

PROYECTO 2

1. Sea f una función suficientemente diferenciable y con todas sus derivadas acotadas. Dado un $h > 0$, se pide:

a) Considerar las diferencias finitas de la forma

$$D_h^a f(x) = \frac{a_0 f(x) + a_1 f(x+h) + a_2 f(x+2h) + a_3 f(x+3h)}{h}.$$

Determinar los valores de $a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ que hagan que D_h^a sea una discretización de f' del mayor orden posible.

b) Considerar las diferencias finitas de la forma

$$D_h^b f(x) = \frac{b_1 f(x+h) + b_{-1} f(x-h) + b_2 f(x+2h) + b_{-2} f(x-2h)}{h}$$

Determinar los valores de $b_{-1}, b_1, b_{-2}, b_2 \in \mathbb{R}$ que hagan que D_h^b sea una discretización de f' del mayor orden posible.

2. Usando las discretizaciones del ejercicio 1, se pide:

a) Hacer un programa que:

- Reciba un vector x que contenga una malla (equiespaciada), y un vector f que contenga los valores de una cierta función en los puntos de la malla.
- Devuelva dos vectores con los valores de $D_h^a f$ y $D_h^b f$ en tantos puntos de la malla x como sea posible.

b) Considerar $f(x) = \cos(x)$. Usar el programa anterior para calcular $D_h^a f$ y $D_h^b f$ en el intervalo $[-4, 4]$ con $h = 2^{-1}$, $h = 2^{-2}$, $h = 2^{-3}$ y $h = 2^{-4}$. Representar gráficamente $(x, D_h^a f)$ y $(x, D_h^b f)$ para los distintos valores de h .

c) Considerar $f(x) = \cos(x)$. Calcular los errores de la discretización para los distintos valores de h usados en el apartado b). Representar en una grafica el error dependiendo del valor de h . Mostrar dicha gráfica en escala logarítmica.

d) Explicar razonadamente si los resultados observados en el apartado 2c) concuerdan con los resultados teóricos obtenidos en el ejercicio 1.