### 6장. 모델변환과 시점변환

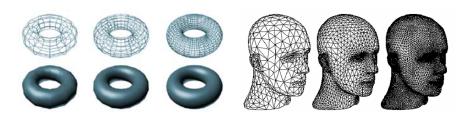
### 🔈 학습목표

- 경계면 표현(B-Rep) / 물체 내부표현
- 어파인 공간을 정의하는 이유를 이해한다.
- 동차좌표를 정의하는 이유를 이해한다.
- 이동, 회전, 크기조절 등의 기하변환과 변환행렬을 이해한다.
- 모델 좌표계, 전역 좌표계, 시점 좌표계의 차이점을 이해한다.
- 좌표계 변환과 변환 행렬과의 관계를 이해한다.
- 기하변환 순서와 함수호출 순서의 상관관계를 이해한다.
- Point3D 클래스를 이해하고 활용한다.
- Translate/Rotate/Scale 메뉴를 프로그램에 넣고 구현한다.
- 자신만의 Robot을 만들어 본다.
- 다양한 방법으로 시점을 변환해 본다.

### 6.1<mark>좌표계</mark>-3차원 물체표현

### ♪ 경계면 표현(Boundary Surface Representation)

- 메쉬(Mesh), 표면 메쉬(Surface Mesh), 다각형 메쉬(Polygon Mesh), 표면 다각형(Surface Polygon), 다각형(Polygon)
- 사각형 메쉬(Rectangular Mesh): 평면 보장 못함.
- 삼각형 메쉬(Triangular Mesh): 평면 보장. 2배의 드로잉 속도

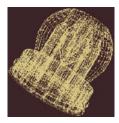


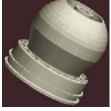
[그림 6-2] 120, 300, 1000 개의 다각형 표면

[그림 6-5] 삼각형 메쉬

### 와이어 프레임과 솔리드 렌더링

- **➣** Wireframe Rendering / Solid Rendering
  - 와이어 프레임: 드로잉 속도가 빠름
  - 가끔씩 솔리드 렌더링으로 외형 확인
    - glutWireTeapot()
    - glutSolidTeapot()







[그림 6-6] 설계 I

[그림 6-7] 설계 II

[그림 6-8] 설계 III

3

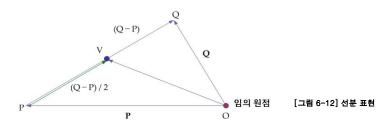
### Vector공간 / Affine 공간

- ♪ Vector: 크기와 방향
- ♪ 법칙들 : pp.240
  - P

- → Scalar / Vector ?
- **→** Vector space ?
- → Inner Product ?→ Cross Product ?
- [그림 6-11] 벡터 II
- 鳥 V = Q P // 점 점
- ♣ Q = V + P // 벡터 + 점
- 🔈 어파인 공간(Affine Space)
  - 점과 벡터를 동족처럼 취급함으로써 벡터공간을 확장
- 🔈 어파인 연산
  - 벡터와 벡터의 덧셈(뺄셈)
  - 스칼라와 벡터의 곱셈(나눗셈)
  - 점과 벡터의 덧셈(뺄셈)

### Affine 공간

### 🔈 선분표현



$$^{8}$$
 V = P + t (Q - P) = (1 - t)P + (t)Q (0 ≤ t ≤ 1)

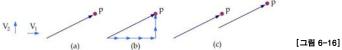
### **♣** Affine Sum

- 점의 계수 합이 1이 되는 경우
- 점의 덧셈은 각 점들 앞의 계수 합이 1일 때에 한해서만 허용됨.
- Ex) Parametric Equation

### 좌표축과 좌표계

### ♣ 기반벡터 (Basis Vector)

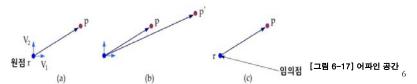
- 벡터 p = 벡터 p'
- 벡터 v = 4 V1 + 2 V2 + V3:
  - 방향동일, 기반벡터만으로 표시가능
  - → 어떤 벡터가 가능한가? Linear independence



[그림 6-16] 기반벡터

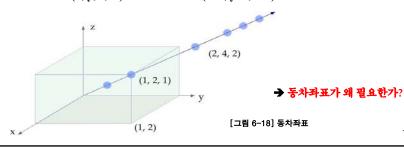
### 🔈 좌표계

- 원점과 기반벡터로 구성되는 프레임
  - Ex. 3차원 좌표계 = (r, V1, V2, V3)
- 원점: 어파인 공간에서 기반벡터 시작점을 일치시킨 곳
- 점 p = r + 4V1 + 2V2 + V3: 원점이 필요



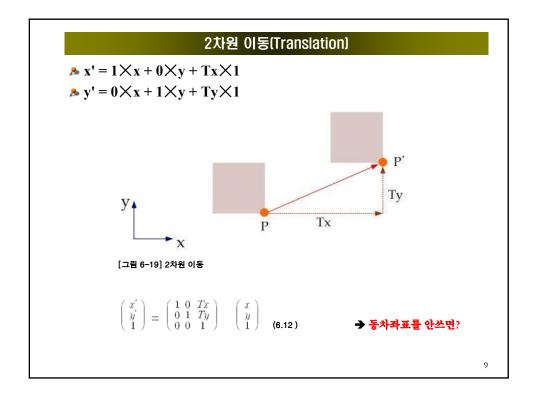
### 동차좌표(Homogeneous Coordinate System)

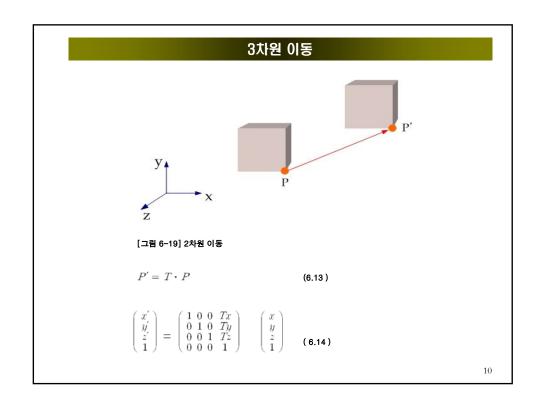
- 🔈 벡터와 점의 표현이 다름
  - v = 4 V1 + 2 V2 + V3
  - P = r + 4V1 + 2V2 + V3
- 🔈 차원을 하나 올리면 동일 방법으로 표현
  - v = 4 V1 + 2 V2 + V3 + 0 r = (4, 2, 1, 0): 벡터
  - P = 4V1 + 2V2 + V3 + 1 r = (4, 2, 1, 1): 점
- ♣ 3차원 점 (1, 2, 1)
  - 4차원 동차좌표로 사상
  - 동차좌표 (1, 2, 1, 1) = (2, 4, 2, 2) = (3, 6, 3, 3) = ...
  - 동차좌표 (x, y, z, w) => 3차원 좌표 (x/w, y/w, z/w)

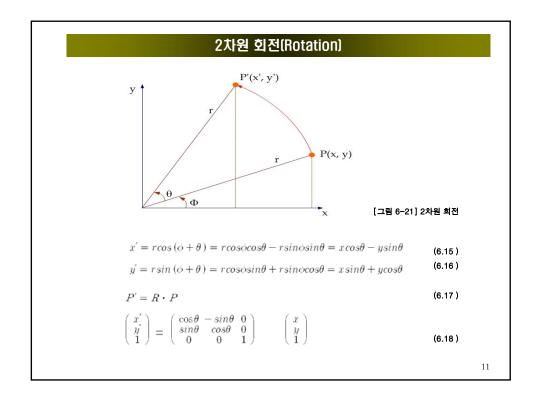


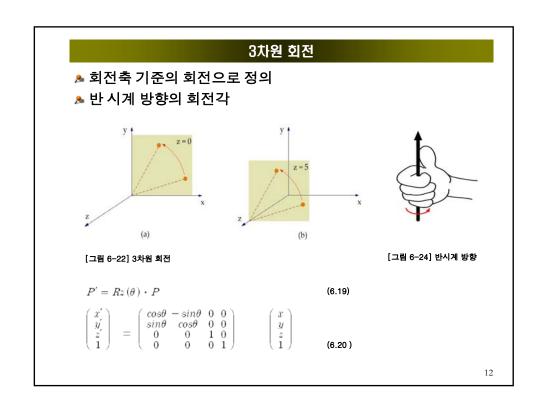
### 6.2기하변환- Geometric Transformation

- ▶ 물체 변환 또는 좌표계 변환의 기본
- 🔈 행렬로 표현됨
- ▶ 이동, 회전, 크기조절 등

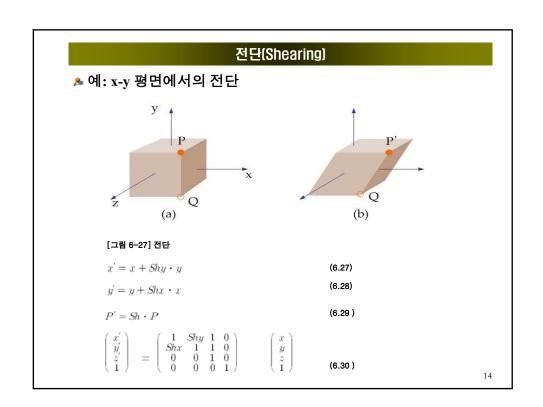








## 크기조절(Scaling) 과 균등 크기조절(Uniform Scaling) vs. 차등 크기조절(Non-Uniform Scaling) [그림 6-26] 균등 크기조절 [그림 6-26] 차등 크기조절 $P' = S \cdot P$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ (6.26)



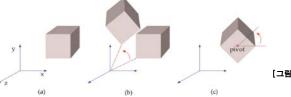
### 복합변환(Composite Transformation)

- ♪ 크기조절(S1) 후, 결과 물체를 회전(R1)한 후, 다시 크기조절(S2)
  - $P' = S2 \cdot R1 \cdot S1 \cdot P$
  - 행렬곱셈의 순서에 유의
  - P' = C P 복합행렬 C는 한번만 계산. 모든 정점에 적용
    - → 임의의 점을 지나가는 어떤 벡터를 중심으로 theta만큼 회전?
    - → 임의의 점을 중심으로 어떤 벡터 방향으로 scale만큼 확대?

15

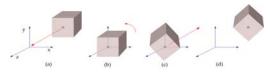
### 복합변환

▶ 원점 기준 회전(Origin Rotation) versus 중심점 기준 회전 (Pivot Point Rotation)



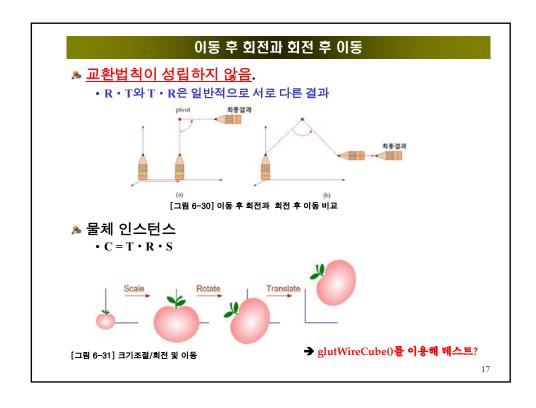
[그림 6-28] 원점 중심의 회전

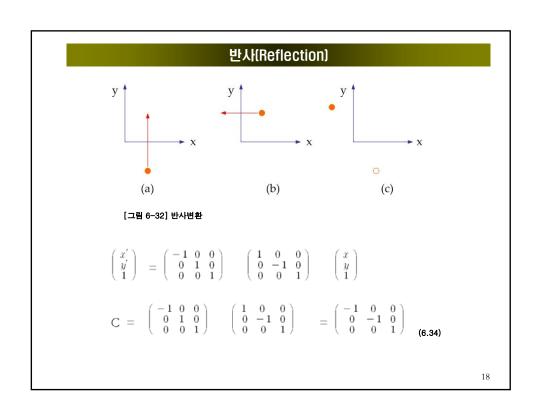
- 🔈 중심점 기준 회전
  - 피벗이 좌표계 원점에 일치하도록 물체를 이동한다.
  - 물체를 원점 기준으로 축 주위로 회전한다.
  - 회전된 물체를 ①번에서 이동한 방향의 반대 방향으로 이동한다.

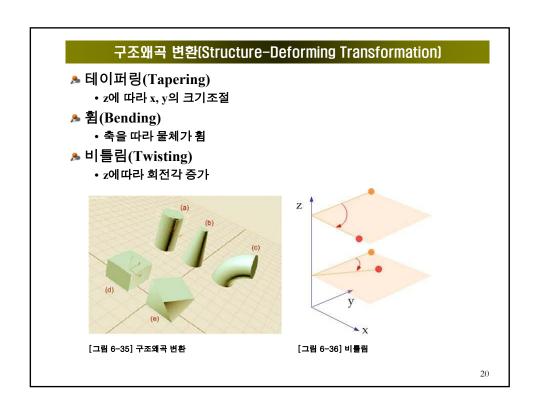


[그림 6-29] 피벗 중심의 희전

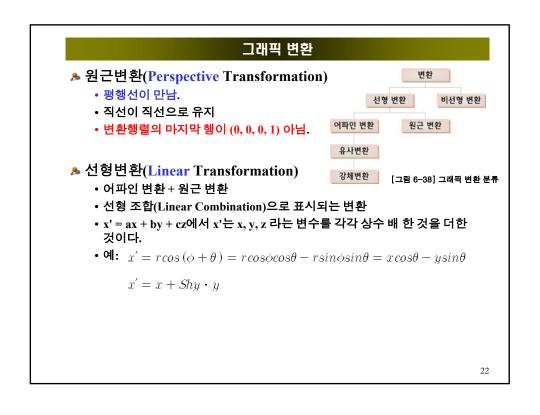
 $C = T(Xp, Yp, Zp) \cdot Rz(\theta) \cdot T(-Xp, -Yp, -Zp)$ (6.31)

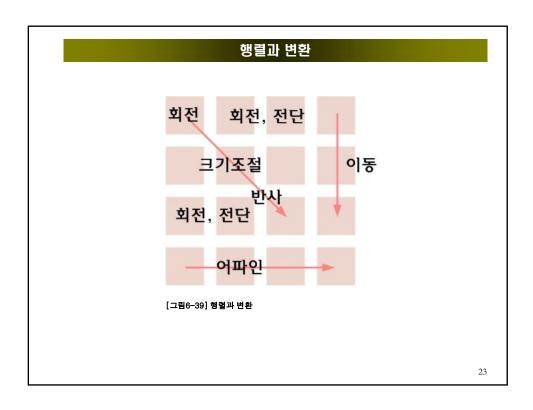






### 그래픽 변환 ♪ 강체변환(Rigid Body Transformation) • 이동변환, 회전변환 • 물체 자체의 모습은 불변 ♪ 유사변환(Similarity Transformation) • 강체변환 + 균등 크기조절 변환, 반사변환 • 물체면 사이의 각이 유지됨. • 물체내부 정점간의 거리가 일정한 비율로 유지됨 ♣ 어파인변환(Affine Transformation) 변환 • 유사변환 + 차등 크기조절 변환, 전단변환 선형 변환 비선형 변환 • 물체의 타입이 유지 ■ 직선은 직선으로, 다각형은 다각형으로, 어파인 변환 원근 변환 곡면은 곡면으로 유사변환 ■ 평행선이 보존 ■ 변환행렬의 마지막 행이 항상 (0, 0, 0, 1) 강체변환 [그림 6-38] 그래픽 변환 분류 21



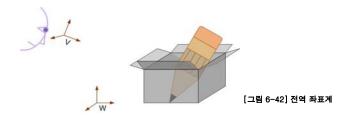




### 전역 좌표계, 시점 좌표계

### 🔈 장면

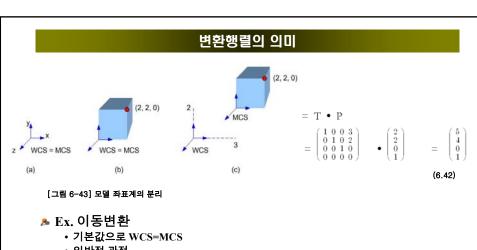
- 여러 물체가 존재 = 여러 지역 좌표계가 존재
- 일률적으로 어우를 수 있는 기준 좌표계
  - 전역 좌표계(WCS, World Coordinate System)
- 임의 위치에 선정



### 🔈 시점

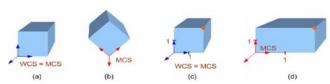
- 바라보는 위치에 따라 장면은 달라보임
- 시점 좌표계(VCS, View Coordinate System)

25



- 일반적 관점
  - 변환행렬 T는 WCS 기준으로 물체 정점을 (3, 2, 0)만큼 이동함을 의미.
- 지엘의 관점
  - 변환과 동시에 WCS와 MCS가 분리됨
  - 변환 후에도 MCS 기준의 정점 좌표는 불변
  - 좌표계의 이동으로 간주.
  - 전역 좌표계를 (3, 2, 0)만큼 이동하면 모델 좌표계와 일치.
  - "전역 좌표계를 모델 좌표계로 일치시키기 위한 것이 변환행렬이다"

### 변환행렬의 의미



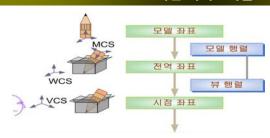
[그림 6-45] 전역 좌표계와 모델 좌표계의 일치

### 🔈 회전

- 물체와 함께 MCS도 회전.
- MCS 기준의 물체 좌표는 불변
- 회전변환 행렬 T를 (a)의 WCS를 45(b)의 MCS로 일치시키는데 사용. 이후 이를 MCS 기준으로 물체를 렌더링
- 鳥 크기조절: x축으로 2배
  - MCS x축 눈금의 절대 길이가 바뀜.
  - MCS 기준의 물체 좌표는 불변(Ex. (2, 2, 0))

27

### 지엘 파이프라인



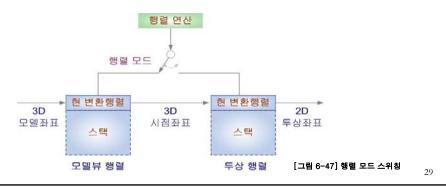
[그림 6-46] 지엘 파이프라인

### 🔈 모델변환

- 물체에 가해지는 기하변환(이동, 회전, ...)
- 모델행렬로 대변됨
- 모델 좌표에 모델 행렬을 곱하면 전역좌표
- 🔈 시점변환 또는 뷰변환
  - 카메라 위치와 방향 설정
  - 뷰행렬로 대변됨
  - 전역좌표에 뷰행렬을 곱하면 시점좌표
- <u>▶</u> 지엘은 모델행렬과 뷰행렬을 <mark>모델뷰 행렬</mark> 하나로 취급
  - 물체를 뒤로 빼나 카메라를 앞으로 미나 마찬가지

### 지엘의 모델변환

- ▶ 행렬모드 설정
  - 조작하고자하는 행렬을 선택
  - void glMatrixMode(GLenum mode);
    - GL\_MODELVIEW, GL\_PROJECTION, GL\_TEXTURE
- ♪ 현 변환행렬(CTM: Current Transformation Matrix)
  - 상태변수. 스택 탑에 존재
  - 항상 이것이 정점에 곱해짐



### 지엘의 모델변환

■ <u>모델 좌표계 = 전역 좌표계 = 시점 좌표계</u> P' = CTM • P = I • P = P

- 🔈 초기화
  - void <a href="mailto:glLoadIdentity()">glLoadIdentity()</a>;
  - 항등행렬로 초기화

• 초기화결과

(6.43) CTM = I = 
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6.44)

- 🔈 기하변환을 명시
  - void glTranslatef(GLfloat dx, GLfloat dy, GLfloat dz);
     void glScalef(GLfloat sx, GLfloat sy, GLfloat sz);

  - void <a href="mailto:glRotatef(GLfloat angle">glRotatef(GLfloat angle</a>, GLfloat x, GLfloat y, GLfloat z);
- ▶ 후위곱셈(Post Multiplication)
  - 전역 좌표계를 기준으로 하는 모델 좌표계의 변환
  - CTM = CTM M
  - Ex. glTranslatef(1, 2, 0)

$$\begin{array}{lll} \text{CTM} &=& \text{CTM} & \bullet & \text{T} \\ &=& \text{I} & \bullet & \text{T} \\ &=& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \bullet \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \textbf{(6.47)} \end{array}$$

### 복합변환

**ይ** Ex.

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
glScalef(sx, sy, sz);
glRotatef(theta, vx, vy, vz);
glBegin(GL_POINTS);
   glVertex3f(px, py, pz);
glEnd();
```

함수 종류	지엘 함수	행렬 연산
행렬 초기화	glLoadIdentity()	CTM = I
크기조절	glScalef();	$CTM = CTM \cdot S = I \cdot S$
회전	glRotatef();	$CTM = CTM \cdot R = I \cdot S \cdot R$
정점선언	glVertex3f();	$P' = CTM \cdot P = I \cdot S \cdot R \cdot P$

[표 6-1] 행렬조작 함수

▶ 크기조절 이후 회전? 회전 이후 크기조절?

31

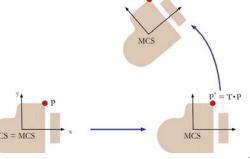
### 물체 변환에 의한 모델링

### 🔈 코드

- $\bullet \ glMatrixMode(GL\_MODELVIEW);$
- glLoadIdentity();
- glRotatef(45, 0.0, 0.0, 1.0); 물체 변환의 역순
- glTranslatef(10.0, 0.0, 0.0);
- glVertex3f(Px, Py, Pz);

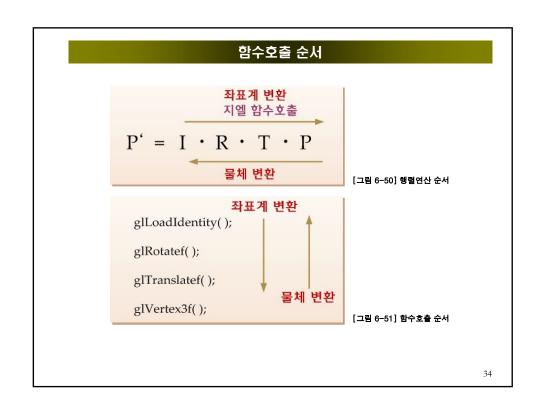
### 🔈 전역좌표 기준의 물체

- $P' = T \bullet P$
- $P'' = R \cdot P' = R \cdot T \cdot P$

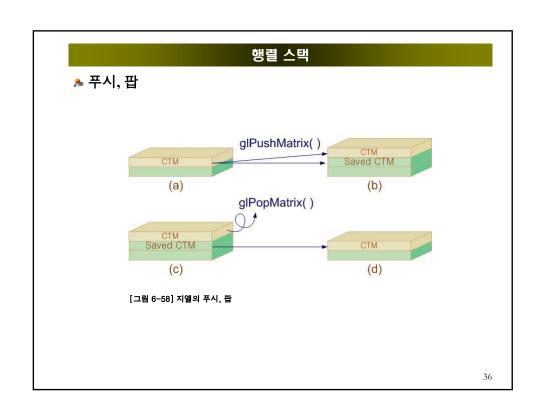


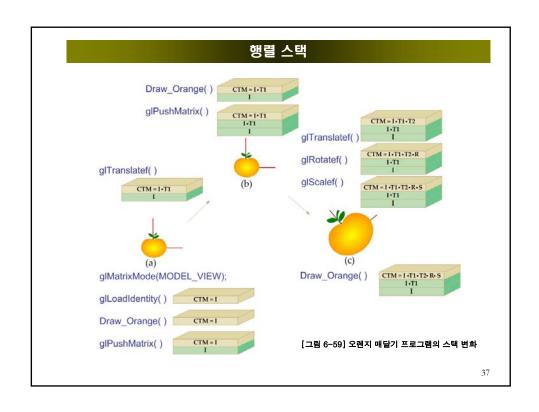
[그림 6-48] 물체 변환에 의한 모델링

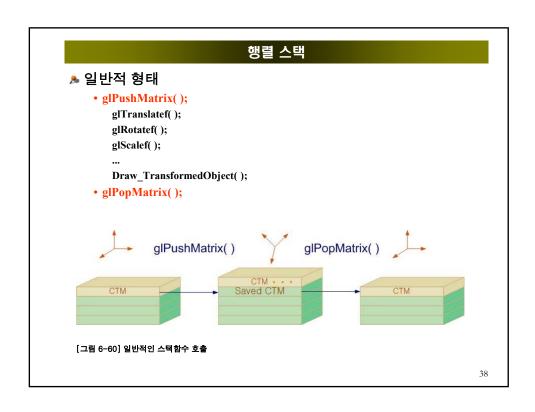
# 자표계 변환에 의한 모델링 \*> 코드 • glMatrixMode(GL\_MODELVIEW); • glLoadIdentity(); • glRotatef(45, 0.0, 0.0, 1.0); 좌표계 변환과 동일 순서 • glTranslatef(10.0, 0.0, 0.0); • glVertex3f(Px, Py, Pz); \*> 모델 좌표계를 변환 • 직전의 모델 좌표계를 기준으로 변환 • CTM = I・R • CTM = CTM・T = I・R・T • P" = CTM・P = I・R・T • P



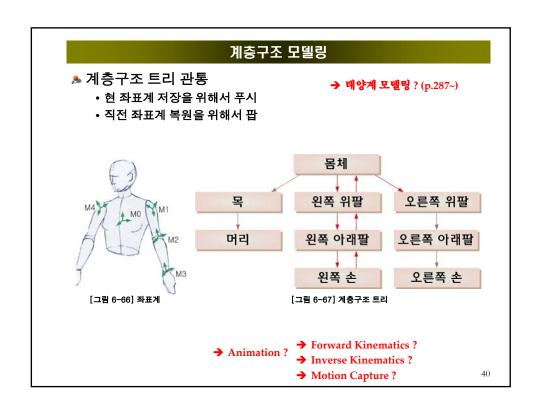


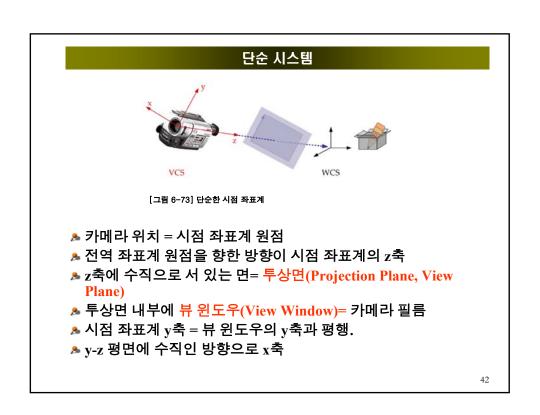




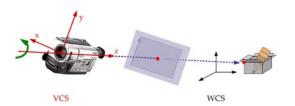








### Renderman 시스템



[그림 6-74] 렌더맨의 시점 좌표계

- ♪ 카메라가 바라보는 점 = 초점(Focus, Target)
- ᇫ 초점을 향한 방향이 z축
- 🔈 나머지는 단순 시스템과 유사하다.
- ♪ z축을 중심으로 카메라가 회전 가능
  - 롤링(Roll, Rolling)
  - 초점은 고정한 채 카메라가 시선 방향인 z축을 기준으로 회전

43

### Renderman 시스템

♬ 시점좌표계,결과영상, 롤링



[그림 6-75] 시점좌표



[그림 6-76] 결과 영상

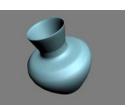
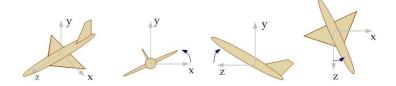


그림 6-77] 롤링

### 비행 시뮬레이션



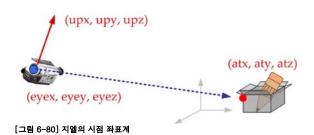
[그림 6-78] 롤, 피치, 요

Roll = z 축 기준 회전 Pitch = x 축 기준 회전 Yaw = y 축 기준 회전

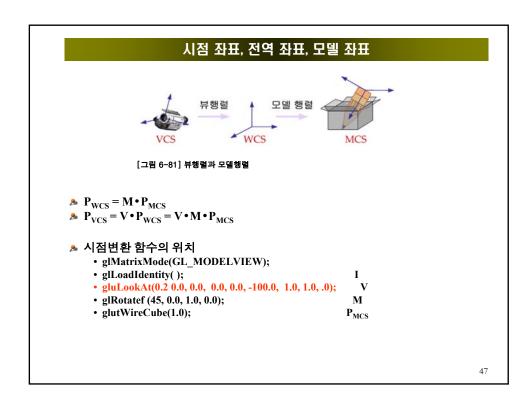
- 각도 변화에 따라서 새로운 축을 x, y, z축으로 하는 시점 좌표계가 형성
- 조종사의 눈에 보이는 모든 물체는 변화된 새로운 시점 좌표계를 기준으로 변환

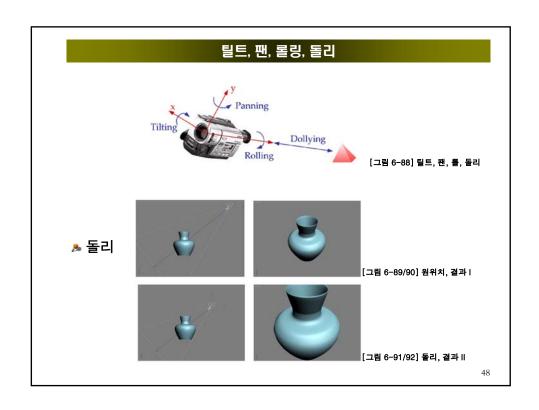
45

### 지엘의 시점 좌표계



- void gluLookAt(GLdouble eyex, GLdouble eyey, GLdouble eyez, GLdouble atx, GLdouble aty, GLdouble atz, GLdouble upx, GLdouble upy, GLdouble upz);
- 🔈 파라미터
  - 카메라 위치
  - 카메라가 바라보는 점, 즉 초점의 위치
  - 카메라 기울임(Orientation)





### 실습 내용 (10월 12일)

- 다양한 모델들을 땅 위에 올려놓고 회전시켜 다양한 각도로 볼수 있도록 함.
  - ♪ 바닥(x-z plane)에 격자 표시
  - ▶ 좌표축 그리기: X, Y, Z 각각 다른 색으로
  - ▶ 5장의 GLUT 모델들을 어떻게 바닥에 올릴지를 설계함
    - ▶ Translation/rotation/scaling 및 matrix의 push/pop이용
  - ▶ 각 모델들을 그림 (최소 3x3개 이상)
  - 마우스를 이용하여 전체 화면을 다양한 각도로 볼 수 있도록 구현
    - ♠ 예: 가로/세로 움직임 → y축/x축 중심의 회전
    - ▶ Z축 중심의 회전? 인터페이스 설계

49

### 실습 내용

- ♪ Point3D 클래스를 이해하고 활용한다.
- ▶ Translate/Rotate/Scale 메뉴를 프로그램에 넣고 구현한다.
- ♪ 자신만의 Robot을 만들어 본다.
- ▶ 다양한 방법으로 시점을 변환해 본다.

### **№** GUI

- 기준좌표계 그리기
- X-Z 평면에 그리드 그리기
- 마우스로 Translate/Rotate/Scale 하기 위한 방법은?
- 고급: 객체를 선택하려면?