



به نام خدا  
سیستم‌های کنترل پیشرفته  
تمرین سری دوم  
۱۴۰۳-۱۴۰۲



تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۲/۰۸/۱۲

تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۰۸/۲۶

دستیاران آموزشی مسئول: **پریسا اصغری توانا** ([parisa.a.tavana@ut.ac.ir](mailto:parisa.a.tavana@ut.ac.ir)) و  
**امیرحسین ایرانمنش** ([amiriranmanesh@ut.ac.ir](mailto:amiriranmanesh@ut.ac.ir))

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین، با دستیار آموزشی مسئول از طریق راه‌های ارتباطی در نظر گرفته شده، مطرح کنند.
۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید. توجه داشته باشید که فایل ارسالی نیاز به چرخش یا تغییر وضوح نداشته باشد.
۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفاً نتایج را در فایل PDF بیاورید. کد و فایل‌های شبیه‌سازی را به صورت یک فایل zip همراه تمرین ارسال نمایید.

سوال ۱

اگر ماتریس  $A(t)$  در معادله‌ی فضای حالت به صورت زیر باشد:

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{bmatrix}$$

ثابت کنید:

$$\det \phi(t, t_0) = \exp \left[ \int_{t_0}^t (a_{11}(\tau) + a_{22}(\tau)) d\tau \right]$$

معادلات فضای حالت سیستمی به صورت زیر است :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -10 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x$$

الف) با استفاده از روش تبدیل لاپلاس ماتریس انتقال حالت سیستم را بدست آورید.

ب) شرایط اولیه‌ای که سریع‌ترین پاسخ ورودی صفر را می‌دهد با ذکر دلیل مشخص کنید. سپس پاسخ خروجی و پاسخ حالت سیستم را به این شرایط اولیه بدست آورید.

پ) پاسخ خروجی و حالت سیستم به ورودی پله واحد با شرایط اولیه  $x_0 = [1 \ 0.5]$  را بدست آورید.

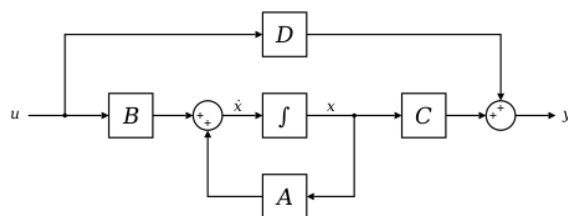
ت) پاسخ خروجی و حالت سیستم به ورودی ضربه با شرایط اولیه  $x_0 = [0.5 \ 0.2]$  را بدست آورید.

ث) پاسخ خروجی و حالت سیستم به ورودی شیب با شرایط اولیه  $x_0 = [0.5 \ 0.5]$  را بدست آورید.

**شبیه‌سازی :**

ج) موارد ب تا ث را در سیمولینک نشان دهید.

(زمان اجرا را ۳ ثانیه و  $sampletime$  را 0.001 قرار دهید. همچنین زمان ضربه و پله در ثانیه صفر می‌باشد. )  
راهنمایی : می‌توانید بلوک زیر را در سیمولینک پیاده‌سازی کنید. برای پیاده‌سازی ضربه به این دقت کنید که ضربه مشتق تابع پله است.



الف) ماتریس انتقال حالت سیستم‌های زیر را هر کدام را با استفاده از دو روش بدست بیاورید. (از بین سه روش لاپلاس، فرم جردن و بسط مک‌لورن، از هر روش حداقل یک بار استفاده شود).

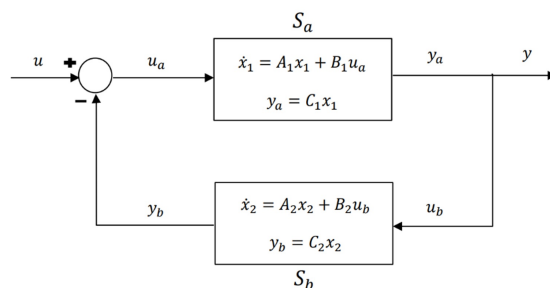
$$A_1 = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 \\ -12 & 0 & 1 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ب) برای ماتریس به فرم جردن زیر  $e^{Jt}$  را بدست آورید.

$$J = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

برای سیستم زیر یک تحقق فضای حالت بنویسید.

$$s_a : \begin{cases} \dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_a \\ y_a = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} x_1 \end{cases} \quad s_b : \begin{cases} \dot{x}_2 = -2x_2 + u_b \\ y_b = 5x_2 \end{cases}$$



مدار الکتریکی زیر را در نظر بگیرید که در آن  $R_C$  و  $Diode$  دارای رابطه غیرخطی به صورت زیر می باشند :

$$I_R = f(V_R) = \ln(V_R)$$

$$I_D = g(V_D) = 0.02V_D + 0.1V_D^3$$

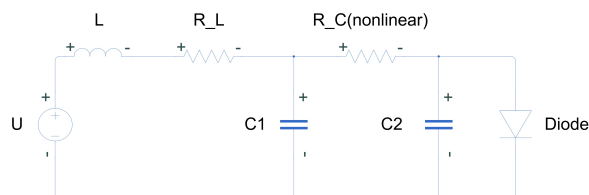
$$R_L = 2\Omega$$

الف) معادلات فضای حالت سیستم را بدست آورید.

ب) نقطه کار  $(u = 1, x_1, x_2, x_3)$  را بدست آورید. سیستم را حول این نقطه خطی سازی کنید و به صورت فضای حالت نمایش دهید.

شبیه سازی :

پ) نقطه کار  $(u = 10, x_1, x_2, x_3)$  را با استفاده دستور  $solve$  در متلب بدست آورید.



سیستم تعلیق مغناطیسی به این صورت است که یک گوی فلزی توسط نیروی الکترومغناطیسی تولید شده توسط آهنربا در هوا معلق می‌شود. معادلات دینامیکی سیستم تعلیق گوی عبارت است از:

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = Mg - \frac{K i^2(t)}{y(t)}$$

$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

ورودی و خروجی سیستم به ترتیب ولتاژ  $e(t)$  و موقعیت گوی فلزی  $y(t)$  می‌باشد.

$M$	جرم گوی فلزی	$1kg$
$R$	مقاومت سیم‌پیچ	$1\Omega$
$L$	اندوکتانس سیم‌پیچ	$0.01H$
$K$	ثابت آهنربا	$1$
$g$	شتاب گرانش	$10m/s^2$

الف) با توجه به معادلات داده شده خطی سازی سیستم را حول نقطه تعادل زیر انجام دهید و معادلات حالت را بدست آورید.  $x^* = [y \ \dot{y} \ i] = [0.4 \ 0 \ 2]$

\*\*\* در قسمت ها بعدی ورودی را صفر و شرایط را  $x_0 = [1 \ 0 \ 1]$  در نظر بگیرید.

ب) ماتریس انتقال حالت را برای این سیستم بدست آورید و پاسخ حالت و پاسخ خروجی را بدست آورید.  
پ) تابع تبدیل سیستم خطی را بدست آورید.

شبیه‌سازی :

\*\*\* بازه زمانی رسم نمودار را 0 تا 0.05 ثانیه بگذارید.

ت) ماتریس انتقال حالت را توسط دستور *expm* در متلب محاسبه کرده و با قسمت ب تطبیق دهید. سپس پاسخ حالت و پاسخ خروجی را در متلب رسم کنید.

ث) تابع تبدیل سیستم را با دستور *ss/ss2tf* در متلب بدست آورید و با تابع تبدیل خود تطبیق دهید. سپس با استفاده از دستور *initial* پاسخ حالت و پاسخ خروجی را در متلب رسم کنید.

ج) با استفاده از دستور *ode45* سیستم غیر خطی اولیه را متلب تعریف کرده و پاسخ حالت و پاسخ خروجی را در متلب رسم کنید.

( پاسخ های سیستم خطی و غیر خطی را در یک *plot* نمایش دهید تا قابل مقایسه باشد)