

제 2 교시

수학 영역(나형)

짜수형

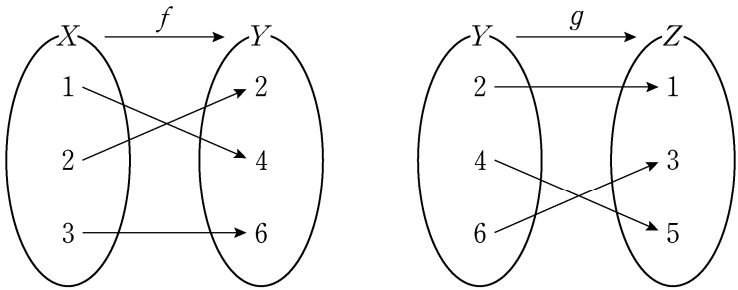
5지선다형

1. $2 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 두 집합 $A = \{2, a+1, 5\}$, $B = \{2, 3, b\}$ 가 $A=B$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

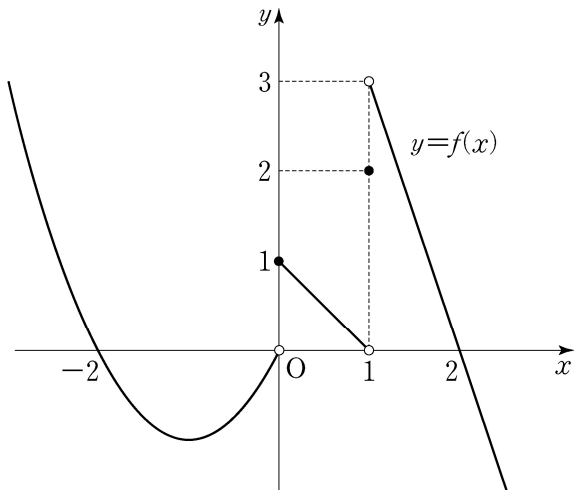
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3}{5^{n+1}}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



- $(g \circ f)(2)$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : (x-1)(x-4) = 0,$$

$$q : 1 < 2x \leq a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

7. 어느 고등학교 전체 학생 500명을 대상으로 지역 A와 지역 B에 대한 국토 문화 탐방 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

지역 A \ 지역 B	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	140	310	450
희망하지 않음	40	10	50
합계	180	320	500

이 고등학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 지역 A를 희망한 학생일 때, 이 학생이 지역 B도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{19}{45}$ ② $\frac{23}{45}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{31}{45}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

8. 자연수 11을 3 이상 7 이하의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

9. $\int_0^a (3x^2 - 4)dx = 0$ 을 만족시키는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② $\frac{9}{4}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{11}{4}$
- ⑤ 3

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{5}{12}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{7}{12}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

11. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{2x-8} + 3$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 내부에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

① 112 ② 116 ③ 120 ④ 124 ⑤ 128

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_7 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 + a_{13} = 3a_9, \quad \sum_{k=1}^{18} a_k = \frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13} 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]
- | | |
|-----|----------------------|
| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |
- ① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

16. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여
- $$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$
- 가 성립할 때, $\log_a b$ 의 값은? [4점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0.121	0.221	0.321	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

다음은 $E(X)=0.271$ 일 때, $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y=10X-2.21$ 이라 하자. 확률변수 Y 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	-1	0	1	합계
$P(Y=y)$	a	b	$\frac{2}{3}$	1

$E(Y)=10E(X)-2.21=0.5$ 이므로
 $a=\boxed{\text{가}}$, $b=\boxed{\text{나}}$
 이고 $V(Y)=\frac{7}{12}$ 이다.
 한편, $Y=10X-2.21$ 이므로 $V(Y)=\boxed{\text{다}}\times V(X)$ 이다.
 따라서 $V(X)=\frac{1}{\boxed{\text{다}}}\times\frac{7}{12}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, pqr 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{9}$
 ② $\frac{16}{9}$
 ③ $\frac{19}{9}$
 ④ $\frac{22}{9}$
 ⑤ $\frac{25}{9}$

18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x\rightarrow 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

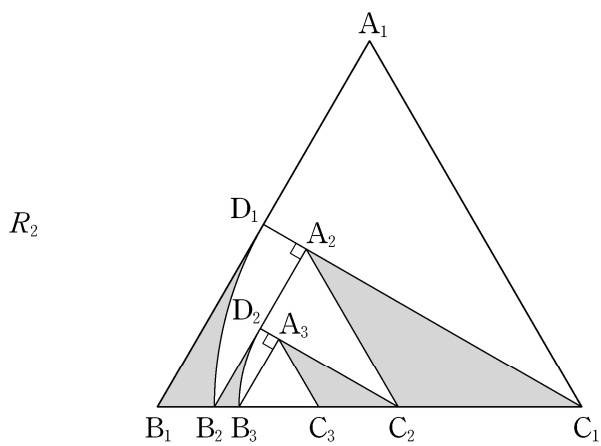
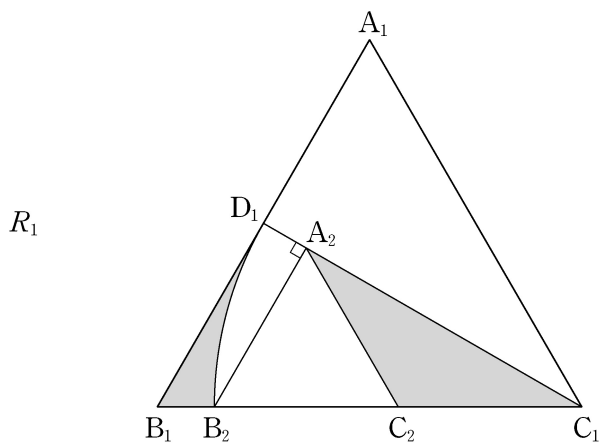
- ① 4
 ② 6
 ③ 8
 ④ 10
 ⑤ 12

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.

선분 A_1B_1 의 중점을 D_1 이라 하고, 선분 B_1C_1 위의 $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점 B_2 에 대하여 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점 B_2 에서 선분 C_1D_1 에 내린 수선의 발을 A_2 , 선분 C_1B_2 의 중점을 C_2 라 하자. 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과 호 D_1B_2 로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 의 중점을 D_2 라 하고, 선분 B_2C_2 위의 $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점 B_3 에 대하여 중심이 C_2 인 부채꼴 $C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점 B_3 에서 선분 C_2D_2 에 내린 수선의 발을 A_3 , 선분 C_2B_3 의 중점을 C_3 이라 하자. 두 선분 B_2B_3 , B_2D_2 와 호 D_2B_3 으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ① $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$ ② $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$ ③ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$
 ④ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
 (나) 어떤 양수 k 에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.

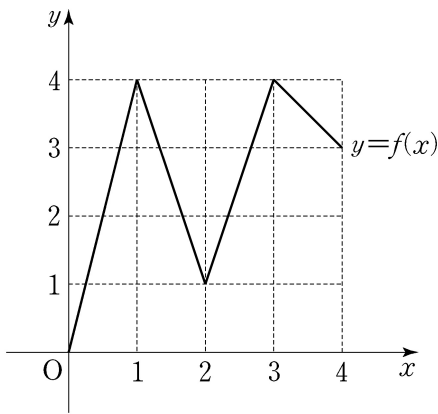
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
 ㄷ. $f(0)=0$ 이면, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 0), (1, 4), (2, 1), (3, 4), (4, 3)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{a, b\}$ 의 개수는?
(단, $0 \leq a < b \leq 4$) [4점]

X 에서 X 로의 함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고
 $g(a) = f(a), g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

22. ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^3 + x + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8\}$$

에 대하여 $n(A \cup B^C)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -2x^2 + 3x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의

넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 1$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 1)f(x) = a$ 이다. $20a$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^2 = 28, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k(a_k + 1) = 16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 클 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서

정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.

(나) $n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$$

이다. (단, n 은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k(k \geq 6)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x - g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \int_0^n h(x)dx$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768}$ 이다. k 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.