

제 2 교시

수학 영역(가형)

짝수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, 6, 4)$, $B(a, 2, -4)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1 : 3$ 으로 내분하는 점의 좌표가 $(2, 5, 2)$ 이다. a 의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 닫힌 구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ 의 최댓값은?

[3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

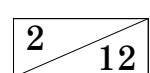
$$\cos^2 x = \sin^2 x - \sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 4π ② $\frac{7}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 2π

6. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

- ① 108 ② 112 ③ 116 ④ 120 ⑤ 124



8. 타원 $\frac{(x-2)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표가 $(6, b), (-2, b)$ 일 때, ab 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [3점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)}{e^{x-2}}$$

라 하자. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1 개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9 개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

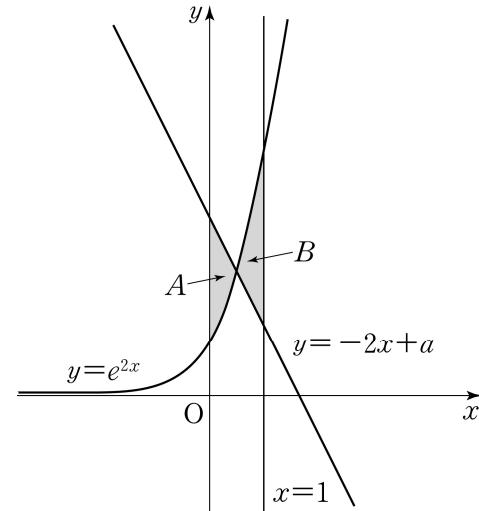
① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 있다. $f(x)$ 가 $g(x)$ 의 역함수이고 $f(1)=2$, $f'(1)=3$ 이다. 함수 $h(x)=xg(x)$ 라 할 때, $h'(2)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

12. 곡선 $y=e^{2x}$ 과 y 축 및 직선 $y=-2x+a$ 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=e^{2x}$ 과 두 직선 $y=-2x+a$, $x=1$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 a 의 값을? (단, $1 < a < e^2$) [3점]

① $\frac{e^2-1}{2}$ ② $\frac{2e^2-1}{4}$ ③ $\frac{e^2}{2}$
 ④ $\frac{2e^2+1}{4}$ ⑤ $\frac{e^2+1}{2}$

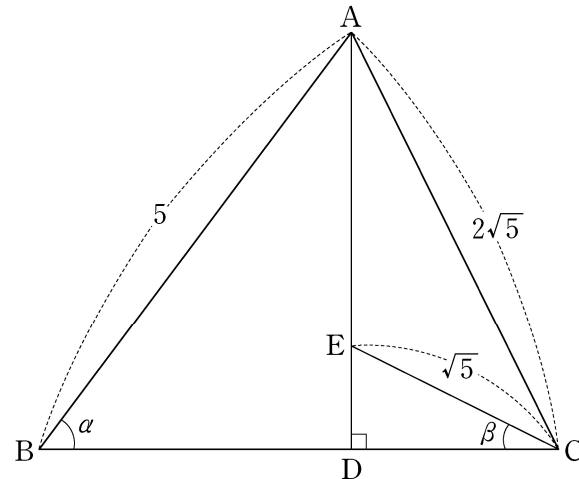


13. 한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자.

선분 AD를 3 : 1로 내분하는 점 E에 대하여 $\overline{EC}=\sqrt{5}$ 이다.
 $\angle ABD = \alpha$, $\angle DCE = \beta$ 라 할 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{5}}{20}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+e^{-t}} dt$$

일 때, $(f \circ f)(a) = \ln 5$ 를 만족시키는 실수 a 의 값은? [4점]

- ① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

16. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시작 t ($0 < t < \pi$) 에서의 위치 $P(x, y)$ 가

$$x = \sqrt{3} \sin t, \quad y = 2 \cos t - 5$$

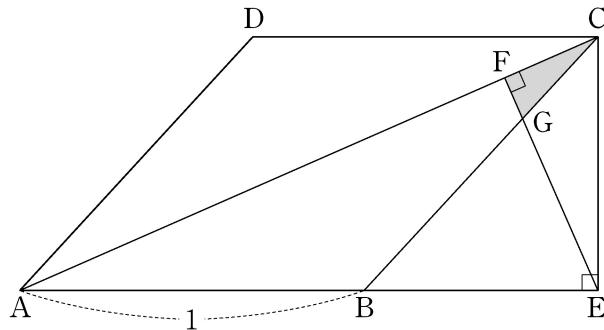
이다. 시작 $t = \alpha$ ($0 < \alpha < \pi$)에서 점 P 의 속도 \vec{v} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 평행할 때, $\cos \alpha$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다.

점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E,
점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와
선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때,
삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

18. 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에
나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록
넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을
수 있다.) [4점]

- ① 204 ② 208 ③ 212 ④ 216 ⑤ 220

19. 무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g이다.)

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2 이하이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 3 이상이면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 X 의 확률질량함수 $P(X=x)$ ($x=3, 4, 5, 6$)을 구하는 과정이다.

(i) $X=3$ 인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로

$$P(X=3) = \boxed{\text{(가)}}$$

(ii) $X=4$ 인 사건은

세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=4) = \boxed{\text{(나)}} + {}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

(iii) $X=5$ 인 사건은

네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=5) = {}_4C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \frac{2}{3} + \boxed{\text{(다)}}$$

(iv) $X=6$ 인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$$P(X=6) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a , b , c 라 할 때,

$$\frac{ab}{c}$$
의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

20. 좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 에 대하여 각 점 A, B, C와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$ 라 하자.

- (가) 평면 α 는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
(나) 평면 α 는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면을 β 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. 평면 β 는 세 점 A, B, C를 지나는 평면과 수직이다.
- ㄴ. 평면 β 는 선분 AC의 중점 또는 선분 BC의 중점을 지나다.
- ㄷ. 세 점이 A(2, 3, 0), B(0, 1, 0), C(2, -1, 0)일 때, $d(\beta)$ 는 점 B와 평면 β 사이의 거리와 같다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양수 t 에 대하여 구간 $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \leq x < e) \\ -t + \ln x & (x \geq e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y = g(x)$ 의 기울기의 최솟값을 $h(t)$ 라 하자.

1 Ⓛ상의 모든 실수 x 에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \geq 0$ 이다.

미분가능한 함수 $h(t)$ 에 대하여 양수 a 가 $h(a) = \frac{1}{e+2}$ 을

만족시킨다. $h'\left(\frac{1}{2e}\right) \times h'(a)$ 의 값을? [4점]

- ① $\frac{1}{(e+1)^2}$ ② $\frac{1}{e(e+1)}$ ③ $\frac{1}{e^2}$
 ④ $\frac{1}{(e-1)(e+1)}$ ⑤ $\frac{1}{e(e-1)}$

단답형

22. ${}_5C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 곡선 $2x + x^2y - y^3 = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

26. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고

$$P(X \leq 3) = P(3 \leq X \leq 80) = 0.3$$

일 때, $m + \sigma$ 의 값을 구하시오.

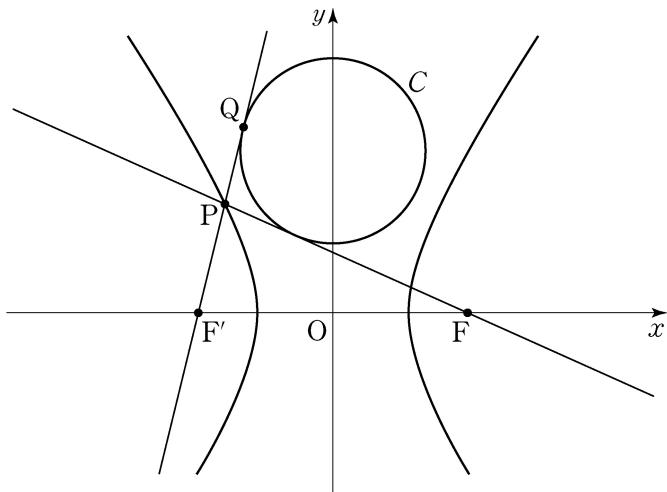
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
 $P(0 \leq Z \leq 0.25) = 0.1$, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.)

[4점]

25. 좌표평면 위의 점 $(4, 1)$ 을 지나고 벡터 $\vec{n} = (1, 2)$ 에 수직인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표를 각각 $(a, 0)$, $(0, b)$ 라 하자. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의

점 P 에 대하여 직선 FP 와 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 와 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$) [4점]



28. 방정식 $x+y+z=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수

x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z) 가

$(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 이 평면 $x + 2z - 5 = 0$ 과 만나서 생기는 원 C 가 있다. 원 C 위의 점 중 y 좌표가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QX}|^2$ 의 최댓값은 $a + b\sqrt{30}$ 이다.

$10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

30. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x-t| & (|x-t| \leq 1) \\ 0 & (|x-t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha) < 0$ 일 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답인지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.