طراحی بهینه فیلتر دیجیتال FIR

پارسا عیسی زاده

97412364

ایراد های روش پنجره گذاری و مزایا طراحی فیلتر به شکل جدید :

در روش پنجره گذاری رسیدن به پاسخ فرکانسی ایده آل ($H_d(e^{j\omega})$) عملی نیست روش پنجره گذاری روش ساده ایست و میتوان به آن تکا کرد ولی هیچگونه شاخصی برای بهینه سازی ندارد در حالیکه این روشی که در اینجا یاد میگیریم چند مرحله دارد و در هر مرحله خطای تقریب مقدار کمتری پیدا میکند و به مقدار ایده آل نزدیک تر میشود .

از دیگر مزایای این روش این است که خطای تقریب توسط این روش را میتوان بر حسب پارامتر های تکنیکی سیستم مشخص کرد .

الگوریتم

در مرحله اول باید طول پنجره ، نوع آن و M را مشخص کنیم . M تعداد تکرار عملیاتی است که میخواهیم انجام دهیم . $\bar{h}(n)$ را به شکل زیر تعریف میکنیم که در آن $H_d(e^{j\omega})$ پاسخ فرکانسی ایده ال ماست .

$$\bar{h}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\bar{H}(e^{j\omega})e^{jn\omega}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\omega})e^{jn\omega}d\omega$$

حال میخواهیم پاسخ فرکانسی فیلتر را طراحی کنیم . ابتدا یک پاسخ فرکانسی اولیه طراحی میکنیم وخطای تقریب و شماره تکرار را مشخص میکنیم . سپس به تعداد دفعات M آن را دقیق تر میکنیم .

$$d_0(n) = 0 \text{ و } \mathrm{i} = 1 \text{ و } h_0(n) = \bar{h}(n)w(n)$$

برای دقیق تر کردن این پاسخ ضربه و در نتیجه پاسخ فرکانسی آن ، در هر مرحله خطای تقریب پاسخ طراحی شده را کمتر میکنیم. از تساوی زیر استفاده میکنیم :

$$h_i(n) = h_{i-1}(n) + d_{i-1}(n)$$

و در نتیجه طبق خطی بودن تبدیل فوریه :

$$H_i(e^{j\omega}) = H_{i-1}(e^{j\omega}) + D_{i-1}(e^{j\omega}) \quad (\text{تساوی } 1)$$

حال نیاز به محاسبه ی $D_i(e^{j\omega})$ داریم که میزان انحراف پاسخ فرکانسی ایده آل از از پاسخ فرکانسی طراحی شده است . طبق تعریف برای $\bar{D}_i(e^{j\omega})$ داریم :

$$\bar{D}_i(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) - H_i(e^{j\omega})$$

که با گرفتن عکس تبدیل فوریه از آن به $\bar{d}_i(n)$ میرسیم . $d_i(n)$ را اینگونه تعریف میکنیم .

$$d_i(n) = \bar{d}_i(n)w(n)$$

$D_i(e^{j\omega})$ از گرفتن تبدیل فوریه $d_i(n)$ به دست می آید و با جایگذاری آن در تساوی 1 به پاسخ فرکانسی در مرحله بعد میرسیم که امکان دارد از دقت بیشتری یا از دقت کمتری برخوردار باشد .

هم اکنون بر حسب مقادیر مختلف i کار های متفاوتی انجام میدهیم :

اگر $i = 1$: i را به تعداد 1 واحد افزایش میدهیم و مراحل بالا را طی میکنیم .

اگر $i = M$: عملیات را متوقف میکنیم و $H_{i-1}(e^{j\omega})$ را به عنوان پاسخ فرکانسی نهایی سیستم در نظر میگیریم .

اگر $1 < i < \mathrm{M}$: خطای تقریب ($R_i(e^{j\omega})$) را اندازه گیری نموده و اگر $R_i \geq R_{i-1}$ ، عملیات را متوقف نموده و $H_{i-1}(e^{j\omega})$ را به عنوان پاسخ فرکانسی نهایی سیستم در نظر میگیریم . در غیر این صورت همانند زمانی که $i = 1$ عمل میکنیم .

برای محاسبه خطای تقریب ($R_i(e^{j\omega})$) : کمیتی است که میتوان آن را بر حسب ویژگی های سیستم مشخص نمود . خطا را میتوان به شکل زیر تعریف نمود :

$$\mathrm{R} = max_{\omega\epsilon A}|Q(\omega)\left[H_d\left(e^{j\omega}\right) - H\left(e^{j\omega}\right)\right]|$$

که در آن A زیرمجموعه ای از مجوعه $[0,\pi]$ برای فیلتر هایی که بر اساس فرکانس کار نمیکنند و $Q(e^{j\omega})$ تابعی است که بر حسب سیستم نوشته میشود . این مقدار میتواند به روش های دیگری معلوم شود ، برای مثال برای سیستم جبران خسارت معکوس سینک داریم :

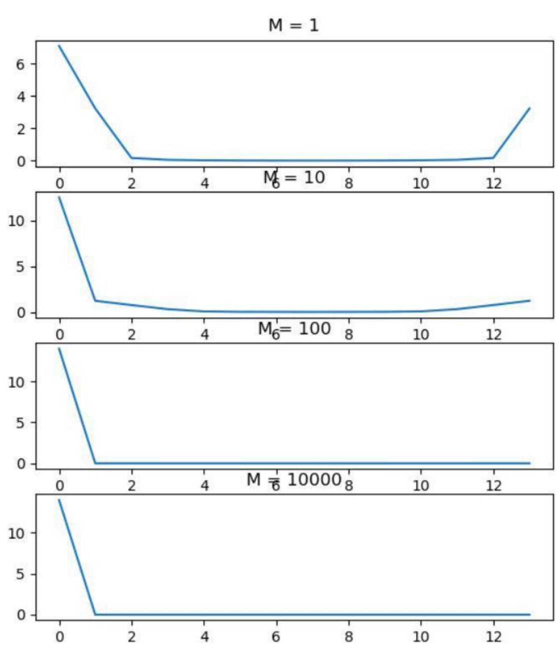
$$R = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|H_d\left(e^{j\omega}\right) - H\left(e^{j\omega}\right)|d\omega$$

درباره ی این روش نکاتی هست که باید به آن توجه شود :

- اول اینکه در مرحله 1 اگر مشخص کردن نوع فیلتر به سختی انجام میشد , باید تک تک فیلتر ها را وارد الگوریتم کنیم سپس ببینیم نتیجه کدام بهتر است و از آن استفاده کنیم .
- با بررسی نتایج میبینیم که هر چه تعداد تکرار های ما بیشتر میشود خطای تقریب لزوما کم نمیشود بلکه نوسان میکند , در نتیجه بهتر است که ما الگوریتم را متوقف نکنیم و آن را تا زمانیکه $i = M$ میشود ادامه بدهیم سپس بهترین پاسخ فرکانسی را برای پاسخ فرکانسی فیلتر انتخاب کنیم .
- اگر پنجره انتخابی در مرحله 1 مستطیلی باشد ، میبینیم که هرچه در تکرار پیش میرویم مقدار $d_i(n)$ همواره صفر باقی میماند و مقادیر پاسخ فرکانسی در هر مرحله بدون تغییر باقی میمانند در نتیجه این الگوریتم برای فیلتر مستطیلی بدون تاثیر است .
- هنگام اجرای الگوریتم ، خطای تقریب در هر مرحله ممکن است کمتر شود و این کار با کاهش اندازه $D_i\left(e^{j\omega}\right)$ انجام میشود . هر چه دقت کم میشود به پنجره ای دقیق تر و بهینه تر نیاز داریم . برای حل این مشکل میتوانیم در هر مرحله پنجره را عوض کنیم و پنجره بهینه را بگذاریم برای $w(n)$.

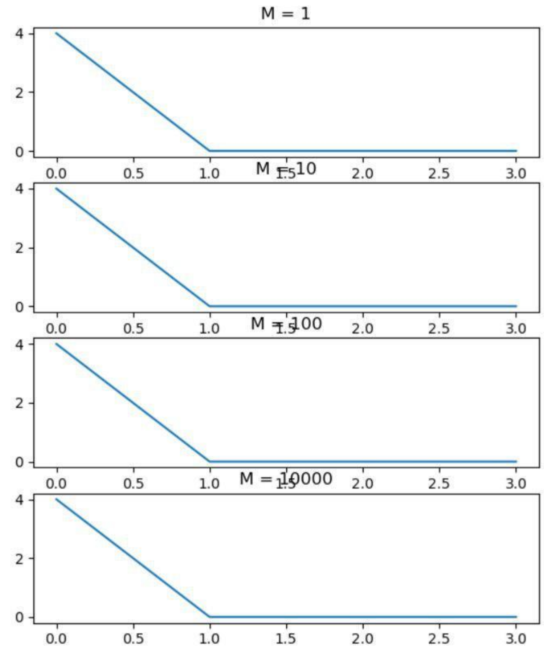
گزارش پیاده سازی :

روش بالا را با استفاده از فیلتر hamming پیاده سازی کردم . و تعداد تکرار عملیات را 1 ، 10 ، 100 و 1000 گذاشتم . دیده شد که قله پاسخ فرکانسی با افزایش تعداد تکرار ، افزایش یافت و نقطه ای که از آن به بعد پاسخ فرکانسی صفر شد با افزایش تعداد تکرار مقدار کمتری گرفت . در کل نمودار تیز تر شد . برای این که تفاوت مشهود تر باشد مقدارΔw را برابر با مقدار زیاد $\pi/2$ قرار دادم .



پنجره hamming

همانطور که گفته شد این روش برای پنجره مستطیلی بدون تاثیر است . برای همین آن را وارد برنامه کردم :



پنجره مستطیلی

همانطور که میبینیم دقت فیلتر عوض نشد . در نتیجه این روش برای افزایش دقت فیلتر مستطیلی کارآمد نیست .