

제 2 교시

수학 영역(나형)

짝수형

5지선다형

1. $2 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

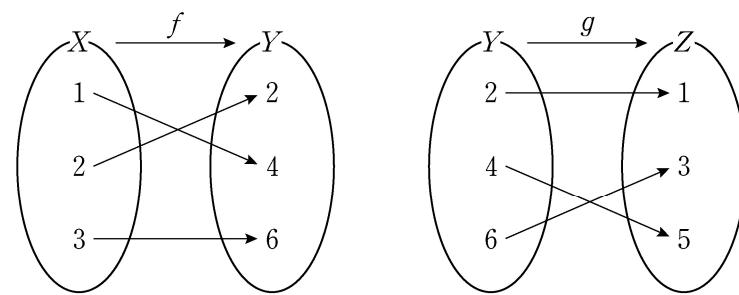
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 두 집합 $A = \{2, a+1, 5\}$, $B = \{2, 3, b\}$ 가 $A = B$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

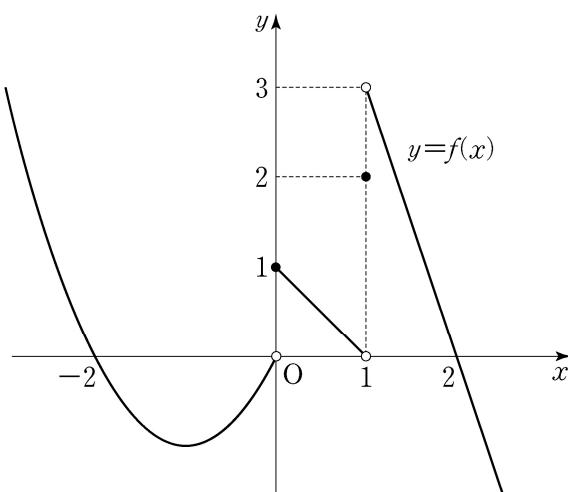
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3}{5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다. $(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 어느 고등학교 전체 학생 500명을 대상으로 지역 A와 지역 B에 대한 국토 문화 탐방 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

지역 A 지역 B	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	140	310	450
희망하지 않음	40	10	50
합계	180	320	500

이) 고등학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 지역 A를 희망한 학생일 때, 이) 학생이 지역 B도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{45}$ ② $\frac{23}{45}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{31}{45}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : (x-1)(x-4)=0,$$

$$q : 1 < 2x \leq a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

8. 자연수 11을 3 이상 7 이하의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

9. $\int_0^a (3x^2 - 4)dx = 0$ 을 만족시키는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

11. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 내부에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

① 112 ② 116 ③ 120 ④ 124 ⑤ 128

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_7 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 + a_{13} = 3a_9, \quad \sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13} 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 화장품 중
임의추출한 9개의 화장품 내용량의
표본평균이 200g 이상일 확률을
오른쪽 표준정규분포표를 이용하여
구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

16. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$

가 성립할 때, $\log_a b$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0.121	0.221	0.321	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

다음은 $E(X) = 0.271$ 일 때, $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y = 10X - 2.21$ 이라 하자. 확률변수 Y 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	-1	0	1	합계
$P(Y=y)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

$$E(Y) = 10E(X) - 2.21 = 0.5 \text{ 이므로}$$

$$a = \boxed{\text{(가)}}, b = \boxed{\text{(나)}}$$

$$\text{이} \rightarrow V(Y) = \frac{7}{12} \text{ 이다.}$$

$$\text{한편, } Y = 10X - 2.21 \text{ 이므로 } V(Y) = \boxed{\text{(다)}} \times V(X) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } V(X) = \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} \times \frac{7}{12} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때,
 pqr 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{19}{9}$ ④ $\frac{22}{9}$ ⑤ $\frac{25}{9}$

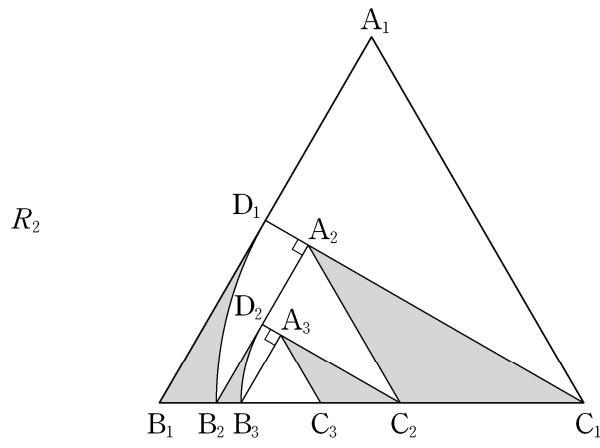
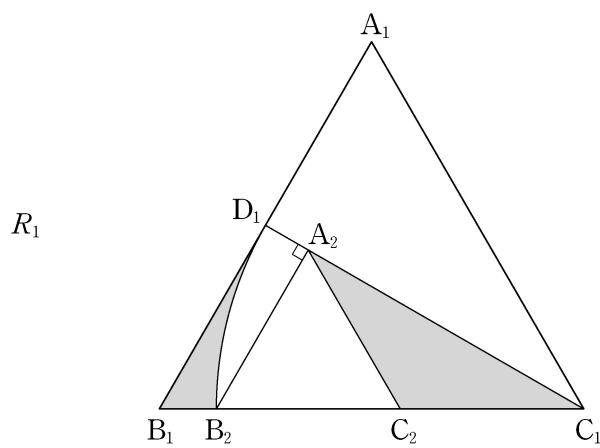
18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 선분 A_1B_1 의 중점을 D_1 이라 하고, 선분 B_1C_1 위의 $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점 B_2 에 대하여 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점 B_2 에서 선분 C_1D_1 에 내린 수선의 발을 A_2 , 선분 C_1B_2 의 중점을 C_2 라 하자. 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과 호 D_1B_2 로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 의 중점을 D_2 라 하고, 선분 B_2C_2 위의 $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점 B_3 에 대하여 중심이 C_2 인 부채꼴 $C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점 B_3 에서 선분 C_2D_2 에 내린 수선의 발을 A_3 , 선분 C_2B_3 의 중점을 C_3 이라 하자. 두 선분 B_2B_3 , B_2D_2 와 호 D_2B_3 으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮ ⋮

- ① $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$ ② $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$ ③ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$
 ④ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

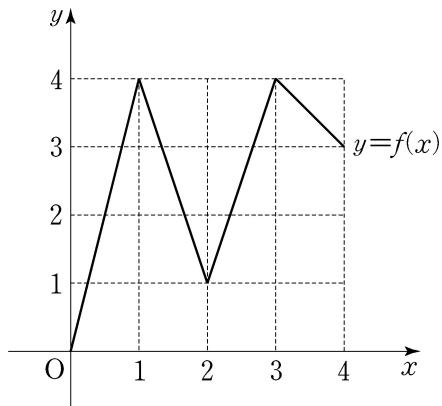
- (가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
 (나) 어떤 양수 k 에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>—
 ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
 ㄷ. $f(0)=0$ 이면, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{a, b\}$ 의 개수는?
(단, $0 \leq a < b \leq 4$) [4점]

X 에서 X 로의 함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고
 $g(a) = f(a)$, $g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

22. ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^3 + x + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$

에 대하여 $n(A \cup B^C)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -2x^2 + 3x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의

넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 1$ 을 만족시킬 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 1)f(x) = a \text{이다. } 20a \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

27. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^2 = 28, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k(a_k + 1) = 16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이

나오는 횟수보다 클 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서

정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.

(나) $n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$$

이다. (단, n 은 자연수이다.)

어떤 자연수 k ($k \geq 6$)에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x-g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \int_0^n h(x)dx$ 라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768} \text{이다. } k \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.