



به نام خدا
سیستم‌های کنترل پیشرفته
تمرین سری چهارم
۱۴۰۳-۱۴۰۲



تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۲/۰۹/۲۴

تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۱۰/۰۸

دستیار آموزشی مسئول: حسین یکتامقدم - امیرحسین قاسمی (Yektamoghadam@ut.ac.ir - Ah.ghasemi@ut.ac.ir)

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین، با دستیار آموزشی مسئول از طریق راه‌های ارتباطی در نظر گرفته شده، مطرح کنند.
۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید. توجه داشته باشید که فایل ارسالی نیاز به چرخش یا تغییر وضوح نداشته باشد.
۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفاً نتایج را در فایل PDF بیاورید. کد و فایل‌های شبیه‌سازی را به صورت یک فایل zip همراه تمرین ارسال نمایید.

سوال ۱

سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

الف) ماتریس انتقال حالت را محاسبه کنید و نشان دهید بردار خاص \hat{x} وجود دارد که در کلیه زمان ها:

$$\hat{x}^T e^{At} B = 0$$

ب) نشان دهید \hat{x} یک بردار ویژه A^T است که:

$$\hat{x}^T B = 0$$

ج) نشان دهید ماتریس کنترل پذیری به گونه ای است که:

$$\hat{x}^T \varphi_c = 0$$

سوال ۲

سیستمی با تابع تبدیل زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{s-1}{(s^2-1)(s+2)}$$

با توجه به قضیه تحقق پذیری توابع سره، ابتدا تحقق استاندارد سیستم را بدست بیاورید و سپس کنترل پذیری و رویت پذیری آن را بررسی کنید. با کمک تبدیل مناسب زیر سیستم کنترل پذیر و رویت پذیر سیستم را بدست بیاورید.

سوال ۳

معادله سیستمی عبارت است از:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

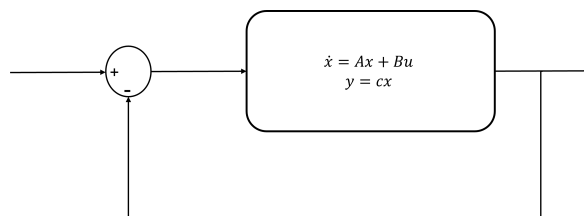
الف) بردارهایی که زیر فضای کنترل پذیر سیستم را اسپن می کنند تعیین کنید.

ب) با بکارگیری بردارهای تعریف شده در قسمت قبل و تعریف بردارهای مناسب اضافی، معادله حالت را به فرم کنترل پذیر تبدیل کرده، مودهای کنترل پذیر و کنترل ناپذیر سیستم را شناسایی کنید.

پ) آیا این سیستم پایدارپذیر است؟

سوال ۴

سیستم فیدبک دار زیر را در نظر بگیرید:



معادلات فضای حالت سیستم حلقه بسته را بدست آورید و نشان دهید که سیستم حلقه بسته رویت پذیر است اگر و تنها اگر (A, C) رویت پذیر باشد و کنترل پذیر است اگر و تنها اگر (A, B) کنترل پذیر باشد

سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

الف) رتبه ماتریس‌های کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری را محاسبه نمایید.

ب) فرم جردن سیستم فوق را بدست بیاورید. مدهای کنترل‌پذیر و رویت‌پذیر سیستم را مشخص کنید.

ج) شرایط اولیه زیر را در نظر بگیرید:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

کدام یک از حالت‌های نهایی زیر با شروع از شرایط اولیه فوق و با اعمال یک ورودی مناسب، در زمان متناهی قابل دسترسی هستند؟

$$1) x_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 2) x_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad 3) x_f = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

سوال ۶

رابطه زیر را برای معادله حالت

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$$

اثبات نمایید و به کمک آن نشان دهید به شرط رویت پذیری و دانستن ورودی، شرایط اولیه را به صورت یکتا می توان یافت.

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ \dot{y}(0) \\ \vdots \\ y^{n-1}(0) \end{bmatrix} = O.x(0) + T. \begin{bmatrix} 0 \\ u(0) \\ \vdots \\ u^{n-2}(0) \end{bmatrix}$$

سوال ۷

کنترل پذیری سیستم زیر را بررسی کنید. درستی پاسخ خود را با کمک سیمولینک نشان دهید. (بایستی در محیط سیمولینک، متغیرهای حالت را در طول زمان شبیه سازی نمایید).

