



سوال ۱: برآورد پارامتر (تئوری)

برآوردگر بیشینه درست‌نمایی یک روش است که در آمار و احتمالات استفاده می‌شود تا پارامترهای مدلی را که احتمال وقوع داده‌ها را حداکثر می‌کند، تخمین بزند. به عبارت دیگر، این روش سعی دارد پارامترهایی را پیدا کند که احتمال وقوع داده‌های مشاهده شده را به‌طور کامل توصیف کنند. در مدل‌های احتمالاتی، دسته‌ای از پارامترها وجود دارد که باعث مشخص شدن توزیع احتمالاتی مشاهدات می‌شوند، و برآوردگر بیشینه درست‌نمایی سعی می‌کند این پارامترها را به‌طور دقیق از طریق بهینه‌سازی تابع درست‌نمایی (Likelihood Function) مشاهدات پیدا کند. در واقع، هدف این است که احتمال وقوع داده‌ها به شرط پارامترهای مدل به حداکثر برسد.

قسمت الف: اهمیت برآوردگر بیشینه درست‌نمایی (Maximum Likelihood)

درباره اهمیت برآوردگر بیشینه درست‌نمایی تحقیق کرده و به برخی کاربردهای آن اشاره نمایید.

قسمت ب: مثالی از برآوردگر بیشینه درست‌نمایی

فرض کنید θ یک پارامتر مثبت غیر تصادفی باشد و همچنین دنباله مشاهدات Y_1, Y_2, \dots, Y_n به صورت زیر عنوان می‌گردد.

$$Y_k = \theta^{\frac{1}{2}} N_k, \quad k = 1, \dots, n$$

بردار $N = (N_1, \dots, N_n)^T$ گاوسی و با میانگین صفر می‌باشد و ماتریس کوواریانس آن را با Σ نمایش می‌دهیم. برآوردگر بیشینه درست‌نمایی را برای θ را به فرض داشتن مشاهدات Y_1, Y_2, \dots, Y_n را به دست آورید.

قسمت پ: بررسی برآوردگر بیشینه درست‌نمایی

بررسی کنید که برآوردگر قسمت قبل بایاس دارد یا خیر. (منظور از بدون بایاس بودن یک برآوردگر این است که میانگین آن برابر پارامتری که به دنبال تخمین آن هستیم گردد.

قسمت ت: محاسبه واریانس برآوردگر بیشینه درست‌نمایی

واریانس برآوردگر بند ب را محاسبه نمایید.

سوال ۲: طبقه‌بند بیز و کمینه‌سازی ریسک (تئوری)

در این مسئله، مایلیم یک طبقه‌بند بایرنی را به کمک طبقه‌بند بیز، بر اساس توزیع احتمال شرطی لیب‌ها نسبت به مشاهده داده x بیاییم.

$$p(w_1|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$p(w_2|x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{8}}$$

قسمت الف: تعیین ناحیه تصمیم‌گیری

با استفاده از توزیع‌های بالا، مقدار x_0 را که نقطه تعیین کننده ناحیه تصمیم است را به دست آورید.

قسمت ب: ماتریس Conditional Risk

حال ماتریس Conditional Risk را به مسئله اضافه می‌کنیم، روش کمینه‌سازی ریسک را به طبقه‌بند قسمت الف اضافه کرده و مقدار x_0 را به دست آورید. آیا این مقدار نسبت به بند الف تغییر کرده است؟ دلیل این تغییر را توجیه نماید.

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

سوال ۳: بیز ساده‌انگارانه (پیاده‌سازی)

در این سوال قصد داریم به بررسی دیتاست IRIS بپردازیم. در این دیتاست داده‌ها بر اساس سه ویژگی به سه کلاس متفاوت تقسیم شده‌اند.

قسمت الف: پیاده‌سازی الگوریتم بیز ساده‌انگارانه (Naïve Bayes)

ابتدا توضیحی در مورد روش بیز ساده‌انگارانه بدهید و سپس این الگوریتم را از پایه بر روی دیتاست IRIS پیاده‌سازی کنید.

***** حتما از روش Laplace Smoothing استفاده کنید و علت اهمیت این روش را توضیح دهید.**

قسمت ب: بررسی پارامترهای طبقه‌بند

دقت، Recall، precision و ماتریس آشفتگی را بررسی و تحلیل نمایید.

قسمت پ: مقایسه با توابع آماده

موارد بالا را به کمک کتابخانه SKLEARN انجام دهید. نتایج دو بخش را مقایسه کنید.

نکات تحویل

۱- مهلت تحویل این تمرین **روز ۱۵ دی‌ماه** می‌باشد.

۲- انجام این تمرین به صورت یک‌نفره است.

۳- برای انجام این تمرین تنها مجاز به استفاده از زبان برنامه نویسی پایتون هستید.

۴- در صورت وجود تقلب نمره تمامی افراد شرکت کننده در آن **نمره صفر** لحاظ می‌شود.

۵- در صورتی که از منبعی برای هر بخش استفاده می‌شود، حتماً لینک مربوط به آن در گزارش آورده شود. وجود شباهت بین منبع و پیاده‌سازی در صورت ذکر منبع بلامانع است. اما در صورت مشاهده شباهت با مطالب موجود در سایت‌های مرتبط نمره کسر می‌گردد.

۶- نتایج و تحلیل‌های شما در روند نمره‌دهی دستیاران آموزشی تأثیرگذار است.

۷- لطفاً پاسخ تمرین خود را (به همراه کد/گزارش سوال کامپیوتری) به صورت زیر در صفحه درس آپلود نمایید:

HW[HW number]_[Last_name]_[Student number].zip

۸- در صورت وجود هر گونه ابهام یا مشکل می‌توانید از طریق ایمیل با طراحان تمرین در تماس باشید:

• سروش مس‌فروش: sorush.mes@gmail.com

• امیررضا وفازاده: Amirvafazadeh@gmail.com