

## سوال ۱: بهینه‌سازی در توابع محدب (تئوری)

در این سوال قصد داریم با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی آموخته شده در درس یک تابع محدب دو متغیره را بهینه کنیم.

تابع  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

قسمت الف: محاسبه تئوری نقطه ایستا

۱- ثابت کنید  $x^* = (1, 1)^T$  تنها نقطه بهینه سراسری تابع است.

قسمت ب: محاسبه نقطه ایستا با استفاده از روش بیشترین نزول

۱- ضابطه گرادیان تابع را بنویسید.

۲- دو پله از روش بیشترین نزول (Steepest Descent) با جستجوی پسرور از نقطه  $x^* = (0, 0)^T$  بنویسید. (نرخ یادگیری را 0.5 در نظر بگیرید).

قسمت ج: محاسبه نقطه ایستا با استفاده از روش نیوتن

۱- ضابطه هسین تابع را بنویسید.

۲- یک پله از روش نیوتن (Newton) با جستجوی پسرور از نقطه  $x^* = (0, 0)^T$  بنویسید.

**سوال ۲: بهینه‌سازی در توابع غیرمحدب (پیاده‌سازی)**

یکی از مشکلات روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر گرادیان این است که به یک کمینه محلی (local minimum) همگرا می‌شوند. برای حل این مشکل از روش‌های فراابتکاری استفاده می‌کنند که باید یک نقطه اولیه مناسب برای این روش‌ها در نظر گرفته شود.

در این سوال قصد داریم ابتدا با استفاده از روش نیوتن و سپس با استفاده از یکی از روش‌های فراابتکاری ژنتیک یا تبرید شبیه‌سازی شده، نقطه کمینه یک تابع غیرمحدب را بدست آوریم.

تابع دو متغیره زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_2 \sin(0.2\pi x_1) - x_1 x_2$$

مقدار بهینه تابع در حدود  $-14.75$  است.

**قسمت الف: پیاده‌سازی روش نیوتن**

با استفاده از پیاده‌سازی کامپیوتری روش نیوتن و با شروع از نقطه  $(1,3)$ ، نقطه کمینه تابع داده شده را بدست آورید. به ازای تمامی نقاط  $0 < x_2 < 10$  و  $-5 < x_1 < 5$  با  $stepsize = 0.5$  مقدار کمینه را به دست آورید.

**قسمت ب: روش فراابتکاری**

با استفاده از یکی از روش‌های فراابتکاری (تبرید شبیه‌سازی شده یا ژنتیک) مقدار کمینه تابع در بازه  $(-15,15)$  را بدست آوریم. در صورت استفاده از هر کدام از روشها، پارامترها را با استفاده از شرایط مسئله در نظر بگیرید و علت انتخاب خود را بیان کنید. (تمام مراحل الگوریتم‌ها باید پیاده‌سازی شود).

$$(x_1^0, x_2^0) \in [-15,15]$$

دقت شود در این قسمت امکان به دام افتاده در کمینه محلی وجود دارد. پس با استفاده از تغییر پارامترها همگرایی یا عدم همگرایی الگوریتم خود را بررسی کنید. (میزان استفاده از مقدار کمینه به صورت حدودی قابل قبول است).

**سوال ۳: ماشین بردار پشتیبان (SVM) (پیاده‌سازی)**

در این سوال به طبقه بندی دادگان iris به وسیله‌ی طبقه‌بند ماشین بردار پشتیبان (classifier SVM) بپردازیم.

همانطور که در درس گفته شد در ماشین بردار پشتیبان (SVM) سعی در پیدا کردن ابر صفحه‌ای در فضا داریم تا بیشتر حاشیه‌ی اطمینان را برای جداسازی داده‌ها ایجاد کند. این ویژگی باعث می‌شود این مدل در برابر نویز تحمل بیشتری نسبت به بسیاری دیگر از مدل‌ها نشان دهد.

ماشین بردار پشتیبان (SVM) می‌تواند داده‌ها را با استفاده از کرنل‌های گوناگون طبقه‌بندی کند در این بخش ما از ماشین بردار پشتیبان (SVM) خطی استفاده خواهیم کرد.

در این سوال مجاز به استفاده از کتابخانه و توابع آماده برای پیاده‌سازی طبقه‌بند نیستید اما استفاده توابع برای محاسبات جبری و رسم نمودار بلامانع است.

**قسمت الف: بررسی داده‌ها**

ابتدا داده‌های مجموعه داده‌ی iris را از فایل مربوطه خوانده و با نمودار پراکندگی (scatter plot) نمایش دهید. (هر یک از کلاس‌ها را به تفکیک رنگ مشخص کنید).

میانگین داده‌های هر دسته را نیز در نمودار نشان دهید.

سپس ۲۰ درصد داده‌ها را به عنوان داده‌های آزمون جدا کرده و بقیه را به عنوان داده‌های آموزش در نظر بگیرید. (دقت کنید ۲۰ درصد داده‌ها باید به صورت تصادفی انتخاب شوند).

**قسمت ب: پیاده‌سازی طبقه‌بند**

در این قسمت ابتدا متغیرهای مدل را مشخص و مقداردهی اولیه کنید.

سپس با پیاده‌سازی الگوریتم توابع هزینه و نحوه‌ی به‌روزرسانی وزن‌های مدل را توضیح دهید.

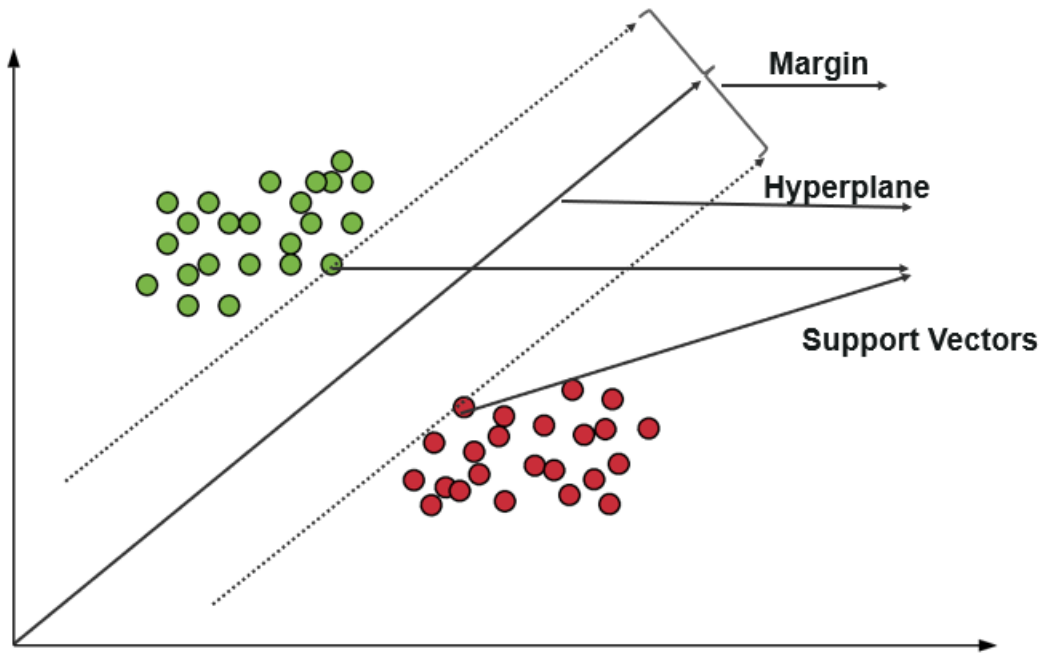
**قسمت ج: آموزش مدل**

حال با استفاده توابع بخش قبل مدل را به وسیله‌ی داده‌ها آموزش دهید و در نهایت وزن‌های نهایی مدل را گزارش کنید.

**قسمت د: بررسی عملکرد مدل**

ابتدا دقت و میزان تلف (loss) را برای داده‌های آزمون گزارش دهید.

سپس مانند تصویر ۱-۳ مرز تصمیم‌گیری و حاشیه‌ی اطمینان مدل را روی داده‌های رسم کنید.



تصویر ۱-۲: مرز تصمیم‌گیری و حاشیه‌ی اطمینان مدل

## نکات تحویل

۱- مهلت تحویل این تمرین **روز ماه** می‌باشد.

۲- انجام این تمرین به صورت **یک‌نفره** است.

۳- برای انجام این تمرین تنها مجاز به استفاده از زبان برنامه نویسی پایتون هستید.

۴- در صورت وجود تقلب نمره تمامی افراد شرکت کننده در آن **نمره صفر** لحاظ می‌شود.

۵- در صورتی که از منبعی برای هر بخش استفاده می‌شود، حتماً لینک مربوط به آن در گزارش آورده شود. وجود شباهت بین منبع و پیاده‌سازی در صورت ذکر منبع بلامانع است. اما در صورت مشاهده شباهت با مطالب موجود در سایت‌های مرتبط نمره کسر می‌گردد.

۶- نتایج و تحلیل‌های شما در روند نمره‌دهی دستیاران آموزشی تأثیرگذار است.

۷- لطفاً پاسخ تمرین خود را (به همراه کد/گزارش سوال کامپیوتری) به صورت زیر در صفحه درس آپلود نمایید:

HW[HW number]\_[Last\_name]\_[Student number].zip

۸- در صورت وجود هر گونه ابهام یا مشکل می‌توانید از طریق ایمیل با طراحان تمرین در تماس باشید:

- عرفان پناهی ([erfanpnhi@gmail.com](mailto:erfanpnhi@gmail.com))
- سروش مس‌فروش ([sorush.mes@gmail.com](mailto:sorush.mes@gmail.com))
- حمید سالمی ([salemihamid77@gmail.com](mailto:salemihamid77@gmail.com))