링, 지터링에 의한 수퍼 샘플링



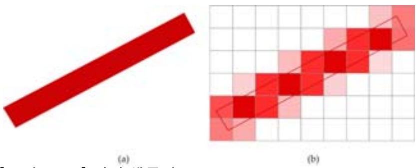
[그림 9-79] 결과 I [그림 9-80] 결과 II

영역 샘플링(Area-Sampling)

- 면적에 비례. 사전 필터링
  - (백색 × Area2 + 적색 × Area1)/(Area1 + Area1)



[그림 9-81] 영역 샘플링 I



[그림 9-82] 영역 샘플링 II

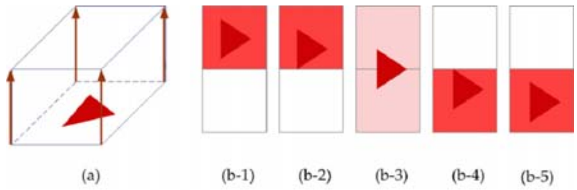
- 포인트 샘플링, 영역 샘플링

[그림 9-84] 에일리어싱

[그림 9-85] 영역샘플링

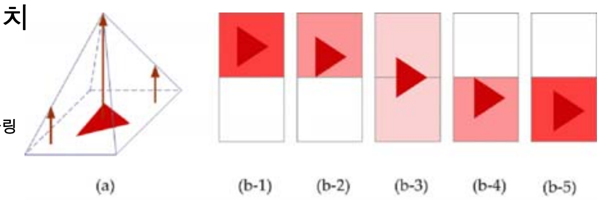
영역 샘플링

- 동일 가중치



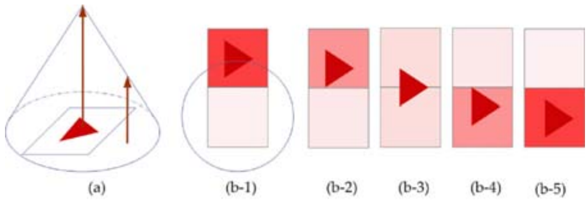
[그림 9-86] 동일 가중치 샘플링

- 피라미드 가중치



[그림 9-87] 피라미드 가중치 샘플링

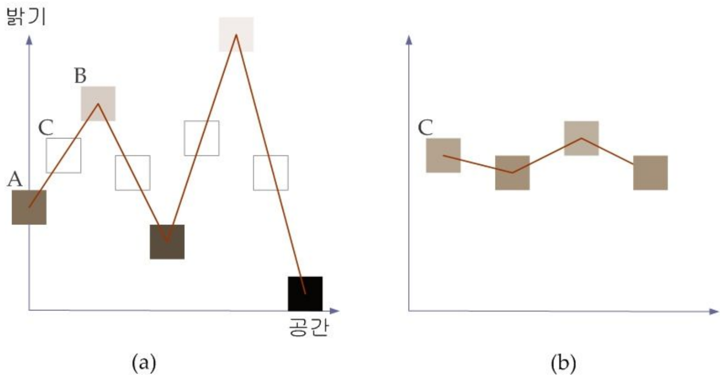
- 원뿔 가중치



[그림 9-88] 원뿔 가중치 샘플링

영상 필터링

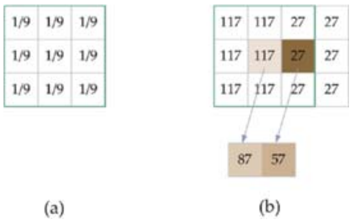
- 화소그룹 처리(**Pixel Group Processing**)
  - 어떤 화소의 색에 인접화소의 색이 영향을 주는 것.
  - **Ex.** 저역통과 필터(**LPF: Low-Pass Filter**) 또는 블러링(**Blurring**)



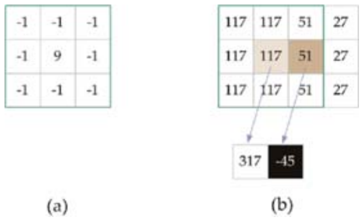
[그림 9-89] 저역통과 필터

컨볼루션 마스크(Convolution Mask)

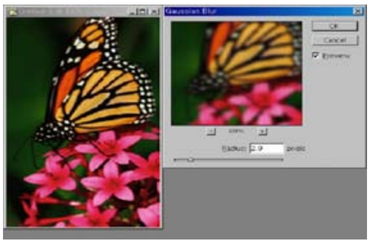
- **Blurring, Sharpening**



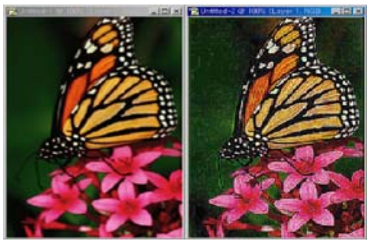
[그림 9-90] 블러링



[그림 9-91] 샤프닝



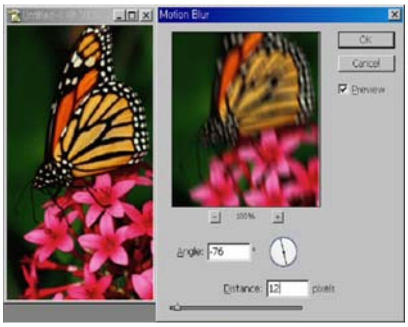
[그림 9-92] 샤프닝 결과



[그림 9-93] 블러링 결과

모션 블러(Motion Blur)

- 컨볼루션 마스크가 중앙 화소를 중심으로 방향성을 지님
- 물체가 움직이는 방향에 있는 화소들에 대해서만 가중치를 적용



[그림 9-95] 모션블러 I

[그림 9-96] 모션블러 II

블러링에 의한 앤티-에일리어싱

- 수퍼 샘플링에 비해 고속처리
- 수퍼 샘플링은 원래 화면의 해상도 보다 훨씬 많은 샘플링을 요구
- 블러링은 해상도를 그대로 둔 채 인접 화소 정보 만을 이용
- 블러링은 수퍼샘플링에 비해 실질적 해상도 저하

65