

۱. (۳۰)

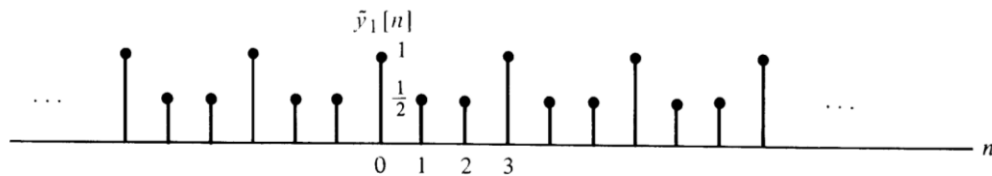
a. سری فوریه ی سیگنال های داده شده را محاسبه کنید.

b. برنامه ای بنویسید که به عنوان ورودی مقداری یک دوره تناوب سیگنال زمان گسسته را بگیرد

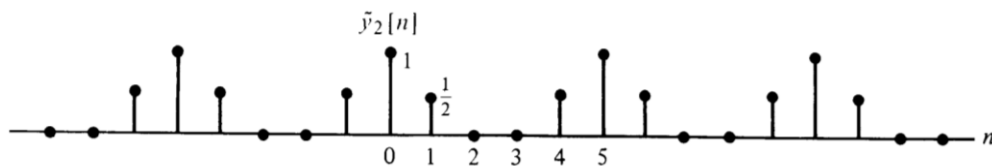
و ضرایب سری فوریه آن را برگرداند و به کمک آن پاسخ بخش‌های ii, iii و iv خود را آزمایش کرده و نتایج را ضمیمه کنید. (برای توضیحات بیشتر به بخش نکات پایان سوالات مراجعه کنید).

$$x(t) = [1 + \cos(2\pi t)] + \sin(10\pi t + \pi/6) \quad \text{i.}$$

ii.



iii.



$$x[n] = 1 + \cos(2\pi n) + \sin(\pi n) + \cos(\frac{\pi}{2}n) \quad \text{iv.}$$

۲. برنامه ای بنویسید که مقادیر یک دوره تناوب از یک سیگنال زمان گسسته را بگیرد و سپس نتیجه

تقریب آن با تعداد محدودی از ضرایب سری فوریه را محاسبه نماید (رابطه زیر). سپس با استفاده از این

برنامه نتیجه تقریب بخش iii و بخش ii و بخش iv سوال قبل و تابع زیر را به ازای $M=0$ تا حداکثر

M ممکن، ترسیم نموده با سیگنال اصلی مقایسه کنید (یک دوره تناوب از رسم سیگنال های اصلی را هم

با کد زنی رسم کنید و در مقایسه خود بیاورید) (برای توضیحات بیشتر به بخش نکات پایان سوالات

مراجعه کنید) (۳۰).

$$x_M^*[n] = \sum_{k=-M}^M a_k e^{j2\pi\omega_0 n}$$

چهارمین تابع که باید کارهای خواسته شده را بر روی آن انجام دهید به این ضابطه است:

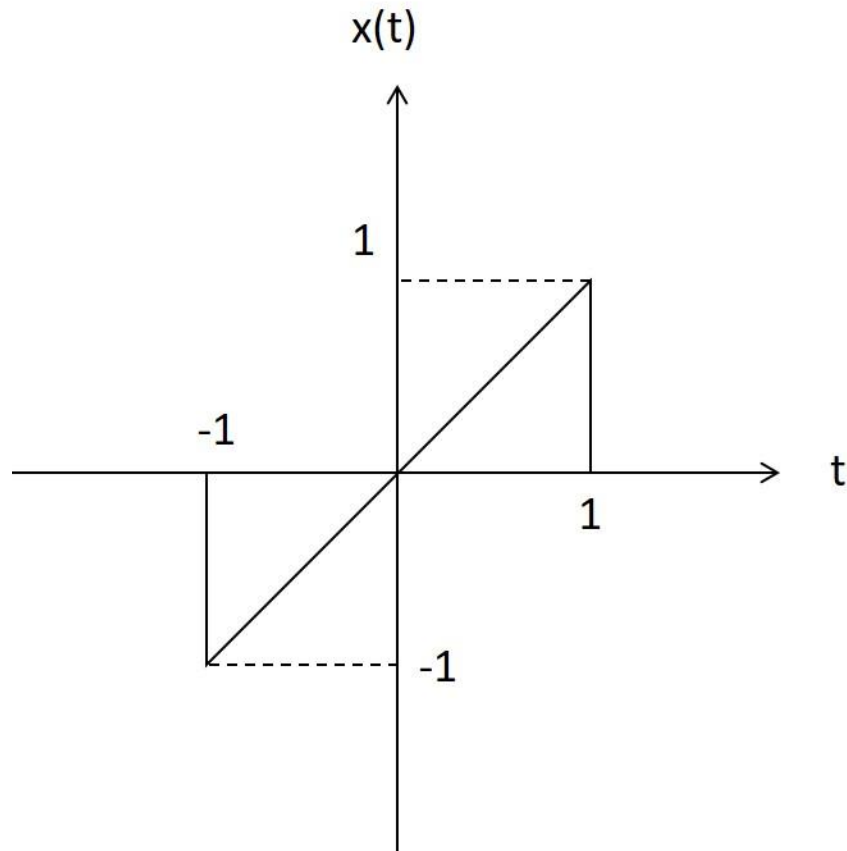
$$x[n] = \begin{cases} 1, & |n| \leq 5 \\ 0, & 5 < |n| \leq 10 \end{cases}, \quad x[n] = x[n + 20]$$

۳. تبدیل فوریه سیگنال های زیر را بیابید (۲۰).

a. $x(t) = e^{-\alpha t} u(t), \alpha > 0$

b. $x(t) = e^{-\alpha|t|}, \alpha > 0$

c.

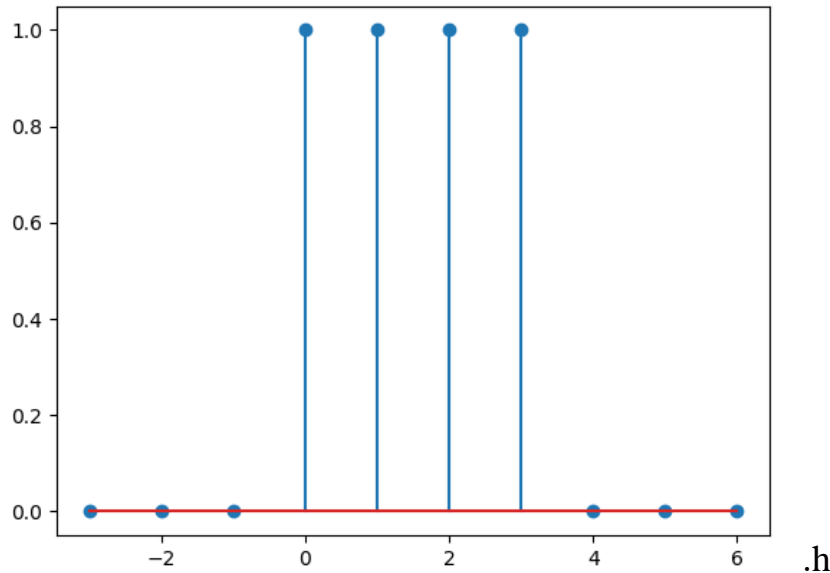


d. $x[n] = \delta[n]$

e. $x[n] = a^n u[n], |a| < 1$

f. $x[n] = a^{|n|}, |a| < 1$

g. $x[n] = \begin{cases} 1 & |n| \leq N_1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$



۴. فرض کنید سیگنال $x[n]$ یک سیگنال محدود به طول N به صورت مقابل است (۲۰):

$$x[n] = 0 \text{ for } n < 0, n > N - 1$$

تبدیل فوریه $x[n]$ به صورت $X(e^{j\omega})$ است. سیگنال $y[n]$ را به صورت تکرار متناوب سیگنال $x[n]$ تعریف می کنیم:

$$y[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n + rN]$$

a. عبارتی بر حسب $x[n]$ برای محاسبه ضرایب سری فوریه سیگنال $y[n]$ ، a_k بنویسید.

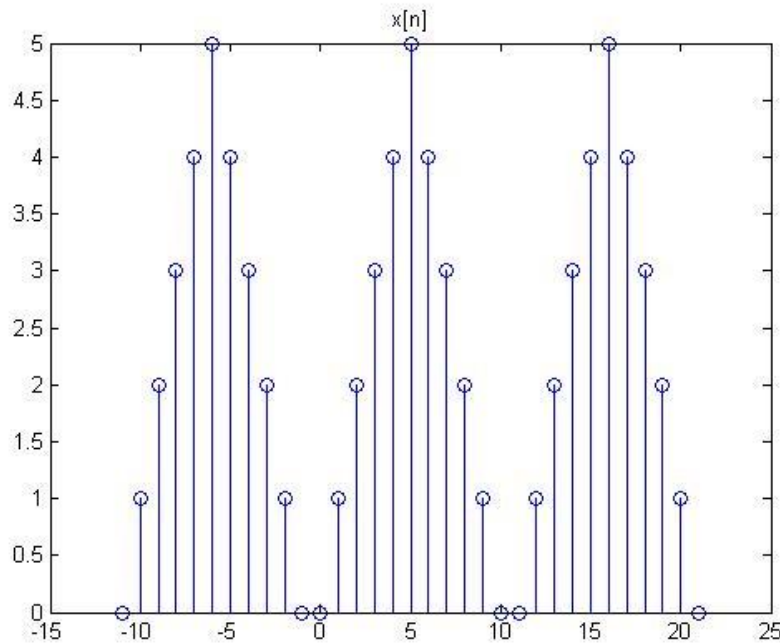
b. رابطه ای بین a_k و $X(e^{j\omega})$ بیابید.

۵. تابع `numpy.fft.fft` در پایتون مقدار تبدیل فوریه زمان گسسته را برای سیگنال ورودی محاسبه می کند (۳۰).

a. با استفاده از این تابع، تبدیل فوریه سیگنال زیر را برای ۱۰۰۰۰ نقطه از بازه $[0, 2\pi]$ محاسبه کرده و اندازه و فاز و خود تابع را رسم کنید (به بخش نکات مراجعه کنید).

$$x[n] = \begin{cases} n & 0 \leq n \leq 5 \\ 10 - n & 5 < n \leq 10 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

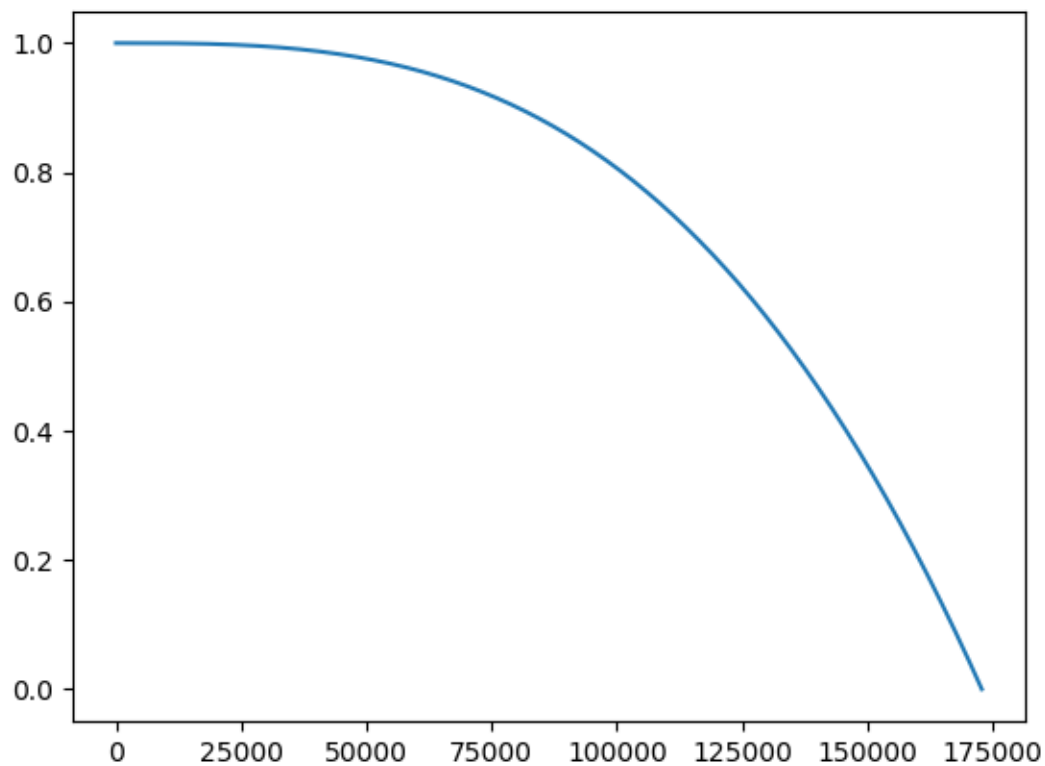
b. چگونه می توان به کمک این تابع سری فوریه یک سیگنال متناوب را به دست آورد؟ با استفاده از روش پیشنهادی، سری فوریه سیگنال زیر را محاسبه کنید و نتایج را با نتایج حاصل از برنامه سوال ۱ خود مقایسه کنید (کدها به همراه نتایج پیوست شود).



نکات:

- در مورد سوال ۱ همان طور که می دانید رابطه محاسبه ضرایب سری فوریه یک سیگنال زمان گسسته متناوب به صورت $a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk \frac{2\pi}{N} n}$ است.
- در مورد سوال ۲ همان طور که می دانید رابطه محاسبه سیگنال زمان گسسته متناوب به کمک ضرایب سری فوریه آن به صورت $x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk \frac{2\pi}{N} n}$ است.
- حاصل تابع `fft` و در کل حاصل تبدیل فوریه یک سیگنال در بازه ورودی $[0, 2\pi]$ است. در واقع فقط کافیست طول سیگنال ورودی به اندازه مشخص شده باشد چون طول تبدیل فوریه نیز به همان تعداد طول سیگنال ورودی است و در زمان رسم نمودارها نیز به این نکته توجه شود.
- رسم توابع به کمک `cd` زنی انجام شود و `cd` نیز ارسال شود (دقت کنید که برای رسم سیگنال های زمان گسسته از تابع `stem` و برای رسم سیگنال های زمان پیوسته از تابع `plot` باید استفاده کنید).
- باقی سوالات باید به صورت کتبی انجام شوند اما در هر سوال اگر `cd` زده شود و `cd` نیز ارسال شود، با توجه به نمره سوال نمره کمکی در نظر گرفته می شود.
- برای `cd` زنی می توانید از زبان `python` استفاده بفرمایید. در صورتی که از هیچ کدام از موارد بیان شده استفاده نمی کنید با حل تمرین هماهنگی لازم را بفرمایید و در صورت تایید می توانید از زبانی دیگر استفاده کنید.

- زمان تحویل تمرین به هیچ وجه تمدید نخواهد شد و پس از گذشت از مهلت ارسال، نمره این تمرین با اعمال ضریب به صورت تابع زیر لحاظ می شود.



- محور افقی این نمودار مقدار تاخیر به ثانیه و محور عمودی ضریب اعمالی در نمره تمرین است.
- تا قبل از پایان مهلت تحویل می توانید تمرین ها را به صورت مجازی یا حقیقی تحویل دهید.
- موفق باشید.