

제 2 교시

## 수학 영역(나형)

짝수형

## 5지선다형

1.  $8 \times 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

에 대하여  $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3.  $\log_{15}3 + \log_{15}5$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, P(A \cap B^C) = \frac{3}{16}$$

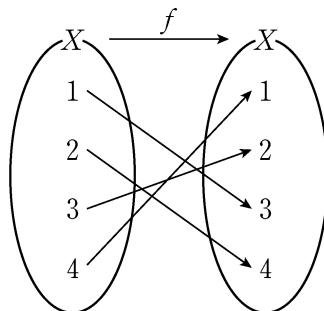
일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $B^C$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{16}$       ②  $\frac{7}{32}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{9}{32}$       ⑤  $\frac{5}{16}$

5. 세 수  $\frac{9}{4}$ ,  $a$ , 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{8}{3}$       ② 3      ③  $\frac{10}{3}$       ④  $\frac{11}{3}$       ⑤ 4

6. 그림은 함수  $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

① 7      ② 6      ③ 5      ④ 4      ⑤ 3

7. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

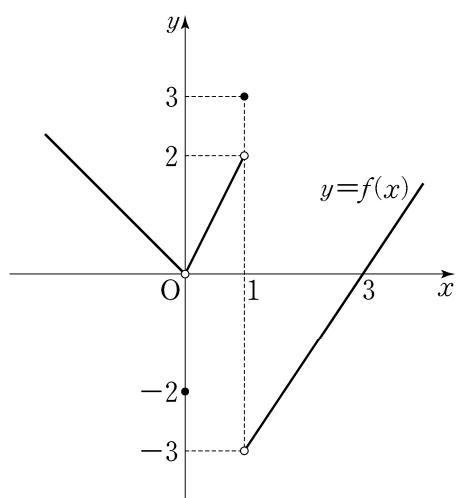
$$p: |x-1| \leq 3,$$

$$q: |x| \leq a$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1    ② -2    ③ -3    ④ -4    ⑤ -5

9.  $\int_0^2 (6x^2 - x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 11    ② 12    ③ 13    ④ 14    ⑤ 15

10. 좌표평면에서 함수  $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프가

직선  $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

11. 한 개의 주사위를 3 번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{29}{72}$       ②  $\frac{7}{18}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{13}{36}$       ⑤  $\frac{25}{72}$

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시작  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

◦]다.  $t=0$ 부터  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12



13. 어느 학교의 전체 학생은 360명이고, 각 학생은 체험 학습 A, 체험 학습 B 중 하나를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 체험 학습 A를 선택한 학생은 남학생 90명과 여학생 70명이다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명의 학생이 체험 학습 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은  $\frac{2}{5}$ 이다.

이 학교의 여학생의 수는? [3점]

- ① 180      ② 185      ③ 190      ④ 195      ⑤ 200

14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = ax + 1$$

에 대하여 함수  $\frac{g(x)}{f(x)}$  가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{5}{4}$       ②  $-1$       ③  $-\frac{3}{4}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{1}{4}$

15. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $a_2$ 의 값은? [4점]

(가)  $a_6 + a_8 = 0$   
 (나)  $|a_6| = |a_7| + 3$

- ① -15    ② -13    ③ -11    ④ -9    ⑤ -7

16. 어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이  $m$ ,  
 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서  
 생산하는 석류 중에서 임의추출한, 크기가 64인 표본을  
 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이  $\bar{x}$  이었다. 이  
 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 석류 무게의 평균  
 $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면  
 $\bar{x} - c \leq m \leq \bar{x} + c$ 이다.  $c$ 의 값은? (단, 무게의 단위는  
 $g$ 이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  
 $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 8.6    ② 12.9    ③ 17.2    ④ 21.5    ⑤ 25.8

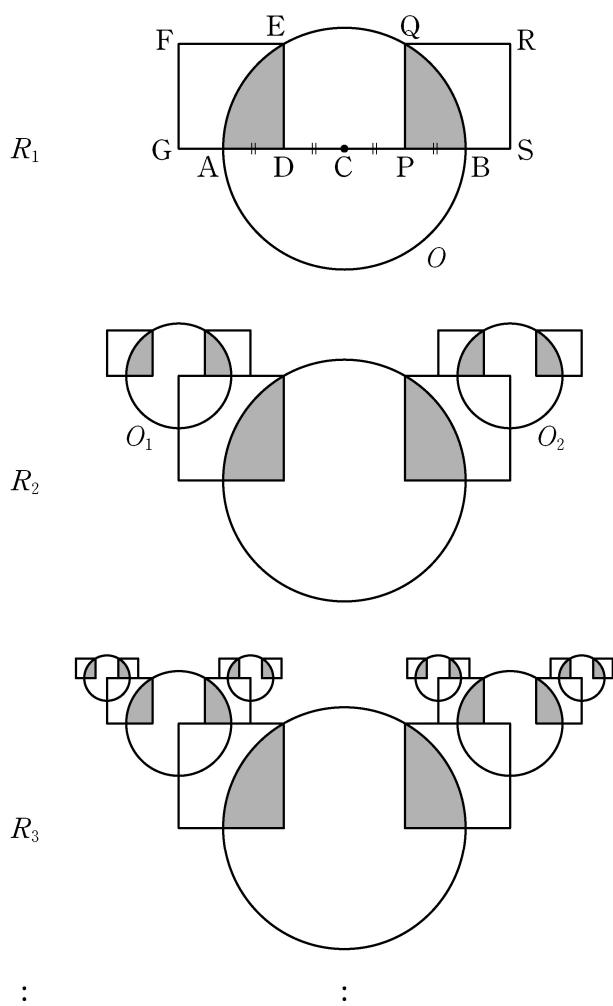
17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원의 중심을 C라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인  $\square$  모양의 도형과 원 O의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인  $\triangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인

원  $O_1$ , 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\frac{1}{2}\overline{PQ}$ 인

원  $O_2$ 를 그린다. 두 원  $O_1$ ,  $O_2$ 에 각각 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  $\square$  모양의 2개의 도형과  $\triangle$  모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



$$\textcircled{1} \frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{5} \quad \textcircled{2} \frac{28\pi - 21\sqrt{3}}{10} \quad \textcircled{3} \frac{32\pi - 24\sqrt{3}}{15}$$

$$\textcircled{4} \frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{5} \quad \textcircled{5} \frac{12\pi - 9\sqrt{3}}{10}$$

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x-a)}{f(x) + (x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식  $f(x)=0$ 의 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할 때,  $|\alpha - \beta|$ 의 값을? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 한 점  $(x, y)$ 에서 세 점  $(x+1, y)$ ,  $(x, y+1)$ ,  $(x+1, y+1)$  중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점  $(0, 0)$ 에서 점  $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점  $(0, 0)$ 에서 점  $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를  $N$ 이라 하자. 확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을  $k$ 라 하면  $k = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값을  $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이 고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로  $N = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값을? [4점]

- ① 190      ② 193      ③ 196      ④ 199      ⑤ 202

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 극댓값,  $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단,  $k$ 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수  $t$ 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)| dx = f(t) + f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보기>—

ㄱ.  $\int_0^k f'(x) dx < 0$

ㄴ.  $0 < k \leq 1$

ㄷ. 함수  $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 21. 좌표평면에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+10 & (x < 10) \\ (x-10)^2 & (x \geq 10) \end{cases}$$

과 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원  $O_n$ 이 있다.  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원  $O_n$ 의 내부에 있고 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 아래부분에 있는 모든 점의 개수를  $A_n$ , 원  $O_n$ 의 내부에 있고 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 위부분에 있는 모든 점의 개수를

$B_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{20} (A_n - B_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 19      ② 21      ③ 23      ④ 25      ⑤ 27

## 단답형

22.  ${}_5\text{P}_2 + {}_5\text{C}_2$ 의 값을 구하시오. [3점]23. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합

$$A = \{3, 6, 7\}, B = \{a-4, 8, 9\}$$

에 대하여

$$A \cap B^C = \{6, 7\}$$

이다. 자연수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{15} f(2k)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

26. 곡선  $y = x^3 - ax + b$  위의 점  $(1, 1)$ 에서의 접선과

수직인 직선의 기울기가  $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

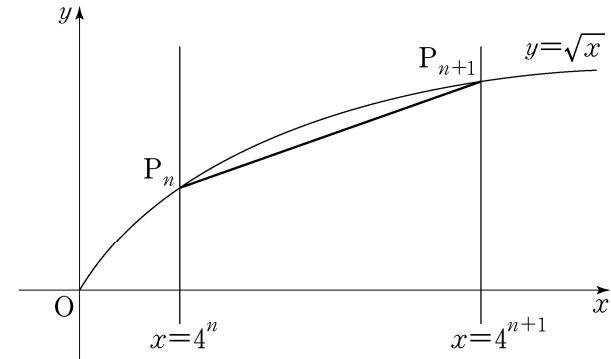
(가)  $a+b+c=7$

(나)  $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

28. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=4^n$ 과 곡선  $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $P_n$ 이라 하자. 선분  $P_n P_{n+1}$ 의 길이를  $L_n$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{L_{n+1}}{L_n} \right)^2$$

의 값을 구하시오. [4점]



29. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(10) > f(20)$   
 (나)  $f(4) < f(22)$

$m$ 이 자연수일 때  
 $P(17 \leq X \leq 18) = a$ 이다. 1000a의  
 값을 오른쪽 표준정규분포표를  
 이용하여 구하시오. [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

30. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자. 방정식  $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간  $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한  $k$ 의 최솟값을  $m$ , 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답인지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.